

В.М. АРЕНДАРЕНКО, І.А ДУДНІКОВ

ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН
В ПРИКЛАДАХ І ЗАДАЧАХ

Полтава – 2020

Міністерство освіти і науки України
Полтавська державна аграрна академія

В.М. Арендаренко, І.А. Дудніков

Теорія механізмів і машин в прикладах і задачах

Навчальний посібник

Під загальною редакцією

к.т.н., доцента Арендаренко В.М.

Друкується за рішенням Вченої ради Полтавської державної
аграрної академії

Протокол №15 від 18.03.2020 р.

ПОЛТАВА – 2020

ББК

УДК

А93

Рецензенти:

Доктор технічних наук, професор Бобошко О.А. (Професор кафедри деталі машин і теорії механізмів і машин Харківського національного автомобільно-дорожнього університету).

Доктор фіз.-мат. наук, професор Ольшанський В.П. (Професор кафедри фізики і теоретичної механіки ХНТУСГ ім. П. Василенка).

Доктор технічних наук, професор, СНС Шейченко В.О. (Завідувач кафедрою технології і засобів механізації аграрного виробництва ПДАА).

Друкується за рішенням Вченої ради
Полтавської державної аграрної академії
протокол №15 від 18.03.2020 р.

В.М. Арендаренко, І.А. Дудніков

Теорія механізмів і машин в прикладах і задачах. Навчальний посібник. – Полтава, 2020. - 176с.

Навчальний посібник з теорії механізмів і машин в прикладах і задачах призначений для здобувачів вищої освіти, освітнього ступеня бакалавр спеціальності 133 Галузеве машинобудування та 208 Агроінженерія. Він призначений для практичного використання вивчених методів дослідження і проектування сучасних машин і механізмів. В посібнику наведені приклади рішення типових задач, та задачі які відповідають типовій програмі з дисципліни. Задачі відповідають теорії структури механізмів, кінематиці, динаміці та синтезу зубчастих та кулачкових механізмів. котрі використовуються в сільськогосподарській техніці.

©В.М. Арендаренко, І.А. Дудніков

ЗМІСТ

ВСТУП.....	7
РОЗДІЛ 1. СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ ПЛОСКИХ МЕХАНІЗМІВ. ОСНОВНІ ТЕРМІНИ ТА ОЗНАЧЕННЯ.....	8
1.1 Основні поняття та визначення	8
1.2 Приклади на структурний аналіз плоских механізмів	11
РОЗДІЛ 2. КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ПЛОСКИХ МЕХАНІЗМІВ	25
2.1 Теоретичні засади побудови планів швидкостей і прискорень	25
2.2 Приклади на кінематичний аналіз важільних механізмів методом планів.....	29
РОЗДІЛ 3. КІНЕТОСТАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ПЛОСКИХ ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ	46
3.1 Задачі динамічного дослідження.....	46
3.2 Силевий розрахунок механізмів.....	47
3.3 Класифікація сил, які діють на ланки механізму.....	47
3.4 Сили інерції ланок плоских механізмів	49
3.5 Методика і порядок силового розрахунку механізмів	52
3.6 Приклади на силевий розрахунок механізмів.....	52
3.7 Теорема М.Є. Жуковського.....	69
3.8 Приклади на визначення зрівноважувальної сили по теоремі М.Є. Жуковського	70
РОЗДІЛ 4. ДИНАМІЧНИЙ АНАЛІЗ МЕХАНІЗМІВ	77
4.1 Загальні положення.....	77
4.2 Зведена сила і зведений момент сил	77
4.3 Зведена маса і зведений момент інерції.....	78
4.4 Приклади на визначення зведеної сили і моменту сил	78

РОЗДІЛ 5. РЕГУЛЮВАННЯ РУХУ МАШИН	88
5. 1 Визначення моменту інерції маховика	88
5.2 Приклади на визначення моменту інерції маховика	90
РОЗДІЛ 6. ЗРІВНОВАЖУВАННЯ ЛАНОК І МЕХАНІЗМІВ В ЦІЛОМУ	95
6.1 Зрівноважування обертових мас, розташованих в паралельних площинах.....	95
6.2 Приклади на зрівноваження обертових мас, розташованих в паралельних площинах.....	96
6.3 Статичне зрівноваження мас плоских важільних механізмів	98
РОЗДІЛ 7. КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ЗУБЧАСТИХ ПЕРЕДАЧ.....	109
7.1 Загальні положення.....	109
7.2 Приклади на кінематичне дослідження механізмів.	112
РОЗДІЛ 8. СИНТЕЗ ЗУБЧАСТОЇ ПЕРЕДАЧІ	126
8.1 Зубчасті передачі та їх класифікація.....	126
8.2 Основні геометричні розміри стандартного евольвентного зубчастого колеса.....	126
8.3 Якісні показники зубчастого зачеплення	127
8.4 Проектування зубчастої передачі.....	128
РОЗДІЛ 9. ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ПРОЕКТУВАННЯ КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМІВ	135
9.1. Види кулачкових механізмів та сфера їх застосування	135
9.2. Фазові кути повороту і кути профілю кулачка	136
9.3 Закони руху штовхача	138
9.4 Кут тиску. Визначення мінімального радіуса кулачка при заданому куту тиску	140
9.5 Приклади на проектування і дослідження кулачкових механізмів ...	142

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ З ДИСЦИПЛІНИ ТММ.....	148
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	172

ВСТУП

Теорія механізмів і машин вивчає механізми і машини з точки зору їх структури, кінематики, динаміки та синтезу. Даний посібник призначений для практичного використання вивчених методів дослідження і проектування сучасних машин і механізмів.

Запропонований автором посібник повинен допомогти здобувачам вищої освіти при рішенні задач пов'язаних із дослідженням і проектуванням механізмів. Кожен розділ складається із коротких теоретичних відомостей, прикладів рішення задач, та задач для самостійного рішення. Задачі взяті із різних областей техніки і відповідають типовій програмі з даної дисципліни для інженерних спеціальностей сільськогосподарських вищих навчальних закладів.

Посібник побудований таким чином, що кожен розділ відповідає лекційному матеріалу. Крім того він може бути використаний для самостійного вивчення теоретичного матеріалу, як здобувачами вищої освіти очної так і заочної форм навчання. Заочники можуть використати даний посібник при рішенні контрольних робіт. При проведенні практичних занять даний посібник буде у пригоді викладачам вузів. Крім того приведені у ньому задачі викладач може видавати здобувачам вищої освіти для домашніх робіт. Приведені у посібнику задачі мають середню складність і можуть бути вирішені різними математичними та графічними методами.

Під час рішення задач здобувач вищої освіти детально знайомиться із типовими механізмами їх структурою, кінематикою і динамікою. В деякій мірі він використовуючи лекційний матеріал може спроектувати зубчастий або кулачковий механізм. Такий підхід розвиває у студента здатність і навички творчого рішення інженерних задач при виконанні магістерських робіт та інженерних задач на виробництві.

Автори висловлюють велику вдячність к.т.н. доценту Іванову О.М., старшому лаборанту Самойленко Т.В. які допомогли у написанні та друку цього посібника.

РОЗДІЛ 1. СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ ПЛОСКИХ МЕХАНІЗМІВ.

ОСНОВНІ ТЕРМІНИ ТА ОЗНАЧЕННЯ

1.1 Основні поняття та визначення

Курс теорії механізмів призначений для вивчення загальних методів дослідження властивостей механізмів і машин та проектування їх схем.

Людиною створені різні пристрої для полегшення своєї праці. Їх можна поділити на дві великі групи. До першої групи відносяться пристрої, частини яких нерухомі одна відносно другої. Наприклад, будинок, залізничний міст, телевізійна вежа, стіл, стілець тощо. До другої групи пристроїв відносяться вироби у яких частини, з яких вони створені рухомі одна відносно другої. Сюди відносяться машини, машинні агрегати, механізми.

Пристрої другої групи і вивчаються в курсі теорія механізмів і машин.

Зупинимося на поняттях машина і механізм.

Машиною називається штучно побудована система твердих тіл, призначена для перетворення енергії матеріалів і інформації з метою полегшення фізичної та розумової діяльності людини, з одночасним підвищенням якості і продуктивності праці.

Машини необхідні для виконання роботи, пов'язаної з визначеним технологічним процесом, наприклад, з транспортуванням матеріалів і виробів, з процесами перетворення енергії, для керування рухомими системами, для проведення логічних операцій і т. п. Будь-яка робоча машина може працювати тільки в тому випадку, коли вона поєднана з двигуном і знаходиться під його впливом. З'єднання двигуна з робочою машиною називається **машинним агрегатом**.

Машини діляться на енергетичні (двигуни, генератори), робочі (транспортні, технологічні), інформаційні (математичні машини, контрольно-керуючі машини), та кібернетичні машини.

Механізмом називається штучно побудована система твердих тіл, призначена для перетворення одного виду руху у необхідний для технологічного процесу інший вид руху.

До основних механізмів відносяться важільні, зубчасті, кулачкові і фрикційні механізми. Всі вони бувають плоскими і просторовими.

Механізми складаються із ланок.

Ланкою називається сукупність твердих тіл (деталей), які входять до складу механізму і рухаються як одне ціле. Ланки одержують рух від незалежних джерел енергії (наприклад, електродвигун).

За характером руху ланки діляться на кривошип, шатун, коромисло, повзун, куліса, зубчасте колесо, кулачок.

Механізм складається із рухомих і однієї нерухомої ланок. Крім того у складі будь-якого механізму є вхідна, проміжні і вихідна ланки.

Вихідна ланка це ланка, що робить рух, для якого призначений механізм.

Всі ланки, в тому числі і нерухома ланка, на схемах позначаються цифрами арабського походження (0, 1, 2, 3. і т. д.). Нерухома ланка позначається цифрою 0 (ноль).

В механізмі ланки з'єднуються між собою утворюючи рухомі з'єднання. Рухоме з'єднання двох стичних ланок називається **кінематичною парою**. На схемах кінематичні пари позначаються великими латинськими буквами.

Кінематичні пари діляться на вищі і нижчі, та пари з силовим і геометричним замиканням. Кінематичні пари по числу обмежень в русі діляться на п'ять класів. В техніці використовуються пари третього, четвертого і п'ятого класів. Пари п'ятого класу (одно рухомі) діляться на обертові (шарніри), поступальні і гвинтові. Пари четвертого класу (дво рухомі пари) називаються циліндричними. Пари третього класу, які використовуються в техніці називаються сферичними парами.

У теорії механізмів і машин аналіз механізмів виконується за їх схемами. Схеми бувають структурними і кінематичними.

Структурною називається схема механізму, яка виконана з використанням умовних позначеннями ланок і кінематичних пар, які регламентуються стандартом, та без дотримання лінійних розмірів.

Механізмам, як відомо, притаманна рухомість, ступінь рухомості механізму повинен дорівнювати числу вхідних ланок. Для плоских механізмів рухомість визначається за формулою П.Л Чебишева:

$$W = 3 \cdot n - 2 \cdot P_5 - 1 \cdot P_4, \quad (1.1)$$

де W – ступінь рухомості механізму; n – кількість рухомих ланок; P_5 і P_4 – відповідно кількість кінематичні пари п'ятого і четвертого класів.

Ступінь вільності просторового механізму визначається по формулі Сомова-Малишева:

$$W = 6 \cdot n - 5 \cdot P_5 - 4 \cdot P_4 - 3 \cdot P_3 - 2 \cdot P_2 - 1 \cdot P_1, \quad (1.2)$$

де P_3 , P_2 , P_1 – відповідно кількість кінематичних пар третього, другого і першого класів.

Російським вченим Л.В.Ассуром була запропонована структурна класифікація механізмів. Суть її полягає в тому, що будь-який механізм складається із початкового (простого) механізму до якого приєднуються групи ланок з нульовою ступеню вільності. Початковий механізм не може бути розділеним на більш прості частини без порушення основної функції – передачі руху. За класифікацією Ассура – Артоболевського вхідна ланка та стояк утворюють початковий механізм.

Наприклад, в електродвигуні початковим механізмом є якір, що обертається в опорах нерухомого корпусу.

Структурні групи які приєднуються до початкового механізму та мають нульову рухомість називаються **групами Ассура**.

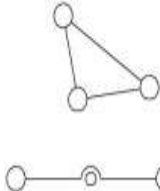
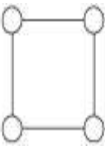
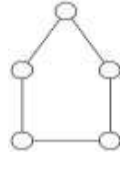
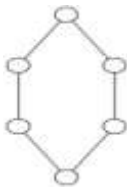
В групах Ассура кількість ланок кратне двом, а кількість пар кратне трьом.

Група Ассура утворюється шляхом приєднання повідка (повідків) до базисної ланки, з дотриманням умови що в структурній групі кількість ланок кратне двом, а пар кратне трьом. Базисні ланки бувають п'яти видів (табл. 1.1).

Групи, до складу яких входять тільки дві ланки і три кінематичних пари п'ятого класу, називаються групами 2 класу 2 порядку.

Порядок групи визначається числом елементів, якими група приєднується до основного механізму, та інших структурних груп, або до стояка.

Таблиця 1.1 – Класифікація базисів по І. І. Артоболовському.

Клас базису	2	3	4	5	6
Вид базисної ланки					

Групи Ассура 2 класу 2 порядку мають п'ять видів (модифікацій) в залежності від числа і розташування обертових і поступальних пар (рис. 1.1). В групі Ассура є внутрішні і зовнішні кінематичні пари.

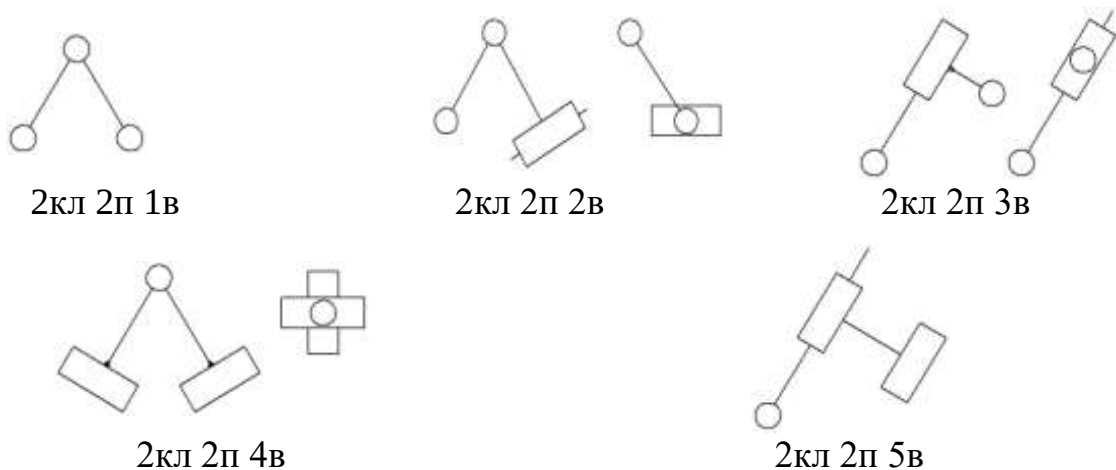


Рисунок 1.1

1.2 Приклади на структурний аналіз плоских механізмів

Приклад 1. 1 Визначити ступінь вільності механізму (рис. 1.2). Розкласти цей механізми на групи Ассура, записати формулу його будови та вказати клас механізму.

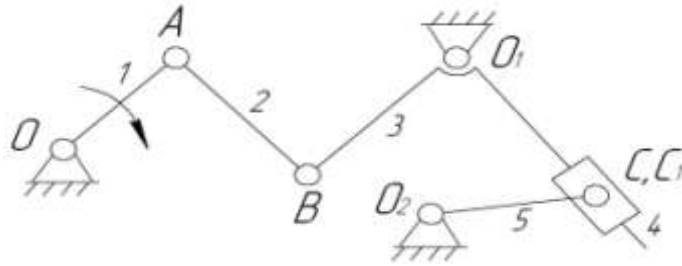


Рисунок 1.2

Рішення

1. Визначаємо ступінь вільності плоского важільного механізму.

$$n = 5;$$

$$P_5 = 7;$$

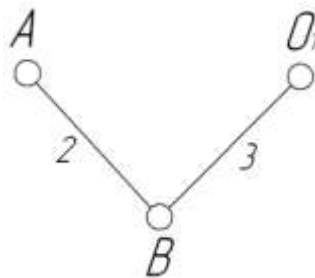
$$P_4 = 0.$$

$$w = 3 \cdot n - 2P_5 - P_4 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1.$$

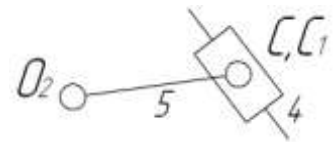
2. Розкладаємо механізм на групи Ассура.



Механізм I-го
класу



Група Ассура 2кл
2пор. 1виду



Група Ассура 2кл
2пор. 2виду

3. Формула будови механізму.

$$I_{(0,1)} \rightarrow 2 \frac{1}{(2,3)} \rightarrow 2 \frac{2}{(4,5)}$$

4. Клас механізму.

До складу механізму входять дві групи Ассура 2 класу, тому даний шестиланковий механізм буде механізмом 2-го класу.

Приклад 1.2 Визначити ступінь вільності механізму (рис. 1.3). Розкласти механізм на групи Ассура, записати формулу його будови і вказати його клас.

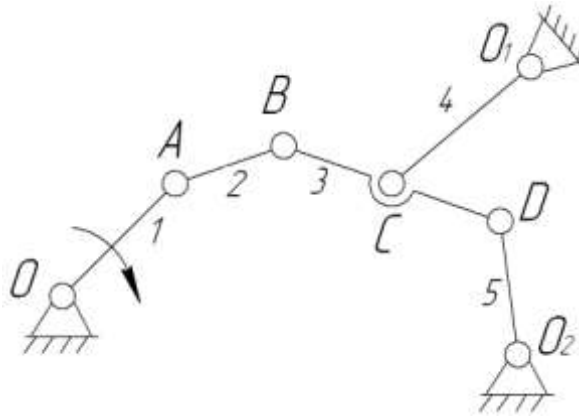


Рисунок 1.3

Рішення

1. Визначаємо ступінь вільності механізму.

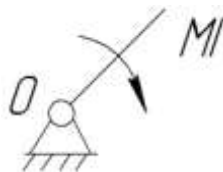
$$n = 5;$$

$$P_5 = 7;$$

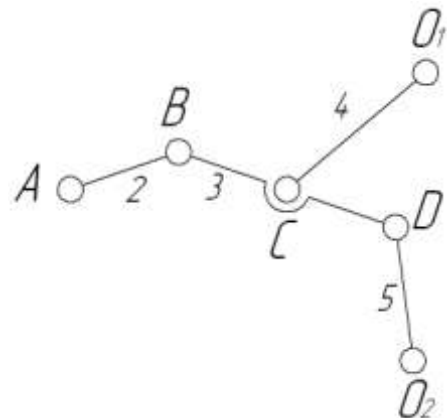
$$P_4 = 0.$$

$$w = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1.$$

2. Розкладаємо механізм на групи Ассура.



Механізм I-го класу



Група Ассура 3кл 3 пор.

3. Формула будови механізму.

$$I_{(0,1)} \rightarrow 3_{(2,[3],4,5)},$$

де [3] – базисна ланка.

4. Клас механізму.

Даний механізм є механізмом третього класу.

Приклад 1.3 Визначити ступінь вільності механізму (рис. 1.4). Розкласти механізм на групи Ассура. Записати формулу його будови. Визначити клас механізму.

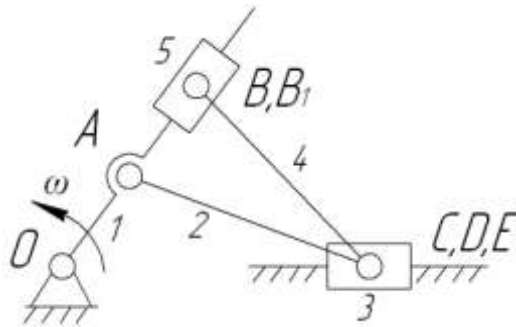


Рисунок 1.4

Рішення

1. Визначаємо ступінь вільності механізму.

$$n = 5;$$

$$P_5 = 7;$$

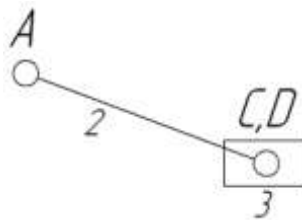
$$P_4 = 0.$$

$$w = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1.$$

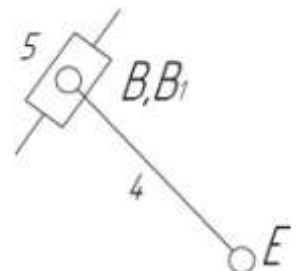
2. Розкласти механізм на групи Ассура.



Механізм I-го
класу



Група Ассура 2 кл
2 пор. 2 виду



Група Ассура 2 кл
2 пор. 2 виду

3. Формула будови механізму.

$$I_{(0,1)} \rightarrow \begin{cases} 2 \frac{2}{(2,3)} \\ 2 \frac{2}{(4,5)} \end{cases}$$

4. Клас механізму.

Даний механізм є механізмом 2-го класу.

Приклад 1.4 Визначити ступінь вільності механізму (рис. 1.5). Розкласти даний механізм на групи Ассура. Записати формулу його будови. Визначити клас механізму.

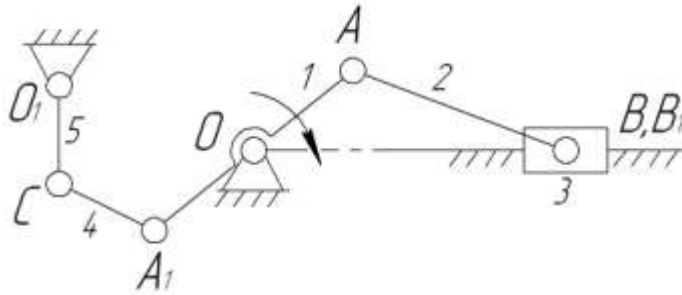


Рисунок 1.5

Рішення

1. Визнаємо ступінь вільності механізму.

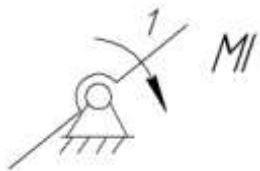
$$n = 5;$$

$$P_5 = 5;$$

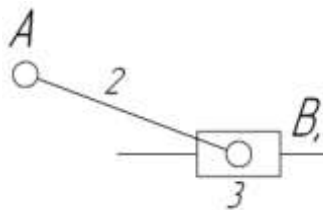
$$P_4 = 0.$$

$$w = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1.$$

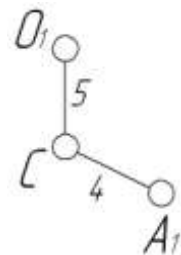
2. Розкласти механізм на групи Ассура



Механізм I-го
класу



Група Ассура 2кл
2пор. 2виду



Група Ассура 2кл
2пор. 1виду

3. Формула будови механізму.

$$2 \frac{1}{(4,5)} \leftarrow I_{(0,1)} \rightarrow 2 \frac{2}{(2,3)}.$$

4. Клас механізму.

Даний механізм є механізмом 2-го класу.

Приклад 1.5 Визначити ступінь вільності механізму (рис. 1.6). Розкласти даний механізм на групи Ассура. Записати формулу його будови. Визначити клас механізму.

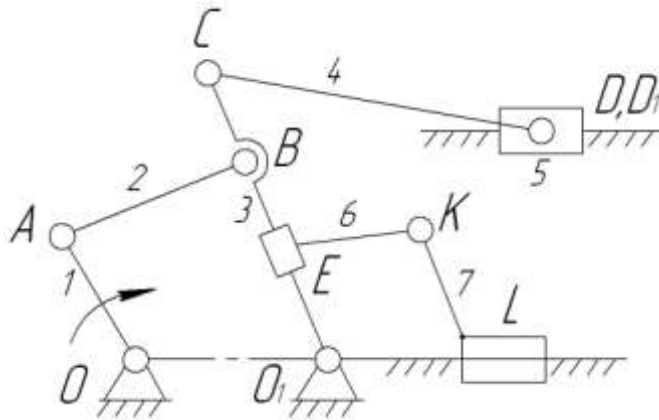


Рисунок 1.6

Рішення

1. Визнаємо ступінь вільності механізму.

$$n = 7;$$

$$P_5 = 10;$$

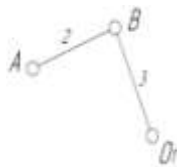
$$P_4 = 0.$$

$$w = 3 \cdot 7 - 2 \cdot 10 = 1.$$

2. Розкласти механізм на групи Ассура.



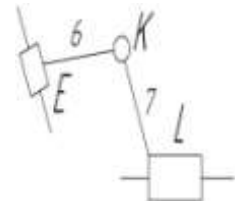
Механізм І-го
класу



Група Ассура 2кл
2пор. 1вид



Група Ассура 2кл
2пор. 2вид



Група Ассура 2кл
2пор. 4 вид

3. Формула будови механізму.

$$I_{(0,1)} \rightarrow 2_{(2,3)} \rightarrow \begin{cases} 2_{\frac{2}{(4,5)}} \\ 2_{\frac{2}{(6,7)}} \end{cases}$$

4. Клас механізму.

Даний механізм є механізмом 2-го класу.

Задачі 1...31

Визначити ступінь вільності важільного механізму. Розкласти його на групи Ассура. Записати формулу будови механізму. Визначити клас механізму. Провести структурну класифікацію ланок механізму за характером їх руху.

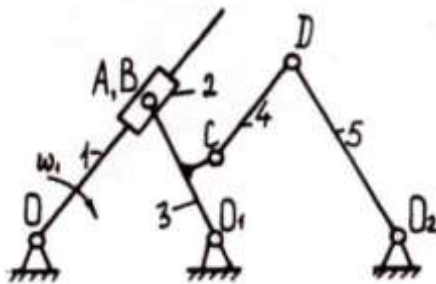


Рисунок 1

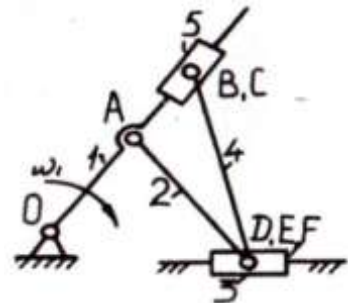


Рисунок 2

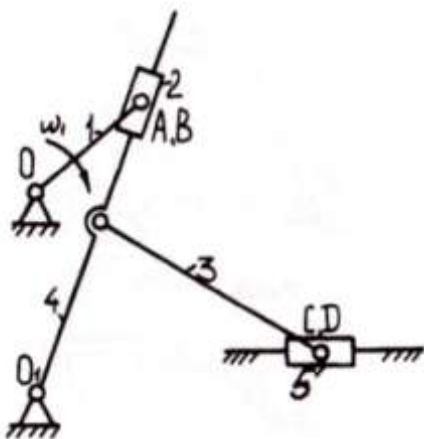


Рисунок 3

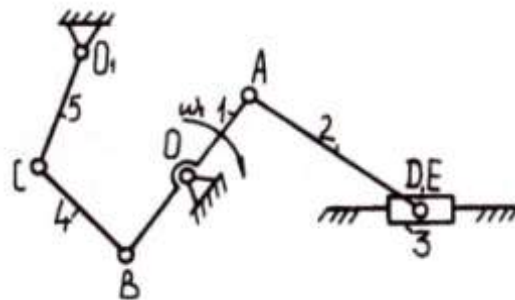


Рисунок 4

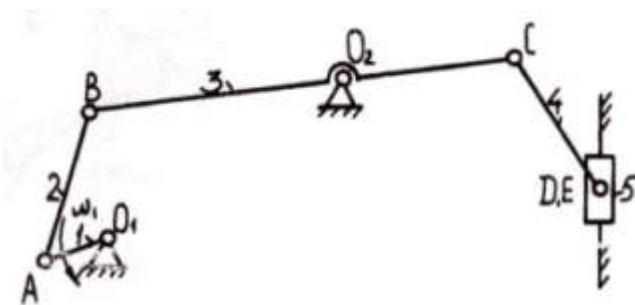


Рисунок 5

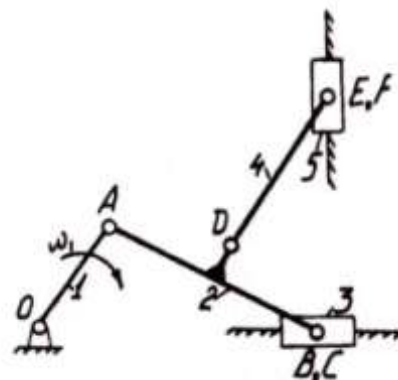


Рисунок 6

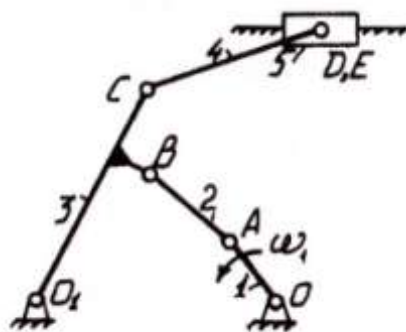


Рисунок 7

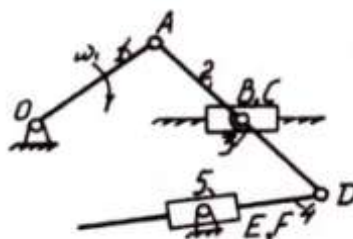


Рисунок 8

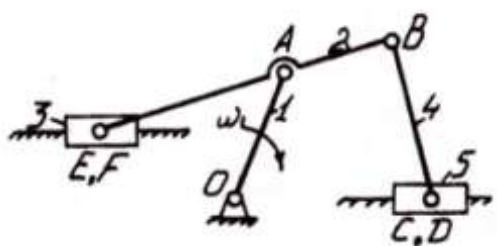


Рисунок 9

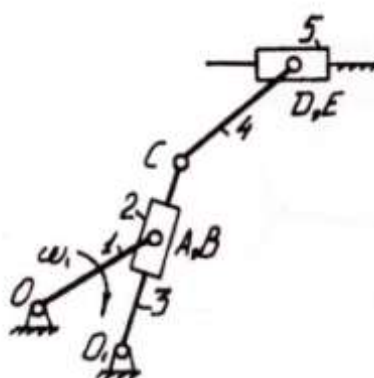


Рисунок 10

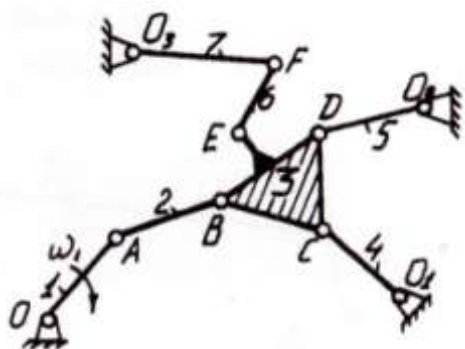


Рисунок 11

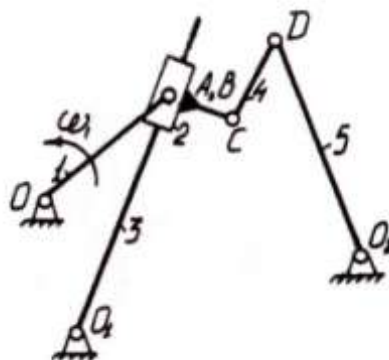


Рисунок 12

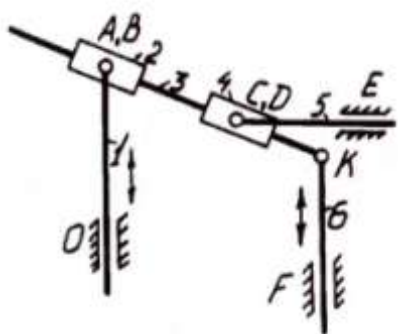


Рисунок 13

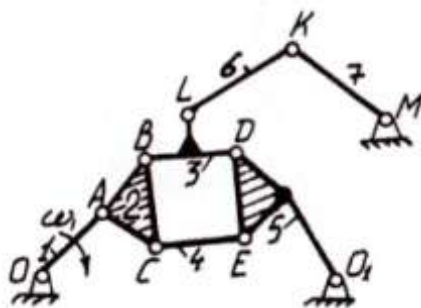


Рисунок 14

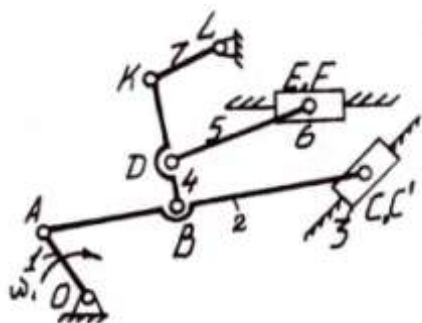


Рисунок 15

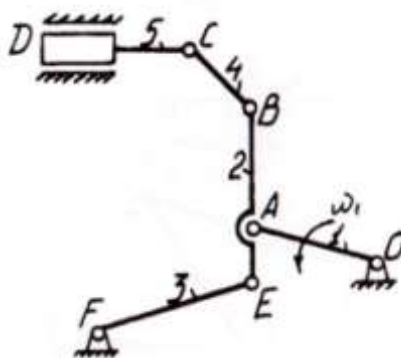


Рисунок 16

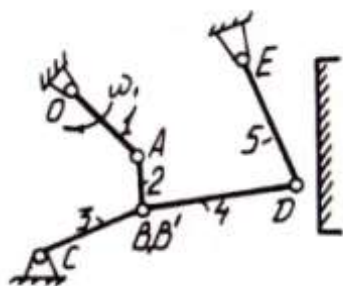


Рисунок 17

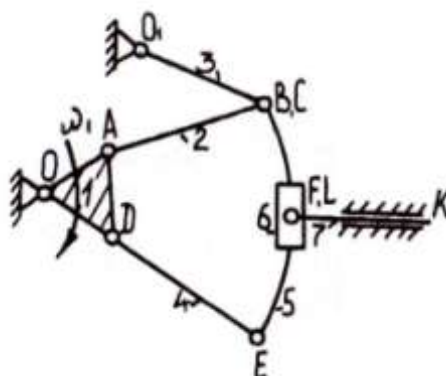


Рисунок 18

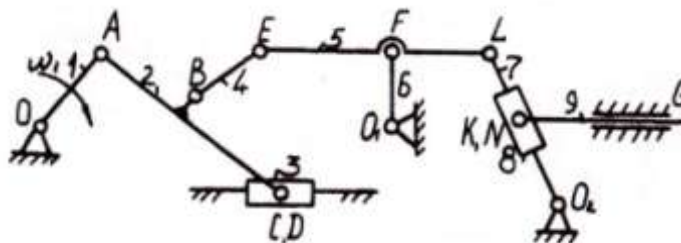


Рисунок 19

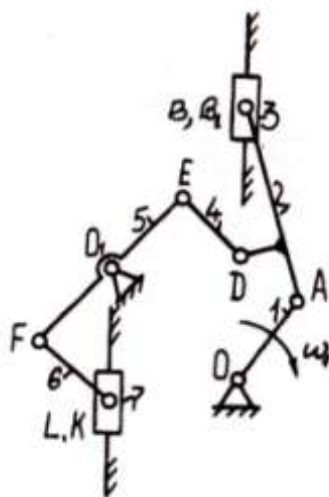


Рисунок 20

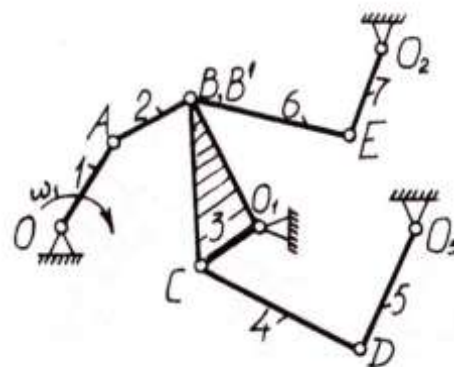


Рисунок 21

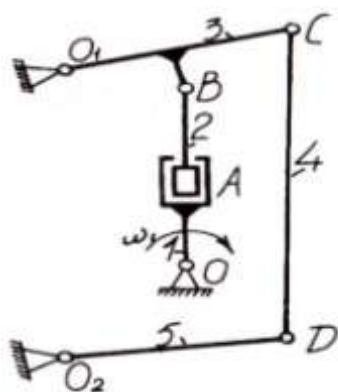


Рисунок 22

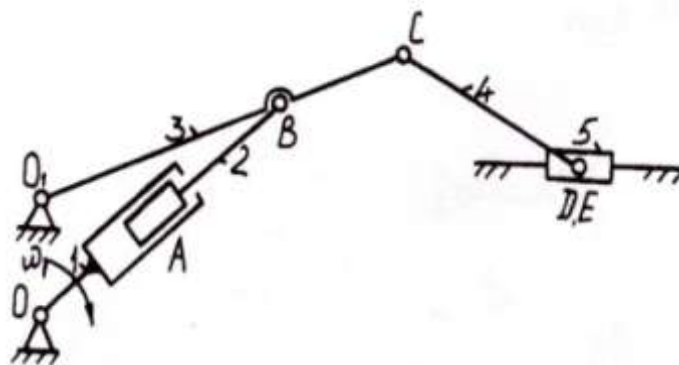


Рисунок 23

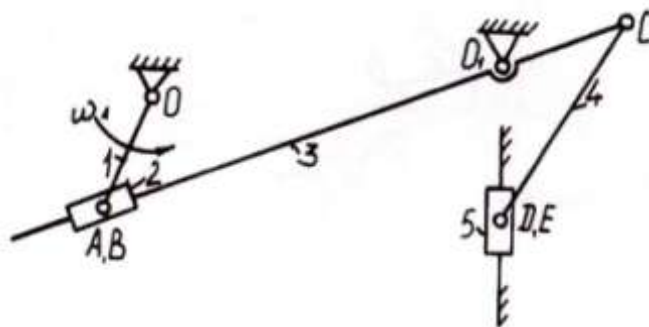


Рисунок 24

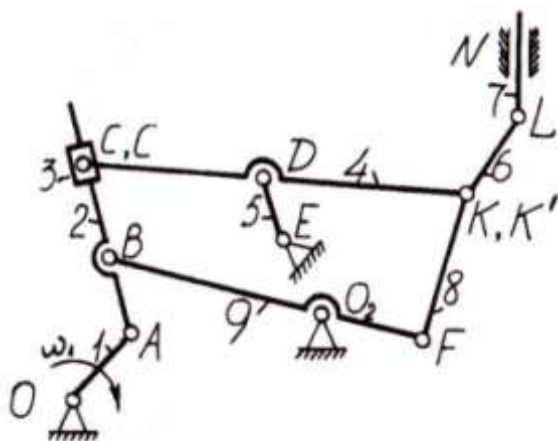


Рисунок 25

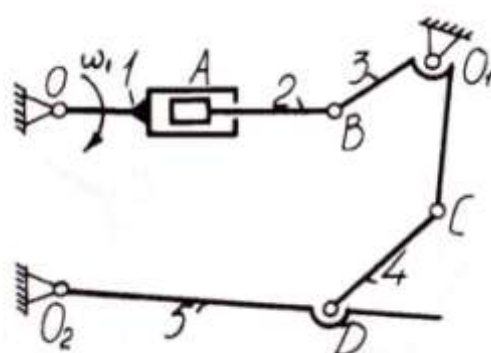


Рисунок 26

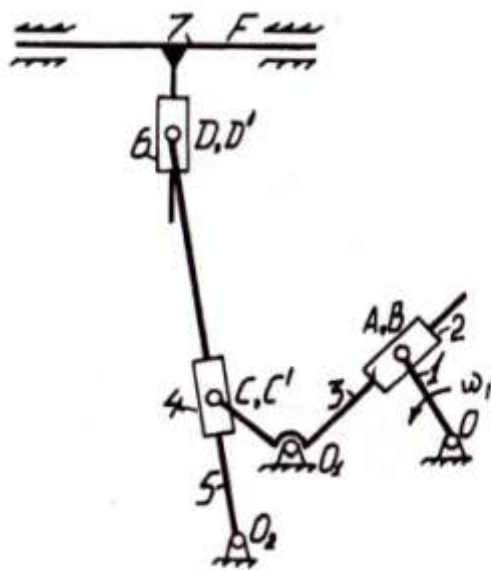


Рисунок 27

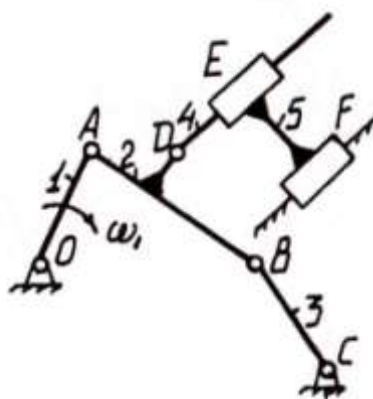


Рисунок 28

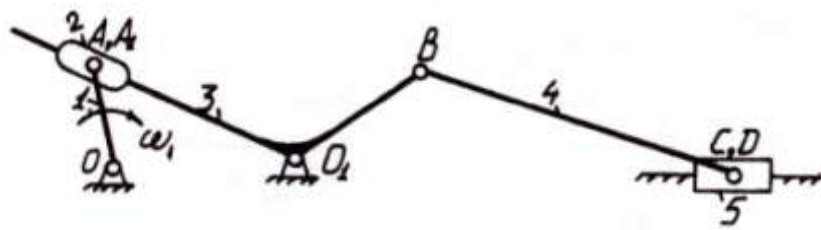


Рисунок 29

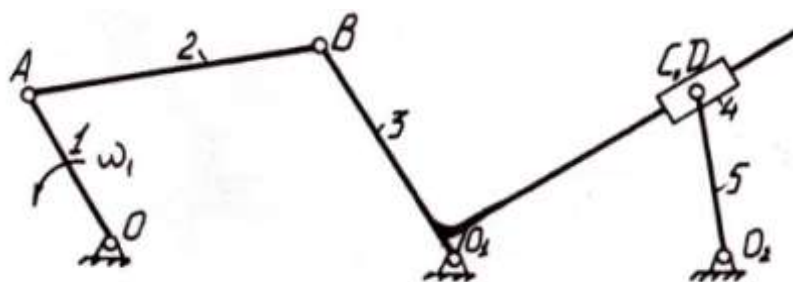


Рисунок 30

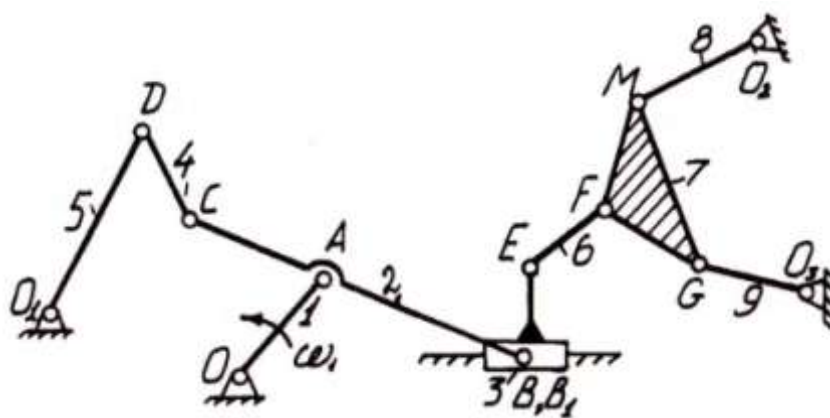


Рисунок 31

Задачі 32...49

Побудувати важільний механізм за заданою формулою його будови. На побудованому механізмі позначити кінематичні пари і рухомі ланки.

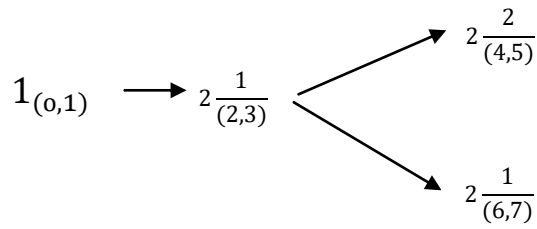


Рисунок 32

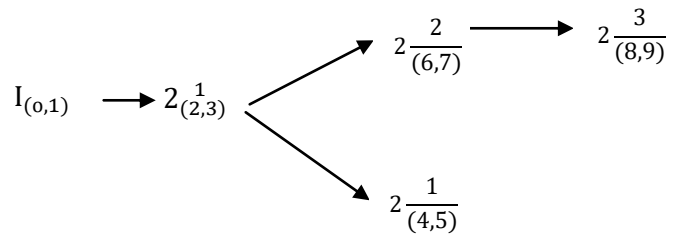


Рисунок 33

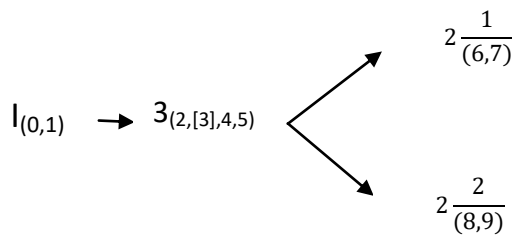


Рисунок 34

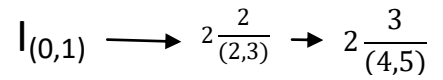


Рисунок 35

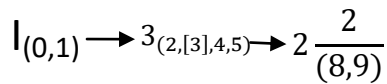


Рисунок 36

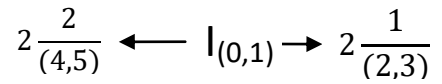


Рисунок 37

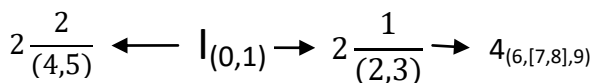


Рисунок 38

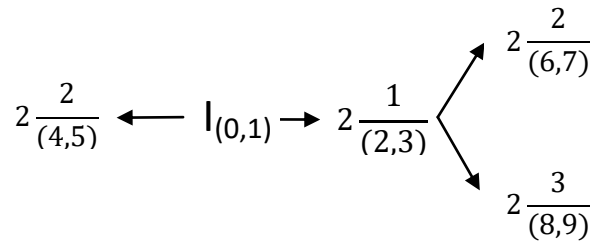


Рисунок 39

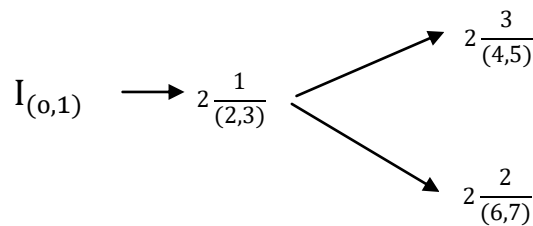


Рисунок 40

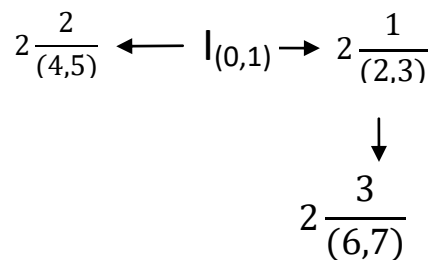


Рисунок 41

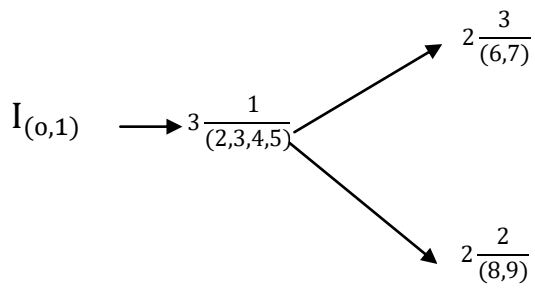


Рисунок 42

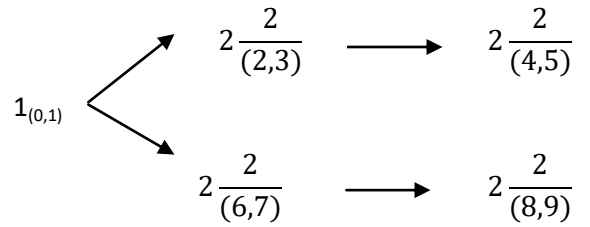


Рисунок 43

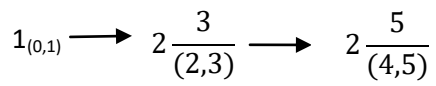


Рисунок 44

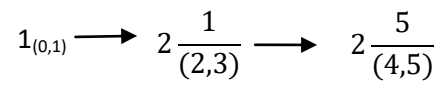


Рисунок 45

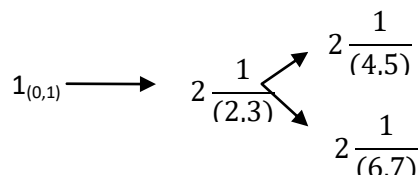


Рисунок 46

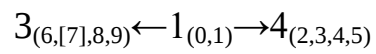


Рисунок 47

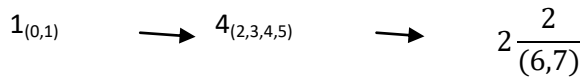


Рисунок 48

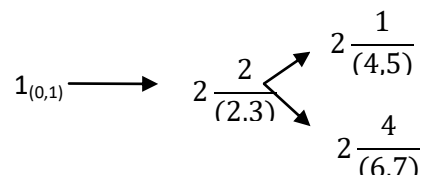


Рисунок 49

РОЗДІЛ 2 КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ПЛОСКИХ МЕХАНІЗМІВ

Кінематичний аналіз плоских механізмів проводиться графоаналітичним методом. Для цього необхідно в масштабі побудувати план положення механізму, а потім побудувати плани швидкостей і прискорень. Із планів швидкостей і прискорень визначаються лінійні та кутові швидкості і відповідно прискорення.

Масштабом називається відношення фізичної величини до відрізка, що зображає дану величину на кресленні.

Плани швидкостей і прискорень будуються за таким алгоритмом:

- механізм розкладається на групи Ассура (структурні групи);
- визначаються внутрішні кінематичні пари груп Ассура;
- для кожної групи записується система векторних рівнянь;
- виконується аналіз кожної складової векторних рівнянь на предмет їх напрямку і величини;
- визначаються масштаби і будуються плани швидкостей і прискорень.

2.1 Теоретичні засади побудови планів швидкостей і прискорень

З теоретичної механіки відомо, що абсолютну швидкість точки твердого тіла можна представити у вигляді геометричної суми швидкостей у переносному і відносному русі, а прискорення – геометричною сумою прискорень переносного, Коріолісового і відносного руху.

$$\vec{V} = \vec{V}_{пер} + \vec{V}_{від}, \quad (2.1)$$

$$\vec{a} = \vec{a}_{пер} + \vec{a}_{кор} + \vec{a}_{від} \quad (2.2)$$

Переносний рух ланки може бути як поступальним, так і обертальним. Розглянемо окремо ці два випадки.

1. Переносний рух – поступальний.

Нехай ланка 1 (рис. 2.1,а) здійснює плоский рух, при цьому швидкість і прискорення точки А відомі за величиною і напрямком. Також відомі за величиною і напрямком кутові швидкість (ω_{AB}) і прискорення (ϵ_{AB}) ланки АВ.

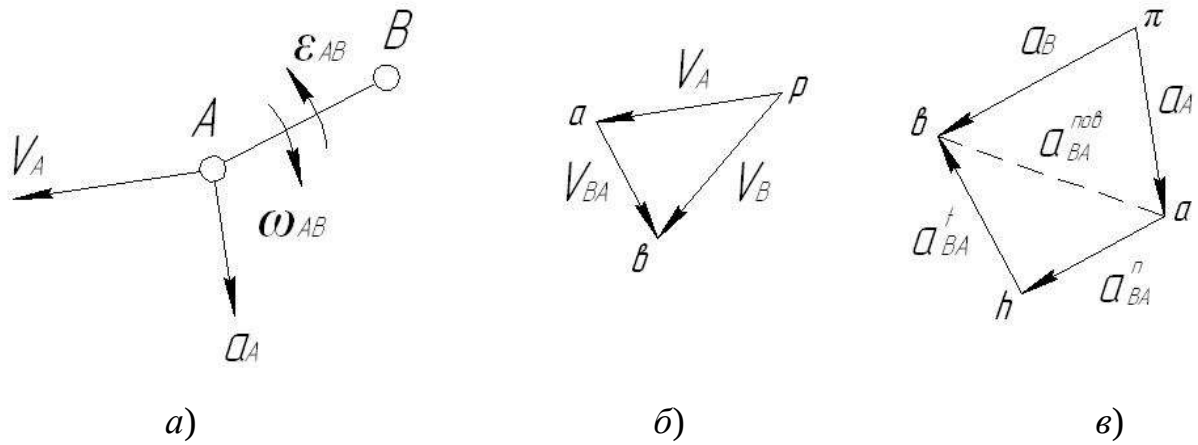


Рисунок 2.1

Швидкість і прискорення точки В визначаються за формулами:

$$V_B = \omega_{AB} \cdot l_{AB}, \quad (2.3)$$

$$a_B = \omega_{AB}^2 \cdot l_{AB}. \quad (2.4)$$

Будь яке переміщення ланки АВ із однієї позиції в іншу можна здійснити за допомогою одного поступального руху зі швидкістю і прискоренням точки А і одного обертального руху зі швидкістю ω_{AB} і прискоренням ε_{AB} навколо точки А.

$$\text{Тоді: } \bar{V}_{\text{пер}} = \bar{V}_A; \bar{V}_{\text{від}} = \bar{V}_{AB}.$$

$$\bar{V}_B = \bar{V}_A + \bar{V}_{BA}, \quad (2.5)$$

Швидкість $\bar{V}_{AB}$ завжди перпендикулярна ланці АВ і направлена в сторону обертання ω_{AB} .

Рівняння (2.5) рішається графічним методом. Для цього необхідно підрахувати масштаб плану швидкостей:

$$\mu_V = \frac{V_A}{[P_V a]}, \quad (2.6)$$

де $[P_V a]$ – довільно вибраний відрізок на кресленні, мм.

Після цього вибирається довільна точка P_V – полюс плану швидкостей (рис. 2.1,б). Із цієї точки проводиться вектор швидкості $(P_V a)$. Потім із точки a необхідно провести вектор $(\overline{ab})$, який визначається наступним чином $(ab) = \frac{V_{BA}}{\mu_V}$.

Вектор $(\overline{P_V b})$ в масштабі і дасть швидкість точки В: $V_B = (P_V b) \cdot \mu_V$.

Плани прискорення будуються згідно векторного рівняння (2.2). Так як переносний рух являється поступальним, то $\bar{a}_{кор} = 0$, і рівняння (2.2) можна записати так:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^t, \quad (2.7)$$

де $\bar{a}_A$ – прискорення в переносному русі точки А, відоме по модулю і напрямку; $\bar{a}_{BA}^n$ – нормальне прискорення точки В відносно точки А, направлене уздовж ланки АВ від точки В до точки А; $\bar{a}_{BA}^t$ – дотичне прискорення, направлене перпендикулярно ланці АВ. По модулю ці прискорення можна визначити за такими формулами:

$$a_{BA}^n = \omega_{AB}^2 \cdot l_{AB}, \quad (2.8)$$

$$a_{BA}^t = \varepsilon_{AB}^2 \cdot l_{AB}. \quad (2.9)$$

Графічне рішення векторного рівняння (2.7) необхідно проводити в масштабі μ_a . Масштаб плану прискорення визначається за формулою:

$$\mu_a = \frac{a_A}{(\pi a)}, \quad (2.10)$$

де (πa) – довільно вибраний на кресленні відрізок, мм.

Вибирається на кресленні довільна точка π – полюс плану прискорень, і відкладається вектор $(\pi \bar{a})$, котрий зображає в масштабі μ_a прискорення $\bar{a}_A$ (рис. 2.1,в), з кінця цього вектора відкладаємо вектор $(\bar{a}\bar{n})$ довжиною $(an) = a_{BA}^n / \mu_a$, направлений паралельно ланці АВ від точки В до точки А, потім проводиться перпендикулярно ланці АВ вектор $(\bar{n}\bar{b})$ довжиною $(nb) = a_{BA}^t / \mu_a$ в напрямку кутового прискорення ε_{AB} . Вектор $(\pi \bar{b})$ зображує в масштабі μ_a прискорення $\bar{a}_B$.

2. Переносний рух – обертальний

Нехай дві ланки 1 і 2 утворюють поступальну пару (рис. 2.2,а). Ланка 1 – куліса, а ланка 2 – повзун. Повзун 2 рухається по кулісі 1, а сама куліса переміщається під дією кутової швидкості ω_1 і кутового прискорення ε_1 . Повзун

2 рухається уздовж куліси 1 і його кутова швидкість і кутове прискорення рівні кутовим швидкості і прискоренні куліси: $\omega_2 = \omega_1$; $\varepsilon_2 = \varepsilon_1$.

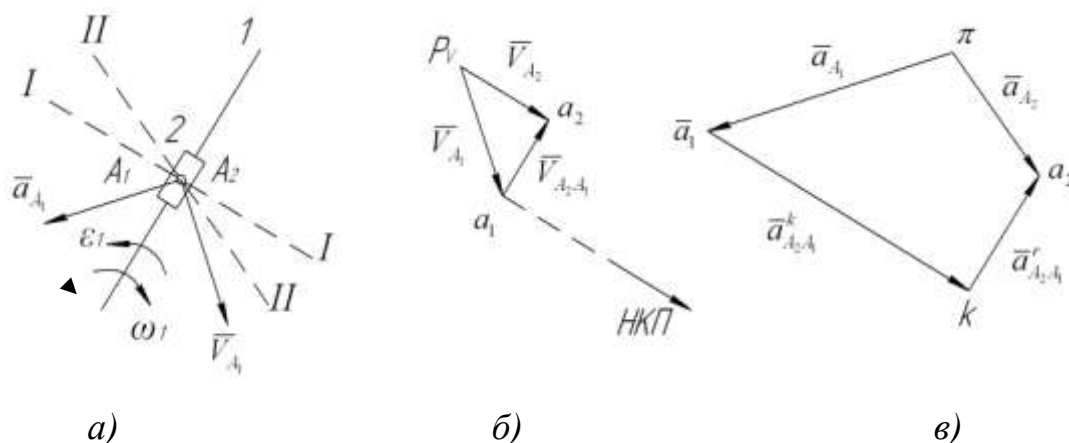


Рисунок 2.2

Нехай точка A_1 знаходиться на кулісі, а точка A_2 на повзуні і в даний момент часу вони співпадають (точка A_2 лежить над точкою A_1). Швидкість точки A_1 відома за величиною і напрямком, необхідно визначити швидкість $\bar{V}_{A_2}$ точки A_2 повзуна. Використавши формулу (2.2) встановлюємо, що переносна швидкість куліси $\bar{V}_{A_1} = \bar{V}_1$ буде відома за величиною і напрямом. Відносна швидкість $\bar{V}_{A_2,A_1}$ невідома за величиною, а за напрямком відома (направлена паралельно кулісі). Швидкість точки A_2 направлена перпендикулярно осі куліси, величина її невідома. Побудова плану швидкостей виконується так. Із довільної точки P_V в масштабі μ_V відкладається вектор $\overline{P_V a_1}$, який відображає швидкість $\bar{V}_{A_1}$, а із його кінця точки « a_1 » проводимо лінію паралельну осі куліси, на цій лінії буде знаходитися вектор швидкості $\bar{V}_{A_2,A_1}$. Із точки P_V проводимо лінію паралельну напрямку швидкості $\bar{V}_{A_2}$. Перетин двох напрямків в точці « a_2 » визначить кінець вектора $\overline{P_V a_2}$, це і буде в масштабі μ_V абсолютна швидкість $\bar{V}_{A_2}$ точки « a_2 » (рис. 2.2,в).

З огляду того, що точки A_1 і A_2 належать різним ланкам поступальної пари, то прискорення точки A_2 визначається за векторним рівнянням (2.2):

$$\bar{a}_{A_2} = \bar{a}_{A_1} + \bar{a}_{A_2,A_1}^k + \bar{a}_{A_2,A_1}^r, \quad (2.11)$$

як прискорення точки, рух якої розглядається як складний.

Величина Коріолісового прискорення визначається за формулою:

$$\bar{a}_{A_2, A_1}^k = 2 \cdot \omega \cdot \bar{V}_{A_2, A_1}, \quad (2.12)$$

а напрям знаходиться шляхом повороту вектора $\bar{V}_{A_2, A_1}$ на 90° в бік ω , як показано пунктирною лінією на плані швидкостей (рис. 2.2,б).

Відносне прискорення $\bar{a}_{A_2, A_1}^r$ спрямоване по осі куліси 1, величина і напрям цього прискорення невідомі.

Прискорення $\bar{a}_{A_1} = \bar{a}_1$ відоме за величиною і напрямком, а прискорення $\bar{a}_{A_2}$ невідоме ні за величиною ні за напрямком. Якщо в рівнянні (2.11) якимось чином можна визначити напрям прискорення точки A_2 нехай $\bar{a}_{A_2}$ паралельне лінії I–I, тоді векторне рівняння буде мати два невідомих і можна побудувати план прискорення в масштабі μ_a (рис. 2.2,в).

2.2 Приклади на кінематичний аналіз важільних механізмів методом планів

Приклад 2.1. Визначити лінійні швидкість і прискорення точки В повзуна 3 сінного пресу (рис. 2.3), та кутову швидкість (ω_{AB}) і кутове прискорення (ϵ_{AB}) шатуна АВ. Дано: $l_{OA} = 0,025\text{м}$; $l_{AB} = 4 \cdot l_{OA}$; $\omega_1 = 5\text{с}^{-1}$; $\alpha = 45^\circ$.

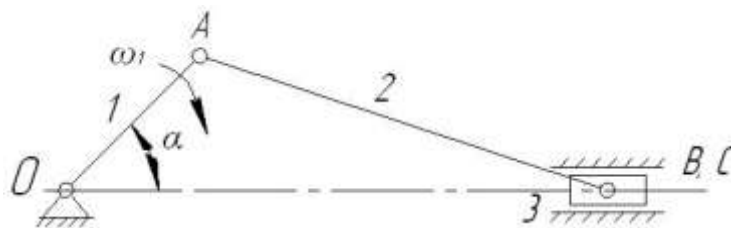


Рисунок 2.3

Рішення

В масштабі $\mu_l = 0,001\text{м/мм}$ будемо план положення механізму для $\alpha = 45^\circ$, при цьому $l_{AB} = 4 \cdot l_{OA} = 4 \cdot 0,025 = 0,1\text{ м}$. На плані положення відповідно довжини кривошипу (ОА) і шатуна (АВ) будуть: $OA = l_{OA}/\mu_l = 0,025/0,001 = 25\text{ мм}$; $AB = l_{AB}/\mu_l = 0,1/0,001 = 100\text{ мм}$ (рис. 2.4,а).

Побудова плану швидкостей.

Визначаємо швидкість точки А кривошипу ОА:

$$V_A = \omega_1 \cdot l_{OA} = 5 \cdot 0,025 = 0,125 \text{ м/с.}$$

Щоб визначити інші величини швидкостей точок які належать ланкам механізму необхідно побудувати план швидкостей.

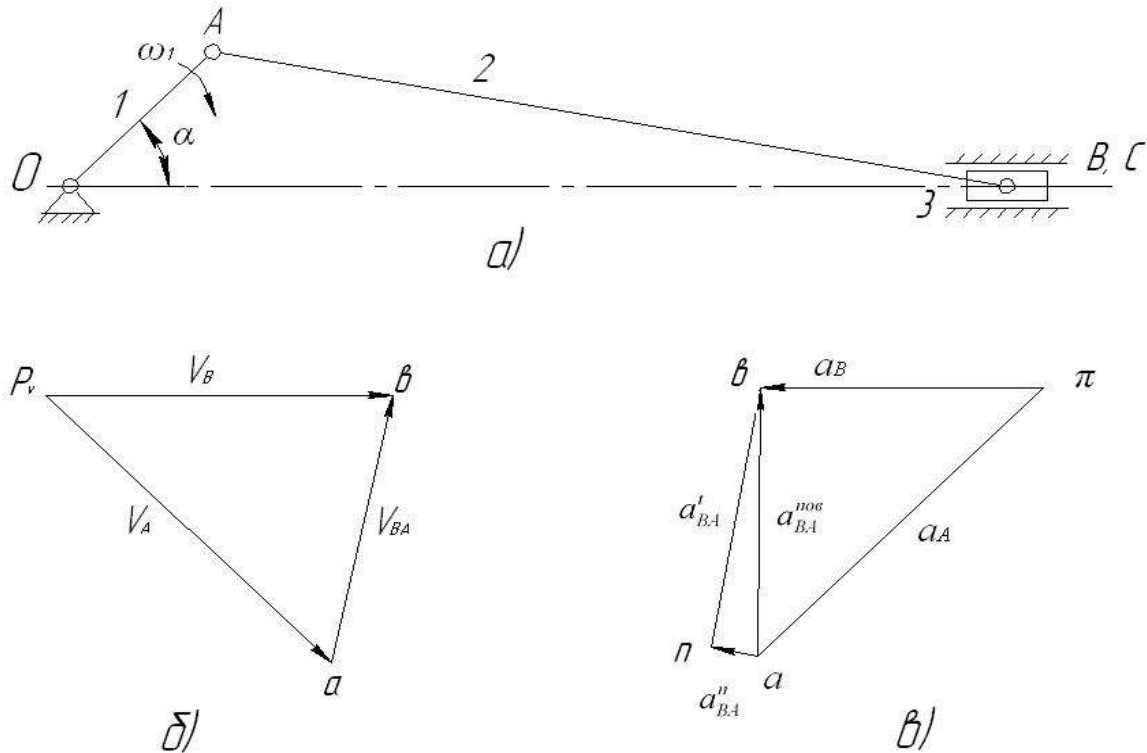


Рисунок 2.4

Для його побудови необхідно записати векторне рівняння швидкостей:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA},$$

де $\vec{V}_A$ – швидкість точки А кривошипа ОА. Вона перпендикулярна кривошипу ОА і направлена у бік його обертання; $\vec{V}_{BA}$ – швидкість точки В шатуна в обертальному русі відносно точки А, направлена перпендикулярно осі ланки АВ; $\vec{V}_B$ – швидкість точки В повзуна 3, направлена горизонтально вправо.

Для побудови плану швидкостей потрібно визначити масштабний коефіцієнт по формулі:

$$\mu_v = \frac{V_A}{[pa]},$$

де $[pa]$ – довільно вибраний на кресленні відрізок, мм. Довжину цього відрізка бажано вибирати в межах 50...80мм. Прийmemo відрізок $[pa] = 50\text{мм}$. Тоді масштаб плану швидкостей буде:

$$\mu_v = \frac{0,125}{50} = 0.0025 \frac{\text{м}}{\text{мм} \cdot \text{с}}.$$

Тепер приступаємо до побудови планів швидкостей. Для цього розглянемо методику побудови плану швидкостей для даного положення механізму. Вибираємо на кресленні точку, позначивши її p , яка буде полюсом плану (рис. 2.4,б). З полюса відкладаємо відрізок $[\vec{pa}]$, який відповідає швидкості точки А кривошипу (ОА). З отриманої точки «а» проводимо лінію, яка є перпендикулярною осі шатуна (ланка АВ), а з полюса p проводимо горизонтальну лінію. Перетин цих двох ліній дасть точку «b». Відрізки $[\vec{pv}]$ і $[\vec{av}]$ відповідають швидкостям V_B і V_{BA} .

Величини цих швидкостей визначаються:

$$V_B = [pv] \cdot \mu_v = 38 \cdot 0.0025 = 0,095 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$V_{BA} = [av] \cdot \mu_v = 40 \cdot 0.0025 = 0,1 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$\omega_{AB} = \frac{V_{BA}}{l_{AB}} = \frac{0,1}{0,1} = 1 \text{ с}^{-1}.$$

Побудова плану прискорень.

Оскільки кривошип ОА обертається з постійною кутовою швидкістю $\omega_1 = 5 \text{ с}^{-1}$, то точка А ланки ОА буде мати тільки нормальне прискорення. Величина цього прискорення визначається за формулою:

$$a_A = \omega^2 \cdot l_{OA} = 5^2 \cdot 0,025 = 0,625 \text{ с}^{-2}$$

Визначаємо масштабний коефіцієнт планів прискорень

$$\mu_a = \frac{a_A}{(\pi a)},$$

де $[\pi a]$ – довжина відрізка, що зображає на плані прискорень вектор нормального прискорення точки А кривошипа ОА. Приймаємо $[\pi a] = 50 \text{ мм}$, тоді:

$$\mu_a = \frac{0,625}{50} = 0,0125 \frac{\text{м}}{\text{мм} \cdot \text{с}^2}$$

З довільної точки π , полюса прискорень, проводимо вектор прискорення $\vec{a}_A$ паралельно вісі кривошипу ОА (рис. 2.4,в). Вектор цього прискорення направлений від точки А до точки О.

Побудову плану прискорень групи Ассура 2 класу 2 порядку 2 виду (ланки 2, 3) виконуємо згідно векторного рівняння:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau,$$

де a_B – прискорення повзуна 3, направлене паралельно напрямній по якій рухається повзун 3; a_{BA}^n – нормальне прискорення точки В шатуна АВ при його обертанні навколо точки А, направлене паралельно осі шатуна від точки В до точки А. Величина його буде:

$$a_{BA}^n = \omega^2 \cdot l_{AB} = 1^2 \cdot 0,1 = 0,1 \frac{\text{м}}{\text{мм} \cdot \text{с}^2};$$

Дотичне прискорення (a_{BA}^τ) точки В шатуна АВ, при його обертанні навколо точки А (величина його невідома), направлене перпендикулярно осі ланка АВ.

Визначаємо довжину відрізка який на плані прискорень буде зображати прискорення a_{BA}^n .

$$(an) = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a} = \frac{0,1}{0,0125} = 8 \text{ мм.}$$

Від точки «а» відкладаємо відрізок $(an) = 8$ мм. З отриманої на кресленні точки «n» проводимо лінію перпендикулярну осі шатуна АВ. Із полюса « π » проводимо горизонтальну лінію. Перетин цих двох ліній дасть точку «b». Точку «b» і точку «а» з'єднуємо прямою лінією.

Інші величини прискорень будуть:

$$a_{BA}^\tau = 40 \cdot 0,0125 = 0,5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2};$$

$$a_{BA}^{\text{пов}} = 41 \cdot 0,0125 = 0,5125 \frac{\text{м}}{\text{с}^2};$$

$$a_B = 39 \cdot 0,0125 = 0,4875 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Кутове прискорення ланки АВ буде:

$$\varepsilon_{AB} = \frac{a_{BA}^\tau}{l_{AB}} = \frac{0,5}{0,1} = 5 \text{ с}^{-2}.$$

Приклад 2.2 Визначити абсолютну швидкість і прискорення точки Д кривошипного механізму з хитким повзуном (рис. 2.5). Дано: $l_{OA} = 0,1\text{м}$; $l_{OB} = 0,3\text{м}$; $l_{AD} = 0,35\text{м}$, кутова швидкість кривошипа ОА постійна і рівна $\omega_1 = 100\text{с}^{-1}$; кут $\alpha = 60^\circ$.

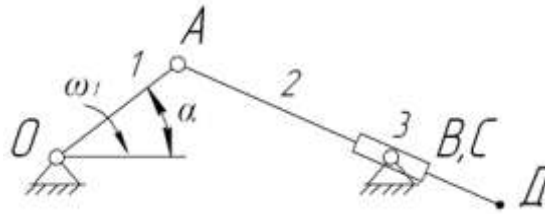


Рисунок 2.5

Рішення

Будуємо в масштабі $\mu_l = 0,0025\text{м/мм}$ план положення механізму для кута $\alpha = 60^\circ$ (рис. 2.6,а). Для цього переводимо довжини ланок з метрових розмірів у міліметрові. Довжина ОА буде: $OA = l_{OA}/\mu_l = 0,1/0,0025 = 40\text{ мм}$, а довжина $OB = l_{OB}/\mu_l = 0,3/0,0025 = 120\text{ мм}$.

План швидкостей. Спочатку визначаємо швидкість точки А кривошипа ОА:

$$V_A = \omega_1 \cdot l_{OA} = 100 \cdot 0,1 = 10\text{ м/с}.$$

Щоб визначити інші величини швидкостей точок які належать ланкам механізму необхідно побудувати план швидкостей. У даному механізмі ланка 2 здійснює обертовий і поступальний рухи. Рух точки В, котра належить ланці 2, можна розглядати як складний, який складається з двох рухів: переносного, з відповідною швидкістю $\vec{V}_A$ і відносного, зі швидкістю $\vec{V}_{BA}$, спрямованою перпендикулярно кулісі АД. Тоді:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA},$$

де $\vec{V}_B$ – абсолютна швидкість точки В, яка спрямована уздовж кулісі АД.

Вектор $\vec{V}_A$ направлений перпендикулярно до кривошипа ОА в бік його обертання. Для побудови плану швидкостей необхідно визначити масштаб, він визначається так:

$$\mu_v = \frac{V_A}{(Pa)} = \frac{10}{50} = 0,2 \frac{\text{м}}{\text{мм} \cdot \text{с}}$$

Для визначення векторів швидкостей $\vec{V}_B$ і $\vec{V}_{BA}$ проведемо з полюса вектор швидкості $\vec{V}_A$ довжиною 50 мм і отримаємо точку «а». Через точку «а» (рис. 2.6,б) проводимо лінію, яка показує напрямок вектора відносної швидкості ($\vec{V}_{BA}$), а з полюса p – лінію, паралельну шатуну АД. Точка перетину цих ліній визначить точку «в». Відрізок ($ав$) не тільки визначає у масштабі модуль швидкості V_B , але й одночасно він і є планом швидкості шатуна АД.

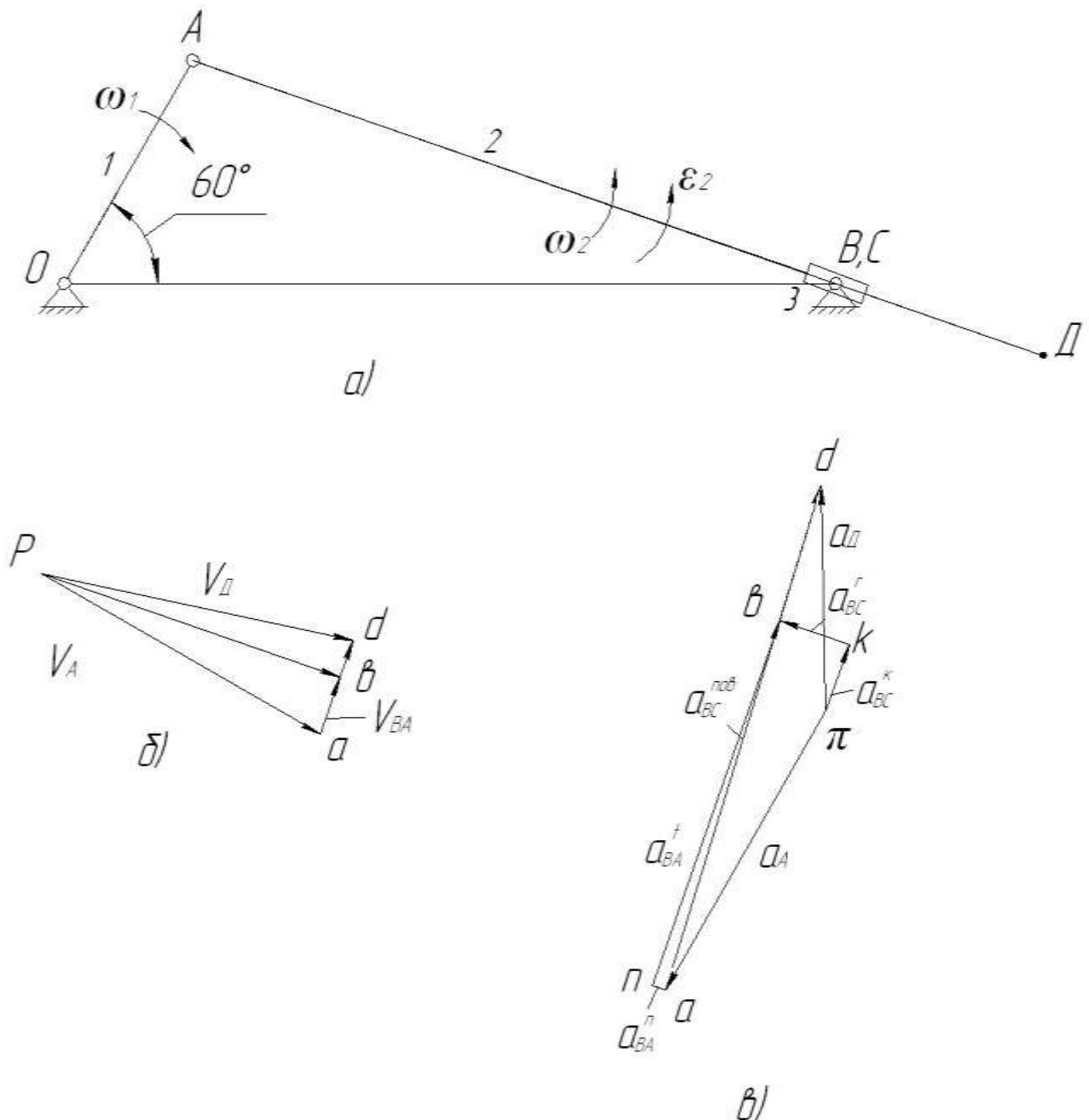


Рисунок 2.6

Величина швидкості $\vec{V}_B$ визначається за формулою:

$$\vec{V}_B = (Pb) \cdot \mu_v = 49 \cdot 0,2 = 9,8 \frac{m}{c}.$$

Швидкість точки Д, що лежить на кінці шатуна можна визначити за теоремою подібності. На плані швидкості вона лежатиме на відрізку (ad). Для визначення цієї швидкості необхідно скласти наступну пропорцію:

$$\frac{ad}{ab} = \frac{AD}{AB},$$

із записаної пропорції визначаємо довжину відрізка (ad),

$$ad = ab \cdot \frac{AD}{AB} = 10 \cdot \frac{140}{100} = 14 \text{ мм.}$$

Відкладаємо відрізок (ad) на плані швидкостей і, з'єднавши точку «d» із полюсом «p», отримуємо швидкість точки Д:

$$V_D = (pd) \cdot \mu_v = 48 \cdot 0,2 = 9,6 \frac{m}{c}$$

План прискорень. Для визначення прискорення точки Д необхідно побудувати план прискорення, Запишемо систему векторних рівнянь прискорення для точки В:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^t;$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_C + \vec{a}_{BC}^k + \vec{a}_{BC}^r.$$

В даній системі векторних рівнянь прискорення точки С дорівнює нулю ($a_C = 0$).

Підрахуємо прискорення точки А:

$$a_A = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = 100^2 \cdot 0,1 = 1000 \frac{m}{c^2}.$$

Підрахуємо нормальне (a_{BA}^n) і Кориолісове (a_{BC}^k) прискорення:

$$a_{BA}^n = \omega_2^2 \cdot l_{AB} = \frac{\vartheta_{BA}^2}{l_{AB}} = \frac{(ab)^2 \cdot \mu_v^2}{(AB) \cdot \mu_l} = \frac{14^2 \cdot 0,2^2}{102 \cdot 0,0025} = 30,75 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2},$$

$$a_{BC}^k = 2 \cdot \omega_2 \cdot \vartheta_B = 2 \cdot \frac{(ab)^2 \cdot \mu_v^2}{(AB) \cdot \mu_l} (pb) \cdot \mu_\vartheta = 2 \cdot \frac{14 \cdot 0,2}{102 \cdot 0,0025} 50 \cdot 0,2 = 219,61 \frac{m}{c^2}.$$

Визначимо напрямки прискорень, що входять в дану систему векторних рівнянь. Прискорення точки А (a_A) спрямоване по лінії ОА від точки А до точки О. Нормальне прискорення точки В відносно точки А (a_{BA}^n) спрямоване по лінії АВ від точки В до точки А. Дотичне прискорення $\vec{a}_{BA}^t$ буде спрямоване

перпендикулярно ланці АВ. Щоб знайти напрям Коріолісового прискорення, необхідно вектор швидкості v_B (рис. 2.6,б) повернути на 90° в бік переносної кутової швидкості ω_2 . Відносне (релятивне) прискорення $\vec{a}_{BC}^r$ направлене вздовж осі куліси АД. Його величина невідома.

Підрахуємо масштабний коефіцієнт плану прискорень.

$$\mu_a = \frac{a_A}{(\pi a)} = \frac{1000}{50} = 20 \frac{\text{м}}{\text{мм} \cdot \text{с}^2},$$

де $(\pi a) = 50$ мм – довжина відрізка, котрий зображує прискорення точки А на плані прискорень.

Відрізок який буде відображати a_{BA}^n на плані прискорень, рівний:

$$(\pi n) = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a} = \frac{30,75}{20} = 1,5 \text{ мм.}$$

Підрахуємо довжину відрізка, котрий буде зображати вектор $\vec{a}_{BC}^k$ на плані прискорень:

$$(\pi k) = \frac{a_{BC}^k}{\mu_a} = \frac{219,61}{20} = 11 \text{ мм.}$$

Будуємо план прискорень для кулісного механізму (рис. 2.6,в).

Прискорення точки Д визначається за теоремою подібності:

$$\frac{ad}{ab} = \frac{AD}{AB},$$

тоді

$$ad = ab \cdot \frac{AD}{AB} = 60 \cdot \frac{140}{100} = 84 \text{ мм.}$$

Відкладаємо від точки «а» по лінії (ав) відрізок $(ad) = 84$ мм і отримуємо точку «d», з'єднуємо цю точку з полюсом плану прискорень, відрізок (πd) дасть напрям прискорення a_D . Величина прискорення a_D буде $a_D = (\pi d) \cdot \mu_a = 32 \cdot 20 = 640 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$

Задача 50

Визначити модуль швидкості і прискорення точки Д шарнірного чотириланкового механізму зернового комбайну (рис. 2.7), та кутові швидкості

і прискорення ланок 2 і 3. Дано: $l_{OA} = 0,1\text{м}$; $l_{AB} = l_{BC} = 0,4\text{м}$; $l_{BD} = 0,1\text{м}$; $\omega_1 = 100\text{с}^{-1}$.

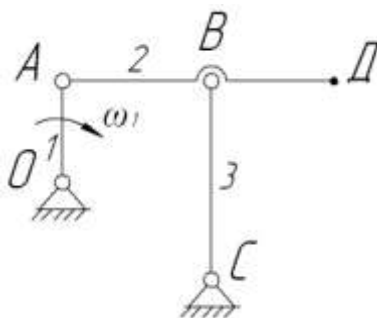


Рисунок 2.7

Задача 51

Знайти абсолютну швидкість і прискорення точки Д шарнірного чотириланкового механізму (рис. 2.8) та кутові швидкості і кутові прискорення ланок АВ і ВС. Дано: $l_{OA} = 0,05\text{ м}$; $l_{AB} = l_{BC} = 0,2\text{м}$; $\omega_1 = 20\text{ с}^{-1}$; $l_{CD} = 2l_{BC}$.

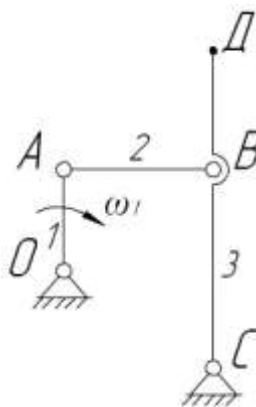


Рисунок 2.8

Задача 52

Визначити кутові швидкості і кутові прискорення ланок l_{AB} і l_{BC} шарнірного чотириланкового механізму та лінійні швидкість і прискорення точки Д (рис. 2.9). Дано: $l_{OA} = 0,1\text{м}$; $l_{AB} = l_{BC} = 0,4\text{м}$; $\omega_1 = 10\text{ с}^{-1}$; $\alpha = 45^\circ$.

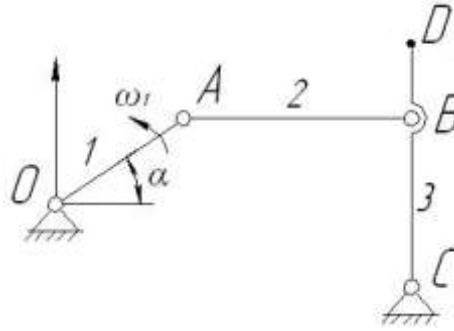


Рисунок 2.9

Задача 53

Визначити лінійні швидкість і прискорення третьої ланки синусного механізму зернозбирального комбайну (рис. 2.10 і рис. 2.11). Дано: $l_{OA} = 0,2\text{ м}$; $\omega_1 = 10\text{ с}^{-1}$; $\alpha = 45^\circ$.

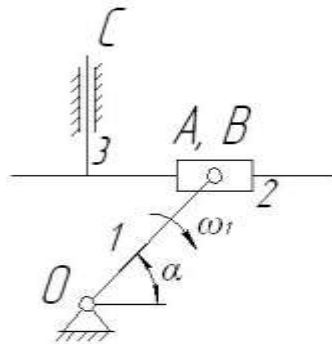


Рисунок 2.10

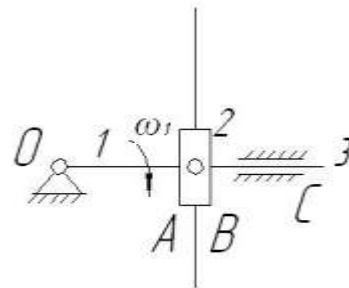


Рисунок 2.11

Задача 54

Для заданого положення чотириланкового механізму визначити кутові швидкості і прискорення усіх його ланок і швидкість і прискорення точки В. Дано: $\omega_1 = 10\text{ с}^{-1}$; $l_{OA} = 0,05\text{ м}$; $l_{AB} = l_{BC} = 0,2\text{ м}$, ланка АВ знаходиться на одній лінії з ланкою ОА утворюючи з ланкою ВС прямий кут (рис. 2. 12).

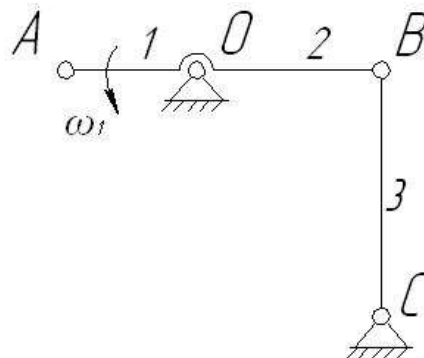


Рисунок 2.12

Задача 56

Для шестиланкового механізму конвеєра визначити швидкість і прискорення п'ятої ланки (повзуна 5). Дано: $\omega_1 = 10 \text{ с}^{-1}$; $\alpha = 30^\circ$; $l_{OA} = 0,025 \text{ м}$; $l_{AB} = l_{DE} = 0,08 \text{ м}$; $l_{BC} = 0,045 \text{ м}$; $l_{AD} = 0,04 \text{ м}$; $a = 0,08 \text{ м}$; $b = 0,025 \text{ м}$ (рис. 2.13).

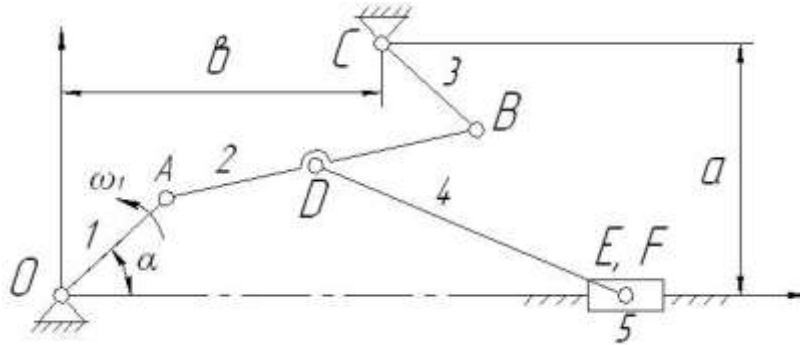


Рисунок 2.13

Задача 55

Для заданих положень кривошипно – повзункового механізму приводу ріжучого апарату валкової жатки визначити абсолютні швидкість і прискорення коси (ланки 3). Дано: $\omega_1 = 10 \text{ с}^{-1}$; $l_{OA} = 0,05 \text{ м}$; $l_{AB} = 0,2 \text{ м}$. Перше положення $e = 0$. Друге положення $e = 0,02 \text{ м}$ (рис. 2.14).

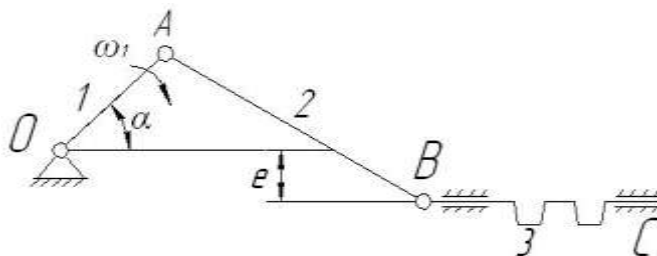


Рисунок 2.14

Задача 56

Визначити лінійні швидкість і прискорення третьої ланки тангенсного механізму прошивного пресу (рис. 2.15). Дано: $X = 0,2 \text{ м}$; $\omega_1 = 10 \text{ с}^{-1}$; $\alpha = 30^\circ$.

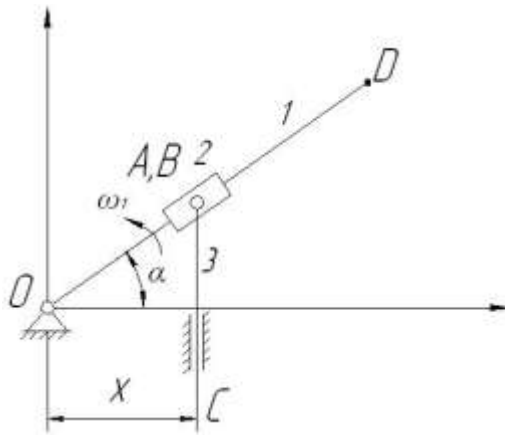


Рисунок 2.15

Задача 57

Для кулісного механізму стругального верстаку (рис. 2.16), визначити лінійні швидкість і прискорення точки D . Дано: $\omega_1 = 10 \text{ с}$; $l_{OA} = 0,15\text{м}$; $l_{OC} = 0,35\text{м}$; $l_{CD} = 0,70\text{м}$; $\alpha = 90^\circ$.

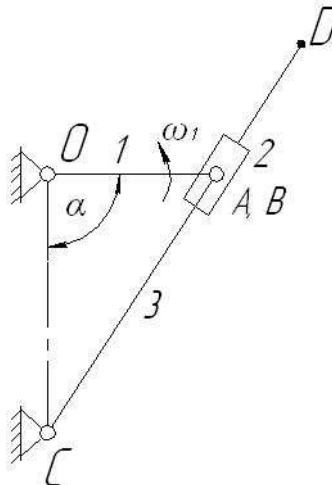


Рисунок 2. 16

Задача 58

Для заданого положення шестиланкового механізму визначити абсолютні швидкість і прискорення повзуна 5 (рис. 2.17). Дано: $\omega_1 = 25\text{с}$; $l_{OA} = 0,04\text{м}$; $l_{AB} = l_{DE} = 0,12\text{м}$; $l_{AD} = 0,06\text{м}$; $\alpha = 30^\circ$.

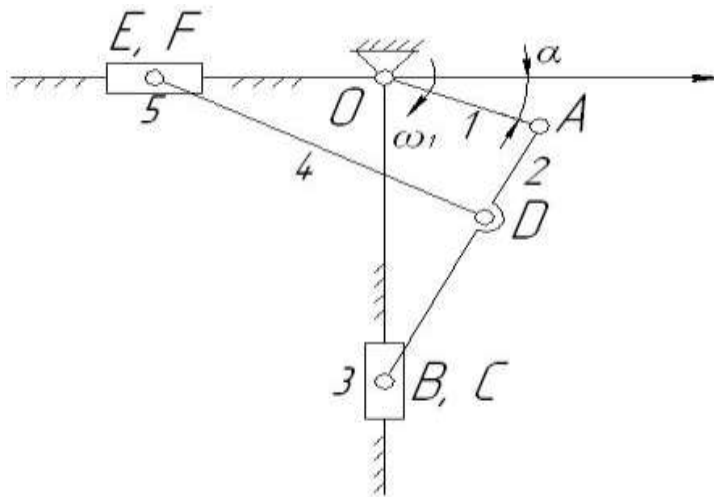


Рисунок 2.17

Задача 59

Для заданого положення шестиланкового механізму з одним повзуном визначити абсолютні швидкість і прискорення 5 ланки (рис. 2.18). Дано: $\omega_1 = 15 \text{ с}^{-1}$; $l_{OA} = 0,013 \text{ м}$; $l_{AB} = l_{CD} = 0,09 \text{ м}$; $l_{BOI} = 0,04 \text{ м}$; $l_{OOI} = 0,09 \text{ м}$; $l_{OC} = 0,5 l_{OA}$; $Y = 0,02 \text{ м}$; $\alpha = 45^\circ$.

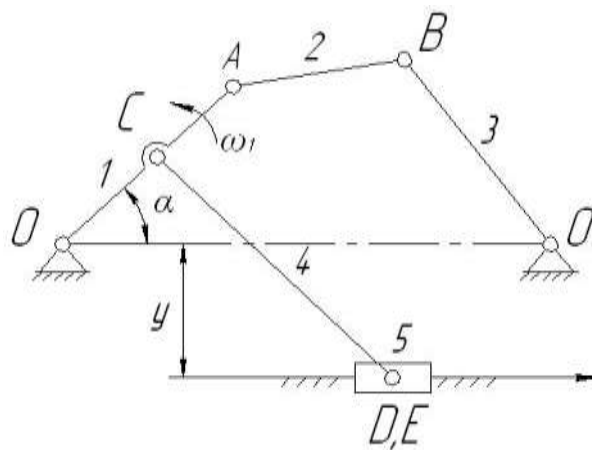


Рисунок 2.18

Задача 60

Для заданого положення кривошипно-повзункового механізму чотиритактного двигуна внутрішнього згорання колісного трактора визначити абсолютні швидкість і прискорення поршня 5 (рис. 2.19). Дано: $\omega_1 = 157 \text{ с}^{-1}$; $l_{OA} = 0,04 \text{ м}$; $l_{AC} = l_{AE} = 0,12 \text{ м}$; $l_{AS2} = l_{AS4} = 0,03 \text{ м}$.

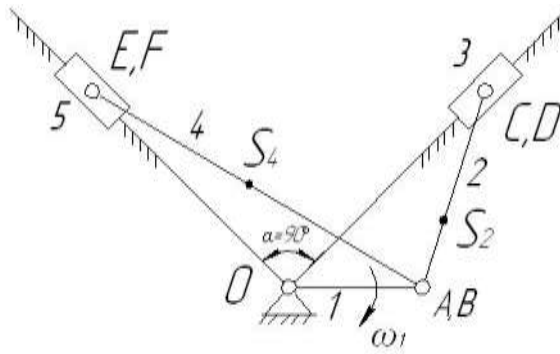


Рисунок 2.19

Задача 61

Для заданого положення механізму поршневого компресора визначити абсолютні швидкість і прискорення поршня 5 (рис. 2.20). Дано: $\omega_1 = 100 \text{ с}^{-1}$; $l_{OA} = 0,04 \text{ м}$; $l_{OO_1} = 0,012 \text{ м}$; $l_{OIC} = 0,08 \text{ м}$; $l_{CD} = 0,13 \text{ м}$; $\alpha = 90^\circ$.

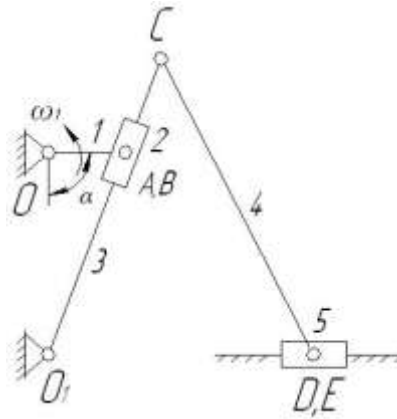


Рисунок 2.20

Задача 62

Визначити абсолютні швидкість і прискорення коси (ланка 5) валкової жатки зернозбирального комбайну (рис. 2.21). Дано: $\omega_1 = 40 \text{ с}^{-1}$; $l_{OA} = 0,04 \text{ м}$; $l_{AB} = l_{DE} = 0,12 \text{ м}$; $l_{AD} = 0,06 \text{ м}$; $\alpha = 45^\circ$.

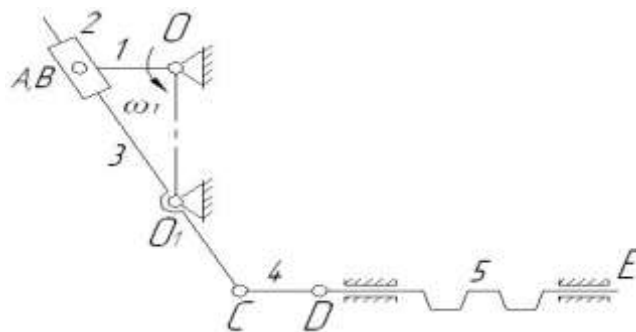


Рисунок 2. 21

Задача 63

Визначити абсолютні швидкість і прискорення п'ятої ланки механізму прошивного пресу (рис. 2.22). Дано: $n = 250 \text{ хв}^{-1}$; $l_{OA} = 0,04 \text{ м}$; $l_{AB} = 0,15 \text{ м}$; $l_{OIB} = 0,10 \text{ м}$; $a = 0,12 \text{ м}$; $b = 0,09 \text{ м}$; $c = 0,21 \text{ м}$; $l_{AS2} = 0,5 \cdot l_{AB}$; $l_{OIS3} = 0,5 \cdot l_{OIC}$.

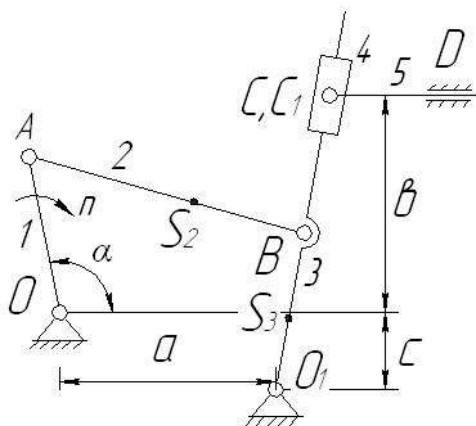


Рисунок 2.22

Задача 64

Визначити абсолютні швидкість і прискорення п'ятої ланки механізму горизонтального конвеєра (рис. 2.23). Дано: $n_1 = 50 \text{ хв}^{-1}$; $l_{OA} = 0,1 \text{ м}$; $l_{AB} = 0,46 \text{ м}$; $l_{BC} = 0,33 \text{ м}$; $l_{BD} = 1,50 \text{ м}$; $X = 0,34 \text{ м}$; $Y = 0,06 \text{ м}$; $l_{AS2} = 0,5$; l_{AB} ; $l_{CS3} = 0,5 \cdot l_{CB}$; $l_{BS4} = 0,5 \cdot l_{BD}$; $\alpha = 45^\circ$.

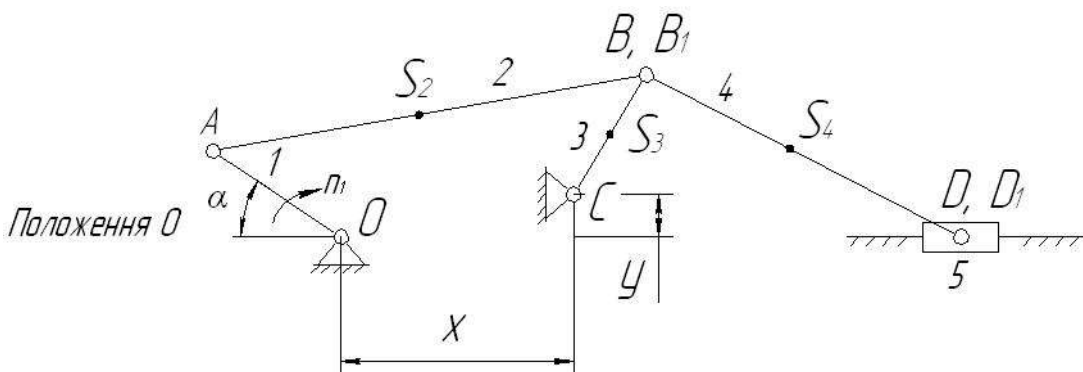


Рисунок 2.23

Задача 65

Визначити абсолютні швидкість і прискорення п'ятої ланки шестиланкового механізму з горизонтальною подачею вантажу (рис. 2.24). Дано: $n_1 = 100 \text{ хв}^{-1}$; $l_{OA} = 0,9 \text{ м}$; $l_{AB} = 0,43 \text{ м}$; $l_{BC} = l_{BD} = 0,25 \text{ м}$; $a = 0,34 \text{ м}$; $b = 0,06 \text{ м}$; $l_{AS2} = 0,5 \cdot l_{AB}$; $l_{BS3} = 0,5 \cdot l_{BC}$; $l_{BS4} = 0,5 \cdot l_{BD}$; $\alpha = 45^\circ$.

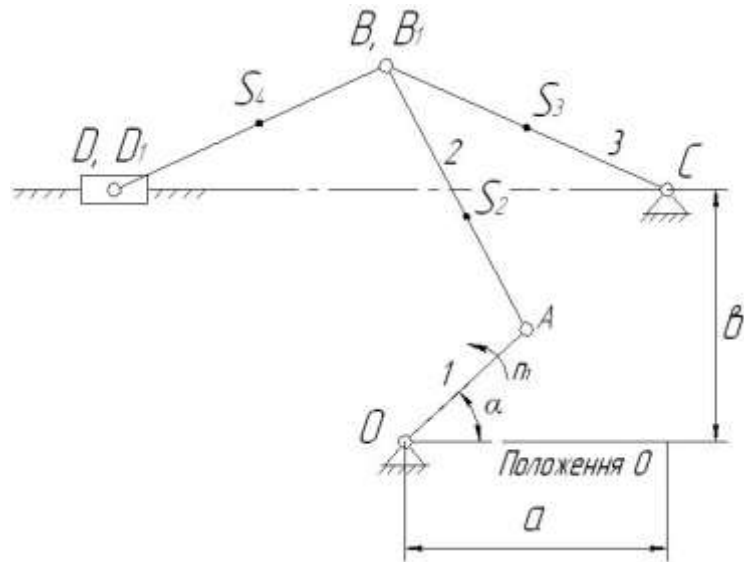


Рисунок 2.24

Задача 65

Визначити абсолютні швидкість і прискорення п'ятої ланки шестиланкового механізму (рис. 2.25). Дано: $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}$; $\alpha = 30^\circ$; $X_1 = 0,1 \text{ м}$; $X_2 = 0,05 \text{ м}$.

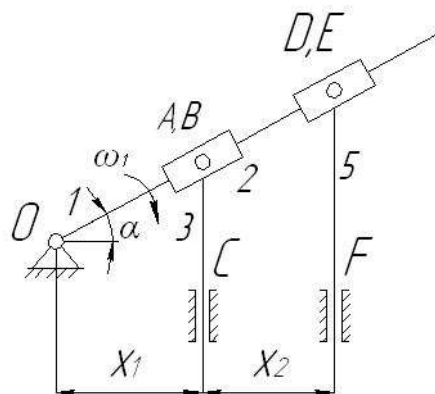


Рисунок 2.25

Задача 66

Визначити абсолютні швидкість і прискорення п'ятої ланки шестиланкового механізму (рис. 2.26). Дано: $\omega_1 = 25 \text{ с}^{-1}$; $l_{OA} = 0,025 \text{ м}$; $l_{AB} = l_{AC} = 0,03 \text{ м}$; $l_{CD} = 0,10 \text{ м}$; $l_{OIB} = 0,075 \text{ м}$; $a = 0,075 \text{ м}$; $v = 0,02 \text{ м}$; $c = 1,5 \cdot v$.

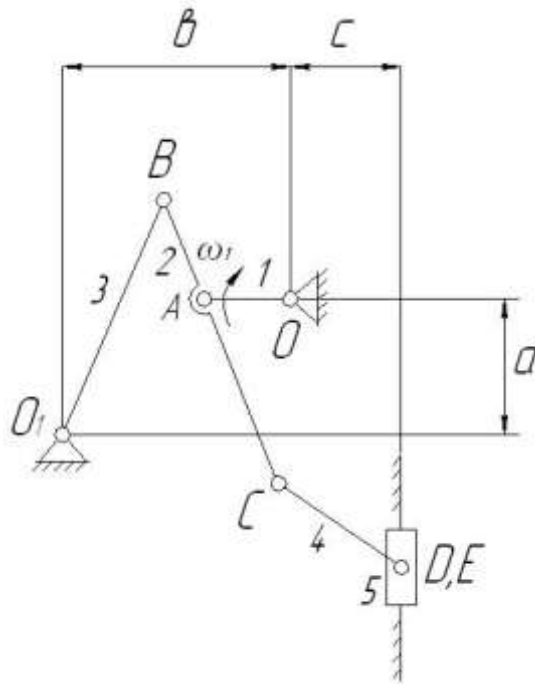


Рисунок 2.26

Задача 67

Визначити абсолютні швидкість і прискорення п'ятої ланки та точки S шестиланкового механізму (рис. 2.27). Дано: $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}$; $l_{OA} = 0,06 \text{ м}$; $l_{AB} = 0,12 \text{ м}$; $l_{CD} = 0,15 \text{ м}$; $l_{OO1} = 0,10 \text{ м}$; $l_{O1B} = 0,01 \text{ м}$; $l_{BC} = 0,05 \text{ м}$; $l_{O1C} = 0,13 \text{ м}$; $\alpha = 30^\circ$; $l_{AS} = 0,5 l_{AB}$.

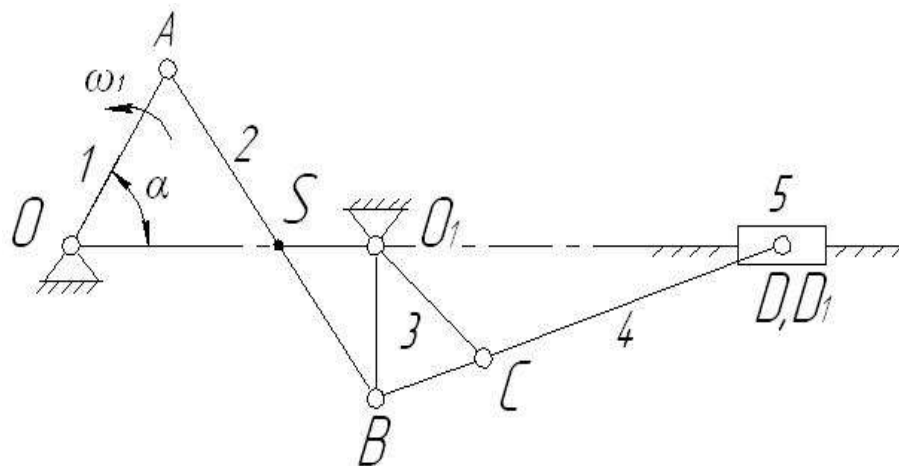


Рисунок 2.27

РОЗДІЛ 3. КІНЕТОСТАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ПЛОСКИХ ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ

3.1 Задачі динамічного дослідження

Кінематичний аналіз руху механізмів виконують з урахуванням структури та геометричних характеристик ланок, але це відбувається без урахування сил і моментів сил, прикладених до ланок які постійно змінюються по величині і напрямку. Основними задачами динаміки механізмів і машин являються:

- визначення реакцій в кінематичних парах механізмів, або, інакше кажучи, тисків, що виникають у місцях зіткнення елементів кінематичних пар;
- визначення величини зрівноважуючої сили (зрівноважуючого моменту);
- визначення потужності сил опору, сил тертя, рушійних сил і механічного коефіцієнту корисної дії (ККД);
- визначення закону руху механізму, який знаходиться під дією заданих сил;
- знаходження умов, які б забезпечували заданий закон руху механізму;
- зрівноважування ланок механізму.

Перші три пункти характеризують першу задачу динаміки – *по заданому закону початкової ланки необхідно визначити сили які діють на механічну систему.*

Друга (обернена) задача динаміки: по заданим силам необхідно визначити рух механічної системи (пункти 4 і 5).

Динамічний аналіз механізму виконується після структурного і кінематичного, коли вже складена структурна формула механізму і визначені лінійні і кутові переміщення, швидкості і прискорення всіх ланок механічної системи.

3.2 Силовий розрахунок механізмів

При роботі механізму в результаті дії всіх прикладених до ланок зазначених сил у кінематичних парах виникають реакції, які безпосередньо не впливають на характер руху механізму, але на поверхнях елементів кінематичних пар викликають сили тертя. Ці сили є силами шкідливого опору.

Силовий розрахунок полягає у визначенні реакцій у кінематичних парах. Визначені сили і моменти сил необхідні для розрахунку ланок на міцність, жорсткість, зносостійкість і вібростійкість, для визначення потужності двигуна, ККД та інших розрахунків, які виконуються при проектуванні механізмів. Використовуючи рівняння рівноваги для розрахунку ланок, що рухаються, використовується принцип Д'Аламбера згідно якого *ланка механізму може знаходитися в рівновазі, якщо до всіх активних сил і сил реакцій, що діють на ланку, додати сили інерції*.

Рівняння рівноваги в даному випадку називаються рівняннями кінетостатики, щоб відрізнити їх від звичайних рівнянь статyki, а метод силового розрахунку з їх використанням – *кінетостатичним аналізом механізму*.

3.3 Класифікація сил, які діють на ланки механізму

Усі сили, що діють на ланки механізмів, умовно поділяються на: зовнішні і внутрішні.

Зовнішні сили, це сили, що діють на механічну систему із зовні і здійснюють певну роботу над цією системою. Вони, в свою чергу, поділяються на: *рушійні* сили (F_p), робота яких завжди позитивна (енергія системи збільшується); сили *опору* (F_o), робота яких завжди від'ємна (енергія системи зменшується). Рушійні сили створюються двигунами, які перетворюють будь який вид енергії у механічну енергію. Сили опору діляться на: сили *корисного (виробничого) опору* ($F_{ко}$) – це сили, для подолання яких призначена машина і сили *тертя* F_m (діссіпативні сили). Вони виникають в кінематичних парах і робота їх завжди від'ємна. До сил корисного опору відносяться сили різання в

механізмі жнивarki комбайна, сили тиску газу в механізмі компресора і т.д. До зовнішніх сил також відносяться сили які виникають при взаємодії з потенціальними полями (*потенційні сили*), величина їх залежить від потенціалу точки, у якій розміщується тіло. Потенціальне поле сила *тяжіння* або *сила ваги* (G). Сила ваги ланки при опусканні є рушійною, а при підйманні опору.

Внутрішні сили – тиск однієї ланки на іншу. Ці сили в механічних системах називаються *силами реакції* (R). Робота цих сил не змінює енергію механічної системи. Реакції в кінематичних парах виникають не тільки унаслідок впливу зовнішніх сил на ланки механізму, але і внаслідок руху окремих мас механізму з прискоренням. Реакції безпосередньо не впливають на характер руху ланок механізму, але від величини реакції залежить сила тертя в кінематичних парах і. Як відомо, робота сил тертя переходить в тепло, що приводить до нагріву елементів кінематичної пари.

Реакція, як і люба інша сила, має величину, точку прикладення і напрямок дії.

Розрахункові сили в дійсності не існують в реальних умовах, а використовуються тільки в розрахунках. До них відносяться: сили *інерції* F_{in} (моменти інерції M_{in}) і *зрівноважувальні* сили F_{zp} (зрівноважувальні моменти M_{zp}) сили, які здійснюють роботу по узагальненій координаті, величина якої відповідає роботі реальних сил механічної системи. Ця сила (момент сили), прикладається до вхідної ланки механізму. Максимальна величина зрівноважуючого моменту являється базовою для визначення необхідної потужності двигуна.

Сили інерції виникають при зміні швидкості за величиною або напрямком і обумовлені такими обставинами:

- наявністю певної маси ланок;
- наявністю прискорення кожної матеріальної точки ланки при її русі.

При приєднанні усіх сил до механічної системи, на яку діють всі інші сили, виникає квазістатична рівновага.

3.4 Сили інерції ланок плоских механізмів

В плоских важільних механізмах під час руху виникають динамічні сили. Вони спричиняють в ланках додаткові напруги та тиски у кінематичних парах, це приводить до підвищення тертя, а як наслідок збільшується знос елементів пар, знижується коефіцієнт корисної дії, підвищується вібрації та збільшується нерівномірність руху механічної системи.

Ланки плоских механізмів можуть здійснювати поступальний, обертальний або плоско паралельний рухи. Плоско паралельний рух ланки складається із поступального і обертального рухів. З курсу теоретичної механіки відомо, що динамічне навантаження ланки, яка здійснює складний рух зводиться до сили інерції прикладеної в центрі маси S ланки і моменту сил інерції M_{in} :

$$F_{in} = -m \cdot a_S; \quad (3.1)$$

$$M_{in} = -I_S \cdot \varepsilon, \quad (3.2)$$

де m – маса ланки, кг; a_S – прискорення центра мас ланки, м/с^2 ; I_S – момент інерції ланки відносно осі, що проходить через центр її ваги, $\text{кг} \cdot \text{м}^2$; ε – кутове прискорення ланки, с^{-2} .

Момент інерції ланки відносно осі, перпендикулярній до площини руху і який проходить через його центр мас визначається по формулі:

$$I_S = \frac{m \cdot l^2}{12}, \quad (3.3)$$

де l – довжина ланки, м.

Знак мінус у формулах вказує на те, що сила інерції і момент сили інерції направлені протилежно лінійному та кутовому прискоренням відповідно. В системі СІ сила вимірюється в H , а моменти в $H \cdot \text{м}$.

Нехай ланка здійснює плоско паралельний рух (рис. 3.1,а). На цю ланку одночасно діє сила інерції F_{in} , і момент від сил інерції M_{in} .

Дію сили інерції і моменту сил інерції на ланку доцільно замінити дією однієї сили інерції F_{in}^I (рис. 3.2,б), що розміщена на деякій відстані від центра мас ланки. Ця відстань визначається так:

$$h = \frac{M_{in}}{F_{in}}. \quad (3.4)$$

На рис. 3.1,в показано як можна замінити дію сили і моменту сил трьома силами прикладеними в точках А, В, S. Величина пари сил визначається за формулою:

$$F_{in}^I = F_{in}^{II} = \frac{M_{in}}{AB}. \quad (3.5)$$

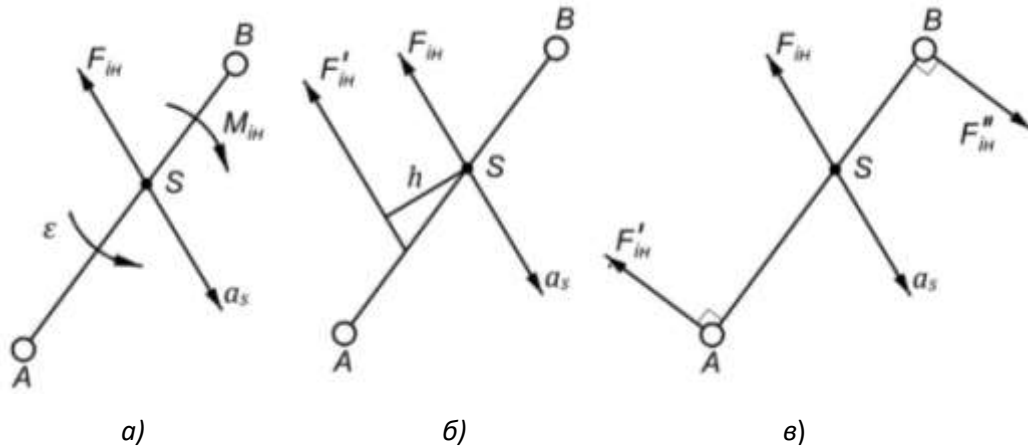


Рисунок 3.1

Якщо ланка здійснює поступальний рух (рис. 3.2), то вона навантажена тільки силою інерції, $F_{in} = -m \cdot a_S$.

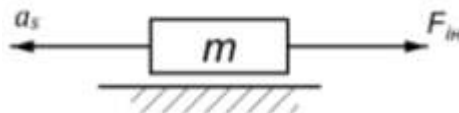


Рисунок 3.2

Ланки, що обертаються, можуть бути навантажені по різному, це залежить від розташування центра мас і величини кутового прискорення. На рис. 3.3 наведені приклади динамічного навантаження обертюваних ланок.

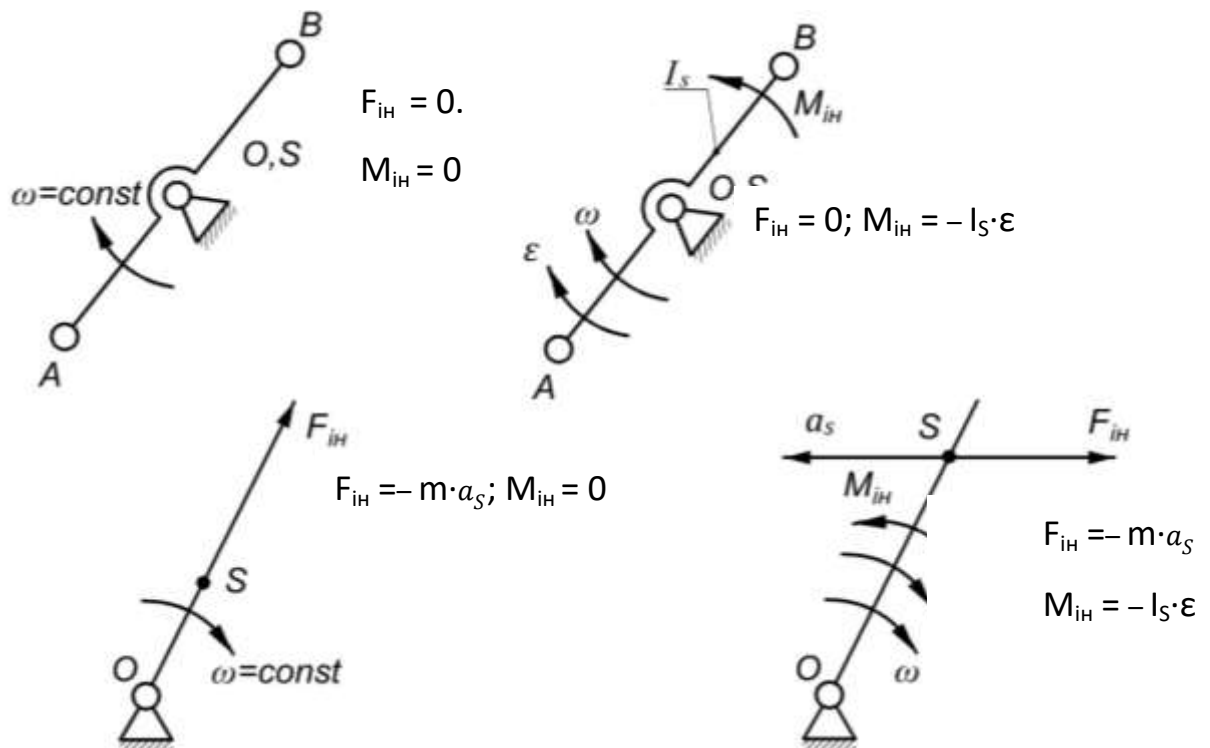


Рисунок 3.3

Якщо ланка здійснює нерівномірний обертальний рух навколо кінематичної пари O , що не збігається з центром її ваги (рис. 3.4), то сили інерції і момент від сил інерції необхідно замінити однією силою інерції.

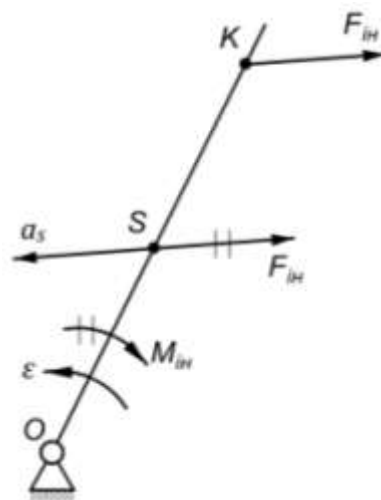


Рисунок 3.4

Точка прикладення такої сили обчислюється за формулою:

$$L_{OK} = L_{OS} + \frac{I_S}{m \cdot L_{OS}}, \quad (3.6)$$

де L_{OS} – відстань від шарніра O до центра ваги S ланки, мм.

3.5 Методика і порядок силового розрахунку механізмів

Відомо, що у механізмах статично визначеними системами є структурні групи Ассура. Тому при силовому розрахунку механізм поділяється на структурні групи, до яких слід прикласти усі зовнішні сили, включаючи динамічні (сили інерції і моменти від сил інерції). До вільних елементів кінематичних пар слід прикласти реакції. Під дією усіх цих сил структурна група знаходиться у рівновазі, а тому можна скласти відповідну кількість рівнянь рівноваги, розв'язуючи які знаходяться невідомі реакції. Причому силовий розрахунок треба починати з останньої приєднаною до механізму структурної групи і закінчувати силовим розрахунком початкової ланки.

3.6 Приклади на силовий розрахунок механізмів

Приклад 3.1. Визначити реакції в кінематичних парах О, А, В і С кривошипно – повзункового механізму одноциліндрового двигуна внутрішнього згорання (рис. 3.5). Розміри ланок: $l_{OA} = 0,25\text{м}$; $l_{AB} = 0,60\text{м}$; $l_{AS_2} = 0,20\text{м}$. Навантаження на ланки механізму: $F_p = 1000\text{Н}$; $F_{iH_3} = 250\text{Н}$; $F_{iH_2} = 200\text{Н}$; $M_{iH_2} = 2,0\text{Н}\cdot\text{м}$. Кут відхилення ланки ОА від осі ОХ $\alpha = 30^\circ$, а кут відхилення сили F_{iH_2} вимірюється кутом $\beta = 60^\circ$.

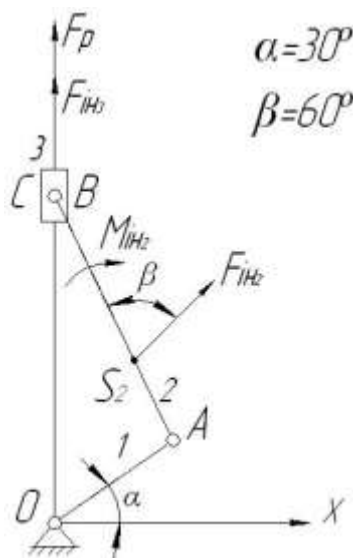


Рисунок 3.5

Рішення

Виділяємо групу Ассура і прикладаємо до неї всі відомі сили і реакції в точках А і С (рис. 3.6,*a*).

Для визначення реакції в точці А складемо рівняння рівності нулю сум моментів усіх сил, що діють на ланки 2 і 3, відносно пари А. Напрямок реакції R_C приймаємо довільно. Якщо в результаті розрахунку значення реакції матиме від'ємне значення, то це буде свідчити про те, що дійсний напрямок реакції буде протилежним прийнятому. Для складання рівняння моментів на рисунку (рис. 3.6,*a*) проставимо короткі відстані від шарніра А до сил які діють на групу.

$$\sum M(A) = 0; (F_P + F_{iH_3}) \cdot H_2 + F_{iH_2} \cdot H_3 + M_{iH_2} - R_C \cdot H_1 = 0.$$

Із записаного моментного рівняння визначаємо величину і напрямок реакції R_C :

$$R_C = \frac{(F_P + F_{iH_3}) \cdot H_2 + F_{iH_2} \cdot H_3 + M_{iH_2}}{H_1} = \frac{(1000 + 250) \cdot 0,20 + 200 \cdot 0,15 + 2,0}{0,58} = 486,2 \text{ Н}.$$

Складемо векторне рівняння рівноваги сил, що діють на групу Ассура (ланки 2–3):

$$\sum \bar{F}_i = \bar{R}_C + \bar{F}_P + \bar{F}_{iH_3} + \bar{F}_{iH_2} + \bar{R}_A = 0.$$

У цьому рівнянні невідомі величина і напрямок реакції $\bar{R}_A$. Величина і напрямок цієї реакції можуть бути визначені шляхом побудови плану сил.

Визначаємо масштаб плану сил за формулою:

$$\mu_F = \frac{F_P}{(1-2)} = \frac{1000}{100} = 10 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}.$$

Відомі за величиною сили переводимо у відрізки:

$$(5-1) = \frac{R_C}{\mu_F} = \frac{486,2}{10} = 48,62 \text{ мм};$$

$$(2-3) = \frac{F_{iH_3}}{\mu_F} = \frac{250}{10} = 25 \text{ мм};$$

$$(3-4) = \frac{F_{iH_2}}{\mu_F} = \frac{200}{10} = 20 \text{ мм};$$

З точки 5 відкладаємо вектор $(\overline{5 - 1})$. Далі, до цього вектора додаємо два вектори $(\overline{1 - 2})$ і $(\overline{2 - 3})$, які направлені вертикально уверх. До точки 3 додаємо вектор $(\overline{3 - 4})$.

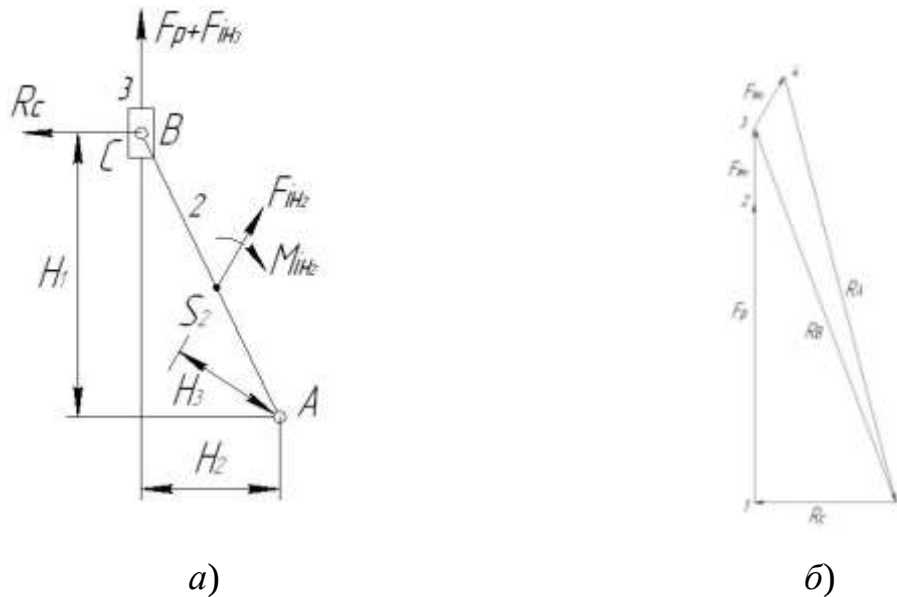


Рисунок 3.6

Після побудови всіх відомих сил векторного рівняння з'єднуємо точки 4 і 5, і одержуємо вектор $(\overline{4 - 5})$, що зображує невідому за напрямком реакцію $\bar{R}_A$ (рис. 3.6,б). Модуль цієї реакції визначається наступним чином:

$$R_A = (4 - 5) \cdot \mu_F = 142 \cdot 10 = 1420 \text{ Н.}$$

Переходимо тепер до визначення реакції в кінематичній парі О. Для цього розглянемо рівновагу механізму першого класу (рис. 3.7,а). Рівновага буде тоді, коли до пари А приєднаємо реакцію $\bar{R}_A$ і зрівноважувальну силу $F_{зр}$. Реакція $\bar{R}_A$ в точці А діє з боку ланки 2 на ланку 1, вона рівна за величиною, але протилежна за напрямком реакції, що діє на ланку 2 з боку ланки 1. Щоб була рівновага механізму першого класу, необхідно в точку А прикласти силу $F_{зр}$, перпендикулярно ланці ОА.

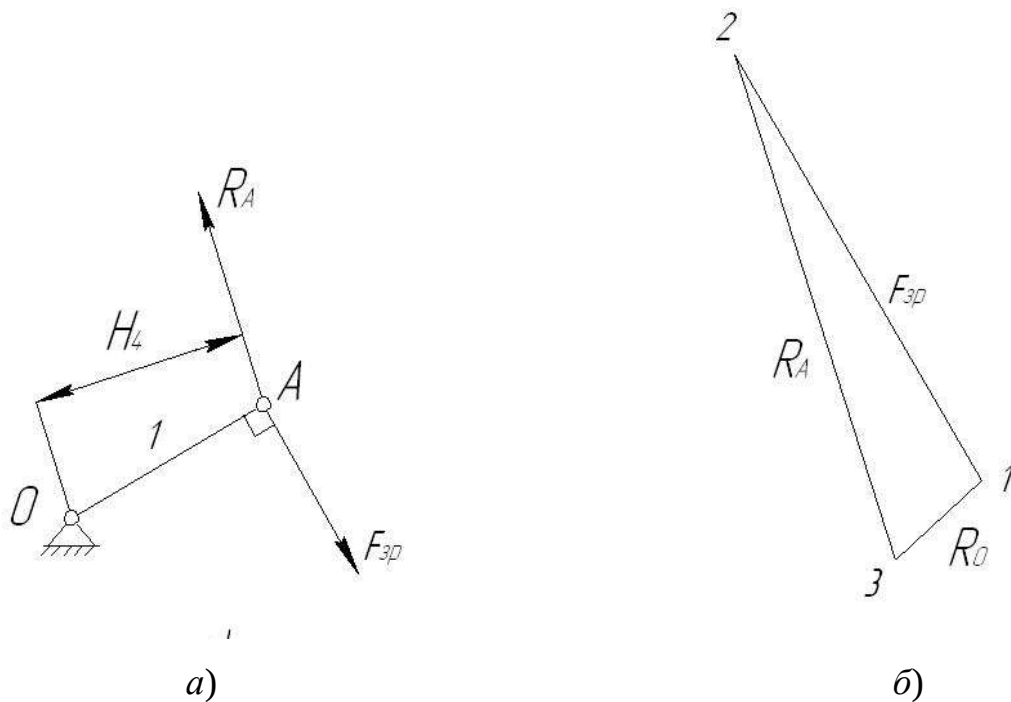


Рисунок 3.7

Запишемо рівняння рівноваги моментів сил, що діють на ланку 1, відносно точки O:

$$\sum_1 M(O) = F_{3p} \cdot l_{OA} - R_A \cdot H_4 = 0.$$

Тоді

$$F_{3p} = \frac{R_A \cdot H_4}{l_{OA}} = \frac{1420 \cdot 0,23}{0,25} = 1306,4 \text{ Н.}$$

Складемо векторне рівняння сил, що діють на ланку 1:

$$\bar{F}_{3p} + \bar{R}_A + \bar{R}_O = 0.$$

Для визначення реакції R_O побудуємо план сил в масштабі $\mu_F = 20 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}$.

Переводимо відомі за модулем сили у відрізки: $\overline{(1-2)} = F_{3p} / \mu_F =$

$1306,4 / 20 = 65,3 \text{ мм}; \overline{(2-3)} = R_A / \mu_F = 1429 / 20 = 71 \text{ мм.}$ Знаючи розміри

векторів сил на кресленні будуємо план сил, для цього з точки 1 відкладаємо вектор $\overline{(1-2)}$, а з точки 2 вектор $\overline{(2-3)}$. Точки 3 і 1 з'єднуємо прямою лінією. Відрізок (1-3) дасть нам напрямок вектора реакції $\bar{R}_O$. Величину реакції можна визначити так:

$$R_O = (1 - 3) \cdot \mu_F = 30 \cdot 20 = 600 \text{ Н.}$$

Приклад 3.2. Визначити реакції в кінематичних парах О, А, В, С (рис. 3.8,а) і зрівноважувальний момент $M_{зр}$, який прикладений до ланки ОА, якщо $OA = 100\text{мм}$, $AB = BC = 400\text{мм}$, кут $\varphi = 45^\circ$, вісь ланки АВ – горизонтальна, а вісь ланки ВС – вертикальна. Ланки АВ і ВС навантажені силами F_2 і F_3 величини яких рівні між собою $F_2 = F_3 = 100\text{Н}$. Сили прикладені в точках D і К, котрі ділять між шарнірні відстані пополам.

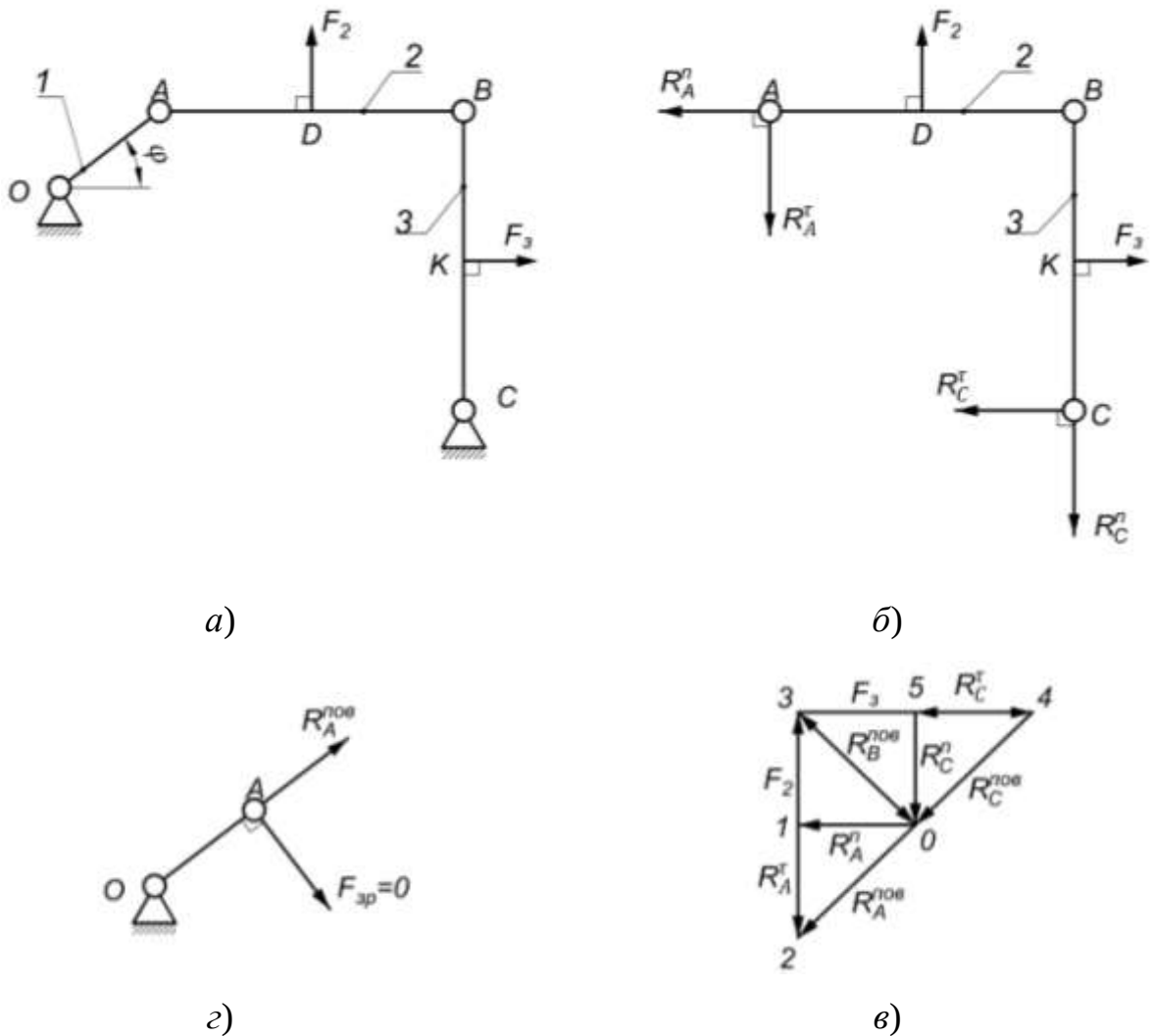


Рисунок 3.8

Рішення

Виділяємо групу Ассура (ланки 2 і 3), в кінематичних парах А і С про ставляємо нормальні і дотичні реакції (рис. 3.8,б). Складаємо рівняння моментів сил відносно точки В окремо для другої і третьої ланок відповідно.

$$\sum M_B(\vec{F}) = R_A^r \cdot (AB) - F_2 \cdot (BD) = 0, \text{ для ланки 2.}$$

$$\sum M_B(\vec{F}) = R_C^r \cdot (BC) - F_2 \cdot (BK) = 0, \text{ для ланки 3.}$$

З цих формул видно, що $R_A^r = R_C^r$, тоді маємо:

$$R_A^r = F_2 \frac{(BD)}{(AB)} = 100 \cdot \frac{200}{400} = 50 \text{ Н.}$$

Так як $R_A^r = R_C^r$, тоді $R_C^r = 50 \text{ Н.}$

Для визначення повних реакцій в кінематичних парах А, В і С будуємо в масштабі $\mu_F = 2,5 \text{ Н/мм}$ план сил. Для його побудови складемо наступне векторне рівняння сил, котрі діють на дану структурну групу.

$$\vec{R}_A^n + \vec{R}_A^r + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{R}_C^r + \vec{R}_C^n = 0.$$

Перевівши сили у відрізки отримаємо:

$$(\overline{0-1}) + (\overline{1-2}) + (\overline{2-3}) + (\overline{3-4}) + (\overline{4-5}) + (\overline{5-0}) = 0.$$

На основі векторного рівняння сил побудований план сил (рис. 3.8,в). З плану сил визначаємо повні реакції в кінематичних парах А, В і С. Величини їх будуть:

$$R_A^{нов} = R_B^{нов} = R_C^{нов} = 70,7 \text{ Н.}$$

Будуємо механізм першого класу (рис. 3.8,г) і в точці А прикладаємо $F_{зр}$ і $R_A^{нов}$. При чому $R_A^{нов}$ направлена протилежно $R_A^{нов}$ плану сил. З рис. 3.8,г видно, що $R_A^{нов}$ діє по осі ланки ОА тому $F_{зр} = 0$. Із цього ж рисунку видно, що $R_O^{нов} = R_A^{нов} = 70,7 \text{ Н.}$

Приклад 3.3 Визначити реакції в кінематичних парах О, А і В і точках С₁ і С₂ синусного механізму (рис. 3.9) і зрівноважувальний момент $M_{зр}$, який прикладений до ланки ОА, від сили F_3 , що діє на ланку 3, якщо ОА = 100мм, С₁С₂ = 200мм, кут $\alpha = 45^\circ$ і сила $F_3 = 100\text{Н.}$

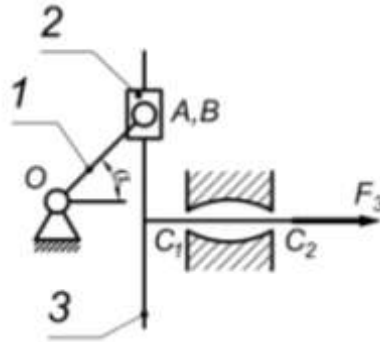


Рисунок 3.9

Рішення

Виділимо групу Ассура і дію опор замінюємо дією реакцій (рис. 3. 10).

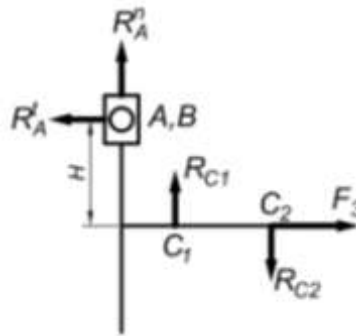


Рисунок 3.10

Із рівноваги ланки 2 видно, що $R_A^n = 0$, а $R_A^t = R_A = R_D$.

Припустимо, що $R_{C1} = R_{C2}$, тоді $R_D = F_3 = 100\text{Н}$. Це значить, що $R_A = 100\text{Н}$.

Складемо рівняння моментів сил відносно точки C_1 :

$$R_{C2} \cdot l_{C1C2} - R_A \cdot H = 0.$$

де $H = l_{OA} \cdot \cos \alpha = 100 \cdot \cos 45^\circ = 100 \cdot 0,7 = 70 \text{ мм}$.

Підставивши значення H у рівняння моментів визначимо R_{C2} :

$$R_{C2} = 100 \cdot 100 \cdot 0,7 / 200 = 35 \text{ Н}.$$

Для визначення реакції R_{C2} складемо векторне рівняння сил що діють на групу Ассура 2 класу 2 порядку п'ятого виду:

$$\bar{R}_D + \bar{R}_{C1} + \bar{F}_3 + \bar{R}_{C2} = 0.$$

Із векторного рівняння видно що $R_{C1} = R_{C2} = 35\text{Н}$.

Виділимо механізм першого класу (рис. 3.11) і прикладемо до кінематичної пари А дві сили $F_{зр}$ і R_A . Складемо рівняння моментів сил відносно точки О:

$$F_{зр} \cdot l_{OA} - R_A \cdot H = 0,$$

$$\text{де } H = l_{OA} \cdot \cos \alpha = 100 \cdot \cos 45^\circ = 100 \cdot 0,7 = 70 \text{ мм.}$$

Тоді:

$$F_{зр} = \frac{R_A \cdot H}{l_{OA}} = \frac{100 \cdot 70}{100} = 70 \text{ Н}$$

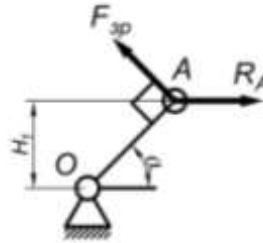


Рисунок 3.11

Визначимо зрівноважувальний момент:

$$M_{зр} = F_{зр} \cdot l_{OA} = 70 \cdot 0,1 = 7,0 \text{ Н·м.}$$

Реакція в кінематичній парі О буде $R_O = R_A = 100 \text{ Н}$.

Задача 68

Для заданого положення шарнірного чотириланкового механізму кермової трапеції колісного трактора (рис. 3.12) визначити величини реакцій в кінематичних парах О, А, В, С, а також величину зрівноважувального моменту, який прикладається до ланки ВС. Дано: $l_{OA} = l_{BC} = 0,10 \text{ м}$; $l_{AB} = l_{OC} = 0,50 \text{ м}$; $M_3 = 4,0 \text{ Н·м}$; $AB \perp BC \perp AO$.

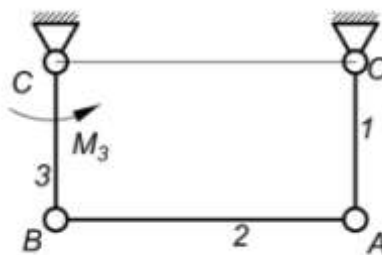


Рисунок 3.12

Задача 69

Визначити реакції в кінематичних парах, зрівноважувальну силу та миттєву потужність на кривошипі, кривошипно – повзункового механізму

автомобільного двигуна в положенні, коли кривошип повернутий на кут $\alpha = 45^\circ$ (рис. 3.13). Дано: $l_{OA} = 0,055\text{м}$; $l_{AB} = 0,20\text{м}$. Тиск газів на поршень $F_3 = 7500\text{Н}$. Кривошип обертається рівномірно зі швидкістю $n_1 = 2800\text{хв}^{-1}$.

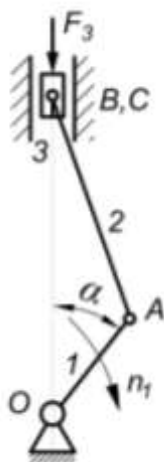


Рисунок 3.13

Задача 70

Для заданого положення сінного пресу (рис. 3.14) визначити величини реакцій в кінематичних парах О, А, В і С, та зрівноважувальний момент прикладений до ланки ОА і миттєву потужність на кривошипі. Дано $l_{OA} = 0,20\text{м}$; $l_{AB} = 0,40\text{м}$; $e = 0,01\text{м}$; $n = 250\text{ хв}^{-1}$; $F_3 = 1500\text{Н}$; $\alpha = 90^\circ$.

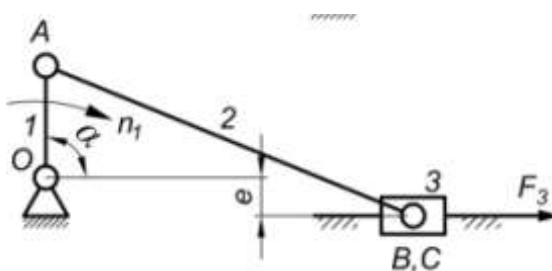


Рисунок 3.14

Задача 71

Для заданого положення шарнірного чотириланкового механізму тістомісильної машини (рис. 3.15) визначити реакції в кінематичних парах О, А, В і С, зрівноважувальний момент прикладений до ланки ОА та миттєву потужність на кривошипі. Дано: $l_{OA} = 0,15\text{м}$; $l_{AB} = 0,50\text{м}$; $l_{BC} = 0,55\text{м}$; $l_{AD} = 0,15\text{м}$; $l_{DK} = 0,05\text{м}$; $F_2 = 2000\text{Н}$; $\beta = 60^\circ$; $n_1 = 150\text{хв}^{-1}$.

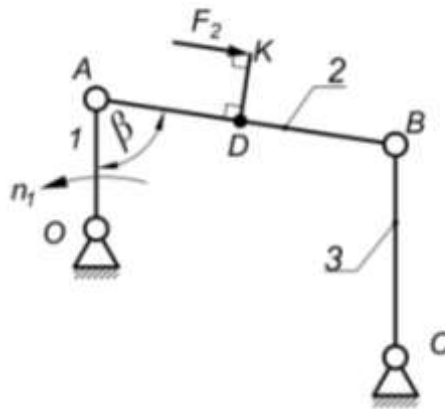


Рисунок 3.15

Задача 72

Для заданого положення шарнірного чотириланкового механізму портального крану (рис. 3.16) визначити реакції в кінематичних парах О, А, В і С, та зрівноважувальний момент прикладений до кривошипа ОА. Дано:

$l_{OA} = 0,50\text{м}$; $l_{BC} = 0,70\text{м}$; $l_{OC} = 0,25\text{м}$; $l_{BD} = 0,15\text{м}$; $\alpha = 90^\circ$; $m_T = 1000\text{кг}$.

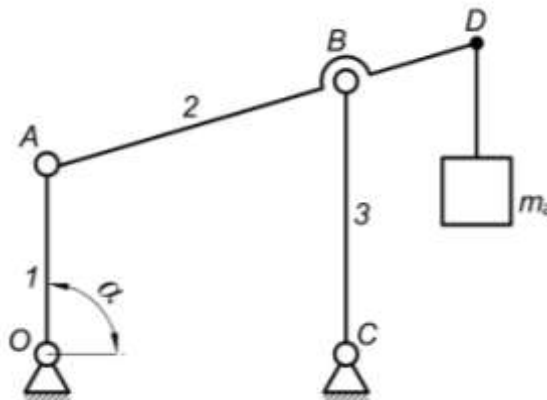


Рисунок 3.16

Задача 73

Для заданого положення шарнірного чотириланкового механізму соломо набивача зернового комбайна (рис. 3.17) визначити реакції в кінематичних парах О, А, В і С, зрівноважувальний момент який прикладений до ланки ОА та миттєву потужність на кривошипі. Дано: $l_{OA} = 0,10\text{м}$; $l_{AB} = 0,60\text{м}$; $l_{BC} = 0,50\text{м}$; $l_{OC} = 0,50\text{м}$; $l_{AD} = 0,20\text{м}$; $F_3 = 5000\text{Н}$; $n_1 = 100\text{хв}^{-1}$.

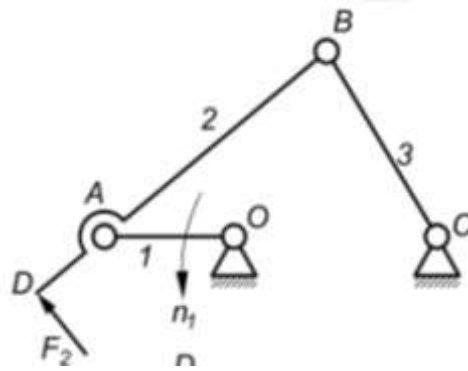


Рисунок 3.17

Задача 74

Для заданого положення шарнірного чотириланкового механізму (рис.3.18) визначити реакції в кінематичних парах О, А, В і С, зрівноважувальний момент прикладений до ланки ОА та миттєву потужність на кривошипі. Дано: $l_{OA} = 0,25\text{м}$; $l_{AB} = 0,50\text{м}$; $l_{BC} = 0,55\text{м}$; $l_{OC} = 0,30\text{м}$; $M_3 = 20\text{Нм}$; $\alpha = 45^\circ$; $n_1 = 1000\text{хв}^{-1}$.

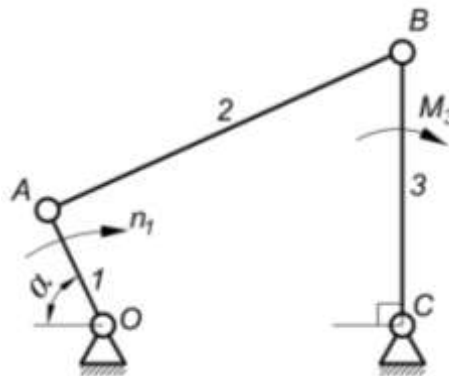


Рисунок 3.18

Задача 75

Для заданого положення шарнірного чотириланкового механізму (рис.3.19) визначити реакції в кінематичних парах О, А, В і С, та зрівноважувальний момент який прикладений до ланки ОА. Дано: $l_{OA} = 0,15\text{м}$; $l_{AB} = 0,40\text{м}$; $l_{BC} = 0,45\text{м}$; $l_{OC} = 0,32\text{м}$; $F_3 = 3000\text{Н}$; $\alpha = 30^\circ$.

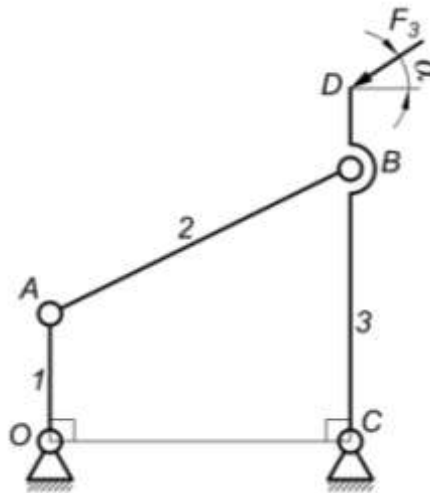


Рисунок 3.19

Задача 76

Для заданого положення кривошипно-кулісного механізму (рис. 3.20) визначити реакції в кінематичних парах О, А, В і С, зрівноважувальну силу прикладену до ланки ОА та миттєву потужність на кривошипі. Дано:

$l_{OA} = 0,30\text{м}$; $l_{OC} = 0,40\text{м}$; $l_{CD} = 0,90\text{м}$; $F_3 = 5000\text{Н}$; $\alpha = 45^\circ$; $n_1 = 500\text{хв}^{-1}$.

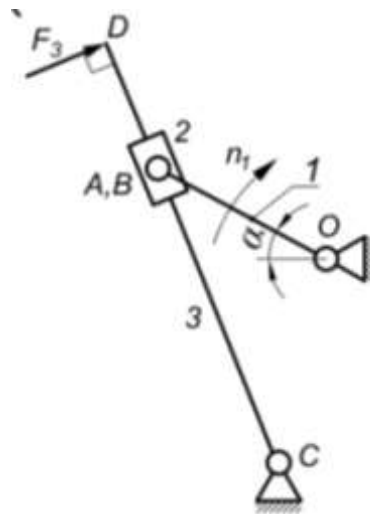


Рисунок 3.20

Задача 77

Для заданого положення механізму з коливальним повзуном (рис. 3.21) визначити реакції в кінематичних парах О, А, В і С, зрівноважувальний момент прикладений до ланки ОА та миттєву потужність на кривошипі. Дано:

$l_{OA} = 0,05\text{м}$; $l_{OB} = 0,50\text{м}$; $l_{CD} = 0,95\text{м}$; $n_1 = 400\text{хв}^{-1}$; $F_2 = 200\text{Н}$; $\alpha = 90^\circ$; $\beta = 60^\circ$.

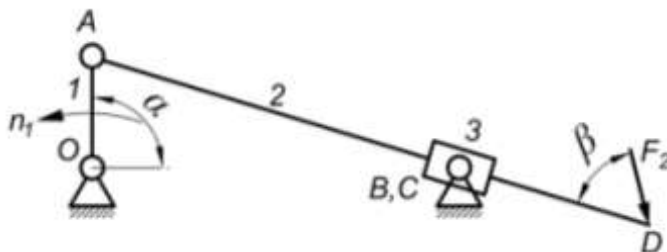


Рисунок 3.21

Задача 78

Для заданого положення механізму підйому вантажів з гідроциліндром (рис. 3.22) визначити реакції в кінематичних парах О, А, В і С, та зрівноважувальний момент прикладений до ланки ОА. Дано: $l_{OA} = 0,50\text{м}$; $l_{OC} = 0,30\text{м}$; $l_{CD} = 0,80\text{м}$; $l_{AB} = 0,20\text{м}$; $F_3 = 400\text{Н}$; $\alpha = 45^\circ$.

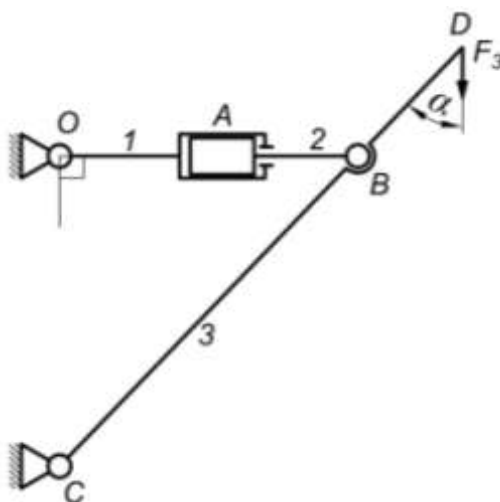


Рисунок 3.22

Задача 79

Для заданого положення механізму валкової жатки (рис. 3.23) визначити реакції в кінематичних парах О, А, В і С, та зрівноважувальний момент, який прикладений до ланки ОА. Дано: $l_{OA} = 0,10\text{м}$; $l_{OC} = 0,60\text{м}$; $l_{AD} = 1,40\text{м}$; $F_3 = 550\text{Н}$; $\alpha = 90^\circ$.

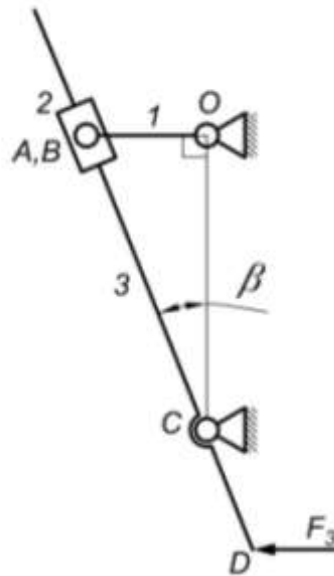


Рисунок 3.23

Задача 80

Для заданого положення синусоїдального механізму (рис. 3.24) визначити реакції в кінематичних парах О, А, В і С, зрівноважувальний момент, який прикладений до ланки ОА та миттєву потужність на кривошипі. Дано:
 $l_{OA} = 0,15\text{м}$; $F_3 = 150\text{Н}$; $n_1 = 300\text{хв}^{-1}$; $\alpha = 30^\circ$.

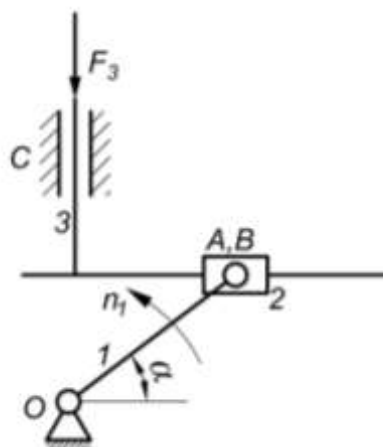


Рисунок 3.24

Задача 81

Для заданого положення тангенсного механізму (рис. 3.25) визначити реакції в кінематичних парах О, А, В і С, зрівноважувальний момент, який прикладений до ланки ОА та миттєву потужність на кривошипі. Дано:

$$l_{OC} = 0,40\text{м}; n_1 = 800\text{хв}^{-1}; F_3 = 50\text{Н}; \alpha = 45^\circ.$$

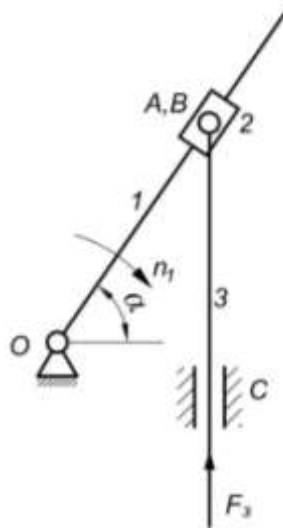


Рисунок 3.25

Задача 82

Для заданого положення механізму поршневого компресора (рис. 3.26) визначити реакції в кінематичних парах О, А, В і С, та зрівноважувальний момент, який прикладений до ланки ОА. Дано: $l_{OA} = 0,35\text{м}$; $l_{AB} = 0,90\text{м}$; $\alpha = 45^\circ$. Тиск повітря на поршень компресора $P_{max} = 0,4\text{МПа}$. Діаметр поршня $D_{\Pi} = 200\text{мм}$.

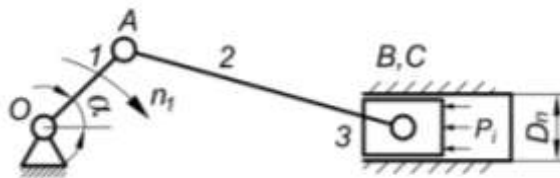


Рисунок 3.26

Задача 83

Виконати силовий розрахунок шестиланкового механізму конвеєру (рис.3.27), побудованого в положенні, коли кут $\alpha = 45^\circ$. Розміри ланок:

$l_{OA} = 0,05\text{м}; l_{AC} = l_{BD} = 0,15\text{м}; l_{O_0O_1} = 0,12\text{м}; l_{CO_1} = 0,075\text{м}; l_{AB} = 0,075\text{м}; a = 0,11\text{м};$
 $\omega = 20\text{с}^{-1}; F_5 = 200\text{Н}; M_3 = 0,5 \text{ Н}\cdot\text{м}.$

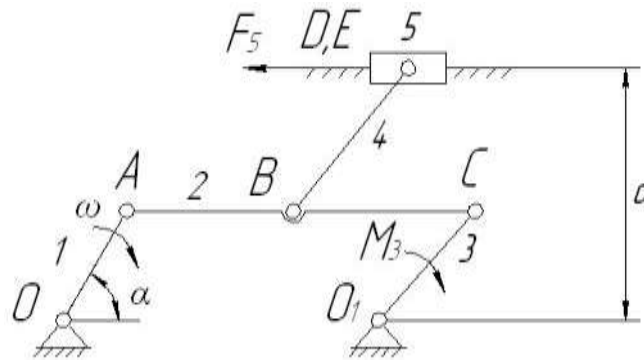


Рисунок 3.27

Задача 84

Виконати силовий розрахунок шестиланкового механізму (рис. 3.28), побудованого в положенні, коли кут $\alpha = 45^\circ$. Розміри ланок: $l_{OA} = 0,025\text{м};$
 $l_{AC} = l_{BD} = 0,10\text{м}; l_{AB} = 0,025\text{м}; \omega = 30\text{с}^{-1}; F_3 = 500\text{Н}; F_5 = 100\text{Н}.$

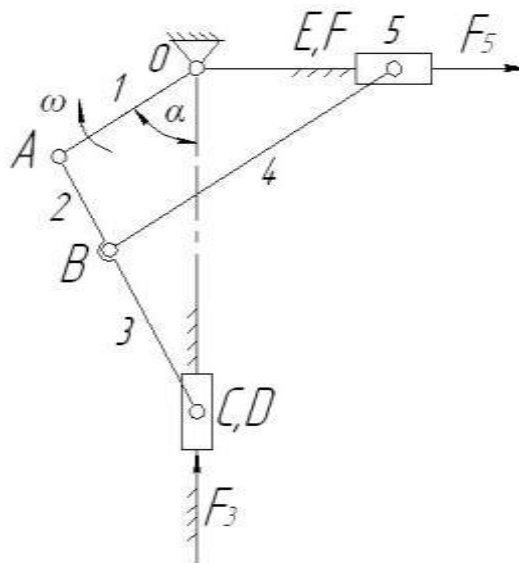


Рисунок 3.28

Задача 85

Виконати силовий розрахунок механізму витяжного пресу (рис. 3.29), побудованого в положенні, коли кут $\alpha = 60^\circ$. Розміри ланок: $l_{OA} = 0,01\text{м};$
 $l_{AB} = 0,32\text{м}; l_{BC} = 0,30\text{м}; l_{CD} = 0,42\text{м}; l_{DF} = 0,11\text{м}; a = 0,16\text{м}; b = 0,29\text{м}; c = 0,41\text{м};$
 $\omega = 100\text{с}^{-1}; F_3 = 40\text{кН}.$

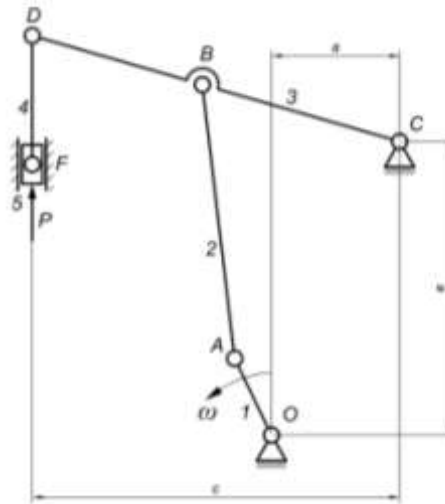


Рисунок 3.29

Задача 86

Визначити реакції в кінематичних парах O , A , B і C кулачкового механізму з штовхачем який рухається поступально, і оснащений сферичною головкою (рис. 3.30), і зрівноважувальний момент $M_{зр}$ від сили опору P_2 , яка включає в себе силу технологічного опору, силу ваги, силу інерції штовхача та силу натягу пружини. Дано: $a = c = 80\text{мм}$; $b = 160\text{мм}$; $\alpha = 45^\circ$; $P_2 = 200\text{Н}$.

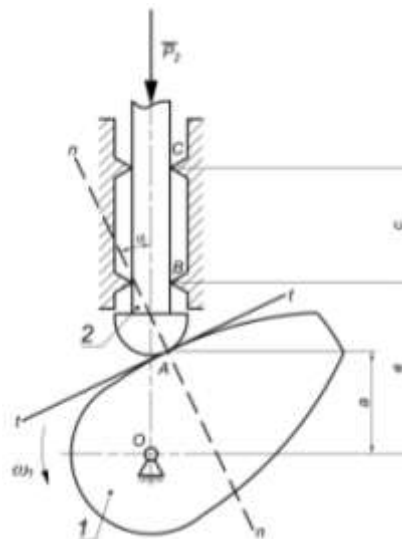


Рисунок 3.30

Задача 87

Визначити абсолютну величину і напрям дії моменту M_2 на колесі 2, та реакції в кінематичних парах O , O_1 і A одноступеневої зубчастої (рис. 3.31) передачі, якщо зрівноважувальний момент на колесі 1 $M_{зр} = 2,0 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Дано: $z_1 = 25$; $z_2 = 50$; $m = 10 \text{ мм}$; $\alpha = 20^\circ$.

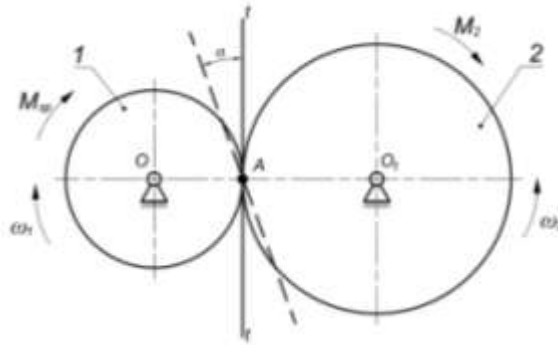


Рисунок 3.31

3.7 Теорема М.Є. Жуковського

Коли необхідно визначити тільки величину зрівноважувальної сили (зрівноважувального моменту) без знаходження реакцій в кінематичних парах, то використовують теорему М.Є. Жуковського. Теорема читається так:

Якщо механізм під дією зовнішніх сил, сил інерції, зрівноважувальної сили (моменту) знаходиться в стані рівноваги то повернутий на 90° план швидкості навколо полюса в будь-який бік з прикладеними до нього у відповідних точках силами, що діють на механізм є «жорстким важелем».

$$\sum_{i=1}^K F_i h_i = 0. \quad (3.7)$$

де F_i – сили, що дають на i – ті ланки, Н; h_i – плече сили, перпендикуляр проведений з полюса плану швидкостей до i – ої ланки, мм; K – кількість навантажених силами і моментами сил ланок.

При визначенні зрівноважувальної сили за допомогою важеля Жуковського дотримуються слідкуючої послідовності:

- в заданому масштабі μ_l будується план положення механізму;
- до ланок механізму прикладаються всі зовнішні сили і моменти та сили інерції і моменти від сил інерції, а до входної ланки зрівноважувальну силу;

- у довільному масштабі будується повернутий на 90^0 , в будь який бік, план швидкостей;
- сили, що діють на механізм переносяться на план швидкостей у однойменні точки;
- з полюса плану швидкостей опускаються перпендикуляри на сили;
- складається рівняння рівноваги моментів сил цього важеля і визначається модуль зрівноважувальної сили.

Якщо до ланки механізму прикладений момент, то перед перенесенням його необхідно представити у вигляді пари сил, яку необхідно прикласти в характерних точках ланки і перенести отриману пару сил у відповідні точки повернутого плану швидкостей.

При використанні важеля Жуковського необхідно знати, що:

- реакції, визначені без урахування сил тертя, до важеля не прикладаються, тому що їх робота (потужність) рівна нулю;
- можна користуватися прямим планом швидкостей, але тоді всі сили необхідно повернути на 90^0 в одну сторону;
- план швидкостей необхідно побудувати по можливості великим.

3.8 Приклади на визначення зрівноважувальної сили по теоремі М.Є. Жуковського

Приклад 3.3 Для механізму зображеного на рисунку 3.32 визначити величину зрівноважувальної сили, яка прикладається в точці А кривошипу ОА. Розглянути випадок коли кут $\alpha = 45^0$. На повзун діють три сили $F_{in3} = 100\text{Н}$, $F_{ко} = 500\text{Н}$; $G_3 = 10\text{Н}$. На ланку АВ діють дві сили $F_{in2} = 200\text{Н}$; $G_2 = 15\text{Н}$ і момент від сили інерції $M_{in2} = 2,0\text{Н}\cdot\text{м}$. Довжина ланок $l_{OA} = 0,1\text{м}$, $l_{AB} = 0,4\text{м}$. Сила F_{in2} направлена під кутом $\beta = 60^0$ до осі ланки АВ.

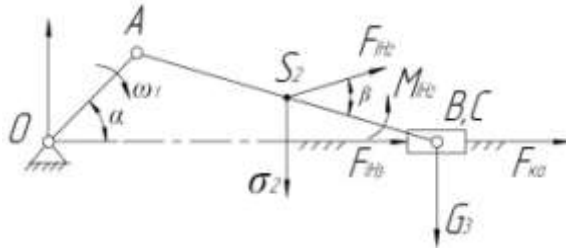


Рисунок 3.32

Рішення

- Будуємо схему механізму (рис. 3,32) в масштабі μ_l .
- Будуємо у невизначеному масштабі повернутий на 90° план швидкостей (рис. 3.33).

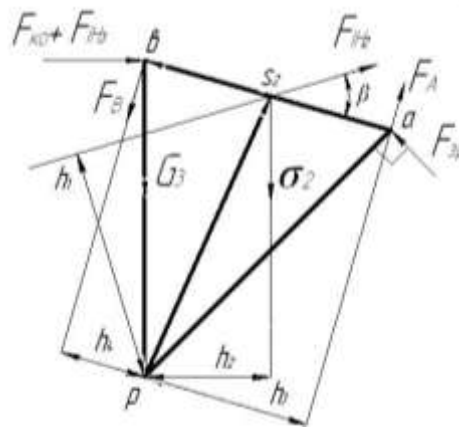


Рисунок 3.33

- У відповідні точки цього плану прикладаємо сили F_{in2} , G_2 , G_3 , F_{in3} , F_{ko} .
- Момент від сили інерції M_{in2} розкладаємо на пару сил $F_A = F_B = M_{in2}/l_{AB} = 2,0/0,4 = 5$ Н. Отримані сили F_A і F_B прикладаємо в точках «а» і «в» плану швидкостей перпендикулярно осі ланки АВ.
- Знаходимо короткі відстані від полюса до сил ($h_1 = 25$ мм), ($h_2 = 15$ мм), ($h_3 = 20$ мм), ($h_4 = 10$ мм).
- Складаємо рівняння рівноваги моментів всіх сил відносно полюса p повернутого плану швидкостей:

$$\sum_{i=1}^K M(P) = F_{in2} \cdot h_1 + G_2 \cdot h_2 + (F_{ko} + F_{in3}) \cdot (pb) - F_A \cdot h_3 - F_B \cdot h_4 - F_{3p} \cdot (pa) = 0$$

Звідси маємо:

$$F_{зр} = \frac{1}{(pa)}(F_{iH_2} \cdot h_1 + G_2 \cdot h_2 + (F_{кo} + F_{iH_3}) \cdot (pb) - F_A \cdot h_3 - F_B \cdot h_4) = \frac{1}{53}(200 \cdot 36 + 15 \cdot 20 + 600 \cdot 45 - 5 \cdot 26 - 5 \cdot 14) = 647,2 \text{ Н.}$$

Приклад 3.4 Для тангенціального механізму (рис. 3.34,а) визначити величину зрівноважувальної сили, котра прикладається до ланки 1 в точці С перпендикулярно осі ланки ОС. Відомо, що до ланки 3 прикладена сила $F_3 = 100 \text{ Н}$, кут $\varphi = 60^\circ$, $l_{OA} = 0,5 \cdot l_{OC}$.

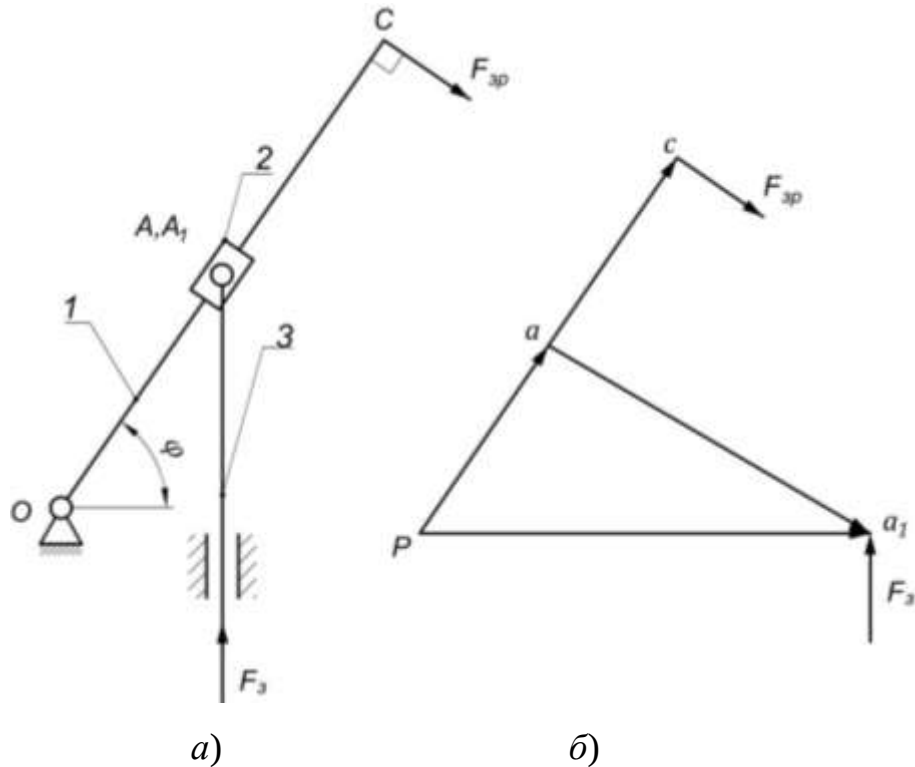


Рисунок 3.34

Рішення.

Для заданого положення тангенціального механізму будемо повернутий на 90° план швидкостей (рис. 3.34,б). В точки « a_1 » і « c » плану швидкостей прикладаємо сили F_3 і $F_{зр}$. Відносно полюса плану складаємо рівняння моментів сил. Воно буде таким:

$$\Sigma M_P(\vec{F}) = F_{зр} \cdot (pa_1) - F_3 \cdot (pc) = 0.$$

де (pa_1) , (pc) – довжина відрізків на плані швидкостей, мм.

Звідки маємо:

$$F_{зр} = F_3 \frac{(pa_1)}{(pc)} = 100 \cdot \frac{80}{80} = 100 \text{ Н.}$$

Задача 88

Для шарнірного чотириланкового механізму (рис. 3.35) визначити величину зрівноважувальної сили, прикладеної до точки А перпендикулярно осі ланки OA і зрівноважувальний момент прикладений до цієї ж ланки. Дано: $l_{OA} = 0,1\text{м}$; $l_{AB} = l_{BC} = 0,4\text{м}$; $l_{AD} = 0,1\text{м}$; $l_{BC} = 0,2\text{м}$; $\varphi = 30^\circ$; $F_2 = 500\text{Н}$; $F_3 = 100\text{Н}$.

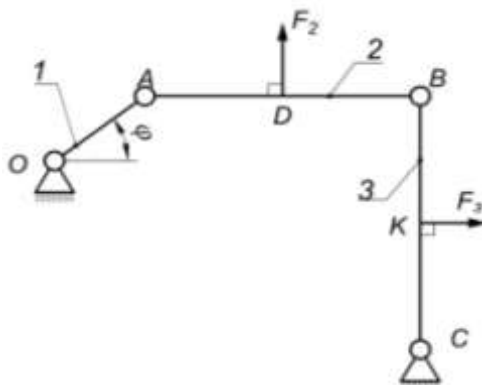


Рисунок 3.35

Задача 89

Для шарнірного чотириланкового механізму (рис. 3.36) визначити величину зрівноважувальної сили, прикладеної до точки А перпендикулярно осі ланки OA і зрівноважувальний момент прикладений до цієї ж ланки. Дано: $l_{OA} = 0,05\text{м}$; $l_{AB} = l_{BC} = 0,3\text{м}$; $M_2 = 6,0\text{Н}\cdot\text{м}$. Ланки OA і AB лежать на одній лінії.

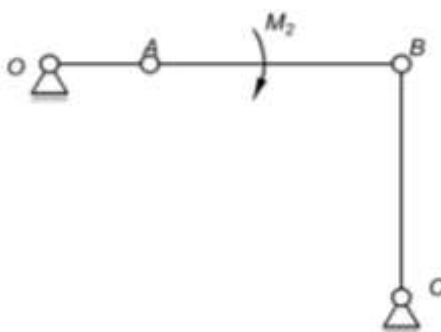


Рисунок 3.36

Задача 90

Для синусного механізму (рис. 3.37) визначити величину зрівноважувальної сили і зрівноважувального моменту, якщо $l_{OA} = 0,15\text{м}$. $\varphi = 30^\circ$, $F_3 = 400\text{Н}$.

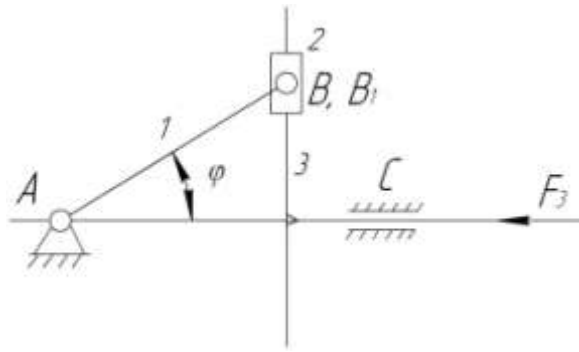


Рисунок 3.37

Задача 91

Для заданого положення кулісного механізму (рис. 3.38) визначити величину зрівноважувальної сили яку необхідно приложити в точці А, якщо $l_{OA} = 0,20\text{м}$; $l_{CD} = 0,65\text{м}$; $\alpha = 30^\circ$; $F_3 = 200\text{Н}$.

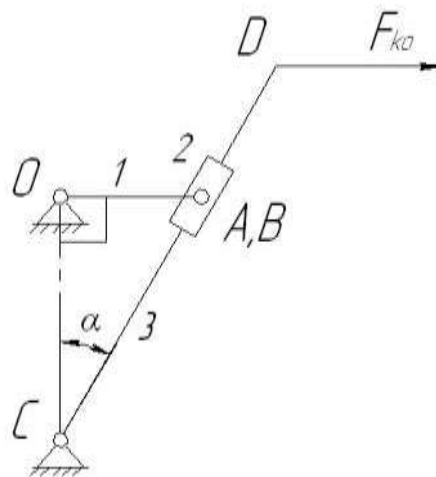


Рисунок 3.38

Задача 92

Для заданого положення шестиланкового механізму (рис. 3.39) визначити величину зрівноважувальної сили, яка прикладається перпендикулярно до ланки ОА в точці А. Дано: $l_{OA} = 0,25\text{м}$; $l_{AC} = l_{BE} = 0,60\text{м}$; $l_{AB} = 0,30\text{м}$; $F_3 = 100\text{Н}$; $F_3 = 500\text{Н}$; $\alpha = 45^\circ$.

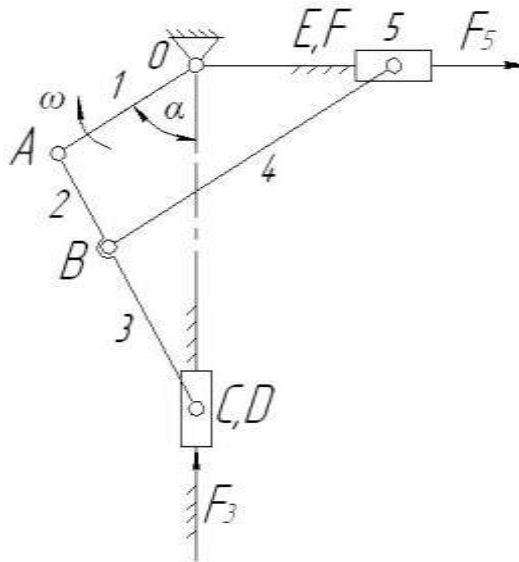


Рисунок 3.39

Задача 93

Для заданого положення шестиланкового механізму (рис. 3.40) визначити величину зрівноважувальної сили, яка прикладається перпендикулярно до ланки ОА в точці А. Дано: $l_{OA} = 0,15\text{м}$; $l_{AB} = l_{CD} = 0,40\text{м}$; $l_{AC} = 0,20\text{м}$; $F_P = 1000\text{Н}$; $F_O = 300\text{Н}$; $\beta = 45^\circ$.

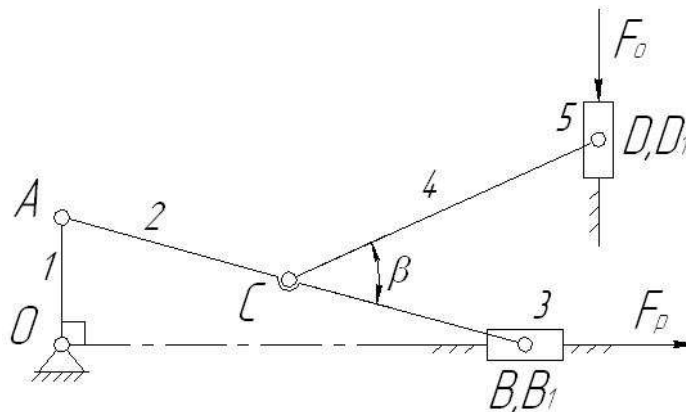


Рисунок 3.40

Задача 94

Для заданого положення шестиланкового механізму (рис. 3.41) визначити величину зрівноважувальної сили, яка прикладається перпендикулярно до ланки ОА в точці А. Дано: $l_{OA} = 0,10\text{м}$; $l_{AB} = l_{BO_1} = 0,40\text{м}$; $l_{BC} = 0,20\text{м}$; $F_5 = 600\text{Н}$; $\alpha = 30^\circ$.

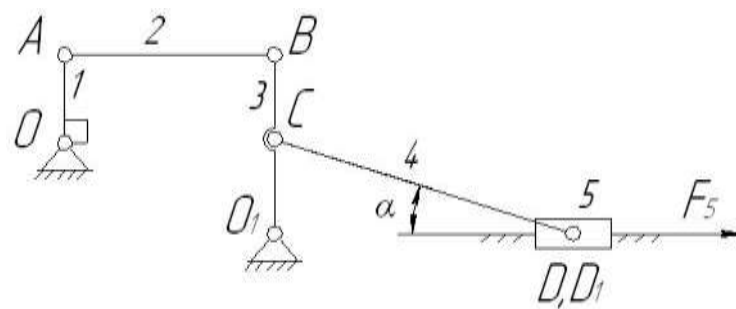


Рисунок 3.41

РОЗДІЛ 4 ДИНАМІЧНИЙ АНАЛІЗ МЕХАНІЗМІВ

4.1 Загальні положення

У динаміці механізмів і машин дуже широко використовується метод зведення сил і мас при рішенні задач по визначенню закону руху механізму, який знаходиться під дією прикладних до нього сил, з урахуванням мас ланок.

Цей метод спрощує рішення задач, тому, що рух ланок механізму зводиться до руху однієї ланки. Ця ланка називається **ланкою зведення**, а точка до якої прикладається зведена сила називається **точкою зведення**.

Як правило, ланкою зведення вибирають початкову (вхідну) ланку механізму. У робочих машинах – головний вал, у машинах – двигунах вихідний вал.

4.2 Зведена сила і зведений момент сил

Для визначення зведених сил, використовується рівність потужностей:

$$P_{зв} = \sum_{i=1}^N (P_i), \quad (4.1)$$

де $P_{зв}$ – потужність, яку розвиває зведена сила $F_{зв}$, або зведений момент $M_{зв}$, які прикладаються до ланки зведення; P_i – потужність, що розвивають сили та моменти пар сил i – їх ланок механічної системи.

Зведена сила визначається так:

$$F_{зв} = \frac{\sum P_i}{v_A} = \frac{\sum F_i \cdot v_i \cdot \cos \alpha_i + \sum M_i \cdot \omega_i}{v_A}, \quad (4.2)$$

де F_i – сили, які прикладені до i – їх ланок механічної системи;

v_i – швидкість точки прикладання; α_i – кут між напрямком векторів F_i і V_i ;
 M_i – моменти сил, прикладені до i – ої ланки механічної системи; ω_i – кутова швидкість i – ої ланки; v_A – швидкість точки зведення A .

Зведений момент сил дорівнює:

$$M_{зв} = \frac{\sum P_i}{\omega_1} = \frac{\sum F_i \cdot v_i \cdot \cos \alpha_i + \sum M_i \cdot \omega_i}{\omega_1}, \quad (4.3)$$

де ω_1 – кутова швидкість ланки зведення.

Між зведеною силою і зведеним моментом існує такий зв'язок

$$M_{зв} = F_{зв} \cdot l_{OA}, \quad (4.4)$$

де l_{OA} – коротка відстань від точки зведення до центра обертання ланки зведення.

4.3 Зведена маса і зведений момент інерції

При динамічному дослідженні руху механічних систем широко використовується зведена маса ($m_{зв}$) і зведений момент інерції ($I_{зв}$).

Зведена маса – це маса, кінематична енергія якої дорівнює кінетичній енергії всіх ланок механічної системи.

$$m_{зв} = 2 \frac{\sum T_i}{v_A^2} = \frac{\sum m_i \cdot v_i^2 + \sum I_i \cdot \omega_i^2}{v_A^2}, \quad (4.5)$$

де m_i – маси i – их ланок, які рухаються поступально; v_i – швидкість i – их ланок; $I_{зв}$ – моменти інерції i – их ланок, що здійснюють обертальний рух; v_A – швидкість точки зведення A ; ω_i – кутова швидкість i – их ланок.

Зведений момент інерції

$$I_{зв} = 2 \frac{\sum T_i}{\omega_{OA}^2} = \frac{\sum m_i \cdot v_i^2 + \sum I_i \cdot \omega_i^2}{\omega_{OA}^2}, \quad (4.6)$$

де $\sum T_i$ – миттєва, сумарна кінетична енергія i – ої механічної системи.

Величини $I_{зв}$ і $m_{зв}$ зв'язані наступною рівністю:

$$I_{зв} = m_{зв} \cdot l_{OA}^2. \quad (4.7)$$

З наведених формул видно, що зведена сила, зведений момент сили, або зведена маса, зведений момент інерції залежить від положення ланки зведення, тобто вони являються функцією узагальненої координати.

Моменти інерції ланок механізмів можна визначити за формулою:

$$I_i = 0,17 \cdot m_i \cdot l_i^2, \quad (4.8)$$

де i – номер ланки.

4.4 Приклади на визначення зведеної сили і моменту сил

Приклад 4.1. На ланки чотириланкового механізму $OABC$ (рис. 4.1) діє сила $F_2 = 200\text{Н}$ і момент пари сил $M_3 = 1,5\text{Нм}$, план швидкостей механізму відомий. Визначити зведену силу і зведений момент сил, який прикладений до ланки OA , якщо $l_{OA} = 0,10\text{м}$; $l_{AB} = l_{BC} = 0,40\text{м}$; $\alpha = 45^\circ$.

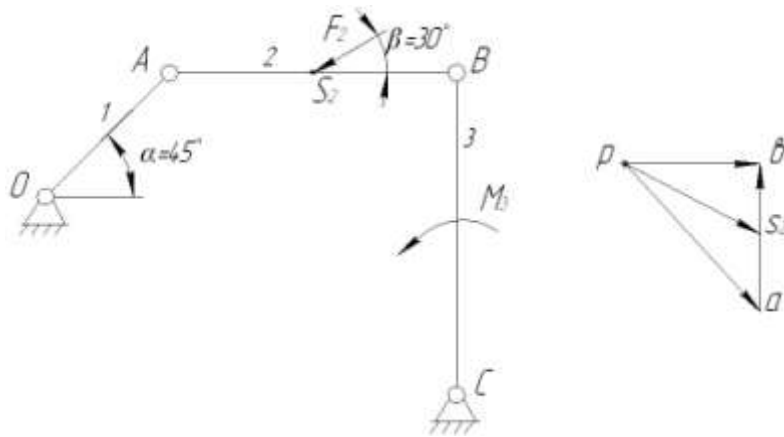


Рисунок 4.1.

Рішення

1. Для заданого положення механізму запишемо рівняння потужності:

$$P_{\text{мех}} = P_1 + P_2 + P_3 = F_2 \cdot v_{S_2} \cdot \cos(F_2 \cdot v_{S_2}) + M_3 \cdot \omega_3.$$

2. Потужність ланки зведення буде:

$$P_{3B} = F_{3B} \cdot v_A.$$

3. Зведена сила прикладена в точці A і величина її буде:

$$F_{3B} = \frac{(PS_2)}{(Pa)} \cdot F_2 \cdot \cos(F_2 \cdot v_{S_2}) + \frac{\omega_3}{v_A} \cdot M_3,$$

або

$$F_{3B} = \frac{(PS_2)}{(Pa)} \cdot F_2 \cdot \cos(F_2 \cdot v_{S_2}) + \frac{(P_B)}{(Pa) \cdot l_{BC}} \cdot M_3 = \frac{20}{27} \cdot 200 \cdot \cos 60^\circ + \frac{17}{27 \cdot 0,4} 1,5 = 76,52 \text{ Н}.$$

4. Зведений момент сил буде:

$$M_{3B} = F_{3B} \cdot l_{OA} = 76,52 \cdot 0,4 = 30,608 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Приклад 4.2 Для кривошипно-повзункового механізму (рис. 4.2) визначити приведену до осі шарніра A зведену масу і зведений до ланки OA момент інерції. План швидкостей відомий. Дано: $l_{OA} = 0,020 \text{ м}$; $l_{AB} = 0,050 \text{ м}$; $l_{AS} = 0,020 \text{ м}$; $\omega_1 = 10 \text{ с}^{-1}$; $I_1 = 4 \cdot 10^{-5} \text{ кгм}^2$; $m_2 = 0,1 \text{ кг}$; $m_3 = 0,5 \text{ кг}$; $I_{S_2} = 8 \cdot 10^{-5} \text{ кгм}^2$.

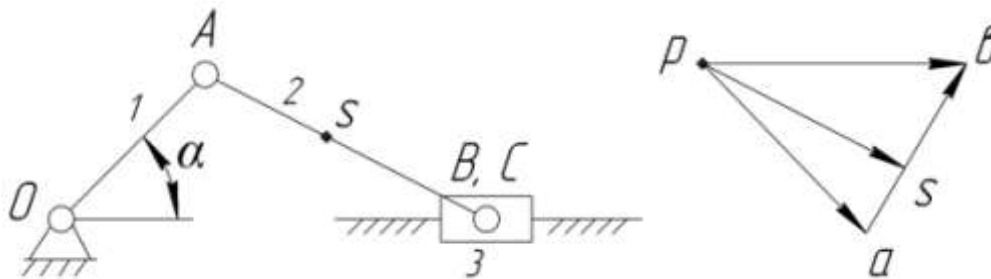


Рисунок 4.2

Рішення

1. Зведену масу визначаємо так:

$$m_{зв} = \frac{2(T_1 + T_2 + T_3)}{v_A^2},$$

де T_1, T_2, T_3 – відповідно кінематична енергія ланок 1, 2, 3. Запишемо для цих ланок формули для визначення кінетичної енергії.

$$T_1 = \frac{I_1 \cdot \omega_1^2}{2} = \frac{I_1 \cdot v_A^2}{2l_{OA}^2};$$

$$T_2 = \frac{I_{s_2} \cdot \omega_2^2}{2} + \frac{m_2 \cdot v_{s_2}^2}{2} = \frac{I_{s_2} \cdot v_{BA}^2}{2} + \frac{m_2 \cdot v_{s_2}^2}{2};$$

$$T_3 = \frac{m_3 \cdot v_B^2}{2}.$$

2. Скориставшись планом швидкостей визначимо зведену масу

$$m_{зв} = \frac{I_1}{l_{OA}^2} + \frac{I_{s_2}}{l_{AB}^2} \cdot \left(\frac{AB}{PA}\right)^2 + m_2 \cdot \left(\frac{PS}{PA}\right)^2 + m_3 \cdot \left(\frac{PB}{PA}\right)^2 =$$

$$\frac{0,00008}{(0,02)^2} + \frac{0,00004}{(0,05)^2} \cdot \left(\frac{24}{38}\right)^2 + 0,1 \cdot \left(\frac{35}{38}\right)^2 + 0,5 \cdot \left(\frac{37}{38}\right)^2 = 0,3042 \text{ кг}$$

Задача 95

Визначити зведений до валу кривошипу момент $M_{зв}$ від сили $F_3 = 500\text{Н}$, що діє на поршень дизельного двигуна (рис. 4.3) і зведений до того ж валу момент інерції $I_{зв}$ від маси поршня, якщо його маса $m_3 = 5,0\text{кг}$, $l_{OA} = 0,10\text{м}$; $l_{AB} = 0,50\text{м}$, $\alpha = 45^\circ$.

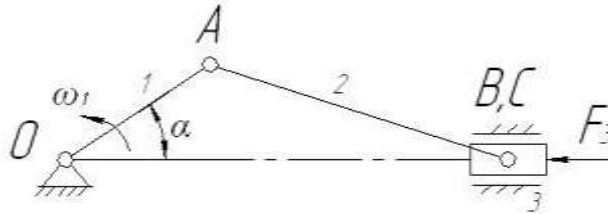


Рисунок 4.3

Задача 96

Зберігаючи умову задачі 95, визначити зведений момент $M_{зв}$ і зведений момент інерції $I_{зв}$ для положення, коли $\alpha = 90^\circ$.

Задача 97

Для шарнірного чотириланкового механізму (рис. 4.4) визначити зведений до валу кривошипа момент $M_{зв}$ від моменту сил $M_3 = 50 \text{ Н}\cdot\text{м}$, що діє на кулісу і зведений момент інерції $I_{зв}$ від маси коромисла, якщо його маса $m_3 = 8 \text{ кг}$; $l_{OA} = 0,20 \text{ м}$; $l_{AB} = l_{BC} = 0,50 \text{ м}$; $\alpha = 30^\circ$.

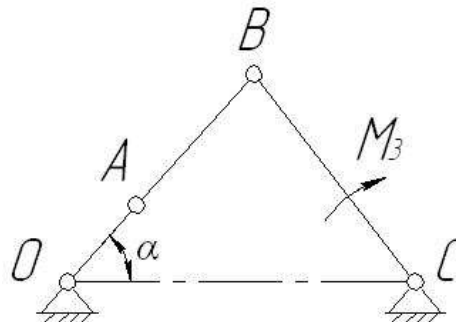


Рисунок 4.4

Задача 98

Для синусного механізму (рис. 4.5) визначити зведений до валу кривошипу момент сил $M_{зв}$ від сили $F_3 = 100 \text{ Н}$, яка прикладена до ланки 3 і зведений момент інерції $I_{зв}$ від маси ланки 3, якщо ця маса рівна $m_3 = 5 \text{ кг}$, довжина $l_{OA} = 0,20 \text{ м}$. Розглянути три випадки: а) $\alpha = 90^\circ$; б) $\alpha = 45^\circ$; в) $\alpha = 0^\circ$.

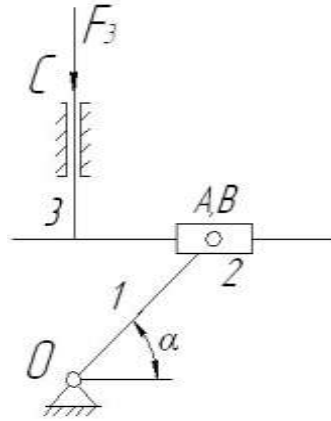


Рисунок 4.5

Задача 99

Для тангенсного механізму (рис. 4.6) визначити зведений до валу кривошипу момент сил $M_{зв}$ від сили $F_3 = 500\text{Н}$, яка прикладена до ланки 3 і зведений момент інерції $I_{зв}$ від маси ланки 3, якщо ця маса рівна $m_3 = 10\text{кг}$, довжина $X = 0,40\text{м}$. Розглянути три випадки: а) $\alpha = 30^\circ$; б) $\alpha = 45^\circ$; в) $\alpha = 60^\circ$.

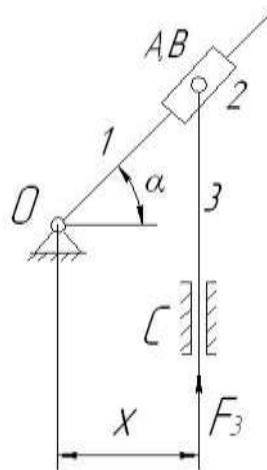


Рисунок 4.6

Задача 100

Для кулісного механізму зображеного на рисунку 4.7 визначити прикладений до кривошипу ОА момент сили $M_{зв}$ від сили $F_3 = 500\text{Н}$, і зведений момент інерції $I_{зв}$ від маси куліси, якщо момент інерції куліси відносно осі O_1 рівний $I_{O_1} = 0,022\text{кгм}^2$, $l_{OA} = 0,2\text{м}$; $l_{O_1D} = 0,6\text{м}$; $l_{O_1O} = 0,4\text{м}$; $\alpha = 30^\circ$.

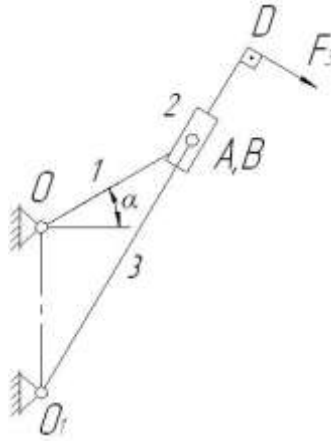


Рисунок 4.7

Задача 101

Для заданого положення шестиланкового механізму (рис. 4.8) визначити зведений момент сили M_{36} і зведений момент інерції I_{36} , які прикладаються до ланки OA. Дано: $l_{OA} = 0,10\text{м}$; $l_{AB} = l_{BO_1} = 0,40\text{м}$; $\alpha = 30^\circ$; $F_5 = 1000\text{Н}$.

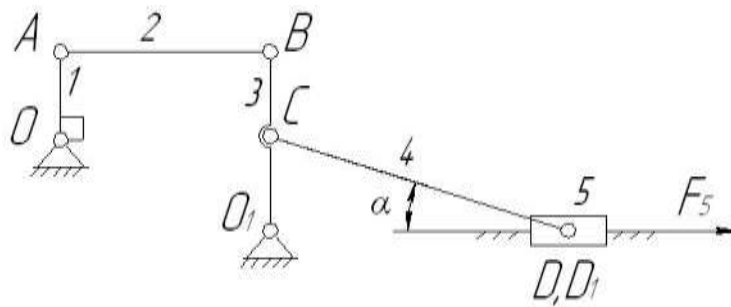


Рисунок 4.8

Задача 102

Визначити кутове прискорення ланки 1 зубчастого механізму (рис. 4.9), якщо на ланки діють моменти сил $M_1 = 80\text{Н}\cdot\text{м}$, $M_2 = 40\text{Н}\cdot\text{м}$, $M_3 = 100\text{Н}\cdot\text{м}$; моменти інерції зубчастих коліс відносно їх осей обертання рівні $I_1 = 0,5\text{кг}\cdot\text{м}^2$, $I_2 = 2,5\text{кг}\cdot\text{м}^2$, $I_3 = 1,0\text{кг}\cdot\text{м}^2$; кількість зубців зубчастих коліс дорівнює $z_1 = 25$, $z_2 = 75$, $z_3 = 50$.

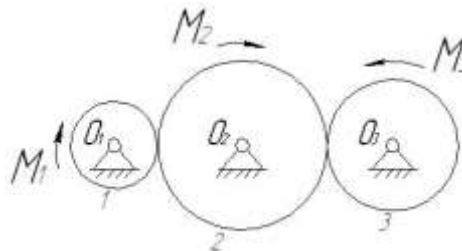


Рисунок 4.9

Задача 103

Для ступеневої зубчастої передачі зображеної на рис. 4.10 визначити зведений до валу O_1 зубчастого колеса 1 момент ($M_{зв}$) від моменту $M_3 = 10 \text{ Н} \cdot \text{м}$, якщо кількість зубців зубчастих коліс рівна: $z_1 = 40$; $z_2 = 18$; $z_3 = 20$ і $z_4 = 38$.

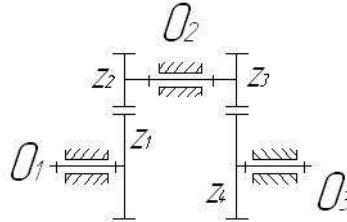


Рисунок 4.10

Задача 104

Визначити зведений до валу водила Н момент інерції $I_{зв}$ мас всіх ланок планетарного редуктора Давида (рис. 4.11), якщо центри ваги зубчастих коліс лежать на їх осях обертання. Моменти інерції зубчастих коліс дорівнюють $I_1 = 0,03 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $I_{2-3} = 0,04 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Момент інерції водила відносно осі обертання $I_H = 0,05 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Маса блока зубчастих коліс 2–3 рівна $m_{2-3} = 4,0 \text{ кг}$. Модуль зубчастого зачеплення $m = 10 \text{ мм}$. Кількість зубців на зубчастих колесах рівна: $z_1 = 50$; $z_2 = 20$, $z_3 = 30$ і $z_4 = 40$.

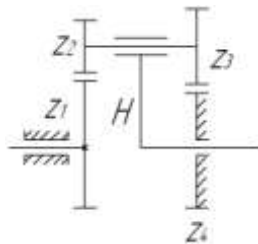


Рисунок 4.11

Задача 105

Для заданого положення шестиланкового механізму (рис. 4.12) визначити зведений момент сили $M_{зв}$ і зведений момент інерції $I_{зв}$, які прикладаються до ланки ОА. Дано: $l_{OA} = 0,10 \text{ м}$; $l_{AB} = l_{BD} = 0,40 \text{ м}$; $l_{BC} = 0,20 \text{ м}$; $l_{CE} = 0,5 \text{ м}$; $\alpha = 45^\circ$; $M_3 = 5,0 \text{ Н} \cdot \text{м}$; $F_5 = 1000 \text{ Н}$.

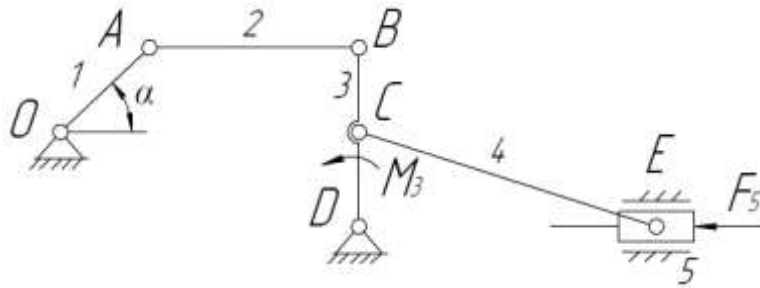


Рисунок 4.12

Задача 106

Для одноступеневого планетарного редуктора (рис. 4.13) визначити зведений до валу O_1 колеса 1 момент $M_{зв}$ від моменту $M_H = 6,0 \text{ Нм}$, прикладений до водила Н, якщо число зубців коліс дорівнює $z_1 = 50$; $z_2 = 18$; $z_3 = 100$.

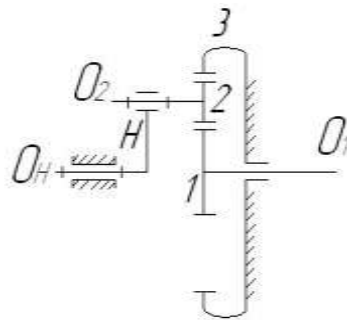


Рисунок 4.13

Задача 107

Для семиланкового механізму (рис. 4.14) визначити зведену силу $F_{зв}$, котра приводиться до точки S_1 . Дано: $l_{OA} = 0,20 \text{ м}$; $l_{AC} = l_{AD} = 0,80 \text{ м}$; $l_{BK} = 0,45 \text{ м}$; $l_{KO_1} = 0,3 \text{ м}$; $l_{O_1O_2} = 0,4 \text{ м}$; $\omega_1 = 10 \text{ с}^{-1}$; $\alpha = 45^\circ$; $\beta = 30^\circ$; $F_3 = 500 \text{ Н}$; $F_7 = 1000 \text{ Н}$; $M_5 = 5,0 \text{ Нм}$. Точка S_1 лежить на середині ланки OA .

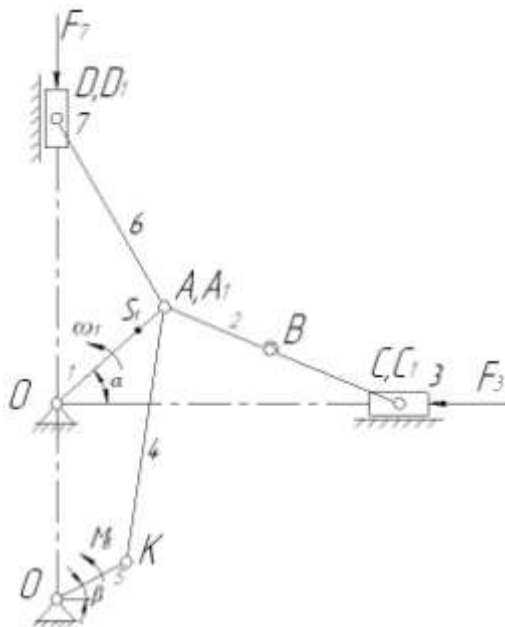


Рисунок 4.14

Задача 108

Визначити зведений до валу O ланки OA момент інерції $I_{зв}$ від мас усіх ланок верстака гойдалки (рис. 4.15), якщо $l_{OA} = 0,40\text{м}$; $l_{AB} = 1,20\text{м}$; $l_{BC} = l_{CD} = 0,80\text{м}$; $\omega_1 = 20\text{с}^{-1}$; $F_3 = 500\text{Н}$; $m_1 = 100\text{кг}$; $m_2 = 25\text{кг}$; $m_3 = 18\text{кг}$. Центр мас усіх ланок механізму знаходиться на середині ланок, а моменти їх інерції дорівнюють $I_1 = 2,0\text{кгм}^2$; $I_2 = 0,5\text{кгм}^2$; $I_3 = 4,0\text{кгм}^2$.

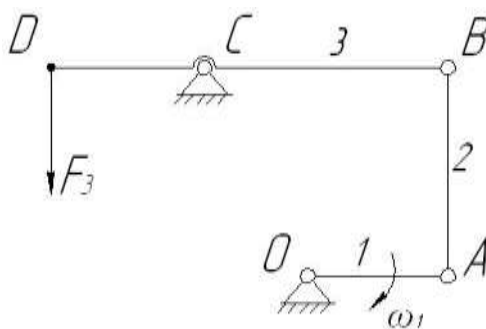


Рисунок 4.15

Задача 109

Для заданого положення шестиланкового механізму (рис. 4.16) визначити зведену силу $F_{зв}$ і зведений момент сили $M_{зв}$, які прикладаються до ланки OA .
Дано: $l_{OA} = 0,30\text{м}$; $l_{AB} = 0,65\text{м}$; $l_{CO_1} = 1,15\text{м}$; $l_{CD} = 0,25\text{м}$; $a = 0,18\text{м}$; $b = 0,48\text{м}$; $c = 1,1\text{м}$; $\alpha = 15^\circ$; $F_5 = 100\text{Н}$.

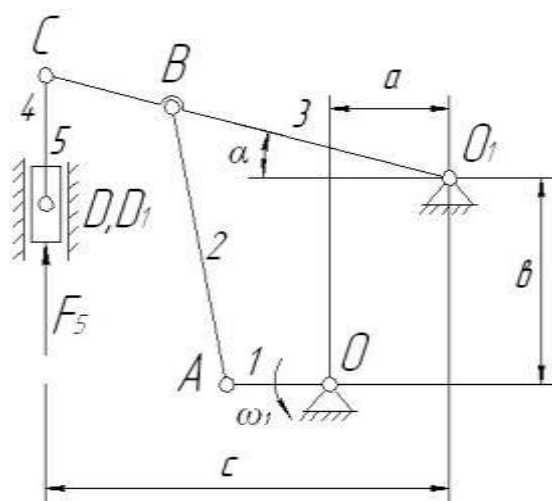


Рисунок 4.16

РОЗДІЛ 5. РЕГУЛЮВАННЯ РУХУ МАШИН

5.1 Визначення моменту інерції маховика

Рух машинного агрегату буде усталеним, якщо швидкість всіх його точок періодично буде приймати одне і теж значення. При усталеному русі сума робіт в цих сил за один цикл головного валу рівна нулю. В циклі кутова швидкість головного валу коливається від максимального до мінімального значень. Ця зміна залежить від зміни зведеного моменту інерції і зведених моментів рушійних сил і сил опору. Для того, щоб зміна кутової швидкості знаходилася в заданих межах на головний вал установлюють маховик.

Задача про вибір маховика формується так: рух машини усталений, задані сили, котрі діють на машину, і залежність зведеного моменту інерції від кута повороту головного валу. Необхідно знайти момент інерції маховика, так щоб забезпечити рух машини з заданим коефіцієнтом нерівномірності ходу.

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{cp}}, \quad (5.1)$$

де ω_{max} , ω_{min} – максимальна і мінімальна кутова швидкість головного валу.

Чим менша ступінь нерівномірності, тим ближче реальна машина до ідеальної.

При визначенні моменту інерції маховика часто буває необхідно визначити максимальну і мінімальну швидкості головного валу. Для цього використовуються наступні вирази:

$$\begin{aligned} \omega_{max} &= \omega_{cp} \left(1 + \frac{\delta}{2} \right); \\ \omega_{min} &= \omega_{cp} \left(1 - \frac{\delta}{2} \right). \end{aligned} \quad (5.2)$$

При рішенні задачі про рух механізму з однією ступеню вільності необхідно користуватись рівнянням кінетичної енергії представленою в диференціальній формі

$$M_p d\varphi - M_o d\varphi = dT, \quad (5.3)$$

де M_p – зведений момент рушійних сил, M_o – зведений момент сил опору, φ – кут повороту ланки зведення, T – кінетична енергія ланки зведення. Вона рівна

$$T = I_{зв} \frac{\omega^2}{2}, \quad (5.4)$$

де ω – перша похідна кута повороту ланки зведення по часу.

Рівняння руху машинного агрегату з урахуванням зміни кінетичної енергії

$$M_p - M_o = \frac{dT}{d\varphi} = \frac{d(\frac{I_{зв}\omega^2}{2})}{d\varphi}. \quad (5.5)$$

Якщо $\omega \neq \text{const}$ та $I_{зв} \neq \text{const}$ диференціальне рівняння буде

$$M_{max} - M_{min} = \Delta M = I_{зв} \cdot \frac{d\omega}{dt} + \frac{dI_{зв}}{d\varphi} \cdot \frac{\omega^2}{2}. \quad (5.6)$$

Рівняння руху машинного агрегату в енергетичній формі

$$A_p - A_o = A_{зб} = \frac{I_{max} \cdot \omega_{max}^2}{2} - \frac{I_{min} \cdot \omega_{min}^2}{2}, \quad (5.7)$$

де I_{max}, I_{min} – відповідно зведені моменти інерції в максимальному і мінімальному положенні головного валу, $\omega_{max}, \omega_{min}$ – максимальна і мінімальна кутові швидкості головного валу.

Збиткова робота за один кінематичний цикл роботи машинного агрегату визначається шляхом інтегрування зведених моментів рушійних сил і сил опору

$$\Delta T = A_{зб} = \int_0^\varphi (M_p - M_o) \cdot d\varphi. \quad (5.8)$$

Момент інерції машинного агрегату складається з власного моменту інерції механізму і моменту інерції маховика:

$$\begin{aligned} I_{max} &= I_M + I_{o max}; \\ I_{min} &= I_M + I_{o min}. \end{aligned} \quad (5.9)$$

Тоді

$$A_{зб} = \frac{(I_M + I_{o max}) \cdot \omega_{cp}^2 \cdot (1 + \delta)}{2} - \frac{(I_M + I_{o min}) \cdot \omega_{cp}^2 \cdot (1 - \delta)}{2}. \quad (5.10)$$

Момент інерції маховика визначається за формулою

$$I_M = \frac{A_{зб}}{\delta \cdot \omega_{cp}^2}. \quad (5.11)$$

5.2 Приклади на визначення моменту інерції маховика

Приклад 5.1 Визначити момент інерції маховика, який необхідно встановити на валу машинного агрегату, щоб забезпечити коефіцієнт нерівномірності обертання $\delta = 0,02$. Середня швидкість обертання вала в усталеному русі $\omega_{\text{ср}} = 10 \text{ с}^{-1}$. Момент усіх зведених сил $M_{\text{зв}} = 20 \cdot \cos \varphi$ (Н·м). Зведений момент інерції постійний $I_{\text{зв}} = 2,0 \text{ Кг} \cdot \text{м}^2$.

Рішення

1 Запишемо диференціальне рівняння руху машинного агрегату

$$M_{\text{зв}} = I_{\text{зв}} \cdot \frac{d\omega}{dt} + \frac{dI_{\text{зв}}}{d\varphi} \cdot \frac{\omega^2}{2}.$$

Для даної задачі $I_{\text{зв}} = \text{const}$, а $\frac{dI_{\text{зв}}}{d\varphi} = 0$, тоді

$$M_{\text{зв}} = I_{\text{зв}} \cdot \frac{d\omega}{dt} = I_{\text{зв}} \varepsilon.$$

2. В положеннях, де $\omega = \omega_{\text{max}}$, $\omega = \omega_{\text{min}}$ кутове прискорення $\varepsilon = 0$. Це означає, що кутове прискорення ланки в цьому положенні відсутнє, а значить $M_{\text{зв}} = 20 \cdot \cos \varphi = 0$. Тобто в положеннях ланки $\varphi = \frac{\pi}{2}$ і $\varphi = \frac{3\pi}{2}$ збитковий момент $M_{\text{зв}} = 0$. Кутова швидкість в положенні $\varphi = \frac{\pi}{2}$ набуде свого максимального значення $\omega_a = \omega_{\text{max}}$. В положенні $\varphi = \frac{3\pi}{2}$ кутова швидкість буде мінімальною $\omega_b = \omega_{\text{min}}$.

3. Визначимо зміну кінетичної енергії після встановлення маховика під час переходу головного вала з положення, де $\omega_a = \omega_{\text{max}}$ в положення, де $\omega_b = \omega_{\text{min}}$.

$$\Delta A_{b-a} = (I_{\text{зв},a} + I_{\text{м}}) \frac{\omega_{\text{max}}^2}{2} - (I_{\text{зв},b} + I_{\text{м}}) \frac{\omega_{\text{min}}^2}{2}$$

За цією формулою визначимо момент інерції маховика

$$I_{\text{м}} = \frac{2\Delta A_{b-a} - I_{\text{зв},a} \cdot \omega_{\text{max}}^2 + I_{\text{зв},b} \cdot \omega_{\text{min}}^2}{\omega_{\text{max}}^2 - \omega_{\text{min}}^2}.$$

У відповідності до умови задачі $I_{\text{зв},a} = I_{\text{зв},b} = I_{\text{зв}} = 2,0 \text{ Н} \cdot \text{м} = \text{const}$.

Вираз, що знаходиться в знаменнику $\omega_{\text{max}}^2 - \omega_{\text{min}}^2 = 2 \cdot \delta \cdot \omega_{\text{ср}}^2$.

Тоді

$$I_M = \frac{2\Delta A_{б-а}}{\omega_{ср}^2 \cdot \delta} - I_{зв}.$$

Визначимо збиткову роботу

$$\Delta A_{б-а} = \int_{\varphi_б}^{\varphi_а} M_{зб} d\varphi = 20 \int_{\frac{3\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \varphi \cdot d\varphi = 40 H \cdot м$$

Тоді

$$I_M = \frac{40}{10^2 \cdot 0,02} - 2 = 18 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Приклад 5.2. Визначити момент інерції велосипедного колеса, якщо діаметр колеса 670мм. Маса колеса разом із покришкою становить $m = 1,3\text{кг}$.

Рішення

Момент інерції можна визначити із такого рівняння:

$$I_M = R^2 \cdot \sum_{i=1}^n \Delta m_i = M \cdot R^2$$

Або

$$I_M = \frac{m \cdot d^2}{4} = \frac{1,3 \cdot 67^2}{4} = 0,15 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Задача 110

Визначити момент інерції маховика машинного агрегату при його усталеному режимі руху. Всі сили і маси машинного агрегату зведені до головного валу. Зведений момент інерції $I_{зв} = 4,0 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, при цьому один цикл руху машинного агрегату відповідає одному повороту головного валу, тобто $\varphi = 2\pi$. Зведений момент сил опору представлений на рис. 5.1. Зведений момент рушійних сил в циклі постійний $M_{р.зв} = \text{const}$. Середня кутова швидкість кривошипу $\omega_{ср} = 25 \text{ с}^{-1}$. Коефіцієнт нерівномірності обертання головного валу $\delta = 0,05$.

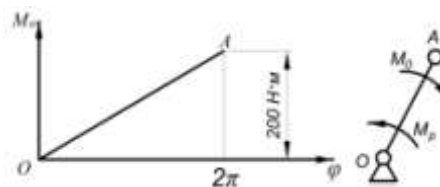


Рисунок 5.1

Задача 111

Для машинного агрегату, котрий складається з двигуна і робочої машини визначити момент інерції маховика. Характеристика двигуна задана таким рівнянням $M_p = (3000 - 25 \cdot \omega)$ Н·м, а момент опору робочої машини який приведений до вихідного валу двигуна змінюється за графіком, котрий представлений рис. 5.2. Цикл усталеного руху машинного агрегату складається з робочого ходу $\varphi_p = \pi$ і холостого ходу – $\varphi_x = 11\pi$. При цьому момент опору на робочому ході $M_p = 200$ Н·м. В технологічному циклі кутова швидкість головного валу змінюється від $\omega_{\max} = 104 \text{ с}^{-1}$, до $\omega_{\min} = 101,1 \text{ с}^{-1}$.

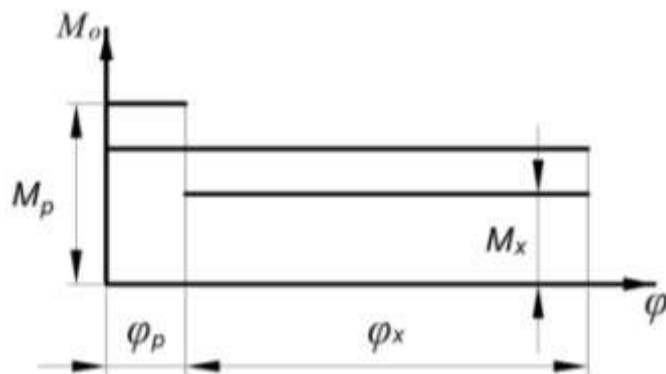


Рисунок 5.2

Задача 112

Визначити момент інерції маховика машинного агрегату, котрий складається з двигуна, редуктора і робочої машини. Зведений момент рушійних сил заданий рівнянням: $M_p = (400 - 2,5 \cdot \omega)$ Н·м, а зведений момент сил опору в циклі змінюється по трикутнику (рис. 5.3). Зведений момент інерції мас всіх ланок $I_o = 0,02 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, а коефіцієнт нерівномірності руху головного валу $\delta = 0,25$.

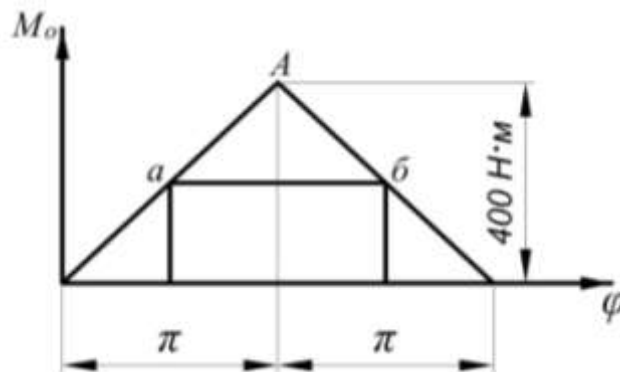


Рисунок 5.3

Задача 113

Визначити приведенний до головного валу двигуна момент інерції маховика машинного агрегату, який складається з двигуна і робочої машини. Характеристика двигуна задана рівнянням: $M_p = (1000/\omega)$ Н·м. Зведений до головного валу двигуна момент опору робочої машини заданий графіком (рис. 5.4). Цикл усталеного руху складається з робочого ходу який триває $t_p = 0,1$ с і холостого ходу тривалість якого $t_x = 0,5$ с. На робочому ході $M_p = M_o = 50$ Н·м. На холостому ході кутова швидкість головного валу змінюється від $\omega_{\max} = 200$ с⁻¹ до $\omega_{\min} = 50$ с⁻¹, $t_p + t_x = t_y$.

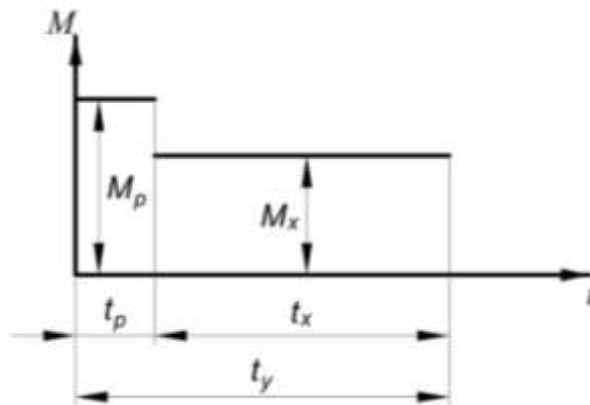


Рисунок 5.4

Задача 114

Машинний агрегат складається із двигуна, робочої машин, редуктора і маховика (рис. 5.5). Момент, що його розвиває двигун, визначається характеристикою $M_p = (5000 - 50 \cdot \omega)$ Н·м. Технологічний цикл робочої машини складається із робочого і холостого ходу, робочий цикл триває $t_p = 0,4$ с. Зведений момент опору на робочому ході становить $M_o = 2,5$ кН·м, а на холостому ході $M_o = 0,5$ кН·м. Передаточне число редуктора $i_{1,2} = 5$. Момент інерції вала двигуна $I_o = 0,3$ кг·м², момент інерції деталей, встановлених на валу робочої машини $I_p = 10$ кг·м². Кутова швидкість за час робочого ходу головного валу зменшується від $\omega_{\max} = 99$ с⁻¹ до $\omega_{\min} = 94$ с⁻¹, а під час холостого ходу зростає від $\omega_{\min}$ до $\omega_{\max}$.

Визначити величину моменту інерції маховика і час холостого ходу машинного агрегату.

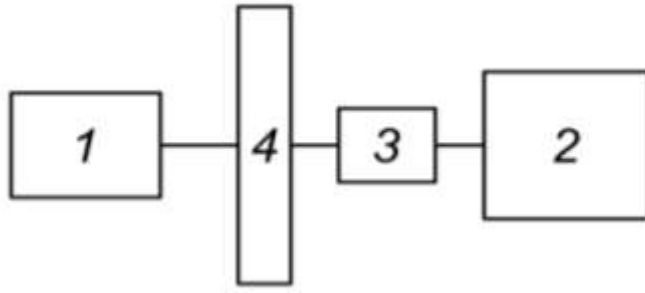


Рисунок 5.5

Задача 115

Визначити момент інерції маховика, який розміщений на валу двигуна, машинного агрегату, який складається з двигуна і робочої машини. Середня кутова швидкість валу двигуна $\omega_{cp} = 100 \text{ с}^{-1}$, а коефіцієнт нерівномірності руху вала $\delta = 0,05$. Момент, що його розвиває двигун, визначається із співвідношення $M_p = (1050 - 10 \cdot \omega) \text{ Н} \cdot \text{м}$. Робочий хід $\varphi_p = \frac{3}{2}\pi$.

Задача 116

Для приводу робочої машини необхідна потужність двигуна повинна бути $P_d = 110 \text{ кВт}$, при цьому механічний коефіцієнт корисної дії машини складає $\eta = 0,85$. Частота обертання кривошипу двигуна $n_1 = 600 \text{ хв}^{-1}$. Необхідно визначити момент інерції маховика I_m , якщо збиткова робота $A_{зб.} = 0,2 A_{кор.}$ за один оборот кривошипу, а коефіцієнт нерівномірності $\delta = 0,025$.

РОЗДІЛ 6. ЗРІВНОВАЖУВАННЯ ЛАНОК І МЕХАНІЗМІВ В ЦІЛОМУ

6.1 Зрівноважування обертових мас, розташованих в паралельних площинах

Під час роботи механічних систем ланки їх рухаються із прискореннями, в наслідок чого виникають сили інерції, які створюють у кінематичних парах додаткові динамічні навантаження. Ці навантаження збільшують сили тертя, а як наслідок відбувається зношення елементів кінематичних пар. Крім того зменшується витривалість металу, що в свою чергу приводить до можливих руйнувань ланок.

Відомо, що сили інерції змінні за величиною і напрямком. При роботі машин ці сили передаються на станини машин, або на фундаменти на яких закріплені ці машини, викликаючи при цьому їх коливання, розхитування і вібрацію. В процесі проектування машин (механізмів) ставиться задача про повне або часткове погашення інерційних сил (динамічних сил).

Задача про погашення динамічних навантажень називається задачею про зрівноваження рухомих мас механізму (машини), або зрівноваження сил інерції.

Існує статична і динамічна невірноваженість.

Статична невірноваженість має місце тоді, коли центр обертання ланки і центр її ваги не співпадають.

Статична невірноваженість ланок, що обертаються, характеризується статичним дисбалансом, який визначається за наступним виразом:

$$D = m \cdot r, \quad (6.1)$$

де m – невірноважена маса, кг; r – відстань від центра обертання до невірноваженої маси, м.

Динамічна або моментна невірноваженість характеризується динамічним дисбалансом.

$$M = m \cdot r \cdot l. \quad (6.2)$$

Розглянемо приклади зрівноважування обертових мас, котрі розташовані в паралельних площинах.

6.2 Приклади на зрівноваження обертових мас, розташованих в паралельних площинах

Приклад 6.1 Визначити масу противаги m_n , яку необхідно встановити на вал, що обертається для зрівноваження сил інерції від мас m_1 і m_2 які розташовані в паралельних площинах (рис. 6.1). Відомо, що $m_1 = 15$ грам, $m_2 = 10$ грам, $r_1 = 20$ мм, $r_2 = 12$ мм, $\alpha = 45^\circ$. Противагу встановити на відстані 10мм від осі обертання

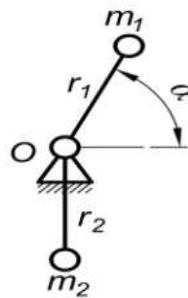


Рисунок 6.1

Рішення

Так як маси розміщені в одній площині яка перпендикулярна до осі обертання, то достатньо виконати тільки статичне зрівноважування. Для цього складемо векторне рівняння статичних дисбалансів:

$$m_1 \cdot \vec{r}_1 + m_2 \cdot \vec{r}_2 + m_n \cdot \vec{r}_n = 0,$$

або

$$D_1 + D_2 + D_n = 0,$$

де $D_1 = m_1 \cdot r_1$; $D_2 = m_2 \cdot r_2$; $D_n = m_n \cdot r_n$.

Визначимо величини дисбалансів:

$$D_1 = m_1 \cdot r_1 = 15 \cdot 20 = 300 \text{ кг}\cdot\text{мм}; D_2 = m_2 \cdot r_2 = 10 \cdot 12 = 120 \text{ кг}\cdot\text{мм}.$$

Щоб визначити місце встановлення противаги побудуємо план дисбалансів (рис.6. 2,б) в масштабі $\mu_D = 5 \frac{\text{кг}\cdot\text{мм}}{\text{мм}}$. Напрямок дії дисбалансів D_1 і D_2 показаний на рис. 6. 2,а.

Відрізки на плані дисбалансів рівні: $(1-2) = 60\text{мм}$; $(2-3) = 25\text{мм}$.

Вимірявши відрізок $(3-1) = 45\text{мм}$ визначаємо величину дисбалансу противаги.

$$D_n = m_n \cdot r_n = 25 \cdot 5 = 125\text{кгм}.$$

Знаючи відстань установки противаги визначаємо масу противаги:

$$m_n = \frac{D_n}{r_n} = \frac{125}{10} = 12,5\text{кг}.$$

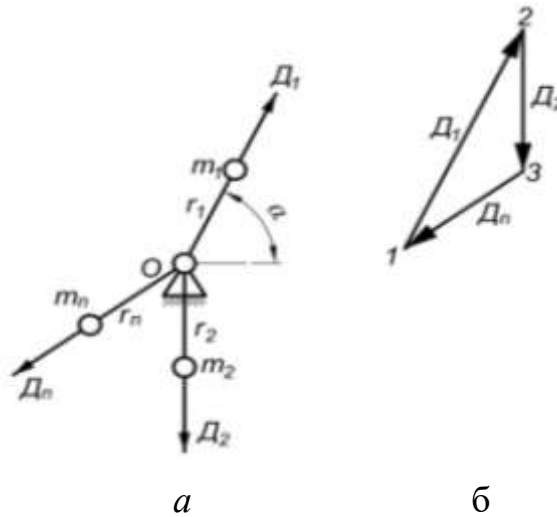


Рисунок 6.2

Приклад 6.3 Визначити місце і величину установки противаги масою 5кг, для зрівноважування трьох обертових мас (рис. 6.3). Відомо, що $m_1 = 5\text{кг}$, $m_2 = 10\text{кг}$, $m_3 = 10\text{кг}$, $r_1 = 10\text{мм}$, $r_2 = 10\text{мм}$, $r_3 = 15\text{мм}$.

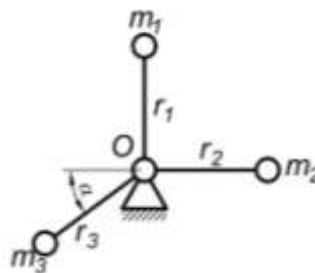


Рисунок 6.3

Рішення

Визначимо величини дисбалансів від мас m_1 , m_2 і m_3 .

$$D_1 = m_1 \cdot r_1 = 5 \cdot 10 = 50\text{кгм}, D_2 = m_2 \cdot r_2 = 10 \cdot 10 = 100\text{кгм}, D_3 = m_3 \cdot r_3 = 10 \cdot 15 = 150\text{кгм}.$$

Прийmemo масштаб $\mu_D = 2 \frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{мм}}$ і побудуємо в цьому масштабі план дисбалансів (рис. 6.4,б). Напрямки дисбалансів показані на рисунку 6.4,а. На рисунку 6.4,а показане місце установки противаги масою 5кг. Відстань від опори О до противаги m_n визначається за формулою:

$$r_n = \frac{D_n}{m_n} = \frac{30 \cdot 2}{5} = 12 \text{ мм.}$$

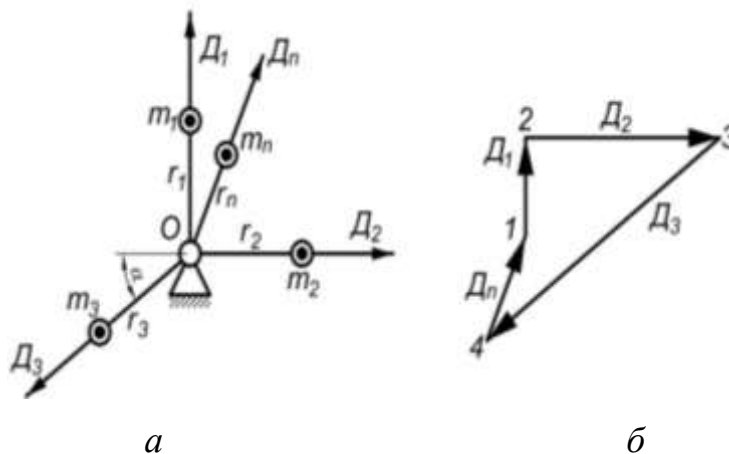


Рисунок 6.4

6.3 Статичне зрівноваження мас плоских важільних механізмів

Зрівноваженим механізмом називається механізм, для якого головний вектор і головний момент сил тиску стояка на фундамент (або опору стійки) залишаються постійними при заданому рухові початкових ланок. Мета зрівноважування механізму, усунення змінних впливів на фундамент, які викликають небажані коливання як самого фундаменту, так і будівлі, в якій він знаходиться. Транспортні машини не мають фундаменту, але вони також повинні бути зрівноважені для того, щоб уникнути коливання ланок механізму, які виникають в наслідок змінних впливів на стояк з боку його опори (дороги, ґрунту, підлоги і т.п.) [1].

Зрівноважування механізмів – перерозподіл мас певних ланок таким чином, щоб максимально зменшити їх дію на інші рухомі ланки та стояк.

Найбільший ефект зрівноважування досягається при умові, коли маси ланок підібрані і розподілені таким чином, щоб при роботі механізмів (машин)

їх центри мас були нерухомими, доцентрові моменти інерції ланок відносно осей обертання були рівні нулю, а відносно інших осей – постійні.

Умова зрівноваження сил інерції рухомих ланок механізму виражається наступними рівняннями:

$$\sum_{i=1}^n F_i = 0 \text{ і } \sum_{i=0}^n M_i = 0, \quad (6.3)$$

де $F_i = -m_i \cdot d_{Si}$ – головний вектор сил інерції, який діє на i – ту ланку механізму і має масу m_i , зосереджену в центрі мас S_i ланки, рухаючись з прискоренням d_S центра мас; $M_i = -I_{Si} \cdot \varepsilon_i$ – головний момент сил інерції, який діє на i – ту ланку, з моментом інерції I_{Si} , відносно центра мас і рухається з кутовим прискоренням ε_i .

При зрівноважування мас плоских механізмів часто користуються умовою $\sum_{i=1}^n F_i = 0$. Ця умова рівнозначна вимозі постійності центра мас ланок механізму відносно стояка. Розподіл мас ланок механізму, який переводить його центр мас в точку, нерухому відносно стояка, називається **статичним зрівноваженням мас ланок механізму**.

Найбільш наочне і просте рішення задач статичного зрівноважування мас ланок плоских механізмів виходить з методу замінюючих мас. У плоскому русі системою замінюючи мас називається система зосереджених мас $m_1, m_2, \dots, m_n$, яка володіє тією ж масою m , з тим же розміщенням центра мас і тим же моментом інерції I_S , що й заміняючи тверде тіло плоского механізму. Тобто:

$$m_1 + m_2 + \dots + m_n = m;$$

$$m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2 + \dots + m_n \cdot x_n = 0;$$

$$m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2 + \dots + m_n \cdot y_n = 0;$$

$$m_1(x_1^2 + y_1^2) + \dots + m_n(x_n^2 + y_n^2) = 0.$$

Якщо виконується перші три умови, то розміщення мас називається статичним; якщо всі чотири умови виконуються – динамічним.

Розглянемо методику статичного зрівноваження плоских важільних механізмів на окремих прикладах.

6.4 Приклади на зрівноважування важільних механізмів

Приклад 6.4 Визначити маси противаг, які необхідно встановити на продовженні ланок OA і BC шарнірного чотириланкового механізму (рис. 6.5), якщо: $l_{OA} = 0,1\text{м}$; $l_{AB} = 0,3\text{м}$; $l_{BC} = 0,25\text{м}$; $m_1 = 1\text{кг}$; $m_2 = 3\text{кг}$; $m_3 = 2\text{кг}$; $l_{OS_1} = 0,02\text{м}$; $l_{AS_2} = 0,1\text{м}$; $l_{BS_3} = 0,1\text{м}$. Противаги необхідно встановити на відстані $r_1 = 0,05\text{м}$ і $r_3 = 0,10\text{м}$.

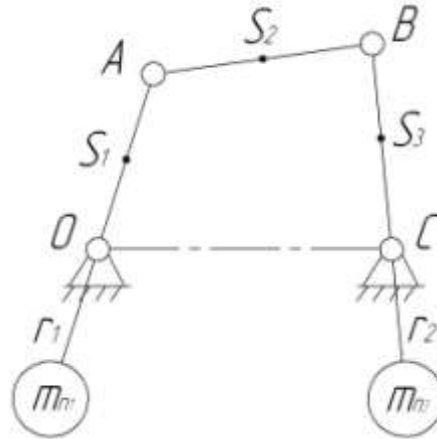


Рисунок 6.5.

Рішення.

1. Визначаємо маси, які будуть зосереджені в точках А і В.

$$m_B = m_2 \cdot \frac{l_{AS_2}}{l_{AB}} = 3 \cdot \frac{0,1}{0,3} = 1\text{кг}.$$

$$m_A = m_2 \cdot \frac{l_{BS_2}}{l_{AB}} = 3 \cdot \frac{0,2}{0,3} = 2\text{кг}.$$

На продовженні кривошипа і коромисла встановлюємо дві противаги m_{n1} і m_{n3} .

2. Визначаємо маси противаг m_{n1} і m_{n3} з урахуванням мас m_1 , m_3 , m_A і m_B :

$$m_{n1} = \frac{m_A \cdot l_{OA} + m_1 \cdot l_{OS_1}}{r_1} = \frac{2 \cdot 0,1 + 1 \cdot 0,02}{0,05} = 4,4\text{кг},$$

$$m_{n3} = \frac{m_B \cdot l_{BC} + m_3 \cdot l_{CS_3}}{r_3} = \frac{1 \cdot 0,1 + 2 \cdot 0,15}{0,10} = 4,0\text{кг}.$$

Приклад 6.5 Визначити маси протизаг m_{n_1} і m_{n_2} , які необхідно встановити на кривошипі OA і шатуні AB кривошипно-повзункового механізму з метою його статичного зрівноваження (рис. 6.6). Дано: $m_1 = 1\text{ кг}$; $m_2 = 5\text{ кг}$; $m_3 = 1\text{ кг}$; $l_{OA} = 0,1\text{ м}$; $l_{AB} = 0,3\text{ м}$; $l_{OS_1} = 0,05\text{ м}$; $l_{OS_2} = 0,15\text{ м}$. Протизаги встановити на продовженні ланок OA і AB на відстані $0,1\text{ м}$.

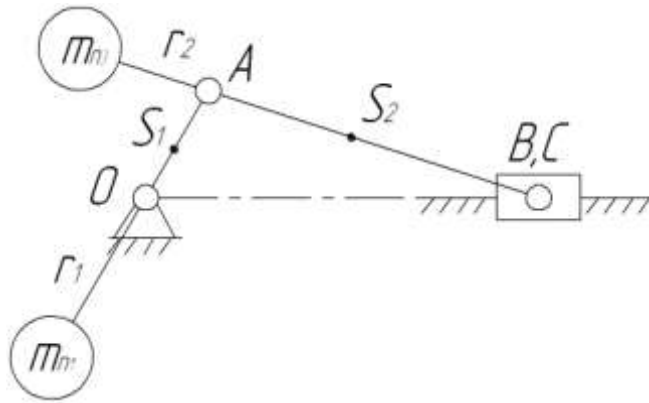


Рисунок 6.6.

Рішення.

1. Визначити маси зосереджені в точках O , A і B .

$$m_O = m_1 \frac{l_{OA} - l_{OS_1}}{l_{OA}} = 1 \frac{0,1 - 0,05}{0,1} = 0,5\text{ кг}.$$

$$m_A = m_1 \frac{l_{OS_1}}{l_{OA}} + m_2 \frac{l_{BS_2}}{l_{AB}} = 1 \frac{0,05}{0,1} + 5 \frac{0,15}{0,3} = 0,5 + 2,5 = 3\text{ кг}.$$

$$m_B = m_2 \frac{l_{AS_2}}{l_{AB}} + m_3 = 5 \frac{0,15}{0,3} + 3 = 2,5 + 3 = 5,5\text{ кг}.$$

2. Визначимо масу протизаги m_{n_2} без урахування маси m_2 .

$$m_{n_2} = m_B \frac{l_{OA}}{r_1} = 3 \frac{0,1}{0,1} = 3\text{ кг}.$$

3. Визначимо масу протизаги m_{n_2} , яку необхідно встановити на продовженні ланки AB .

$$m_{n_2} = m_B \frac{l_{AB}}{r_2} = 5,5 \frac{0,3}{0,1} = 16,5\text{ кг}.$$

4. Визначимо масу протизаги m_{n_1} з урахуванням m_{n_2} , m_A і m_B .

$$m_{n_1} = \frac{(m_B + m_A + m_{n_2})}{r_1} = \frac{(5,5 + 3 + 16,5)}{0,1} = 25\text{ кг}.$$

Приклад 6.6 Виконати статичне зрівноваження шестиланкового механізму (рис. 6.7). Дано: $m_1 = 3,6\text{кг}$; $m_3 = 13,2\text{кг}$; $m_4 = 4,8\text{кг}$; $m_5 = 6\text{кг}$; $l_{OA} = 0,3\text{м}$; $l_{CD} = 0,2\text{м}$; $l_{OS_1} = 0,15\text{м}$; $l_{CS_3} = 0,35\text{м}$; $l_{DE} = 0,4\text{м}$; $l_{DS_4} = 0,2\text{м}$.

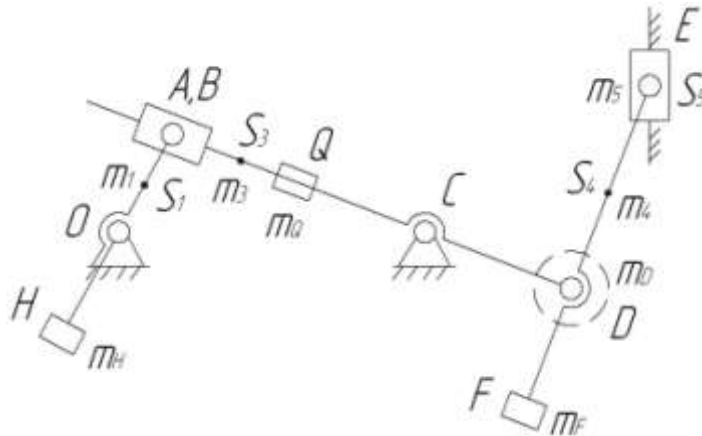


Рисунок 6.7

Рішення.

1. Переносимо центр мас ланок 5 і 4 в точку D , для цього поставимо на продовженні ланки DE протизагу масою m_F з центром тяжіння в точці F .

$$m_F \cdot l_{DF} = m_4 \cdot l_{DS_4} + m_5 \cdot l_{DE},$$

$$m_F \cdot l_{DF} = 4,8 \cdot 0,2 + 6 \cdot 0,4 = 3,36\text{кг} \cdot \text{м}.$$

Приймаємо $m_F = 10\text{кг}$, тоді $l_{DF} = 0,336\text{м}$. Тепер маси m_5 , m_4 і m_F умовно можна замінити масою m_D з центром її розміщення в точці D .

$$m_D = m_5 + m_4 + m_F = 6 + 4,8 + 10 = 20,8\text{кг}.$$

2. Поставимо на 3ланці протизагу масою m_Q з центром її розміщення в точці Q на відстані CQ так, щоб центр тяжіння мас m_D , m_Q і m_3 знаходився в точці C :

$$m_D \cdot l_{CD} = m_3 \cdot l_{CS_3} + m_Q \cdot l_{CQ},$$

підставимо початкові дані в отриманий вираз

$$m_Q \cdot l_{CQ} = m_D \cdot l_{CD} - m_3 \cdot l_{CS_3} = 20,8 \cdot 0,8 - 13,2 \cdot 0,35 = -0,46\text{кг} \cdot \text{м}.$$

Знак « $-$ » показує на те, що протизагу m_Q потрібно встановити не ліворуч від точки C , а праворуч. Це дозволяє взагалі обійтися без протизаги m_Q . Тоді

визначаємо якою має бути маса m_D , щоб відносно точки С вона зрівноважила масу m_3 :

$$m_D \cdot l_{CD} = m_3 \cdot l_{CS_3},$$

або

$$m_D = m_3 \cdot \frac{l_{CS_3}}{l_{CD}} = 13,2 \cdot \frac{0,35}{0,2} = 23,1 \text{ кг}.$$

Тоді із співвідношення $m_D = m_F^H + m_4 + m_5$ визначаємо m_F^H .

$$m_F^H = m_D - m_4 - m_5 = 23,1 - 4,8 - 6 = 12,3 \text{ кг}.$$

Дійсна довжина l_{DF} буде:

$$l_{DF} = m_F \cdot \frac{l_{DF}}{m_F^H} = 10 \cdot \frac{0,336}{12,3} = 0,273 \text{ м}.$$

3. Центр тяжіння кривошипа ОА перенесемо в точку О за допомогою противаги m_H .

$$m_H \cdot l_{OH} = m_1 \cdot l_{OS_1} = 3,6 \cdot 0,15 = 0,54 \text{ кг} \cdot \text{м}.$$

Приймаємо $l_{OH} = 0,2 \text{ м}$, тоді:

$$m_H = m_1 \cdot \frac{l_{OS_1}}{l_{OH}} = 3 \cdot \frac{0,15}{0,2} = 2,25 \text{ кг}.$$

4. Отже даний механізм можна зрівноважити двома противагами:

$m_F^H = 12,3 \text{ кг}$, і $m_H = 2,25 \text{ кг}$ встановлених на відстанях відповідно $l_{DF} = 0,273 \text{ м}$ і $l_{OH} = 0,2 \text{ м}$.

Задача 117

На ободі автомобільного колеса встановлено три вантажі під кутом 60° один відносно іншого масою відповідно: $m_1 = 10 \text{ грам}$; $m_2 = 15 \text{ грам}$; $m_3 = 20 \text{ грам}$. Визначити масу і положення противаги, котра зрівноважить вище вказані маси.

Задача 118

В одній площині обертаються дві маси (рис. 6.8). Дано: $m_1 = 8 \text{ грам}$; $m_2 = 2 \text{ грам}$; $r_1 = 10 \text{ мм}$; $r_2 = 5 \text{ мм}$; $\alpha = 60^\circ$. Визначити масу і положення противаги, якщо $r_n = 5 \text{ мм}$.

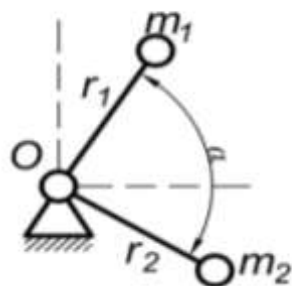


Рисунок 6.8

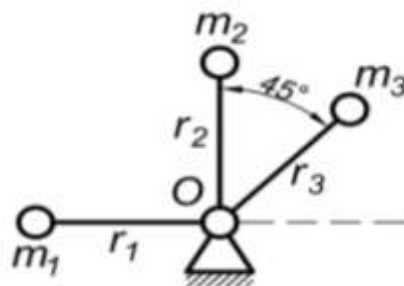


Рисунок 6.9

Задача 119

Зрівноважити ланку, що обертається і має три неврівноважені маси відповідно: $m_1 = 10$ грам; $m_2 = 20$ грам; $m_3 = 5$ грам (рис. 6.9). Маса знаходяться на відстанях $r_1 = 4$ мм, $r_2 = 5$ мм, $r_3 = 6$ мм від осі обертання. Визначити місце встановлення противаги і відстань до її встановлення, якщо $m_n = 10$ грам.

Задача 120

Необхідно зрівноважити три маси, що обертаються в одній площині. Дано: $m_1 = 4$ грам; $m_2 = 8$ грам; $m_3 = 6$ грам; $r_1 = 5$ мм, $r_2 = 4$ мм, $r_3 = 5$ мм (рис. 6.10). Визначити m_n , якщо $r_n = 10$ мм.

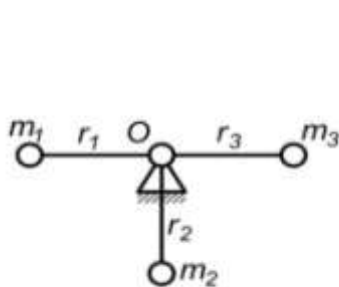


Рисунок 6.10

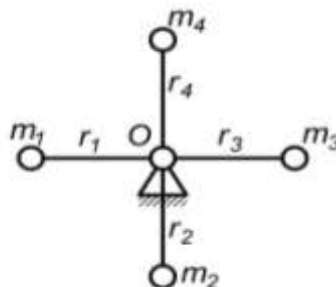


Рисунок 6.11

Задача 121

Зрівноважити чотири маси які обертаються в одній площині (рис. 6.11). Дано: $m_1 = 2$ грам; $m_2 = 4$ грам; $m_3 = 6$ грам; $m_4 = 5$ грам; $r_1 = 10$ мм; $r_2 = 5$ мм; $r_3 = 5$ мм; $r_4 = 4$ мм. Визначити місце і відстань встановлення противаги якщо $m_n = 10$ грам.

Задача 122

Визначити реакції в опорах А і В вала від сил інерції вантажів, маси яких рівні $m_1 = 1,0 \text{ кг}$; $m_2 = 0,5 \text{ кг}$; $m_3 = 0,25 \text{ кг}$, центри мас усіх вантажів розміщені в площині яка знаходиться на осі обертання вала АВ (рис. 6.12). Координати центрів мас вантажів знаходяться на відстанях: $r_1 = 100 \text{ мм}$; $r_2 = 100 \text{ мм}$; $r_3 = 200 \text{ мм}$, відстань вантажів від опори А: $l_1 = 100 \text{ мм}$; $l_2 = 300 \text{ мм}$; $l_3 = 400 \text{ мм}$, відстань між опорами А і В рівна $L = 500 \text{ мм}$, кутова швидкість вала $\omega = 10 \text{ с}^{-1}$.

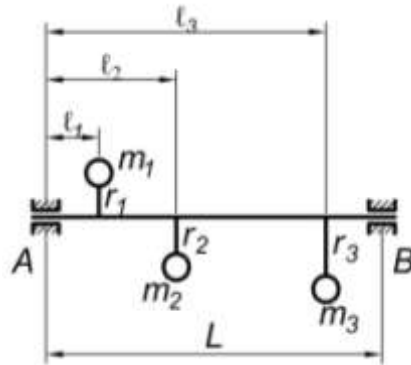


Рисунок 6.12

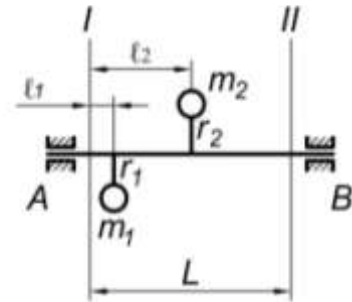


Рисунок 6.13

Задача 123

Визначити маси противаг m_{n1} і m_{n2} , які необхідно встановити у площинах I і II для зрівноважування сил інерції вантажів m_1 і m_2 , які лежать в площині яка знаходиться на осі обертання вала АВ (рис. 6.13). Координати центрів мас противаг $r_{n1} = r_{n2} = 100 \text{ мм}$. Маси вантажів: $m_1 = 10 \text{ грам}$; $m_2 = 20 \text{ грам}$, відстань вантажів від площини виправлення I: $l_1 = 200 \text{ мм}$; $l_2 = 400 \text{ мм}$, відстань між площинами I і II становить $L = 600 \text{ мм}$.

Задача 124

Визначити координати центрів мас противаг $l_{AS'_1}$ і $l_{BS'_2}$, які встановлені на кривошипі і шатуні шарнірного чотириланкового механізму (рис. 6.14). Задані розміри ланок $l_{AB} = 80 \text{ мм}$, $l_{BC} = 270 \text{ мм}$, $l_{CD} = 190 \text{ мм}$, координати центрів мас ланок $l_{AS_1} = 50 \text{ мм}$, $l_{BS_2} = 135 \text{ мм}$, $l_{CS_3} = 90 \text{ мм}$, а також маси ланок $m_1 = 0,07 \text{ кг}$,

$m_2 = 0,55\text{кг}$, $m_3 = 0,28\text{кг}$, і маси протизаг $m_{n_1} = 3,3\text{кг}$, $m_{n_2} = 1,6\text{кг}$.

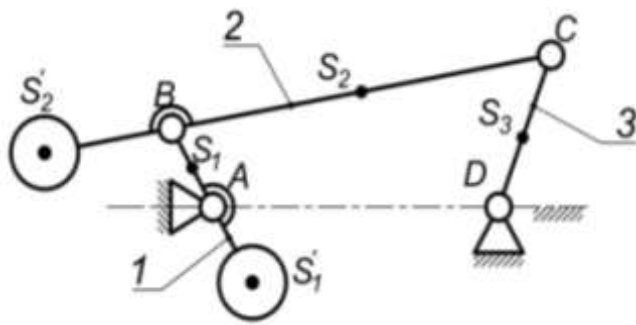


Рисунок 6.14

Задача 125

Визначити маси протизаг m_{n_1} і m_{n_2} , які необхідно встановити на кривошипі АВ і шатуні ВС для повного зрівноважування головного вектора сил інерції всіх ланок кривошипно-повзункового механізму (рис. 6.15), якщо координати центрів мас S_1' і S_2' цих протизаг рівні $l_{AS_1'} = 500\text{мм}$ і $l_{BS_2'} = 200\text{мм}$, а координати центрів мас S_1 і S_2 ланок мають такі значення $l_{AS_1} = 75\text{мм}$ і $l_{BS_2} = 200\text{мм}$. Маси ланок $m_1 = 0,1\text{кг}$, $m_2 = 0,7\text{кг}$, $m_3 = 0,8\text{кг}$, а розміри ланок $l_{AB} = 80\text{мм}$, $l_{BC} = 800\text{мм}$.

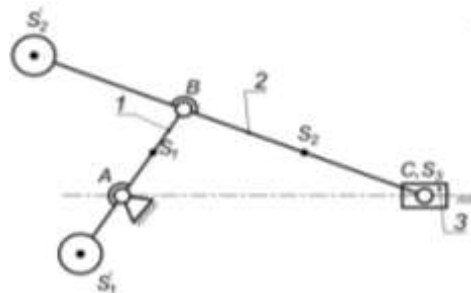


Рисунок 6.15

Задача 126

Визначити масу протизаги m_{n_1} , яку необхідно встановити на кривошипі АВ кривошипно-повзункового механізму для зрівноважування вертикальної складової головного вектора сил інерції усіх ланок механізму (рис. 6.16), якщо відомі розміри ланок $l_{AB} = 100\text{мм}$ і $l_{BC} = 500\text{мм}$ координати центрів мас S_1 і S_2

ланок $l_{AS_1} = 75\text{мм}$ і $l_{BS_2} = 100\text{мм}$, координата центра мас S_1' знаходиться на відстані $l_{AS_1'} = 600\text{мм}$, а також маси ланок $m_1 = 0,3\text{кг}$, $m_2 = 1,5\text{кг}$.

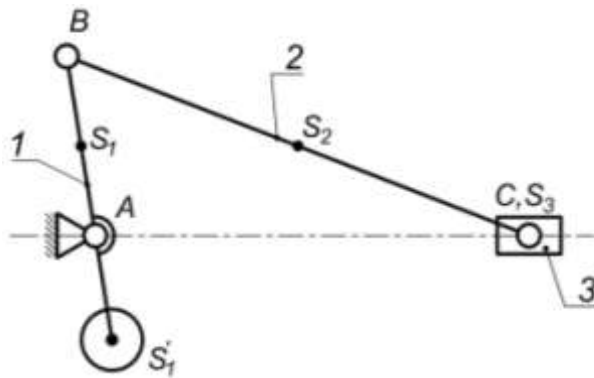


Рисунок 6.16

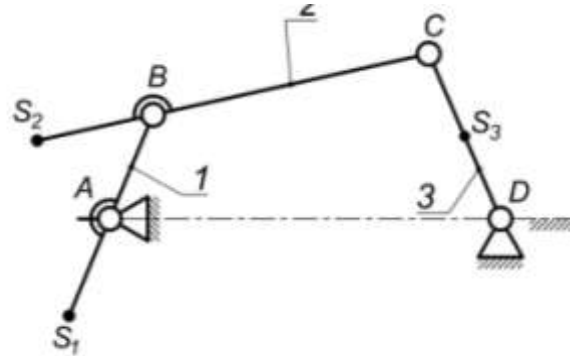


Рисунок 6.17

Задача 127

Визначити положення центрів мас рухомих ланок шарнірного чотириланкового механізму l_{AS_1} , l_{BS_2} , l_{CS_3} (рис. 6.17), при яких головний вектор сил інерції дорівнює нулю. Задані розміри ланок $l_{AB} = 100\text{мм}$, $l_{BC} = 400\text{мм}$, $l_{CD} = 200\text{мм}$, маси ланок $m_1 = 2,0$, $m_2 = 8,0\text{кг}$, $m_3 = 4,0\text{кг}$. Примітка. Загальний центр мас S рухомих ланок співпадає з точкою A .

Задача 128

Визначити координати центрів мас l_{AS_1} і l_{CS_3} ланок 1 і 3 з протидіями шарнірного чотириланкового механізму (рис. 6.18) для повного статичного зрівноваження цього механізму. Задані розміри ланок $l_{AB} = 100\text{мм}$, $l_{BC} = 210\text{мм}$, $l_{CD} = 190\text{мм}$ і положення центра мас шатуна $l_{BS_2} = 110\text{мм}$. Маси ланок відомі $m_1 = 2,0\text{кг}$, $m_2 = 4,0\text{кг}$, $m_3 = 3,3\text{кг}$.

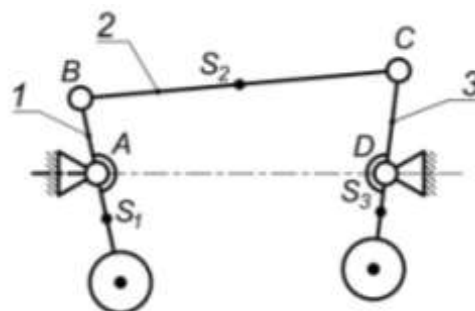


Рисунок 6.18

Задача 129

Маса повзуна кривошипно-повзункового механізму (рис. 6.19) дорівнює $m_3 = 0,5 \text{ кг}$. Підібрати маси ланок m_2 і m_1 шатуна BC і кривошипа AB таким чином, щоб головний вектор сил інерції всіх ланок механізму був зрівноважений. Координати центрів мас S_1 і S_2 ланок AB і BC рівні $l_{AS_1} = 130 \text{ мм}$ і $l_{BS_2} = 150 \text{ мм}$. Розміри кривошипа і шатуна рівні відповідно $l_{AB} = 125 \text{ мм}$, $l_{BC} = 500 \text{ мм}$.

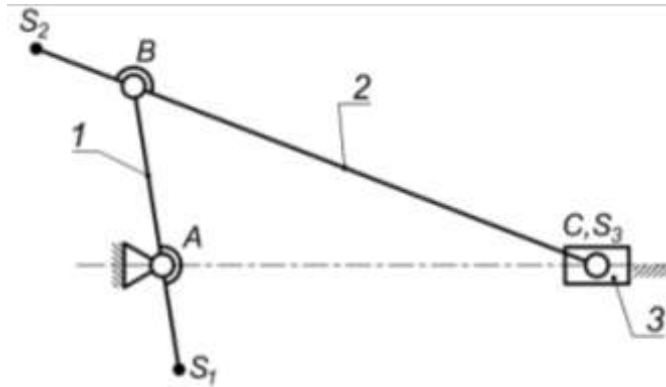


Рисунок 6.19

Задача 130

Підібрати маси противаг, які розміщені на продовженні ланок OA, BC, DB, для зрівноважування шестиланкового механізму (рис. 6.20). Центри ваги ланок знаходяться в точках S_1, S_2, S_3, S_4 . Розміри ланок $l_{OA} = 100 \text{ мм}$, $l_{AB} = 200 \text{ мм}$, $l_{BC} = 150 \text{ мм}$, $l_{BD} = 500 \text{ мм}$, $l_{OS_1} = 50 \text{ мм}$, $l_{AS_2} = 80 \text{ мм}$, $l_{CS_3} = 50 \text{ мм}$, $l_{BS_4} = 200 \text{ мм}$. Маси ланок $m_1 = 1,0 \text{ кг}$, $m_2 = 2,0 \text{ кг}$, $m_3 = 1,5 \text{ кг}$, $m_4 = 8,0 \text{ кг}$, $m_5 = 2,0 \text{ кг}$. Противаги встановити на відстанях: $r_{n1} = r_{n2} = 20 \text{ мм}$, $r_{n3} = 100 \text{ мм}$.

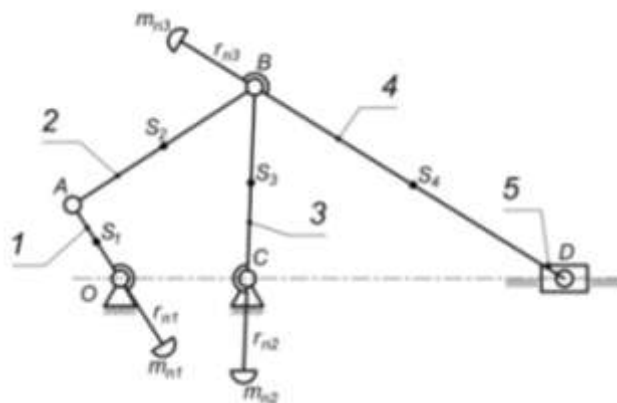


Рисунок 6.20

РОЗДІЛ 7. КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ЗУБЧАСТИХ ПЕРЕДАЧ

7.1 Загальні положення

Визначення передаточного відношення (числа) є основною задачею кінематичного аналізу зубчастих механізмів різної конструкції.

Передаточним відношенням називається відношення кутової швидкості вхідної ланки (ω_1) до кутової швидкості вихідної ланки (ω_i) і позначається буквою « i » з відповідними індексами.

$$i_{1,2} = \frac{\omega_1}{\omega_2}. \quad (7.1)$$

Крім передаточного відношення, використовується і передаточне число. **Передаточним числом** називається відношення числа зубців більшого колеса до числа зубців меншого колеса.

$$u_{1,i} = \frac{z_i}{z_1}. \quad (7.2)$$

Передаточне відношення має знак «+» у випадку внутрішнього зачеплення однієї пари зубчастих коліс. Для зовнішнього зачеплення пари зубчастих коліс використовується знак «-», тобто зубчасті колеса обертаються в різні сторони.

Мінімальне число зубців повинен бути в межах 12...17. При виборі числа зубців на великому колесі виходячи із габаритних розмірів і маси конструкції, максимальне значення $z_{\max}$ у металообробних верстаках, підйомно – транспортних та інших машин $z_{\max} = 125...150$. Таким чином, у середньому можна взяти максимальне значення передаточного відношення порядку 10. У практиці машинобудування для силових передач, як правило, беруть передаточне відношення в межах.

$$1 \leq | i_{1,2} | \leq 6. \quad (7.3)$$

Для отримання великих передаточних відношень використовують декілька послідовно з'єднаних зубчастих коліс. До таких зубчастих механізмів відносяться редуктори і мультиплікатори. У редукторах швидкість обертання вихідного зубчастого колеса знижується порівняно із вхідним зубчастим

колесом, якщо швидкість підвищується то такий механізм називається **мультиплікатором**.

Багатоланкові зубчасті механізми діляться на дві групи:

- зубчасті механізми з нерухомими осями обертання;
- зубчасті механізми, в яких є зубчасті колеса з рухомими осями обертання (епіциклічні механізми).

Багатоланкові зубчасті механізми з нерухомими осями обертання діляться на рядні (паразитні) і ступінчасті. На рис. 7.1 представлений рядний зубчастий механізм.

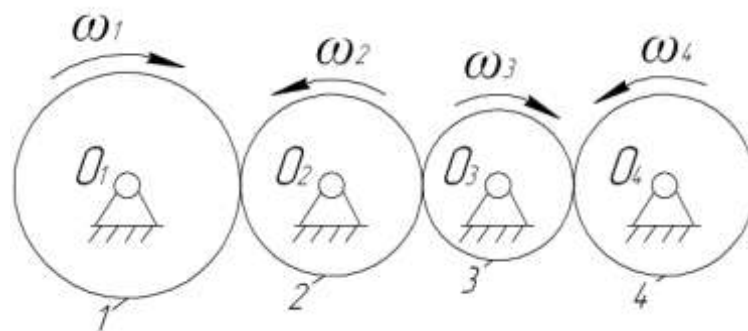


Рисунок 7.1

Передаточне відношення такого механізму визначити так:

$$i_{1,4} = (-i_{1,2}) \cdot (-i_{2,3}) \cdot (-i_{3,4}) = -\frac{\omega_1}{\omega_4} = -\frac{Z_4}{Z_1}, \quad (7.4)$$

де Z_1, Z_4 – числа зубців першого і четвертого зубчастих коліс.

В загальному вигляді передаточне відношення рядного зубчастого механізму буде:

$$i_{1,i} = (-1)^m \cdot \frac{Z_i}{Z_1}, \quad (7.5)$$

де m – кількість зовнішніх зачеплень.

Зубчасті колеса, котрі не впливають на величину загального передаточного відношення називаються **паразитними**. На рис. 7.1, це z_2 і z_3 .

Рядні зубчасті механізми використовуються для зміни напрямку обертання вихідного валу (коробки зміни передач автомобілів, тракторів і т.п.), або для забезпечення передачі руху на значну відстань.

Ступінчаста зубчаста передача. На рис. 7.2 наведена схема такої передачі.

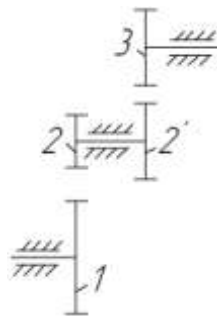


Рисунок 7.2

Передаточне відношення визначається за таким виразом:

$$i_{1,3} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \left(-\frac{z_3}{z_2'}\right) = \frac{z_2 \cdot z_3}{z_1 \cdot z_2'}. \quad (7.6)$$

Епіциклічні механізми. Ці механізми в залежності від ступені вільності діляться на *планетарні* ($w=1$) і *диференціальні* ($w \geq 2$).

Прості планетарні механізми складаються із трьох ланок. До них обов'язково входять два центральні колеса, одно із них нерухоме, водила H і блоку сателітів.

Планетарні механізми бувають із зовнішнім (рис. 7.3) і внутрішнім (рис. 7.4) зачепленням зубчастих коліс.

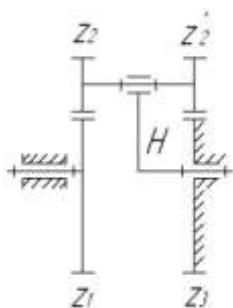


Рисунок 7.3

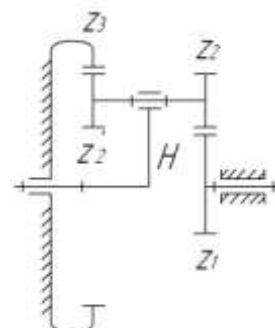


Рисунок 7.4

Передаточне відношення цих механізмів визначається за формулою Вілліса для планетарних механізмів.

$$i_{1H}^3 = 1 - i_{13}^H, \quad (7.7)$$

де i_{1H}^3 – передаточне відношення від 1 зубчастого колеса до водила H при закріпленому 3 зубчастому колесі; i_{13}^H – передаточне відношення від 1 до 3 зубчастих коліс при закріпленому водилі H .

$$i_{1,3}^H = \pm \frac{z_2 \cdot z_3}{z_1 \cdot z_2'} \quad (7.8)$$

Знак плюс для рис. 7.3, а знак мінус для рис. 7.4.

Якщо необхідно визначити $i_{H,1}^3$, то використовується наступна формула:

$$i_{H,1}^3 = \frac{1}{i_{1,H}^3} = \frac{1}{1 - i_{1,3}^H} \quad (7.9)$$

7.2 Приклади на кінематичне дослідження механізмів.

Приклад 7.1 Визначити передаточне відношення i_{15} зубчастого механізму (рис. 7.5), якщо числа зубців відомі і рівні: $z_1 = 20$; $z_2 = 40$; $z_2' = 18$; $z_3 = 27$; $z_3' = 16$; $z_4 = 64$; $z_4' = 15$; $z_5 = 45$.

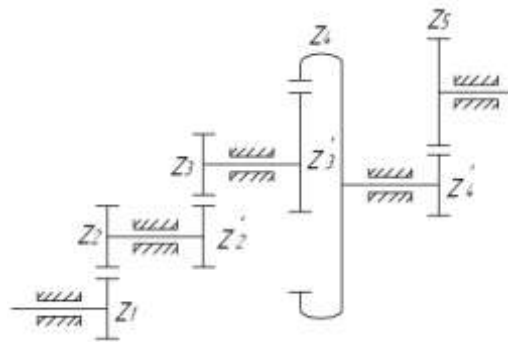


Рисунок 7.5

Рішення

1. Визначаємо передаточне відношення по ступеням.

$$i_{12} = -\frac{z_2}{z_1} = -\frac{40}{20} = -2;$$

$$i_{23} = -\frac{z_3}{z_2'} = -\frac{27}{18} = -1,5;$$

$$i_{34} = +\frac{z_4}{z_3'} = +\frac{64}{16} = +4;$$

$$i_{45} = -\frac{z_5}{z_4'} = -\frac{45}{15} = -3.$$

2. Визначаємо загальне передаточне відношення зубчастого механізму.

$$i_{15} = i_{12} \cdot i_{23} \cdot i_{34} \cdot i_{45} = (-2) \cdot (-1,5) \cdot (4) \cdot (-3) = -36.$$

Приклад 7.2 Визначити передаточне відношення i_{1H} комбінованого зубчастого механізму (рис. 7.6), якщо відомі числові значення чисел зубців: $z_1 = 18$; $z_2 = 36$; $z'_2 = 17$; $z_3 = 51$; $z_4 = 20$; $z'_4 = 15$; $z_5 = 80$; $z_6 = 45$.

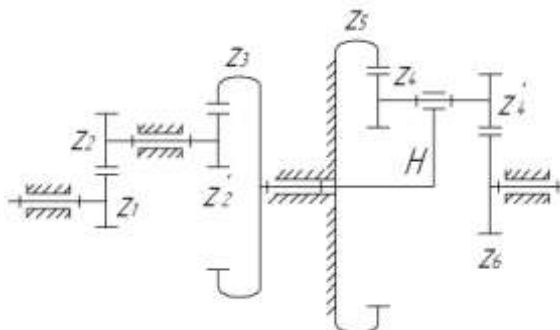


Рисунок 7.6

Рішення

1. Визначаємо передаточне відношення ступеневого зубчастого механізму.

$$i_{13} = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \left(\frac{z_3}{z'_2} \right) = \left(-\frac{36}{18} \right) \left(\frac{51}{17} \right) = -6.$$

2. Визначаємо передаточне відношення i_{H6}^5 .

$$i_{H6}^5 = \frac{1}{1 - i_{65}^H} = \frac{1}{1 - \left(-\frac{z'_4}{z_6} \right) \left(+\frac{z_5}{z_4} \right)};$$

$$i_{H6}^5 = \frac{1}{1 - +\frac{15}{45} \cdot \frac{80}{20}} = \frac{1}{1 + \frac{4}{3}} = 2,33.$$

3. Визначаємо передаточне відношення зубчастого механізму в цілому:

$$i_{16} = i_{13} \cdot i_{H6}^5 = (-6) \cdot 2,33 \approx 14.$$

Приклад 7.3 Визначити передаточне відношення i_{15} редуктора схема якого наведена рисунком 7.7, якщо $z_1 = 30$, $z_2 = 20$, $z_3 = 80$, $z_4 = 30$, $z_5 = 20$. Крім того визначити частоту обертання п'ятого колеса і сателіта 4 якщо $n_1 = 50 \text{ хв}^{-1}$.

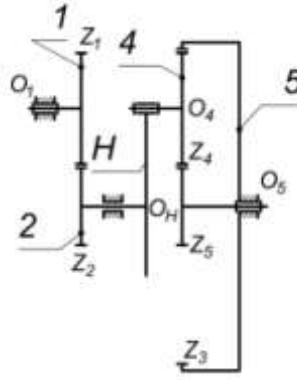


Рисунок 7.7

Рішення

Редуктор складається із не планетарної (z_1 і z_2) і планетарної (H і z_5) передач.

Підрахуємо передаточне відношення окремих ступенів, Для першої ступені:

$$i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} = -\frac{20}{30} = -\frac{2}{3},$$

тоді

$$n_2 = -\frac{3}{2} \cdot n_1 = -\frac{3}{2} \cdot 50 = -75 \text{ хв}^{-1}.$$

Передаточне відношення планетарної ступені буде:

$$i_{5H} = 1 - i_{53}^H = 1 + \frac{z_3}{z_5} = 1 + \frac{80}{20} = 1 + 4 = 5.$$

$$i_{H5} = \frac{n_H}{n_5} = \frac{1}{i_{5H}} = \frac{1}{5} = 0,2.$$

Загальне передаточне відношення редуктора

$$\frac{n_1}{n_2} = i_{12} = i_{12} \cdot i_{H5} = -\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} = -\frac{1}{7,5},$$

звідки

$$n_5 = -7,5 \cdot n_1 = -7,5 \cdot 50 = -375 \text{ хв}^{-1}.$$

Підрахуємо частоту обертання сателіта. Для цього запишемо формулу для простої планетарної передачі, яка складається із зубчастого колеса 3, сателіта 4 і водила H.

$$i_{43}^H = \frac{z_3}{z_4} = \frac{n_4 - n_H}{n_3 - n_H}.$$

Так як $n_3 = 0$, а $n_2 = n_H = -75 \text{ хв}^{-1}$, тоді $\frac{n_4 + 75}{75} = \frac{80}{30}$, звідки $n_4 = 125 \text{ хв}^{-1}$.

Задача 131

Визначити передаточне відношення i_{13} і міжосьові відстані a_{12} і a_{23} зубчастої передачі зображеної на рис. 7.8, якщо зубці всіх коліс мають модуль $m = 8 \text{ мм}$, а числа зубців коліс відповідно рівні $z_1 = 25$, $z_2 = 20$, $z_3 = 50$.

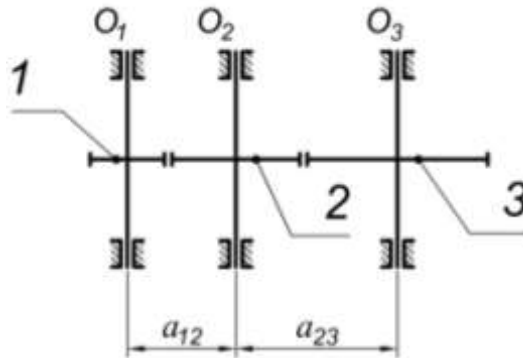


Рисунок 7.8

Задача 132

Визначити передаточне відношення i_{13} і міжосьову відстань a_{23} , для зубчастої передачі (рис. 7.9). Дано; $m = 10 \text{ мм}$; $z_1 = 60$, $z_2 = 16$, $z_3 = 20$.

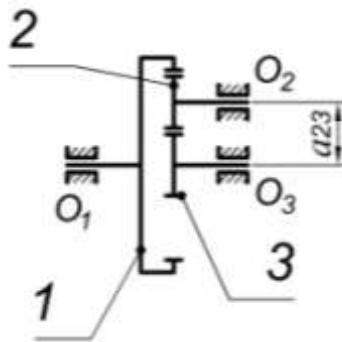


Рисунок 7.9

Задача 133

Визначити передаточне відношення i_{12} черв'ячної передачі (рис. 7.10), якщо число заходів різьби черв'яка $k = 3$, а число зубців черв'ячного колеса дорівнює $z_2 = 90$.

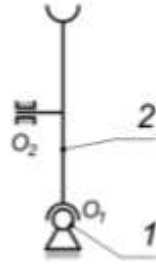


Рисунок 7.10

Задача 134

Визначити передаточне відношення двоступеневого зубчастого механізму (рис. 7.11), якщо кількість зубців зубчастих коліс дорівнює: $z_1 = 16$; $z_2 = 40$; $z'_2 = 20$; $z_3 = 30$.

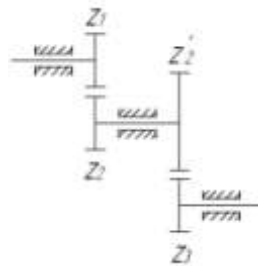


Рисунок 7.11

Задача 135

Визначити передаточне відношення i_{1H} планетарного редуктора (рис.7.12), якщо $z_1 = 60$; $z_2 = 40$; $z_3 = 70$; $z_4 = 30$.

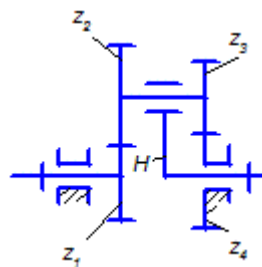


Рисунок 7.12

Задача 136

Визначити передаточне відношення i_{H1} планетарного редуктора (рис.7.13), якщо числа зубців коліс дорівнюють $z_1 = 16$, $z_2 = 24$, $z_3 = 22$, $z_4 = 62$.

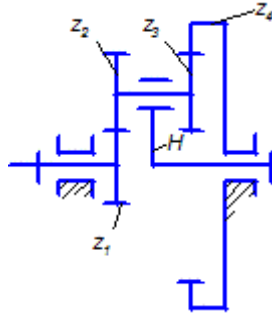


Рисунок 7.13

Задача 137

Визначити передаточне відношення i_{16} комбінованого зубчастого механізму (рис. 7.14), якщо $z_1 = 18$; $z_2 = 36$; $z'_2 = 17$; $z_3 = 51$; $z_4 = 20$; $z'_4 = 45$; $z_5 = 75$; $z_6 = 100$.

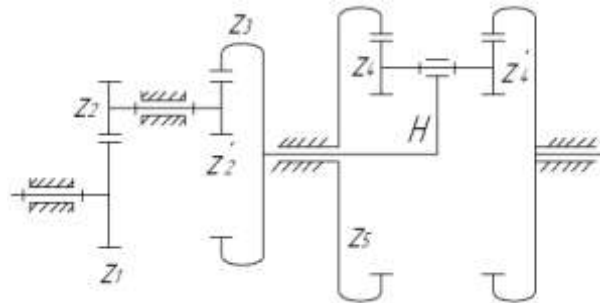


Рисунок 7.14

Задача 138

Визначити передаточне відношення i_{15} комбінованого зубчастого механізму (рис. 7.15), якщо $z_1 = 40$; $z_2 = 20$; $z'_2 = 35$; $z_3 = 25$; $z_4 = 25$; $z_5 = 75$.

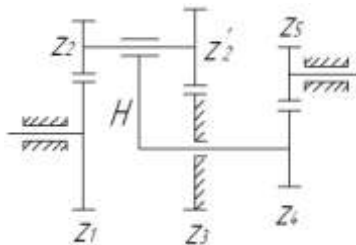


Рисунок 7.15

Задача 139

Визначити передаточне відношення i_{1H} комбінованого зубчастого механізму (рис. 7.16), якщо $z_1 = 10$, $z_2 = 46$, $z'_2 = 9$, $z_2 = 16$, $z_3 = 52$, $z'_3 = 16$, $z_4 = 22$, $z_1 = 60$.

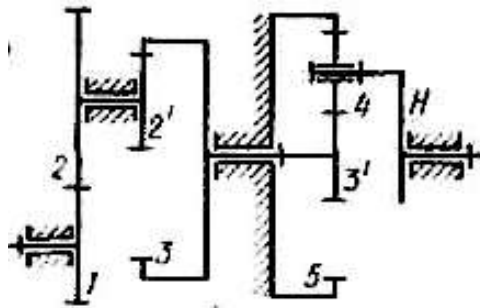


Рисунок 7.16

Задача 140

Визначити передаточне відношення i_{1H} комбінованого зубчастого механізму (рис. 7.17), якщо $z_1 = 15$, $z_2 = 18$, $z_3 = 51$, $z_4 = 14$, $z_5 = 18$, $z'_3 = 50$.

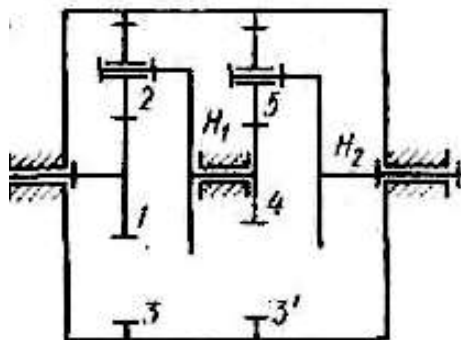


Рисунок 7.17

Задача 141

Для зубчастого редуктора визначити передаточне відношення від першого колеса до водила i_{1H} (рис. 7.18). Дано: $z_1 = 16$, $z_2 = 24$, $z'_2 = 14$, $z_3 = 18$, $z'_3 = 16$, $m = 10$ мм.

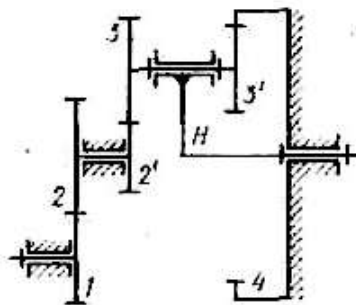


Рисунок 7.18

Задача 142

Для зубчастого редуктора визначити передаточне відношення від першого колеса до водила i_{1H} (рис. 7.19). Дано: $z_1 = 14$, $z_2 = 28$, $z'_2 = 20$, $z_3 = 20$, $z'_3 = 15$, $z_4 = 22$, $m = 10\text{мм}$.

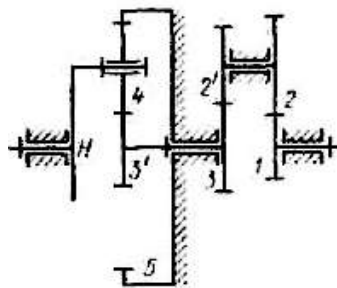


Рисунок 7.19

Задача 143

Для зубчастого редуктора визначити передаточне відношення від першого колеса до водила i_{1H} (рис. 7.20). Дано: $z_1 = 50$, $z_2 = 20$, $z'_2 = 21$, $z_3 = 51$.

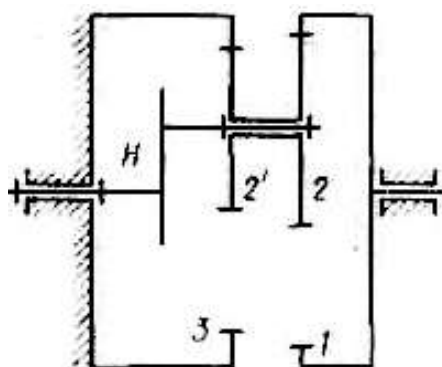


Рисунок 7.20

Задача 144

Для зубчастого редуктора визначити передаточне відношення від першого колеса до водила i_{15} (рис. 7.21). Дано: $z_1 = 20$, $z_2 = 15$, $z_3 = 50$, $z_4 = 18$, $z_5 = 36$.

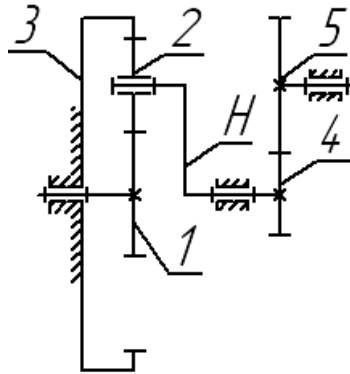


Рисунок 7.21

Задача 145

Визначити передаточне відношення i_{1H} зубчастого механізму (рис. 7. 22), якщо числа зубців коліс дорівнюють $z_2 = 20$, $z_3 = 12$, $z_5 = 15$, $z_6 = 38$, $z_7 = 17$, $i_{12} = 4,5$, $i_{34} = 2,5$, модуль планетарного механізму $m = 10\text{мм}$.

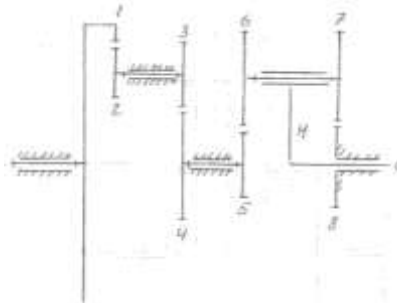


Рисунок 7.22

Задача 146

Визначити частоту обертання водила H і сателіта планетарного редуктора (рис. 7.23), якщо вхідний вал його обертається зі швидкістю $n_1 = 100\text{хв}^{-1}$, а числа зубців коліс дорівнюють $z_1 = 40$, $z_2 = 20$, $z_3 = 80$.

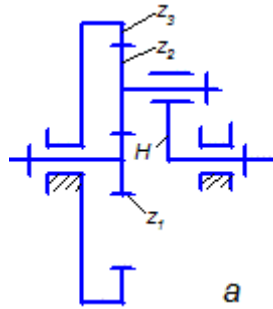


Рисунок 7.23

Задача 147

Визначити передаточне відношення i_{18} редуктора (рис. 7.24), якщо число зубців коліс дорівнює $z_1 = 50$, $z_2 = 12$, $z_3 = 17$, $z_5 = 25$, $z_6 = 15$, $z_8 = 54$. Модуль усіх зубчастих коліс рівний 10мм.

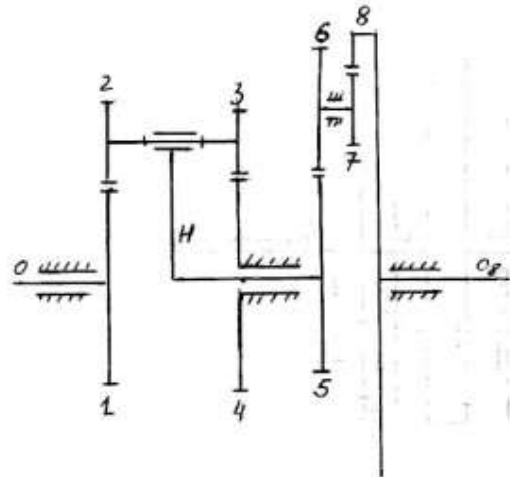


Рисунок 7.24

Задача 148

Визначити передаточне відношення i_{18} редуктора (рис. 7.25), якщо число зубців коліс дорівнює: $z_1 = 30$; $z_2 = 15$; $z_3 = 65$; $z_4 = 17$; $z_6 = 69$. Модуль усіх зубчастих коліс рівний 5мм.

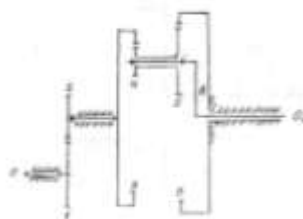


Рисунок 7.25

Задача 149

Визначити передаточне відношення i_{18} редуктора (рис. 7.26) та частоту обертання водила, якщо число зубців коліс дорівнює: $z_1 = 20$; $z_2 = 15$; $z_3 = 50$; $z_4 = 21$; $z_5 = 42$; $z_6 = 18$; $z_7 = 54$; $n = 900 \text{ хв}^{-1}$. Модуль усіх зубчастих коліс рівний 10 мм.

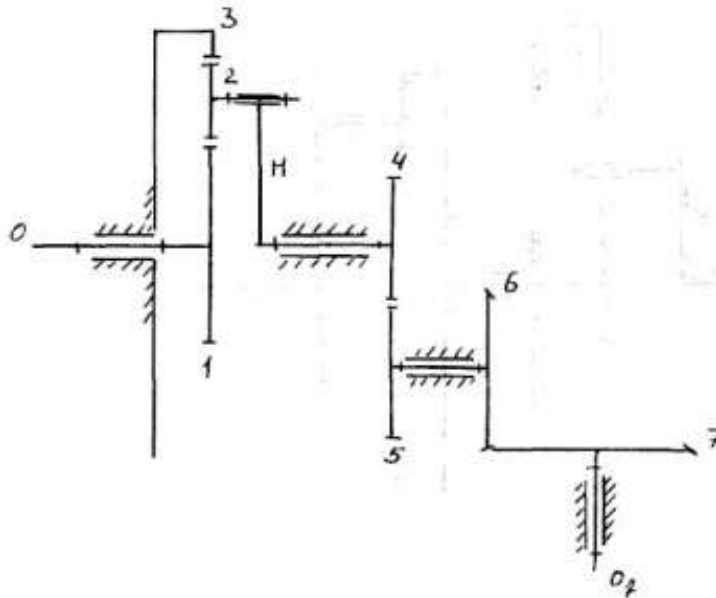


Рисунок 7.26

Задача 150

Визначити передаточне відношення i_{1H} редуктора (рис. 7.27,а) та частоту обертання водила, якщо число зубців коліс дорівнює: $z_1 = 15$; $z_2 = 30$; $z_3 = 20$; $z_4 = 10$; $z_5 = 34$; $z_6 = 18$; $z_7 = 52$; $n = 1000 \text{ хв}^{-1}$. Модуль усіх зубчастих коліс рівний 10 мм.

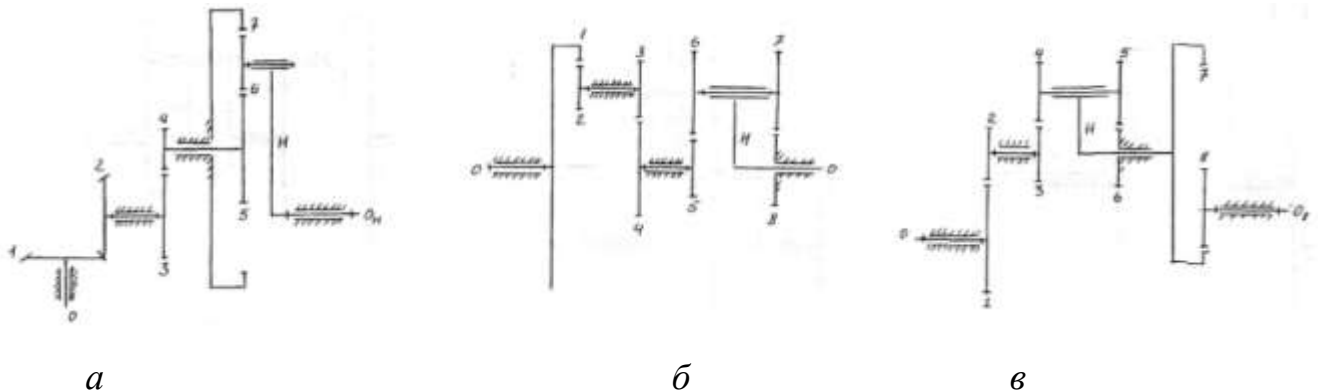


Рисунок 7.27

Задача 151

Визначити передаточне відношення i_{1H} редуктора (рис. 7.27,б) та частоту обертання водила, якщо число зубців коліс дорівнює: $z_1 = 90$; $z_2 = 15$; $z_3 = 20$; $z_4 = 55$; $z_5 = 24$; $z_6 = 36$; $z_7 = 12$; $n = 500 \text{ хв}^{-1}$. Модуль усіх зубчастих коліс рівний 10мм.

Задача 152

Визначити передаточне відношення i_{18} редуктора (рис. 7.27,в), якщо число зубців коліс дорівнює: $z_1 = 34$; $z_2 = 17$; $z_3 = 48$; $z_4 = 12$; $z_5 = 36$; $z_6 = 24$; $z_7 = 51$; $z_8 = 17$.

Задача 153

Визначити передаточне відношення i_{17} редуктора (рис. 7.28), якщо число зубців коліс дорівнює: $z_1 = 24$; $z_2 = 18$; $z_3 = 60$; $z_4 = 12$; $z_5 = 12$; $z_6 = 24$; $z_7 = 48$.

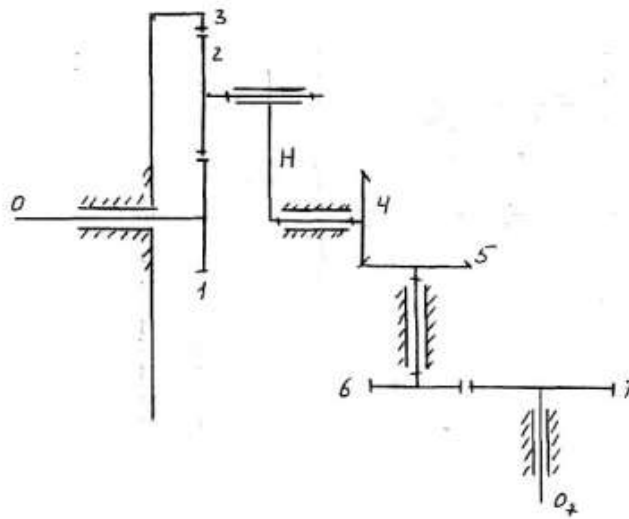


Рисунок 7.28

Задача 154

Визначити передаточне відношення i_{1H} редуктора (рис. 7.29), якщо число зубців коліс дорівнює: $z_1 = 17$; $z_2 = 34$; $z_3 = 18$; $z_4 = 23$; $z_5 = 51$; $z_6 = 15$; $z_7 = 21$.

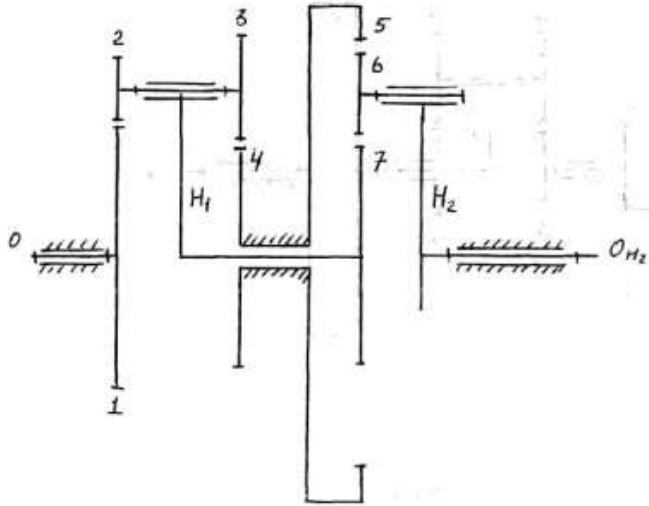


Рисунок 7.29

Задача 155

Визначити передаточне відношення i_{18} редуктора (рис. 7.30), якщо число зубців коліс дорівнює: $z_1 = 15$; $z_2 = 30$; $z_3 = 24$; $z_4 = 36$; $z_5 = 12$; $z_6 = 48$; $z_7 = 30$; $z_8 = 60$.

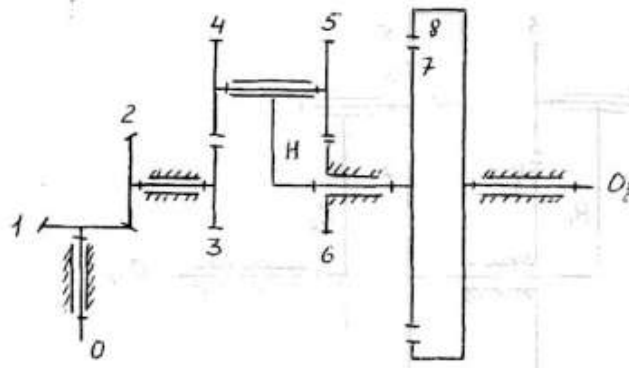


Рисунок 7.30

Задача 156

Визначити передаточне відношення i_{1H_2} редуктора (рис. 7.31,a), якщо число зубців коліс дорівнює: $z_1 = 16$; $z_2 = 25$; $z_3 = 66$; $z_4 = 15$; $z_5 = 30$; $z_6 = 75$; $z_7 = 16$; $z_8 = 27$; $z_9 = 21$; $z_{10} = 64$.

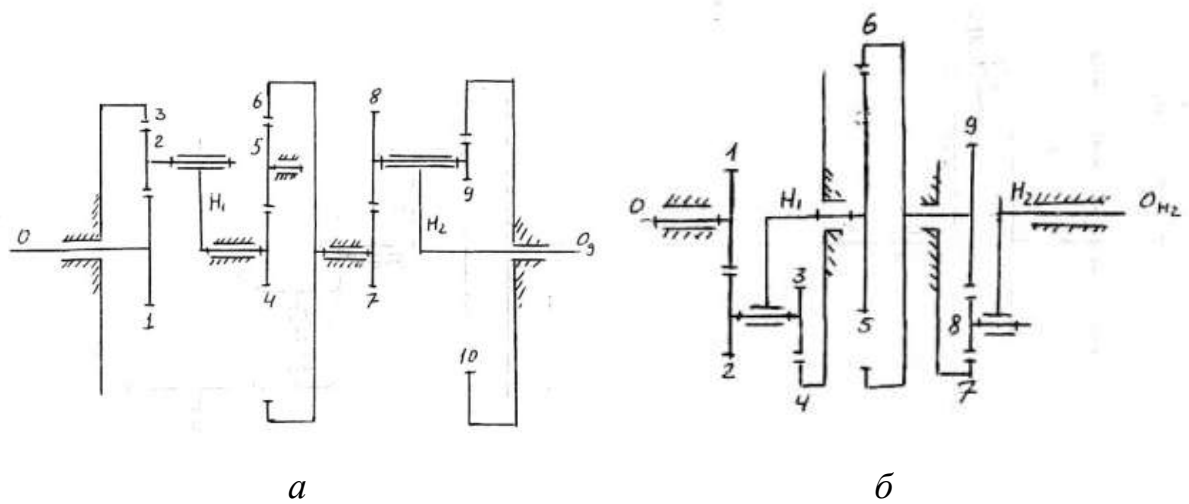


Рисунок 7.31

Задача 157

Визначити передаточне відношення i_{1H_2} редуктора (рис. 7.31,б), якщо число зубців коліс дорівнює: $z_1 = 27$; $z_2 = 32$; $z_3 = 20$; $z_4 = 79$; $z_5 = 30$; $z_6 = 60$; $z_7 = 66$; $z_8 = 14$; $z_9 = 38$.

РОЗДІЛ 8. СИНТЕЗ ЗУБЧАСТОЇ ПЕРЕДАЧІ

8.1 Зубчасті передачі та їх класифікація

Зубчастими передачами називаються механізми з вищими кінематичними парами які утворені зубчастими колесами. Вони використовуються для передавання обертового руху від одного вала до другого. Зубчасті передачі бувають прості і складні. Прості зубчасті передачі – трьохланкові механізми, які складаються із двох зубчастих коліс і стояків, в яких зубчасті колеса утворюють між собою вищу кінематичну пару, а з стояками – нижчі.

Зубчастим колесом називається ланка з замкнутою системою зубців, що забезпечує за свій повний оберт безперервність обертового руху. Менше колесо в передачі називається **шестернею**, а всі інші **зубчастими колесами**.

У залежності від розташування осей валів у просторі прості зубчасті передачі класифікуються:

- передачі з паралельними осями;
- передачі з осями які перетинаються;
- передачі осі яких схрещуються.

8.2 Основні геометричні розміри стандартного евольвентного зубчастого колеса

Розміри зубчастих коліс зручно виражати через кількість зубців z і модуль m .

$$m = d/z, \text{ або } m = p/\pi. \quad (8.1)$$

Зрозуміло, що модуль m – це довжина (у мм), яка припадає по діаметру ділительного кола d на один зуб колеса (*фізичний зміст*); *геометричний зміст* – це стандартизація ірраціонального числа π , яке входить у формулу по визначенню діаметра ділительного кола d .

Для визначення геометричних параметрів зубчастого колеса справедливі наступні співвідношення:

- висота головки зуба $h_a = m$;

- висота ніжки зуба $h_f = 1,25 \cdot m$, більший розмір ніжки зуба по відношенню до головки зуба, забезпечує в зачепленні зазор між поверхнею вершин першого колеса і поверхнею западин другого (радіальний зазор c);
- товщина зуба по ділильному колу дорівнює ширині западини $S = e = \pi \cdot m / 2$;
- діаметр кола вершин $d_a = m \cdot (z \pm 2)$;
- діаметр кола западин $d_f = m \cdot (z \mp 2,5)$;
- крок зачеплення $p = \pi \cdot m$;
- радіальний зазор $c = 0,25 \cdot m$;
- діаметр ділильного кола $d = m \cdot z$;
- відстань між центрами $a = 0,5 \cdot m \cdot (z_1 + z_2)$.

У формулах верхні знаки вказують на зовнішнє зачеплення, а нижні – на внутрішнє.

8.3 Якісні показники зубчастого зачеплення

До якісних показників зубчастого зачеплення відносяться коефіцієнт перекриття, коефіцієнт корисної дії, коефіцієнт питомого ковзання, коефіцієнт питомого тиску і коефіцієнт форми зуба.

Коефіцієнт перекриття це відношення дуги зачеплення до кроку зачеплення. Він показує скільки пар зубців одночасно перебувають в зачепленні. Для зовнішнього зачеплення двох зубчастих коліс його можна визначити за формулою:

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{(z_1+2)^2 - z_1^2 \cos^2 \alpha} + \sqrt{(z_2+2)^2 - z_2^2 \cos^2 \alpha} - (z_1 + z_2) \sin \alpha}{2\pi \cos \alpha}. \quad (8.2)$$

Оцінка впливу геометрії зуба на його згинальну міцність чиниться за допомогою **коефіцієнтом форми зуба**. Цей коефіцієнт визначається через геометричні параметри балки параболічного перерізу.

Кількісна оцінка зношуваності довільної точки кожного з дотичних профілів зубів оцінюється **коефіцієнтом питомого ковзання** λ . Коефіцієнти λ_1 і λ_2 виражені через довжину лінії теоретичного зачеплення AB і передаточне відношення $i_{1,2}$:

$$\lambda_1 = 1 + \frac{1}{i_{1,2}} - \frac{AB}{x \cdot i_{1,2}}; \quad (8.4)$$

$$\lambda_2 = 1 + i_{1,2} - \frac{AB}{AB-x} i_{1,2}, \quad (8.5)$$

де x – відстань від точки A до розрахункової точки на лінії теоретичного зачеплення AB .

8.4 Проектування зубчастої передачі

При проектуванні зубчастої передачі виникає питання про вибір коефіцієнта зміщення x , який визначає положення ділильної прямої рейки (різального інструменту) відносно ділильного кола заготовки зубчастого колеса.

У верстатному зачепленні ділильна пряма може займати різні положення по відношенню до ділильного кола колеса: **а)** вона може дотикатися до ділильного кола ($x = 0$) – нульове встановлення інструменту; **б)** зміщена від центра заготовки на величину $\Delta = +xm$ – додатне зміщення; **в)** зміщена до центра заготовки $\Delta = -xm$ – від’ємне зміщення.

Зубчасті колеса, при нарізанні яких ділильна пряма рейки дотична до ділильного кола, отримали назву **нульових** ($x = 0$). При додатному зміщенні $xm > 0, x > 0$. При від’ємному $-xm < 0, x < 0$.

Від коефіцієнта зміщення надто сильно залежать якісні показники передачі: плавність і безшумність зачеплення, можливе зношування і міцність зубців. Крім того, додатнім зміщенням рейки можна позбутися від такого явища як підрізання ніжки зуба, яке виникає при числі зубців менше $z_{\min} = 17$. Коефіцієнт зміщення, при якому усувається підрізання ніжки зубця визначається:

$$x_{\min} = \frac{17 - z}{17}. \quad (8.5)$$

У залежності від величини зміщення кожного колеса можна одержати три типи передач, що відрізняються розташуванням початкових і ділильних кіл.

В **нульовій передачі** ($x_1 = 0, x_2 = 0$), початкові і ділильні кола співпадають, кут зачеплення $\alpha = 20^\circ$, товщина зубців по ділильному колу

дорівнює половині кроку зачеплення $s = e = 0,5\pi m$, а міжосьова відстань дорівнює сумі ділительних радіусів $a_{1,2} = 0,5m(z_1 + z_2)$.

Така передача може бути спроектованою тільки у випадку, коли $z_1 \geq 17$ і $z_2 \geq 17$. Формули для визначення основних розмірів нульових зубчастих коліс були наведені в параграфі 8.2.

Щоб позбутися підрізання ніжки зуба, необхідно виконати зміщення інструмента. Якщо коефіцієнти зміщення рівні за величиною, але для меншого колеса – додатній, а для більшого колеса – від’ємний. Така передача можлива тільки тоді коли $(z_1 + z_2) \geq 34$.

Таке корегування називається **висотним** (рівнозміщена передача). При висотному корегуванні менше колесо корегується в плюс, а більше колесо в мінус причому $x_1 = -x_2$. Сумарний коефіцієнт корекції у даному випадку:

$$x_c = x_1 + x_2 = 0, \quad (8.6)$$

а це означає, що міжосьова відстань $a_{1,2}$ і кут зачеплення α при висотному корегуванні не змінюються. Товщини зубців на ділительних колах різні у шестерні більші на $+2xm \cdot \tan 20^\circ$, а у колеса менша на $-2xm \cdot \tan 20^\circ$.

Кутове корегування. Якщо сумарний коефіцієнт корекції не дорівнює нулю:

$$x_c = x_1 + x_2 \neq 0, \quad (8.7)$$

така передача називається **рівнозміщеною** і може бути додатною якщо $x_c > 0$, і від’ємною, якщо $x_c < 0$.

Основні формули для визначення розмірів зубчастого зачеплення.

1. Крок зачеплення по ділительному колу:

$$p = \pi \cdot m. \quad (8.8)$$

2. Радіуси ділительних кіл:

$$r_1 = mz_1/2; r_2 = mz_2/2. \quad (8.9)$$

3. Радіуси основних кіл:

$$r_{b1} = r_1 \cdot \cos \alpha_0; r_{b2} = r_2 \cdot \cos \alpha_0. \quad (8.10)$$

4. Монтажний кут зачеплення:

$$\text{inv} \alpha_w = \text{inv} \alpha_0 + 2 \frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} \tan \alpha_0, \quad (8.11)$$

де $\operatorname{inv} \alpha_0$ – інволюта α_0 , визначається за таблицями інволют по куту α_0 .

5. Радіуси початкових кіл:

$$r_{w_1} = r_1 \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_w}; r_{w_2} = r_2 \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_w}. \quad (8.12)$$

6. Міжосьова відстань:

$$a_{1,2} = \frac{(z_1 + z_2) \cos \alpha_0}{2 \cos \alpha_w}. \quad (8.13)$$

7. Радіуси кіл западин зубців:

$$r_{f1} = r_2 - m(1,25 - x_1); r_{f2} = r_2 - m(1,25 - x_1). \quad (8.14)$$

8. Радіуси кіл вершин зубців:

$$r_{a1} = a_{1,2} - r_{f2} - 0,25m; r_{a2} = a_{1,2} - r_{f1} - 0,25m. \quad (8.15)$$

9. Товщина зубців на ділільному колі:

$$s_1 = 0,5p + 2x_1m \cdot \tan 20^\circ; s_2 = 0,5p + 2x_2m \cdot \tan 20^\circ. \quad (8.16)$$

У формули входить коефіцієнт зміщення, методи його визначення різні. При визначенні коефіцієнта зміщення використовується метод Кудрявцева та метод ЦКБР.

8.5 Приклади на визначення основних геометричних параметрів зубчастих передач

Приклад 8.1 Визначити крок зачеплення по діаметру ділільного кола, якщо вимірюванням визначено, що $d_f = 175$ мм, а $z = 20$.

Рішення

Визначаємо модуль зубчастого колеса,

$$m = \frac{d_f}{z-2,5} = \frac{175}{20-2,5} = 10 \text{ мм.}$$

Визначаємо крок зубчастого колеса по діаметру ділільного кола,

$$p = m \cdot \pi = 10 \cdot 3,14 = 31,4 \text{ мм.}$$

Приклад 8.2 Визначити міжцентрову відстань трьох ланкової зубчастої передачі із зовнішнім зачепленням зубців. Дано модуль $m = 1,0$ мм, передаточне відношення $i_{12} = 1,5$, число зубців на першому колесі $z_1 = 14$.

Рішення

Визначаємо число зубців на другому колесі,

$$z_2 = i_{12} \cdot z_1 = 1,5 \cdot 14 = 21.$$

Радіуси ділительних кіл:

$$r_1 = m z_1 / 2 = 1 \cdot 14 / 2 = 7,0 \text{ мм}; r_2 = m z_2 / 2 = 1 \cdot 21 / 2 = 10,5 \text{ мм},$$

Радіуси основних кіл:

$$r_{b1} = r_1 \cdot \cos \alpha_0 = 7 \cdot 0,94 = 6,58 \text{ мм}; r_{b2} = r_2 \cdot \cos \alpha_0 = 10,5 \cdot 0,94 = 9,87 \text{ мм}.$$

Коефіцієнт зміщення:

$$x_1 = \frac{17 - z_1}{17} = \frac{17 - 14}{17} = 0,176; \text{ так як } z_2 > 17, \text{ тоді } x_2 = 0.$$

Монтажний кут передачі

$$\text{inv} \alpha_w = \text{inv} \alpha_0 + 2 \frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} \tan \alpha_0 = 0,0149 + \frac{2 \cdot 0,176 \cdot 0,364}{35} = 0,01827,$$

тоді $\alpha_w = 21^\circ 21'$.

Радіуси початкових кіл:

$$r_{w1} = \frac{r_{b1}}{\cos \alpha_w} = \frac{6,58}{0,9315} = 7,6 \text{ мм}; r_{w2} = \frac{r_{b2}}{\cos \alpha_w} = \frac{9,87}{0,9315} = 10,59 \text{ мм}.$$

Міжосьова відстань:

$$a_{1,2} = r_{w1} + r_{w2} = 7,6 + 10,59 = 17,65 \text{ мм}.$$

Задача 158

Для пари зубчастих коліс зовнішнього зачеплення задані: міжосьова відстань $a_{1,2} = 360 \text{ мм}$, передаточне відношення $i_{12} = 3$ і модуль зачеплення $m = 10 \text{ мм}$. Визначити число зубців обох коліс.

Задача 159

Обертання від вхідного вала на вихідний передається за допомогою трьох зубчастих коліс 1, 2 і 3, з яких середнє колесо є паразитним. Осі обертання зубчастих коліс паралельні. Передаточне відношення цього зубчастого ряду $i_{1,3} = 5$. Визначити числа зубців усіх коліс, якщо міжосьові відстані $a_{1,2} = 202,5 \text{ мм}$, $a_{1,3} = 595 \text{ мм}$ і модуль зубчастих коліс $m = 5 \text{ мм}$.

Задача 160

Безпосереднім вимірюванням визначені діаметр кола виступів зубців $d_a = 200$ мм і кількість зубців $z = 18$. Визначити модуль зубчастого колеса.

Задача 161

Визначити число зубців шестерні зубчастої передачі, якщо задані модуль $m = 6$ мм і діаметр кола западин шестерні $d_f = 153$ мм.

Задача 162

Визначити висоту зуба h зубчастого колеса, якщо радіус кола виступів дорівнює 152 мм, а число зубців $z = 40$.

Задача 163

Визначити крок зачеплення, якщо міжосьова відстань зубчастої передачі зовнішнього зачеплення дорівнює: $a_{1,2} = 77$ мм, а $z_1 = 17$, $z_2 = 27$.

Задача 164

Зубчаста передача складається із двох коліс зовнішнього зачеплення з числом зубців $z_1 = 23$, $z_2 = 37$ та модулем зачеплення $m = 6$ мм. Визначити габаритні розміри цієї передачі.

Задача 165

Визначити число зубців зовнішньої зубчастої передачі, якщо $h = 22,5$ мм, передаточне відношення $i_{1,2} = 3$, а міжосьова відстань $a_{1,2} = 300$ мм.

Задача 166

Визначити товщину зуба по дільному колу нульового зубчастого колеса, якщо радіус кола западин $r_f = 76,5$ мм, а число зубців $z = 28$.

Задача 167

Визначити коефіцієнт перекриття для зовнішньої зубчастої передачі з числом зубців $z_1 = 17$, $z_2 = 170$.

Задача 168

Визначити коефіцієнти питомого ковзання двох зубчастих коліс зовнішнього зачеплення із числом зубців $z_1 = 20$, $z_2 = 40$ і побудувати діаграми коефіцієнтів питомого ковзання λ_1 і λ_2 . Кут зачеплення $\alpha_0 = 20^\circ$, модуль $m = 5$ мм. Теоретичну лінію зачеплення AB визначити із побудови.

Задача 169

Визначити монтажний кут α_w зубчастої передачі зовнішнього зачеплення, якщо $z_1 = 13$, $z_2 = 21$, $m = 10$ мм.

Задача 170

Визначити міжосьову відстань $a_{1,2}$ передачі зовнішнього зачеплення, якщо $z_1 = 13$, $z_2 = 21$, $m = 10$ мм.

Задача 171

Визначити монтажний кут α_w зубчастої передачі зовнішнього зачеплення, якщо $z_1 = 9$, $i_{1,2} = 1,2$, $m = 12$ мм, $\alpha_0 = 20^\circ$.

Задача 172

Визначити міжосьову відстань зубчастої передачі зовнішнього зачеплення, якщо $z_1 = 9$, $i_{1,2} = 1,2$, $m = 12$ мм, $\alpha_0 = 20^\circ$.

Задача 173

Визначити відстань між осями двох зубчастих коліс з виправленим зовнішнім зачепленням, якщо числа зубців коліс відповідно дорівнюють $z_1 = 12$, $z_2 = 20$. Зубці на колесах нарізані інструментальною рейкою, у якої модуль $m = 10$ мм, профільний кут $\alpha_o = 20^\circ$.

Задача 174

Нарізання зубців на колесі виконувалося без зміщення інструментальної рейки, модуль якої дорівнює $m = 10$ мм, профільний кут $\alpha_o = 20^\circ$. Визначити товщину зуба по ділильному колу, якщо $z_1 = 20$.

Задача 175

Визначити передаточне відношення від 9 до 1 зубчастого колеса восьми ступеневої зубчастої передачі. Одноступенева зубчаста передача має однакові передаточні відношення по ступеням і це відношення складає 0,2.

РОЗДІЛ 9. ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ПРОЕКТУВАННЯ КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМІВ

9.1. Види кулачкових механізмів та сфера їх застосування

Кулачковим механізмом називається механізм, до складу якого входять кулачок, штовхач і стояк. *Кулачок* – ланка, робоча поверхня якої виконана у вигляді поверхні змінної кривизни.

Найпростіший три ланковий кулачковий механізм, він складається із кулачка, штовхача і стояка. Як правило, вхідною ланкою кулачкового механізму є кулачок, а вихідною – штовхач.

Кулачок і штовхач утворюють вищу кінематичну пару 4-го класу. За допомогою кулачкових механізмів, до складу яких входять пари 4-го класу, можна досить легко й просто відтворити будь-який наперед заданий закон руху штовхача.

Закон руху штовхача визначається профілем кулачка, який є своєрідною програмою роботи виконавчого органу механізму. Кулачкові механізми прості по конструкції і можуть відтворювати будь – який закон руху штовхача. Це головна позитивна якість кулачкових механізмів.

Кулачкові механізми можуть бути плоскими і просторовими У плоских механізмах усі точки їх ланок рухаються в паралельних площинах, у просторових – в різних площинах.

За видом руху плоскі кулачкові механізми діляться на чотири групи (рис. 8.1).

Група А: – обертовий рух кулачка перетворюється у зворотно - поступальний рух штовхача.

Група Б: – обертовий рух кулачка перетворюється у зворотно-обертовий рух штовхача.

Група В: – зворотно-поступальний рух кулачка перетворюється у зворотно-поступальний рух.

Група Г: – зворотно-поступальний рух кулачка перетворюється у коливальний рух штовхача.

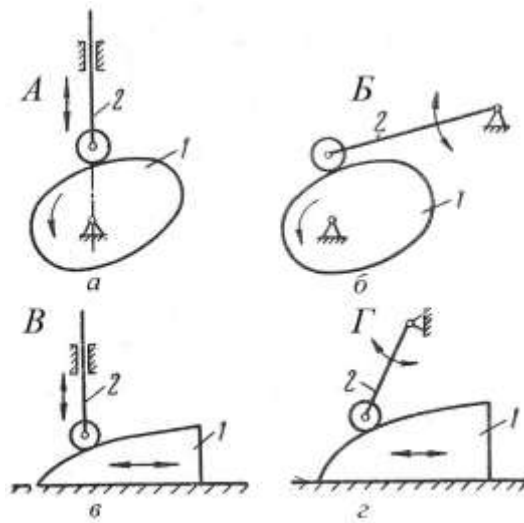


Рисунок 9.1

На практиці, в основному, використовуються кулачкові механізми типу А і Б. Кулачкові механізми типу А бувають центральними, коли лінія руху штовхача проходить через вісь обертання кулачка, і нецентральними (зміщеними) – вісь штовхача не співпадає з віссю обертання кулачка, це робиться для зменшення втрат на тертя, зменшення тиску з боку кулачка на штовхач, та зменшення габаритних розмірів механізму.

Штовхачі кулачкових механізмів в залежності від форми елементів вищої пари можуть бути: загострені, плоскі, сферичні, та штовхачі з роликом.

У вищій кінематичній парі виникають великі питомі тиски, що призводять до швидкого зносу елементів кінематичної пари. Тому загострені штовхачі, як правило, використовуються у тихохідних машинах, де діють незначні тиски. Особливо небезпечним є знос профілю кулачка, оскільки він забезпечує заданий технологічним процесом закон руху вихідної ланки. Більш детально по даному питанню можна ознайомитися в літературі з дисципліни ТММ [1, 2, 3, 4, 5].

9.2. Фазові кути повороту і кути профілю кулачка

Кулачок – ланка змінної кривизни, яка в більшості випадків має чотири характерні ділянки (рис. 9.2): (av) , (vc) , (cd) і (da) . Кожній із цих ділянок

відповідає центральний кут профілю кулачка. Так, ділянці (ав) відповідає кут φ_v , а ділянкам (bc), (cd) і (da) відповідно кути φ_{dc} , φ_n , φ_{bc} . При обертанні кулачка кожній ділянці відповідає певний період руху вихідної ланки (штовхача). Кути повороту кулачка, що визначають відповідні рухи штовхача називаються **фазовими кутами**. За час одного оберту кулачка можна виділити такі фази руху штовхача: *віддалення, дальнього стояння, наближення та ближнього стояння*. Кожній з цих фаз відповідає певний фазовий кут: φ'_v ; φ'_{dc} ; φ'_n ; φ'_{bc} .

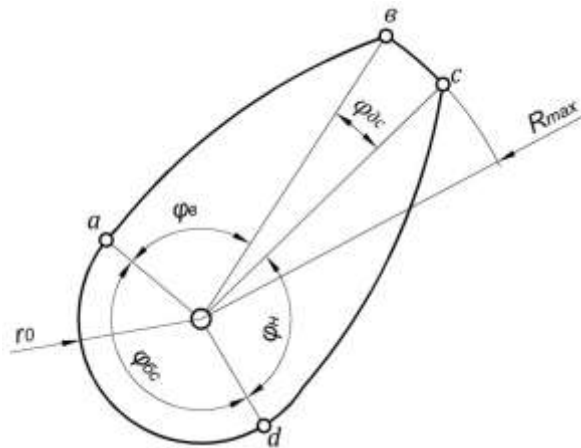


Рисунок 9.1

У центральних кулачкових механізмах фазові кути збігаються з кутами профілю кулачка. Тобто: $\varphi_v = \varphi'_v$; $\varphi_{dc} = \varphi'_{dc}$; $\varphi_n = \varphi'_n$; $\varphi_{bc} = \varphi'_{bc}$. Робочий кут в таких механізмах дорівнює сумі перших трьох фаз:

$$\varphi_p = \varphi_v + \varphi_{dc} + \varphi_n. \quad (9.1)$$

Для кулачкових механізмів зі зміщенням, фазові кути не збігаються з кутами профілю кулачка, тобто вони не рівні між собою. З геометричної точки зору кулачок характеризується не тільки кутами профілю, а й радіусами кривизни (мінімальним r_0 і максимальним R_{max}).

Для центрального кулачкового механізму типу А максимальний хід штовхача визначається різницею максимального і мінімального радіусів кулачка:

$$S_{max} = R_{max} - r_0. \quad (9.2)$$

В кулачкових механізмах зі зміщенням штовхача ця рівність не зберігається.

9.3 Закони руху штовхача

Синтез кулачкового механізму зводиться до визначення основних розмірів кулачка та побудови його профілю, якщо відомий закон руху штовхача. Закон руху штовхача $S = S(t)$ це залежність переміщення штовхача від часу або кута повороту кулачка. Закон руху кулачка визначається профілем кулачка і є головною характеристикою кулачкового механізму. При рівномірному обертанні кулачка закон руху штовхача одночасно являється залежністю переміщення штовхача від кута повороту кулачка $S = S(\varphi)$.

Всі закони руху штовхача можна розділити на три групи.

- 1). Закони руху, при яких штовхач рухається з **жорсткими ударами** (рис. 8.2,а);
- 2). Закони руху, при яких штовхач рухається з **м'якими ударами** (рис.8.2,б);
- 3). Закони руху, при яких штовхач рухається **без ударів** (рис.8.2,в).

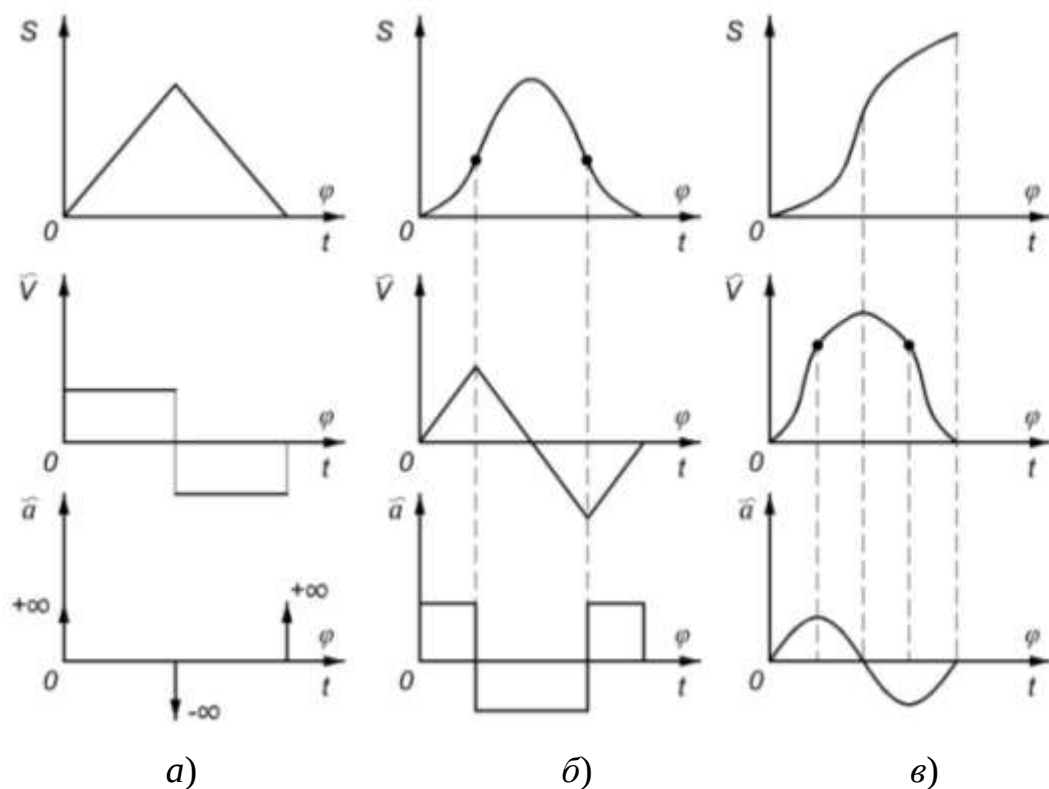


Рисунок 9.2

Найпростішим законом є лінійний закон руху штовхача при його підніманні та опусканні, в цьому випадку штовхач здійснює рівномірний рух ($v = \text{const}$). Для цього закону характерними є стрибки швидкості, тобто на певних ділянках руху виникають удари. На початку і в кінці руху прискорення штовхача, а значить, і сили інерції досягають нескінченності ($a = \pm\infty$), що приводить до так званих жорстких ударів. Практично значення швидкостей і сил інерції не досягають нескінченності завдяки пружності ланок механізму, але незважаючи на все це, у крайніх положеннях штовхача виникають значні сили, які можуть призвести до розмикання кулачка з штовхачем, що, в свою чергу, приводить до жорстких ударів. Це явище небажане, бо кулачкові механізми швидко спрацьовуються. Для швидкохідних кулачкових механізмів цей закон недопустимий.

Щоб забезпечити плавний перехід швидкості штовхача використовують закони руху з м'якими ударами. У цих законах удари з'являються при миттєвій зміні прискорень на скінченну величину. Прикладом руху, при якому відбуваються м'які удари, може слугувати рух штовхача, який працює по параболічному закону руху кулачка. Ці закони менш небезпечні, тому їх можна використовувати при обертах кулачка до 2000 хв⁻¹.

Якщо швидкість і прискорення змінюються плавно та свою зміну починають і закінчують нульовими значеннями, то такий кулачковий механізм працює без ударів. До таких законів можна віднести синусоїдальний закон зміни прискорення. Він забезпечує найбільшу плавність руху штовхача і використовується у бистрохідних кулачкових механізмах.

Щоб побудувати графік $S = S(t)$ необхідно визначити масштаби μ_s і μ_t . Для визначення масштабного коефіцієнту μ_t необхідно розрахувати наступні показники. Час одного обороту кулачка:

$$t_{об} = \frac{60}{n_1}, \quad (9.3)$$

де n_1 – частота обертання кулачка, хв.

Час t_p , протягом якого кулачок повертається на робочий кут:

$$t_p = \frac{\varphi_p}{60n_1}. \quad (9.4)$$

Масштабний коефіцієнт μ_t визначається за формулою:

$$\mu_t = \frac{\varphi_p}{60n_1 x_t}, \quad (9.5)$$

де x_t - довільно вибраний відрізок на осі абсцис.

9.4 Кут тиску. Визначення мінімального радіуса кулачка при заданому куту тиску

Кутом тиску ψ називається кут між напрямом сили F_{12} , яка діє з боку кулачка на штовхач, і напрямом переміщення штовхача (рис. 9.3).

Сила F_{12} може бути розкладена на дві складові. Перша складова $T = F_{12} \cdot \cos \psi$ приводить штовхач в рух. Друга складова $N = F_{12} \cdot \sin \psi$ відхиляє штовхач від його осі притискуючи до направляючих поступальної кінематичної пари, викликаючи сили тертя, а в деяких випадках відбувається заклинювання штовхача.

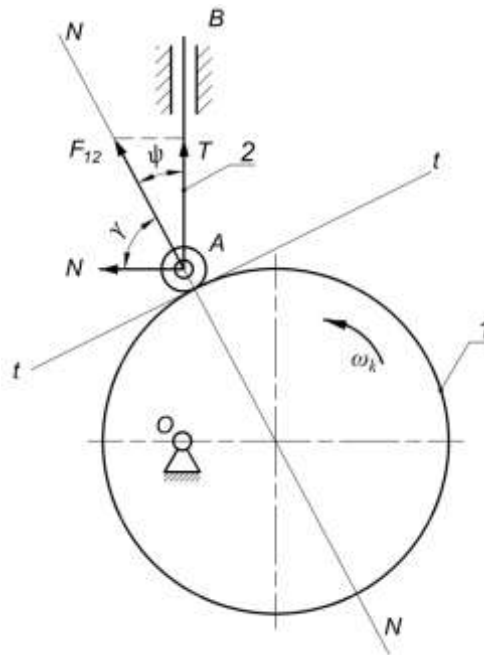


Рисунок 9.3

Для того, щоб у кулачковому механізмі не виникало заклинювання, необхідно, щоб кут тиску ψ у всіх положеннях механізму був меншим від критичного кута $|\psi|_{кр}$ тобто витримувалась умова $\psi_{доп} \leq |\psi|_{кр}$. Кут тиску залежить від геометричних і кінематичних характеристик механізму.

На практиці для кулачкових механізмів типу А допустимий кут тиску $\psi_{\text{доп}} = 30^\circ$, а для кулачкових механізмів типу Б $\psi_{\text{доп}} = 45^\circ$.

Дуже часто, на практиці, користуються кутом передачі руху (γ). Це кут, який доповнює кут тиску до 90° (рис. 9.3).

Мінімальний радіус кулачка (r_0) визначається із графіка залежності переміщення (S) від аналога швидкості ($\tilde{v}$). Графік $S = S(\tilde{v})$ будується наступним чином. Проводиться вертикальна вісь, на ній послідовно відкладається переміщення (S) штовхача, а аналоги швидкостей ($\tilde{v}$) відкладаються із отриманих точок вздовж осі абсцис, при чому, якщо кулачок обертається проти руху годинникової стрілки, то ($\tilde{v}$) відкладаються вліво на фазі віддалення ($\tilde{v} > 0$) і вправо на фазі наближення (рис. 9.4). Масштабні коефіцієнти μ_S і $\mu_{\tilde{v}}$ повинні бути рівні між собою і дорівнювати μ_l .

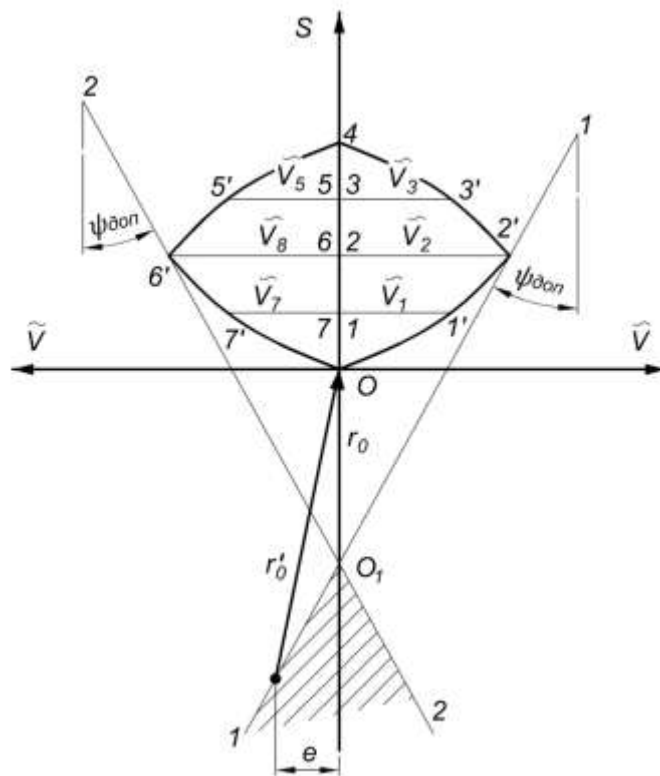


Рисунок 9.4

Максимальне значення кута тиску буде тоді коли пряма (1–1) буде дотичною до діаграми $S = S(\tilde{v})$. Проводимо під кутом $\Psi_{\text{доп}}$ дві дотичні (1–1) і (2–2) до цієї діаграми, перетин дотичних визначить зону (на рисунку заштрихована), в якій, вибраний центр обертання кулачка, забезпечить умову не заклинювання кулачкового механізму. Точка O_1 , перетин дотичних визначає

положення осі обертання кулачка, який має найменший допустимий мінімальний радіус кулачка r_0 :

$$r_0 = (O_1O) \cdot \mu_l, \quad (9.6)$$

де r_0 – масштаб довжин, м/мм.

Радіус r'_0 – дає нам ексцентриситет e .

9.5 Приклади на проектування і дослідження кулачкових механізмів

Приклад 9.1 Побудувати профіль кулачка кулачкового механізму типу А (рис. 8.1,а), якщо $r_0 = 20\text{мм}$, $\varphi_{\text{в}} = \varphi_{\text{н}} = 180^\circ$, $S_{\text{max}} = 30\text{мм}$, $e=0$. Закон руху на фазах віддалення і наближення лінійний.

Рішення

Будуємо лінійний закон руху штовхача, для цього на осі абсцис відкладаємо відрізок рівний 60мм (рис. 9.5). визначаємо масштаби діаграми.

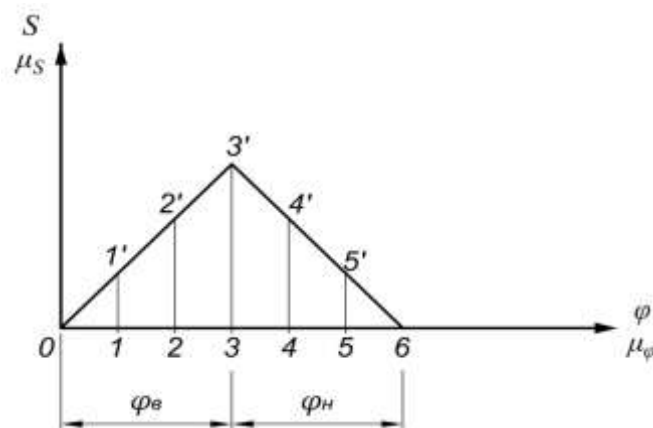


Рисунок 9.5

$$\mu_\varphi = \frac{\varphi_{\text{max}}}{(0-6)} = \frac{360^\circ}{60} = 6^\circ/\text{мм}.$$

$$\mu_S = \frac{S_{\text{max}}}{\bar{S}} = \frac{30}{30} = 1\text{мм/мм}.$$

З центра обертання кулачка точки A проводимо коло радіусом $r_0 = AO$ (рис. 9.6). З точки O перетину основного кола з лінією руху штовхача відкладаємо вгору максимальний хід штовхача $S_{\text{max}}=30\text{мм}$ (на рисунку не показано). Радіусом $R_{\text{max}}=S_{\text{max}}+r_0$ проводимо коло максимального радіуса, на рис. 9.2 це відрізок $(A-3^1)$ Для нашого випадку $R_{\text{max}} = 50\text{мм}$. Від лінії AB вліво відкладаємо фазові кути $\varphi_{\text{в}}$ і $\varphi_{\text{н}}$.

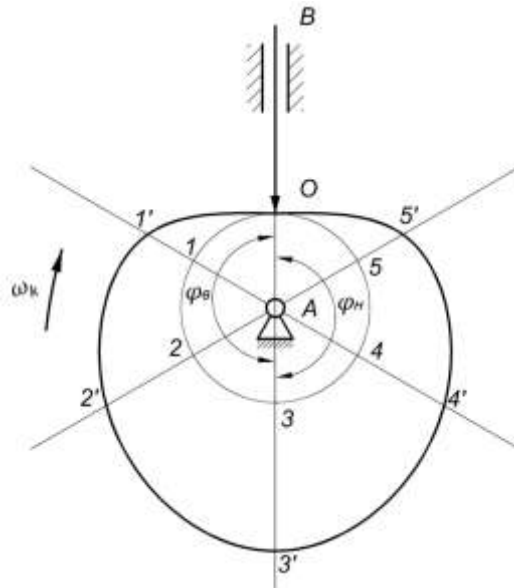


Рисунок 9.6

Фазові кути φ_v і φ_n ділимо на три рівні частини. На основному колі поділ позначаємо цифрами 1, 2, 3, 4, 5, 6. Через отримані точки проводимо промені, які виходять із центра обертання кулачка. На променях відкладаємо переміщення штовхача, взяті з діаграми $S = S(\varphi)$, (рис. 9.5). На першому промені відрізок (1 – 1'), на другому (2 – 2'), на третьому (3 – 3'), на четвертому (4 – 4') і т. д. Отримані точки з'єднуємо плавною кривою.

Приклад 9.2 Визначити максимальний кут тиску в кулачковому механізмі, якщо мінімальний радіус кулачка $r_0 = 15\text{мм}$ максимальний хід штовхача $S_{\max} = 50\text{мм}$. Закон руху штовхача на фазах віддалення і наближення лінійний. Кути $\varphi_v = \varphi_n = \pi$.

Рішення

Визначаємо аналоги швидкості відповідно на фазах віддалення і наближення:

$$\tilde{v}_v = \tilde{v}_n = \frac{S_{\max}}{\varphi_v} = \frac{50}{\pi} = 15,91 \text{ мм.}$$

Будуємо діаграми $S = S(\tilde{\vartheta})$ (рис. 9.7). Від точки O вниз відкладаємо $r_0 = 15\text{мм}$. Отримана точка O_1 буде центром обертання кулачка.

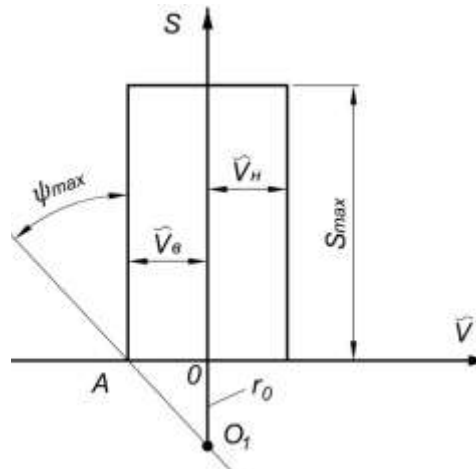


Рисунок 9.7

Із точки O_1 проводимо дотичну лінію до діаграми $S = S(\tilde{\vartheta})$, як це показано на рисунку. За допомогою трикутника ΔOO_1A визначаємо максимальний кут тиску:

$$\tan \psi_{\max} = \frac{OA}{O_1O} = \frac{15,91}{15} = 1,61$$

Тоді

$$\tan^{-1} \psi_{\max} = 46^{\circ} 70'$$

Задача 176

Визначити основні лінійні і кутові розміри кулачка і вказати у яких точках будуть удари і які. Схема кулачка приведена на рисунку 9.8. Дано мінімальний радіус кулачка $r_0 = 40\text{мм}$.

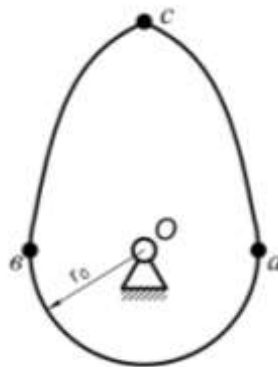


Рисунок 9.8

Задача 177

Задана кінематична схема кулачкового механізму (рис. 9.9), у якого кулачок працює по штовхачу з роликом. Задані мінімальний радіус кулачка $r_0 = 15$ мм, радіус кола $R = 30$ мм, зміщення осі штовхача відносно осі обертання кулачка 10мм, діаметр ролика 16 мм. Кулачок обертається проти годинникової стрілки зі швидкістю $n_1 = 600$ хв⁻¹. Необхідно побудувати графіки $S - t$ і $v - t$, та визначити максимальний хід штовхача і його максимальну швидкість.

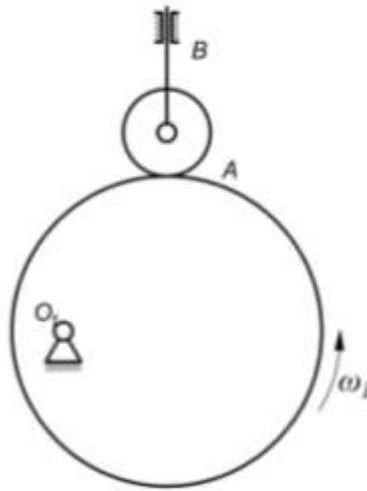


Рисунок 9.9

Задача 178

Заданий кінематичний графік $a - t$ (рис. 9.10). Необхідно спроектувати кінематичну схему центрального кулачкового механізму з роликовим штовхачем за наступними даними: мінімальний радіус кулачка $r_0 = 25$ мм, робочий кут кулачка $\varphi_p = 180^\circ$, максимальне переміщення штовхача $S_{\max} = 30$ мм, діаметр ролика $d = 20$ мм. Визначити максимальну швидкість і прискорення точки B штовхача, якщо кулачок обертається рівномірно зі швидкістю $n_1 = 300$ хв⁻¹.

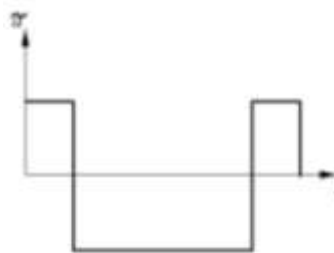


Рисунок 9.10

Задача 179

Визначити основні розміри ексцентрика, якій зображений на рис. 9.11, якщо відомі радіус ексцентрика $R = 40 \text{ мм}$ і есцентриситет $r_o = 15 \text{ мм}$. Максимальний хід $S_{\max} = 20 \text{ мм}$.

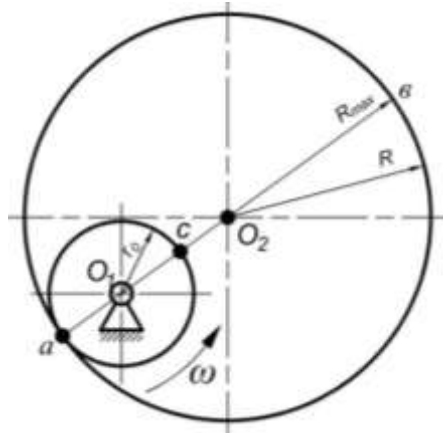


Рисунок 9.11

Задача 180

Побудувати діаграми аналогів швидкості і переміщення для кулачкового механізму типу А (рис. 9.12,а). Задані фазові кути: $\varphi_b = \varphi_n = 90^\circ$; $\varphi_{dc} = 10^\circ$, та максимальний хід штовхача $S_{\max} = 20 \text{ мм}$. Закон руху штовхача зображений на рисунку 9.12,б.

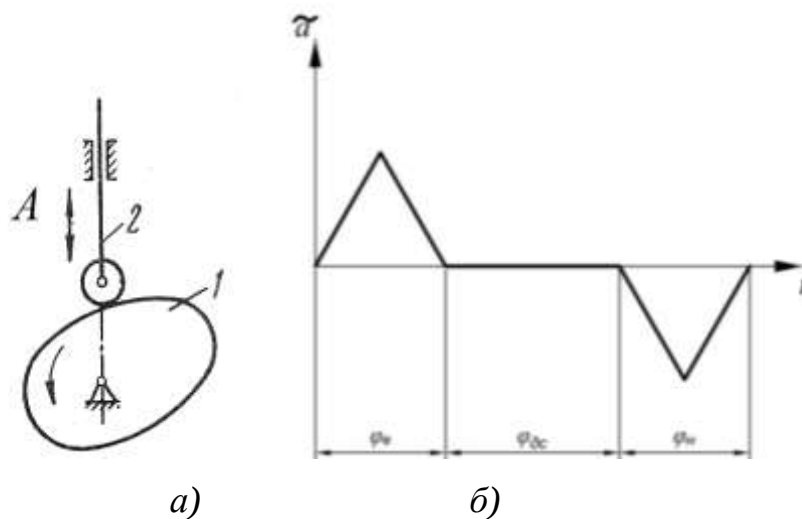


Рисунок 9.12

Задача 181

Виконати заміну вищої кінематичної пари на нижчу і визначити клас кулачкового механізму який має роликівий штовхач, якщо $R = 50\text{ мм}$, $L_{OA} = 10\text{ мм}$ (рис. 9.13).

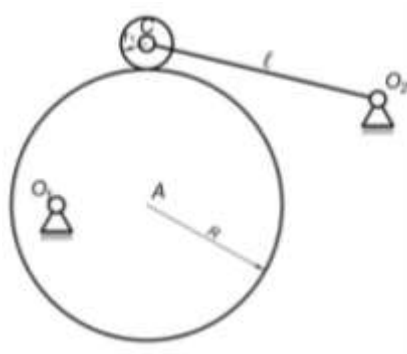


Рисунок 9.13

Задача 182

Визначити радіус кулачка кулачкового механізму типу А, якщо вісь руху штовхача зміщена по відношенню до осі обертання кулачка в ліво на відстань 10 мм. Закон руху штовхача представлений на рисунку 9.14. Хід штовхача $S_{\max} = 20\text{ мм}$. Фазові кути $\varphi_v = \varphi_n = 60^\circ$, $\varphi_{oc} = 30^\circ$. Кут тиску $\psi_{\text{доп}} = 25^\circ$.

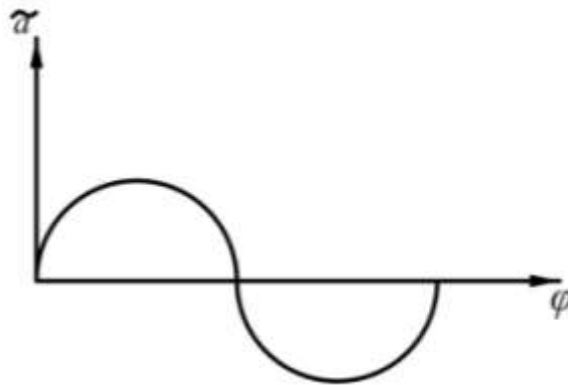


Рисунок 9.14

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ З ДИСЦИПЛІНИ ТММ

Тема 1 Структурний аналіз плоских механізмів

Завдання 1. Механізм призначений ?

1. Для передачі руху.
2. Для здійснення корисної роботи.
3. Для перетворення руху.
4. Для перетворення енергії.

Завдання 2. Механізм це кінематичний ланцюг?

1. Простий незамкнутий ланцюг із стійкою.
2. Простий замкнутий ланцюг без стійки.
3. Складний замкнутий ланцюг із стійкою.
4. Складний незамкнутий ланцюг із стійкою.

Завдання 3. Шатун це ?...

1. Ланка.
2. Деталь.
3. Кінематична пара.
4. Кінематичний ланцюг.

Завдання 4. До кінематичної пари відносяться?

1. Дві спаяні деталі.
2. Дві зварені деталі.
3. Вал і підшипник.
4. Гвинт і гайка.

Завдання 5. До п'ятого класу відноситься кінематична пара?

1. Циліндрична.
2. Обертальна.
3. Квадрат на площині.
4. Сферична.

Завдання 6. До першого класу відноситься кінематична пара?..

1. Циліндр на площині.
2. Обертова.
3. Куля на площині.
4. Циліндр на площині.

Завдання 7. Вищою є кінематична пара?

1. Гвинтова.
2. Обертова.
3. Куля на площині.
4. Поступальна.

Завдання 8. До нижчої кінематичної пари відноситься пара? ...

1. Циліндр на площині.
2. Прямокутник на площині.
3. Куля на площині.
4. Куля в циліндрі.

Завдання 9. Структурну класифікацію плоских механізмів розробив?...

1. Р.Вілліс.
2. Ф.Рело.
3. П.Л. Чебишев.
4. Л.В.Ассур.

Завдання 10. У шестиланковому механізмі ... нерухомих ланок?

1. Одна.
2. Дві.
3. Три.
4. Чотири.

Завдання 11. Ступінь рухомості групи Ассура дорівнює?

1. Одиниці.
2. Нулю.
3. Двом.
4. Трьом.

Завдання 12. Ступінь рухомості плоского важільного шестиланкового механізму дорівнює?...

1. Нулю.
2. Одиниці.
3. Двом.
4. Трьом.

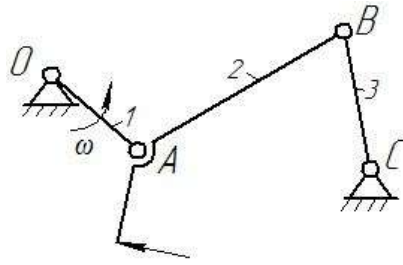
Завдання 13. Клас групи Ассура визначається?...

1. Класом базисної ланки.
2. Класом кінематичних пар що входять до групи.
3. Видом кінематичного ланцюга.
4. Кількістю кінематичних пар.

Завдання 14. Порядок групи Ассура визначається?...

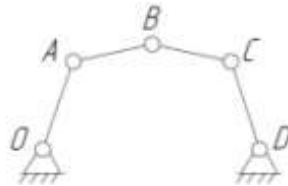
1. Кількістю ланок у групі.
2. Кількістю вільних повідків.
3. Кількістю ланок, які не мають вільних повідків.
4. Числом кінематичних пар.

Завдання 15. Механічна система, показана на рисунку, являється?



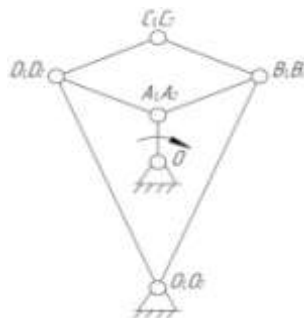
1. Механізмом.
2. Фермою.
3. Групою Ассура.
4. Машиною.

Завдання 16. Ступінь рухомості механізму дорівнює?..



1. Одиниці.
2. Двом.
3. Трьом.
4. Чотирьом.

Завдання 17. Ступінь рухомості механізму дорівнює?...



1. Одиниці.
2. Двом.
3. Трьом.
4. Чотирьом.

Тема 2 Кінематичний аналіз важільних механізмів

Завдання 1. План швидкостей будується з використанням?...

1. Груп Ассура.
2. Векторних рівнянь швидкостей.
3. Експериментальних методів.
4. Силових багатокутників.

Завдання 2. З полюсу плана швидкостей виходять вектори? ...

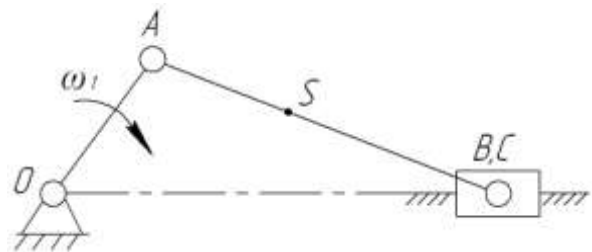
1. Абсолютні швидкості.
2. Відносні швидкості.
3. Абсолютні прискорення.
4. Відносні прискорення.

Завдання 3. Вектор швидкості точки А кривошипа ОА при відомому напрямку його обертання направлений?...

1. Паралельно ланці ОА до центру обертання.
2. Паралельно ланці від центру обертання кривошипа.
3. Перпендикулярно ланці ОА в бік обертання кривошипа.
4. Перпендикулярно ланці ОА в протилежний бік обертання кривошипа.

Завдання 4. Вкажіть невірно складене векторне рівняння швидкостей?

1. $\overline{V_A} = \overline{V_O} + \overline{V_{AO}}$.
2. $\overline{V_B} = \overline{V_A} + \overline{V_{BA}}$.
3. $\overline{V_B} = \overline{V_C} + \overline{V_{BC}}$.
4. $\overline{V_C} = \overline{V_C} + \overline{V_{CO}}$.



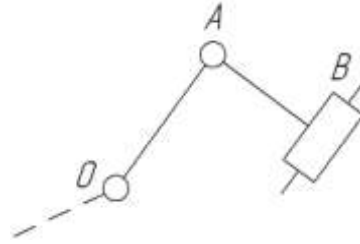
Завдання 5. У якому векторному рівнянні допущена помилка?

1. $\overline{V_A} = \overline{V_O} + \overline{V_{AO}}$.

2. $\overline{V_A} = \overline{V_B} + \overline{V_{AB}}$.

3. $\overline{a_A} = \overline{a_O} + \overline{a_{AO}^n} + \overline{a_{AO}^t}$.

4. $\overline{a_A} = \overline{a_{AB}^{n\overline{06}}}$.



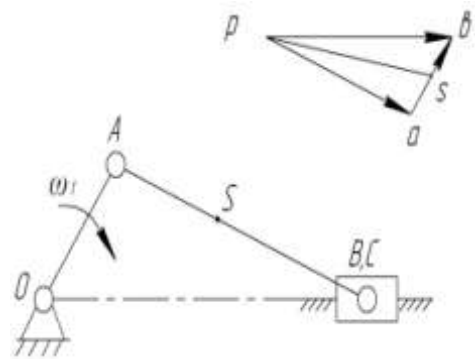
Завдання 6. Як визначається швидкість точки S кривошипно - повзункового механізму?

1. $(pa) \cdot \mu_{\vartheta}$.

2. $(ab) \cdot \mu_{\vartheta}$.

3. $(ps) \cdot \mu_{\vartheta}$.

4. $(pb) \cdot \mu_{\vartheta}$.



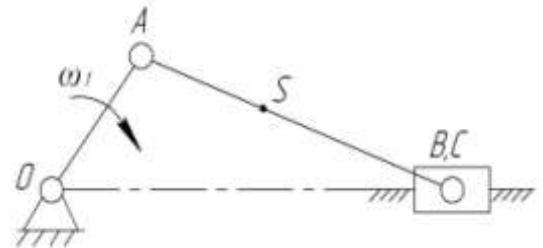
Завдання 7. За якою формулою визначається нормальне прискорення ланки AB кривошипно - повзункового механізму?

1. $\omega_2 \cdot l_{AB}$.

2. $\varepsilon_2 \cdot l_{AB}$.

3. $\omega_2^2 \cdot l_{AB}$.

4. $\omega_1^2 \cdot l_{OA}$.



Завдання 8. Кутову швидкість ланки AB можна визначити через? ...

1. Швидкість точки A.

2. Швидкість точки C.

3. Швидкість точки S.

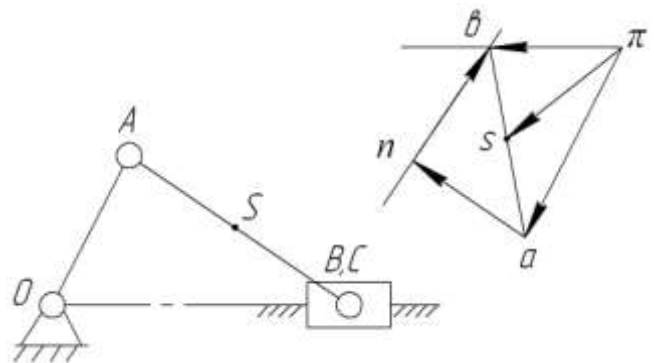
4. Швидкість точки B відносно точки A.

Завдання 9. Прискорення точки А кривошипа ОА при постійній кутовій швидкості направлено?..

1. Паралельно ланці ОА від центру обертання.
2. Перпендикулярно ланці ОА в бік її обертання.
3. Перпендикулярно ланці ОА в бік, протилежний її обертання.
4. Паралельно ланці ОА до центру обертання.

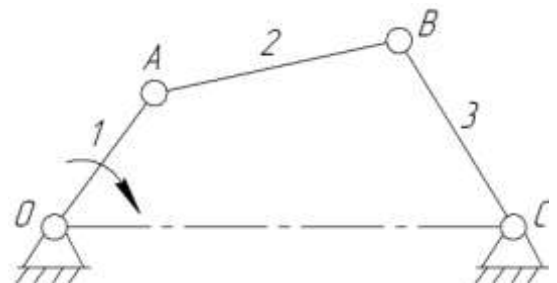
Завдання 10. Вкажіть вектор тангенціального (дотичного) прискорення точки В у її відносному русі?

1. Вектор – (nv) .
2. Вектор – (av) .
3. Вектор – (an) .
4. Вектор – (πv) .



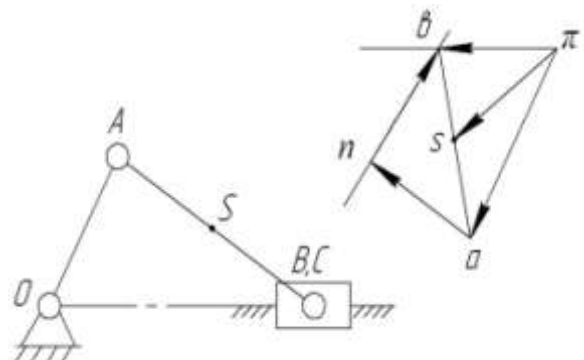
Завдання 11. Яке записане векторне рівняння не вірне?

1. $\overline{a_B} = \overline{a_A} + \overline{a_{BA}}$.
2. $\overline{a_B} = \overline{a_A} + \overline{a_{BA}^n} + \overline{a_{BA}^t}$.
3. $\overline{a_B} = \overline{a_{BA}^n} + \overline{a_{BC}^t}$.
4. $\overline{a_B} = \overline{a_C} + \overline{a_{BC}^n} + \overline{a_{BC}^t}$.



Завдання 12. Вкажіть вектор прискорення точки \$S\$ шатуна кривошипно-повзункового механізму?

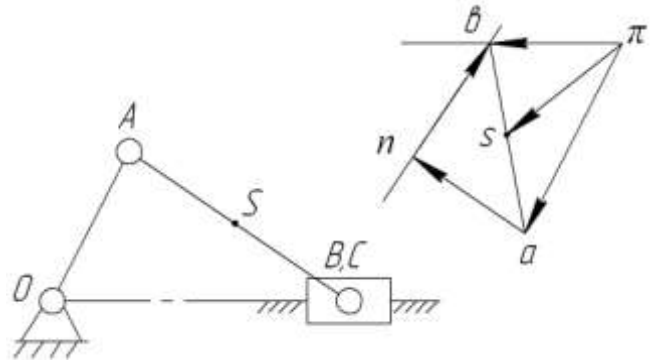
1. Вектор – (πv) .



2. Вектор – (nv) .
3. Вектор – (πs) .
4. Вектор – (πa) .
- .

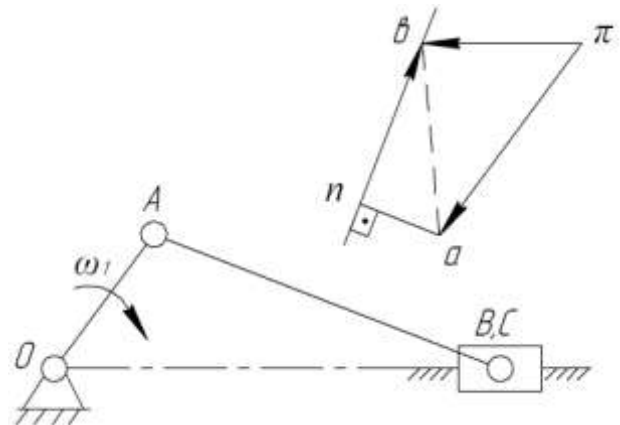
Завдання 13. За якою формулою визначається кутове прискорення шатуна кривошипно-повзункового механізму?

1. $(\pi a) \cdot \mu_a$.
2. $\frac{(nb) \cdot \mu_a}{l_{AB}}$.
3. $(nb) \cdot \mu_a$.
4. $(\pi s) \cdot \mu_a$.



Завдання 14. Вкажіть вектор нормального прискорення точки B відносно точки A в кривошипно - повзункового механізмі?

1. (ab) .
2. $(\pi \cdot a)$.
3. $(a \cdot n)$.
4. $(n b)$.



Завдання 15. Що означає μ_g ?

1. Масштаб плану сил.
2. Масштаб плану дисбалансів.
3. Масштаб плану прискорень.
4. Масштаб плану швидкостей.

Завдання 16. За якою формулою визначається масштаб плану прискорень?

1. $\frac{l_{AB}}{AB}$.

2. $\frac{V_B}{[pa]}$

3. $\frac{d_A}{[pa]}$

4. $\frac{D_1}{[1-2]}$

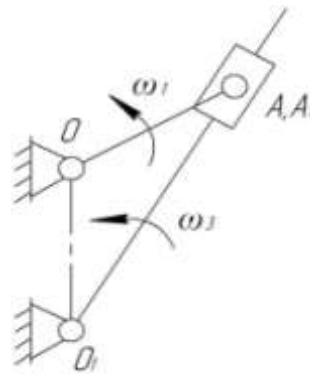
Завдання 17. За якою формулою визначається Кориолісове прискорення кривошипно-кулісного механізму?

1. $\omega_1 \cdot l_{OA}$.

2. $2 \cdot \omega_3 \cdot v_{A_1A_2}$.

3. $\omega_3 \cdot l_{O_1A}$.

4. $\omega_1^2 \cdot l_{OA}$.



Завдання 18. Напрямок кутової швидкості ланки АВ визначається напрямком?...

1. Швидкості точки А.

2. Швидкості точки С.

3. Швидкості точки В відносно точки А.

5. Швидкості точки О.

Завдання 19. Напрямок кутового прискорення ланки АВ визначається напрямком?..

1. Нормальною складовою відносного прискорення ланки ВА.

2. Дотичною складовою відносного прискорення ланки ВА.

3. Повного прискорення ланки ВА.

4. Прискоренням точки С.

Завдання 20. Для центрального кривошипно – повзункового механізму крайнім (мертвим) являється?..

1. Положення, у якому швидкість повзуна є максимальною.
2. Положення, у якому швидкість повзуна є мінімальною.
3. Положення, у якому швидкість повзуна дорівнює нулю.
4. Положення, у якому швидкість повзуна являється середньою між максимальною і мінімальною.

Тема 3 Визначення зрівноважувальної сили за теоремою Жуковського

Завдання 1. Кінематичний розрахунок механізмів заснований на?...

1. Принципі можливих переміщень.
2. Принципі Д'Аламбері.
3. Законі збереження механічної енергії.
4. Законі о рівності діючих і протидіючих сил.

Завдання 2. Метод «жорсткого важеля» Жуковського заснований на ...

1. принципі Д'Аламбера?
2. законі збереження механічної енергії?
3. законі о рівності діючих і протидіючих сил?
4. принципі можливих переміщень?

Завдання 3. Елементарна сила інерції ланки, яка здійснює плоско паралельний рух, зводиться?..

1. До головного вектора сил інерції.
2. До головного моменту сил інерції.
3. До головного вектора і головного моменту сил інерції.
4. Не виконується зведення елементарних сил інерції.

Завдання 4 Елементарна сила інерції ланки, яка здійснює поступальний рух, зводиться?...

1. До головного вектора сил інерції.
2. До головного моменту сил інерції.
3. До головного вектора і головного моменту сил інерції.
4. Не виконується зведення елементарних сил інерції.

Завдання 5. По теоремі Жуковського визначається?...

1. Рушійна сила.
2. Сила корисного опору.
3. Зрівноважувальна сила.
4. Сила інерції.

Завдання 6. Методом «жорсткого важеля» Жуковського не визначається?..

1. Рушійна сила.
2. Зрівноважувальна сила.
3. Зрівноважувальний момент.
4. Реакція в кінематичних парах.

Завдання 7. Головний вектор сил інерції шатуна АВ направлений?...

1. У бік, протилежний прискоренню точки В.
2. У бік, протилежний прискоренню А.
3. Перпендикулярно ланці АВ.
4. У бік, протилежний прискоренню центру ваги ланки АВ.

Завдання 8. Для визначення зрівноважувального моменту по теоремі Жуковського не потрібно?...

1. Будувати план швидкостей механізму.

2. Навантажувати важіль Жуковського силами, під дією яких механізм знаходиться в стані рівноваги.
3. Визначати реакції в кінематичних парах механізму.
4. Скласти рівняння рівноваги «жорсткого важеля».

Завдання 9. Зрівноважувальний момент являється?...

1. Рушійним моментом для механізму машини двигуна.
2. Рушійним моментом для механізму робочої машини.
3. Моментом опору для механізму машини двигуна.
4. Моментом опору для механізму робочої машини.

Завдання 10. Зрівноважувальна сила прикладається до повернутого на 90° плану швидкостей?

1. Точки *a*.
2. Точки *b*.
3. Точки *p*.
4. Точки *s*.

Тема 4 Динамічний аналіз механізмів

Завдання 1. З якою метою всі сили, що діють на ланки механізму замінюють однією силою?

1. Щоб виконати силовий розрахунок.
2. Щоб провести структурний аналіз.
3. Щоб провести динамічне дослідження руху механізму.
4. Щоб виконати зрівноважування механізму.

Завдання 2. У робочих машинах яку ланку вибирають за ланку зведення при динамічному дослідженні?

1. Головний вал.
2. Вихідний вал.
3. Маховик.
4. Проміжний вал.

Завдання 3. Для яких ланок механізму зведений момент інерції є величиною сталою?

1. Кривошипу.
2. Шатуна.
3. Куліси.
4. Зубчастого колеса.

Завдання 4. Ланка зведення здійснює обертовий рух, за яким виразом визначається її потужність?

1. $M_{зв} \cdot \omega_1$.
2. $F_{зв} \cdot V_A$.
3. $F_{зв} \cdot V_A \cdot \cos \alpha$.
4. $M_{зв} \cdot \omega_1 + F_{зв} \cdot V_A \cdot \cos \alpha$.

Завдання 5. Від яких параметрів не залежить зведена маса і зведений момент інерції?

1. Від співвідношення швидкостей.
2. Від маси ланок механізму і їх моментів інерції.
3. Від положення ланки зведення.
4. Від положення всіх ланок механізму.

Завдання 6. Динамічна еквівалентність настає тоді коли ... ?

1. $P_{зв} = P_{мех}$.
2. $T_{зв} = T_{мех}$.
3. $P_{зв} = P_{мех}; T_{зв} = T_{мех}$.
4. $P_{зв} = 0; T_{зв} = 0$.

Завдання 7. Задачею динамічного аналізу є ... ?

1. Визначення невідомих сил при відомому законі руху.
2. Визначення закону руху при відомих зовнішніх силах.
3. Визначення зрівноважувальної сили.
4. Визначення зрівноважувального моменту.

Завдання 8. В якому місці необхідно зосередити зведену масу?

1. В довільній точці.
2. На шатуні в центрі його мас.
3. На кулісі в центрі мас.
4. На кривошипі в точці А.

Завдання 9. За яким виразом визначається зведений момент сил?

1. $M_i \cdot \omega_i$.
2. $F_i \cdot V_i \cdot \cos \alpha_i$
3. $\frac{\sum P_i}{\vartheta_A}$.
4. $\frac{\sum P_i}{\omega_1}$.

Тема 5. Регулювання руху машин

Завдання 1. Чому дорівнює робота рушійних сил в одному циклі при усталеному русі механізму?

1. $A_p = A_{ко} + A_{шо}$.
2. $A_p > A_{ко} + A_{шо}$.
3. $A_p < A_{ко} + A_{шо}$.
4. $A_{ко} = A_{шо}$.

Завдання 2. Якою повинна бути робота рушійних сил механізму в період його пуску?

1. $A_p > A_{ко} + A_{шо}$.

2. $A_p = A_{\text{ко}} + A_{\text{шо}}$.

3. $A_p < A_{\text{ко}} + A_{\text{шо}}$

4. $A_{\text{ко}} = A_{\text{шо}}$.

Завдання 3. У якій формі $dT = dA$ записане дане рівняння?

1. Кінетичної енергії.

2. Збиткової роботи.

3. Диференціальній.

4. Енергетичній.

Завдання 4. У якій формі не може бути записане рівняння руху машини?

1. В енергетичній.

2. В енергетичній або диференціальній

3. В диференціальній

4. У формі моментного рівняння сил.

Завдання 5. У якій формі $T_{\text{зв.і}} - T_{\text{зв.о}} = A_{\text{зб.}}$ записане дане рівняння?

1. У формі моментного рівняння сил.

2. В диференціальній.

3. В енергетичній.

4. Збиткової роботи.

Завдання 6. За якою формулою визначається коефіцієнт нерівномірності руху головного валу?

1. $\frac{\omega_{\text{max}} + \omega_{\text{min}}}{2}$.

2. $\frac{\pi \cdot n}{30}$.

3. $\frac{\omega_{\text{max}} - \omega_{\text{min}}}{\omega_{\text{cp}}}$.

4. $\frac{\varepsilon_{\text{max}} + \varepsilon_{\text{min}}}{\varepsilon_{\text{cp}}}$.

Завдання 7. Що характеризує коефіцієнт нерівномірності руху машини?

1. Дизайн машини.
2. Структуру машини.
3. Динаміку машини.
4. Амплітуду коливання кутової швидкості вихідного валу.

Завдання 8. Для чого не призначений маховик?

1. Для виводу ланок механізму з «мертвих» положень.
2. Для регулювання періодичних коливань швидкості.
3. Для регулювання неперіодичних коливань швидкості.
4. Для зменшення амплітуди коливання кутової швидкості вихідного валу двигуна.

Завдання 9. За яким виразом визначається момент інерції маховика?

1. $m \cdot a$.
2. $\frac{m \cdot \vartheta^2}{2}$.
3. $G \cdot D^2$.
4. $\frac{A_{зб}}{\omega_{ср}^2 \cdot \delta}$.

Завдання 10. За яким виразом визначається максимальна кутова швидкість головного валу робочої машини в її усталеному режимі роботи?

1. $\omega_{ср}^2 (1 - \delta)$.
2. $\omega_{ср}^2 (1 + \delta)$.
3. $\frac{\pi n}{30}$.
4. $\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$.

Завдання 11. Чому дорівнює момент інерції велосипедного колеса, якщо його діаметр $d = 670\text{мм}$, а маса колеса разом із покриттям складає $1,3\text{кг}$?

1. $I_M = 2,3\text{кг}\cdot\text{м}^2$.
2. $I_M = 1,2\text{кг}\cdot\text{м}^2$.
3. $I_M = 0,54\text{кг}\cdot\text{м}^2$.
4. $I_M = 0,15\text{кг}\cdot\text{м}^2$.

Тема 7. Зрівноважування ланок і механізмів в цілому

Завдання 1. Коли спостерігається статична зрівноваженість ланки, яка має циліндричну форму?

1. Коли центр обертання ланки і центр її ваги не співпадають.
2. При деформації та коробленні ланки.
3. При неоднорідності матеріалу з якого виготовлена ланка.
4. Коли центр обертання ланки і центр її ваги співпадають.

Завдання 2. За якою формулою визначається статичний дисбаланс?

1. $m \cdot a_s$.
2. $m \cdot r_s$.
3. $m \cdot r_s \cdot l$.
4. $m l^2$.

Завдання 3. За якою формулою визначається динамічний дисбаланс?

1. $m \cdot a_s$.
2. $m \cdot r_s$.
3. $m \cdot r_s \cdot l$.
4. $m l^2$.

Завдання 4. Коли обертова ланка вважається статично зрівноваженою?

1. $\sum F_{iH} = 0$.
2. $\sum F_{iH} \neq 0$.
3. $\sum M_{iH} = 0$.
4. $\sum M_{iH} \neq 0$.

Завдання 5. Як врівноважується одна обертова маса, що знаходиться на кривошипі?

1. Шляхом установки додаткової маси на продовженні ланки.
2. Шляхом установки додаткової маси на самому кривошипі.
3. Шляхом зміни конфігурації кривошипа.
4. Шляхом видалення частини металу в кривошипі.

Завдання 6. Що таке план дисбалансів?

1. Не замкнутий багатокутник.
2. Замкнутий багатокутник.
3. Векторне рівняння сил.
4. Векторне рівняння моментів сил.

Завдання 7. При статичному зрівноваженні декількох обертових мас, необхідно щоб ... ?

1. $\sum \bar{D}_i = 0$.
2. $\sum \bar{M}_i = 0$.
3. $\sum \bar{D}_i \neq 0$.
4. $\sum \bar{M}_i \neq 0$.

Завдання 8. Яка умова повинна виконуватися при статичному зрівноважуванні механізмів?

1. Загальний центр мас механізму повинен бути нерухомим.
2. Загальний центр мас механізму повинен рухатись із прискоренням.
3. Загальний центр мас механізму повинен знаходитись на одній із його рухомих ланок.
4. Загальний центр мас механізму рухається рівномірно, але не прямолінійно.

Завдання 9. Який із вказаних механізмів являється само зрівноваженим?

1. Кулісний.
2. Синусний.
3. Тангесний.
4. Здвоєний шарнірний чотириланковий.

Завдання 10. Яка з вказаних умов є умовою неповного статичного зрівноваження механізму?

1. Умова рівності головного вектора сил інерції
2. Умова рівності головного вектора моментів інерції.
3. Умова при якій прискорення центра мас рухомих ланок механізму і головний вектор сил інерції спрямовані уздовж одного напрямку.
4. Умова при якій досягається рівність головних векторів сил інерції і моментів інерції.

Тема 8. Кінематичний аналіз зубчастих передач

Завдання 1. Чому дорівнює кут зачеплення стандартного зубчастого колеса?

1. $\alpha = 10^\circ$.
2. $\alpha = 15^\circ$.
3. $\alpha = 20^\circ$.
4. $\alpha = 25^\circ$.

Завдання 2. За якою формулою визначається модуль зубчастого колеса?

1. $r \cdot \cos$.
2. $\frac{P_w}{\pi}$.
3. $G \cdot D^2$.
4. $\omega \cdot r$.

Завдання 3. За якою формулою визначається діаметр ділільного кола стандартного зубчастого колеса?

1. $m \cdot (z + 2)$.
2. $m \cdot z$.
3. $m \cdot (z - 2)$.
4. $0,5m(z_1 + z_2)$.

Завдання 4. За якою формулою визначається діаметр виступів зубців стандартного зубчастого колеса?

1. $m \cdot (z + 2)$.
2. $m \cdot (z - 2)$.
3. $m \cdot z$.
4. πm .

Завдання 5. За якою формулою визначається діаметр впадин стандартного зубчастого колеса?

1. $m \cdot (z + 2)$.
2. $m \cdot (z - 2)$.
3. $m \cdot z$.
4. πm .

Завдання 6. Яким коефіцієнтом враховується безперервність та плавність роботи зубчастої передачі?

1. Питомого тиск.
2. Перекриття.
3. Ковзання.
4. Питомого ковзання.

Завдання 7. За яким виразом визначається коефіцієнт зміщення корегованого зубчастого колеса?

1. $m \cdot x$.
2. $m \cdot a$.
3. $\frac{a_w - a}{m}$.

4. $\frac{17-z}{17}$.

Завдання 8. Що визначає x у такому виразі $x = 1,25 \cdot m$?

1. Висоту ніжки зуба.
2. Крок зачеплення.
3. Товщину зуба.
4. Висоту головки зуба.

Завдання 9. Що не відноситься до характеристики передаточного числа зубчастої передачі?

1. Перетворення руху.
2. Передача енергії
3. Напрямок передачі енергії та руху.
4. Кінематику передачі.

Завдання 10. За яким виразом визначається $Z_{\min}$?

1. $\frac{17-z}{17}$.
2. $\frac{P_w}{\pi}$.
3. $\frac{2}{\sin^2 \alpha}$.
4. $\frac{m \cdot z}{\cos \beta}$.

Завдання 11. За якою формулою визначається сумарний коефіцієнт зміщення при рівно зміщеному зачепленні?

1. $x_1 + x_2 = 0$.
2. $x_1 + x_2 > 0$.
3. $x_1 + x_2 < 0$.

Завдання 12. Як змінюється діаметр впадин шестерні зубчастого зачеплення, шестерня – колесо, для рівно зміщеного зачеплення?

1. Зменшується на $2 \cdot x \cdot m \cdot \operatorname{tg} \alpha$.
2. Залишається без змін.

3. Збільшується на $2 \times m \operatorname{tg} \alpha$.

Завдання 13. Планетарні механізми, це механізми у яких ... ?

1. Всі зубчасті колеса обертаються навколо нерухомих осей.
2. Є рухомі зубчасті колеса.
3. Ступінь рухомості рівна нулю.
4. Ступінь рухомості не рівна нулю.

Завдання 14. За якою формулою визначається передаточне відношення епіциклічного механізму?

1. $i_{1,2} = -\frac{Z_2}{Z_1}$.
2. $i_{1,H}^3 = 1 - i_{1,3}^H$.)
3. $i_{1,n} = i_{1,2} \cdot i_{2,3} \dots i_{(n-1),n}$.
4. $i_{1,n} = (-1)^n \frac{i_n}{i_1}$.

Завдання 15. Вкажіть умову співвісності планетарного механізм?

1. $i_{1,H}^3 = 1 - i_{1,3}^H$.
2. $\lambda(Z_1 + Z_2) = Z_3 + Z_4$.
3. $(Z_1 + Z_2) \sin \frac{\pi}{K} > (Z_2 + 2)$.
4. $\frac{Z_1 + Z_2}{K} = C$

Тема 9. Дослідження та проектування кулачкових механізмів

Завдання 1. Кулачковий механізм – це?

1. Механізм до складу якого входить пружина.
2. Механізм до складу якого входить куліса.
3. Механізм до складу якого входить штовхач.
4. Механізм до складу якого входить шестерня.

Завдання 2. Що є позитивною якістю кулачкового механізму?

1. Забезпечення будь-якого закону руху штовхача.
2. Наявність вищої кінематичної пари.
3. Простота в проектуванні.
4. Можливість використання в просторових механізмах.

Завдання 3. З якою метою в кулачкових механізмах використовують ролик?

1. Для підвищення жорсткості механізму.
2. Для заміни тертя ковзання на тертя кочення.
3. Для покращення дизайну механізму.
4. Для заміни одного закону руху штовхача на інший,

Завдання 4. Який тип кулачкового механізму, якщо кулачок і штовхач здійснюють обертальний рух?

1. Тип А.
2. Тип Б.
3. Тип В.
4. Тип Г.

Завдання 5. Що не є характерним для кулачкового механізму з ексцентриситетом?

1. Зменшення тиску кулачка на штовхач.
2. Зменшення втрат на тертя.
3. Зменшення габаритних розмірів.
4. Збільшення габаритних розмірів.

Завдання 6. Скільки фазових кутів має кулачок?

1. Два.
3. Три.
4. Чотири.

5. П'ять.

Завдання 7. Як рухається штовхач на фазі верхнього стояння кулачка?

1. Рухається вгору.
2. Стоїть у верхньому положенні.
3. Рухається вниз.
4. Стоїть у нижньому положенні.

Завдання 8. Який кут повороту кулачка приймають за холостий хід?

1. Кут віддалення.
2. Кут наближення.
3. Кут нижнього стояння.
4. Кут верхнього стояння.

Завдання 9. Який закон руху штовхача буде, якщо аналог його швидкості змінюється за трикутником?

1. Безударний.
2. Лінійний.
3. Жорстких ударів.
4. М'яких ударів.

Завдання 10. Що визначають при динамічному синтезі кулачкового механізму?

1. Профіль кулачка.
2. Мінімальний радіус кулачка.
3. Максимальний радіус кулачка
5. Величину ексцентриситету.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Арендаренко В.М. Теорія машин та механізмів. Конспект лекцій: Навчальний посібник / В.М.Арендаренко. – Полтава. ПДАА, 2007. – 220с.
2. Арендаренко В.М. Основи дослідження і проектування механізмів і машин. Навчальний посібник / В.М. Арендаренко, О.М. Іванов, О.О. Назаренко – Полтава, 2016. – 272 с.
3. Артоболевский И.И. Сборник задач по теории механизмов и машин / И.И.Артоболевский, Б.В.Эдельштейн – М.: Наука, 1973. – 256с.
4. Безвесельный Е.С. Вопросы и задачи по теории механизмов и машин / Е.С.Безвесельный – Киев. Вища школа, 1977. – 400с.
5. Бурлака В.В. Основи теорії механізмів і машин. Курс лекцій. Підручник / В.В Бурлака, С.І. Кучеренко, Д.І. Мазоренко, Л.М. Тищенко – Харків, 2009. – 340с.
6. Кініцький Я.Т. Теорія механізмів і машин. /Я.Т. Кініцький - Київ. Наукова думка, 2002. – 660с.
7. Машков А.А. Теория механизмов и машин / А.А.Машков. – Минск. Вышэйшая школа, 1971. – 701с.
8. Потапов В.М. Расчетно-графическая работа по теории механизмов и машин. Рекомендации по подготовке и оформлению: учебно-методическое пособие / В.М.Потапов, Е.А.Белобородов – Новосибирск: Изд. НГПУ, 2007. – 127с.
9. Теория механизмов и машин: учебник для высших технич. заведений /К.В.Фролов, А.С.Попов, А.К.Мусатов и др.; под общ. ред. К.В.Фролова – М.: Высшая школа, 2003. – 496 с.

Навчальне видання

Арендаренко Володимир Миколайович

Дудніков Ігор Анатолійович

Теорія механізмів і машин в прикладах і задачах

Навчальний посібник

Головний редактор: В.М.Арендаренко

Дизайн обкладинки та макет: О.М.Іванов

Комп'ютерна верстка: В.М.Арендаренко, О.М.Іванов

Підписано до друку

Формат 60х84 ¹/₁₆ . Папір офсетний. Гарнітура Times New Roman

Арендаренко Володимир Миколайович – кандидат технічних наук, доцент, доктор філософії, професор кафедри ТОПХВ Полтавської державної аграрної академії. У 2006 році Міністерством аграрної політики України нагороджений Трудовою відзнакою «Знак пошани». Автор трьох посібників та однієї монографії.