

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
Міжрегіональний центр професійної перепідготовки звільнених у запас
військовослужбовців

Технічна механіка

Програма, методичні рекомендації і контрольні завдання
для студентів заочної форми навчання.

Спеціальність 5.07010602 «Обслуговування та ремонт автомобілів і двигунів».

Укладач: Тарадуда О.В.

Загальна кількість годин:

за навчальним планом	-135
самостійна робота студентів..	-115
лекцій та практичних робіт	-20
контрольних робіт	-1
семестровий контроль	-залік.

Кривий Ріг, 2012р.

Курс	Вид учбового навантаження	Семестр (сесія), години			
		7		8	
		установча	зимова	установча	літня
IV	Лекції	10		-	-
	Практичні заняття	-	10	-	-
	Контрольні роботи		К-1	-	-
	Залік		З-1	-	-

Загальні методичні рекомендації:

Дисципліна «Технічна механіка» включає в себе три частини: теоретичну механіку, опір матеріалів та деталі машин.

Теоретична механіка – увага приділяється вивченню основних понять і аксіом статички, умов рівноваги збіжних сил, плоскої системи сил довільно розташованих, просторової системи сил, визначенню центра ваги тіла, розділи кінематика та динаміка.

Опір матеріалів – увага приділяється вивченню основних положень, таких видів деформації, як розтяг (стиск); крутіння; згин; гіпотез міцності; розрахунку на міцність; деталі машин – з'єднання деталей, розрахунок цих з'єднань на міцність, загальні відомості про передачі, редуктори, вали, осі, підшипники, муфти.

У всіх розділах технічної механіки передбачено проведення лабораторно – практичних робіт.

Курс технічної механіки розрахований на один семестр. За весь курс виконується одна контрольна робота, в якій охоплені всі три частини дисципліни.

Семестровий контроль – залік.

1. Програма предмету.

Розділ I. «Теоретична механіка»

Тема 1. Вступ. Основні поняття та аксіоми статyki.

Зміст предмету “Теоретична механіка”. Роль і значення механіки в техніці. Механічний рух. Рівновага. Абсолютно тверде тіло. Матеріальна точка. Сила та її характеристики. Система сил. Еквівалентні сили. Рівнодійна і зрівноважувальні сили. Аксіоми статyki. Вільне і невільне тіло. В’язі та їх реакції. Теорема про три непаралельні сили, що знаходяться в рівновазі.

Тема 2. Плоска система збіжних сил.

Поняття про збіжні сили на площині. Геометричний засіб визначення рівнодійної. Проекції сил і рівнодійної системи сил на вісь. Рівняння рівноваги. Раціональний вибір координатних осей при рішенні задач.

Тема 3. Теорія пар на площині.

Плоска система довільно розміщених сил. Пара сил та її характеристики. Додавання пар, що лежать в одній площині. Умова рівноваги пар. Момент сили відносно точки. Зведення сили і системи сил до однієї точки. Головний вектор і головний момент плоскої системи довільно розташованих сил. Рівняння рівноваги. Раціональний вибір центра моментів при розв’язуванні задач

Тема 4. Система сил в просторі.

Сили в просторі, що сходяться в одній точці. Рівняння рівноваги просторових збіжних сил. Момент сили відносно осі. Момент пари, як вектор. Приведення довільної просторової системи сил до сили та пари. Рівняння рівноваги сил, довільно розташованих в просторі. Рекомендації по методиці рішення задач на рівновагу просторової системи сил.

Тема 5. Центр ваги тіла.

Поняття про центр паралельних сил. Формули координат центра тяжіння твердого тіла. Формули координат центра тяжіння об’єму, площі, статичний момент площі. Формули координат центра тяжіння лінії. Положення центра тяжіння простих геометричних фігур і перерізів прокатних профілів. Центр ваги складних плоских фігур. Методи визначення центрів тяжіння симетричних тіл.

Тема 6. Кінематика.

Кінематичні рівняння руху. Траєкторія, шлях, швидкість, прискорення, кінематика обертального руху.

Тема 7. Динаміка.

Основні закони динаміки. Кількість руху, імпульс сили. Робота, потужність. Момент інерції. Основний закон динаміки обертального руху. Робота та потужність при обертальному русі.

Розділ II. «Опір матеріалів»

Тема 8. Основні поняття опору матеріалів.

Поняття про пружну та пластичну деформації. Міцність, жорсткість, основні гіпотези та припущення. Брус. Метод перерізів. Внутрішні силові фактори. Види навантажень. Напруження повне, нормальне, дотичне.

Тема 9. Розтяг (стискання).

Деформація розтягування (стискання). Поздовжні сили та їх епюри, напруження в плоских перерізах та їх епюри. Поздовжня та поперечна деформації при розтягуванні (стисканні). Закон Гука. Модуль пружності. Кофіцієнт Пуасона. Побудова епюр деформацій. Випробування матеріалів на розтягування (стискання). Механічні характеристики міцності. Граничне напруження. Кофіцієнт запасу міцності. Допустиме напруження. Три види розрахунків на міцність.

Тема 10. Крутіння.

Поняття про чистий зсув. Закон Гука при зсуві. Крутні моменти та їх епюри. Кутові переміщення. Критерії жорсткості при крутінні. Полярний момент опору круга. Розрахунок на міцність та жорсткість. Побудова епюр крутних моментів, максимальних дотичних напружень та кутових переміщень.

Тема 11. Згин.

Основні поняття та визначення. Класифікація видів згину. Поперечні сили і згинаючі моменти. Епюри згинаючих моментів при навантаженні бруса, зосередженими силами і моментами. Кривизна осі бруса. Нормальні напруження при згині. Осьові моменти опору простих перерізів. Раціональні форми простих перерізів. Розрахунок на міцність при згині.

Розділ III. «Деталі машин»

Тема 12. З'єднання деталей.

Нероз'ємні з'єднання. Класифікація. Порівняльна характеристика. Формули для розрахунку на міцність заклепочних та зварних з'єднань. Роз'ємні з'єднання. Класифікація. Поняття про розрахунок різьбових та шпонкових з'єднань.

Тема 13. Основні поняття про передачі.

Призначення передач. Їх класифікація. Кінематичні та силові характеристики і співвідношення в передачах. Основні характеристики передач.

Тема 14. Фрикційні, пасові та ланцюгові передачі.

Фрикційні передачі. Загальні відомості. Достоїнства. Недоліки. Пасові передачі. Загальні відомості. Достоїнства. Недоліки. Кінематичний розрахунок. Критерії працездатності.

Тема 15. Зубчаті передачі.

Зубчаті передачі. Будова. Принцип роботи. Достоїнства, недоліки. Основні кінематичні характеристики. Кінематичний і геометричний розрахунок прямозубих циліндричних передач. Поняття про непрямозубі конічні передачі. Черв'ячні передачі. Принципи роботи. Класифікація. Достоїнства та недоліки. Кінематичний та геометричний розрахунок. Ланцюгові передачі. Загальні відомості. Достоїнства. Недоліки. Критерії працездатності. Передача гвинт – гайка.

Тема 16. Редуктори.

Загальні відомості і призначення. Основні типи редукторів. Мотор-редуктор.

Тема 17. Вали та осі.

Вали та осі. Загальна характеристика, класифікація. Елементи конструкції. Розрахунок валів та осей.

Тема 18. Підшипники.

Підшипники. Види руйнування і критерії працездатності підшипників ковзання. Підшипники котіння. Загальні відомості. Види руйнування і критерії працездатності. Основи розрахунку на довговічність.

2. Література (основна).

1. Федуліна А.І. Теоретична механіка. – К.: Вища школа, 2005.
2. Мерзон В.И. Теоретическая механика. – М.: Высшая школа, 1965.
3. Аркуша А.И. Техническая механика. Детали машин. – М.: Высшая школа, 1990.
4. Фролов М.И. Техническая механика. Детали машин. – М.: Высшая школа, 1990.
5. Писаренко Г.С., Квітка О.Л., Уманський Є.С. Опір матеріалів. – К.:Вища школа, 2004.
6. Ицкович Г.М. Соппротивление материалов. – М.: Высшая школа, 1991.
7. Аркуша С.И., Фролов М.И. Техническая механика для техникумов. – М.:Высшая школа, 1993.
8. Эрдеди А.А., Анишкин А.В., Медведев Ю.О., Чуйков О.С. Техническая механика. – К.: Вища школа, 1983.
9. Мещерский И.В. Сборник задач по теоретической механике. – М.: Наука, 1984.
10. Романов М.Я., Константинов В.А., Покровский Н.А. Сборник задач по деталям машин. – М.: Наука, 1984

11. Эрдеди А.А., Эрдеди Н.А. Техническая механика. – М.: Высшая школа, 1991
12. Беляев Н.М., Белявский Л.А., Кипис Я.И. и др. Сборник задач по сопротивлению материалов. – М.: Наука, 1970
13. Колеснік Г.П. Методичні рекомендації та контрольні завдання для студентів денного відділення з теоретичної механіки в групах молодших спеціалістів спеціальності 5.091812 “Швейне виробництво” напряму підготовки 0918 “Легка промисловість”; спеціальності 5.090240 “Обслуговування та ремонт автомобілів і двигунів” напряму підготовки 0902 “Інженерна механіка”. – Кривий Ріг: МЦППВ, 2006
14. Колеснік Г.П. Методичні рекомендації та контрольні завдання для студентів денного відділення з опору матеріалів в групах молодших спеціалістів спеціальності 5.091812 “Швейне виробництво” напряму підготовки 0918 “Легка промисловість”; спеціальності 5.090240 “Обслуговування та ремонт автомобілів і двигунів” напряму підготовки 0902 “Інженерна механіка”. – Кривий Ріг: МЦППВ, 2006

Додаткова література

15. Биргер И.А., Мавлютов Р.Р. Сопротивление материалов. – М.: Наука, 1986
16. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов. – К.: Наукова думка, 1988
17. Цурпал И.А. Краткий курс сопротивления материалов. – К.: Наукова думка, 1988
18. Гжиров Р.И. Краткий справочник конструктора. – К.: Высшая школа, 1984
19. Иосилевич Г.Б., Лебедев П.А., Стеляев В.С. Прикладная механика. – К.: Высшая школа, 1985

3. Залікові питання

І. Теоретична механіка

1. Сила, її характеристики. Сили внутрішні, зовнішні. Система сил. Еквівалентні системи, рівнодійна сила, урівноважена система сил.
2. Аксиоми статyki.
3. Невільні тверді тіла. В'язі та їх реакції. Визначення напрямків реакції. Теорема про три непаралельні урівноважені сили.
4. Збіжна система сил. Умова їх рівноваги.
5. Пара сил. Момент пари. Еквівалентність пар. Складання пар, що лежать в одній площині
6. Плоска система сил, як завгодно розташованих на площині. Момент сили відносно точки.
7. Приведення сил і системи сил, як завгодно розташованих на площині, до точки. Рівняння рівноваги.
8. Просторова система збіжних сил. Метод паралелепіпеда. Рівняння рівноваги.

9. Момент сили відносно осі. Момент пари, як вектор. Рівнодійний або головний момент сил, як завгодно розташованих в просторі.
10. Рівняння рівноваги сил, як завгодно розташованих в просторі.
11. Центр тяжіння. Формули для визначення координат центра тяжіння твердого тіла, об'єму, площі, лінії.
12. Центр тяжіння тіла, що складається з окремих частин, центри тяжіння яких відомі. Центр тяжіння тіла з видаленою ділянкою площі; центр тяжіння трикутника, дуги та сектора.
13. Кінематичні рівняння руху. Траєкторія, шлях, швидкість, прискорення, кінематика обертального руху.
14. Основні закони динаміки. Кількість руху, імпульс сили. Робота, потужність. Момент інерції. Основний закон динаміки обертального руху. Робота та потужність при обертальному русі.

II. Опір матеріалів.

15. Основні поняття опору матеріалів. Поняття про пружну та пластичну деформації. Міцність, жорсткість.
16. Брус. Метод перерізів. Внутрішні силові фактори. Види навантажень. Напруження повне, нормальне, дотичне.
17. Деформація розтягування (стискання), поздовжні сили та їх епюри. Поздовжня та поперечна деформація при розтягуванні (стисканні). Закон Гука. Побудова епюр напружень та деформацій.
18. Випробування матеріалів на розтягування (стискання). Механічні характеристики міцності. Граничні напруження. Допустиме напруження. Три види розрахунків на міцність.
19. Деформація крутіння. Поняття про чистий зсув. Закон Гука при зсуві.
20. Крутні моменти та їх епюри. Кутові переміщення. Критерії жорсткості при крутінні. Полярний момент опору круга. Розрахунок на міцність та жорсткість. Побудова епюр крутних моментів.
21. Згин. Основні поняття та визначення. Класифікація видів згину. Поперечні сили і згинаючі моменти. Епюри згинаючих моментів при навантаженні бруса зосередженими силами і моментами.
22. Кривизна осі бруса. Осьові моменти опору простих перерізів. Розрахунок на міцність при згині.

III. Деталі машин.

23. Нероз'ємні з'єднання деталей: клепані та зварні з'єднання. Клепані з'єднання, область їх застосування, конструкції та розміри заклепок. Міцність клепанних з'єднань. (основні розрахункові формули)
24. Зварні з'єднання. Характеристика зварного з'єднання (переваги зварних з'єднань над заклепочними). Недоліки зварних з'єднань. Види зварних з'єднань. Розрахунок зварних з'єднань на міцність (основні формули)
25. Роз'ємні з'єднання деталей. Різьбові з'єднання. Достоїнства та недоліки. Класифікація різьб. Деталі різьбового з'єднання. Розрахунок кріпильних

- різьбових з'єднань на міцність (основні розрахункові формули для затягнутих і незатягнутих болтів).
26. Шпоночні з'єднання. Достоїнства та недоліки. Види шпонок. Напружені та ненапружені шпоночні з'єднання. Розрахунок ненапружених шпоночних з'єднань.
 27. Призначення та види передач. Класифікація передач. Передаточне відношення. Формули для розрахунку одно-та багатоступінчатих передач.
 28. Кінематичні та динамічні характеристики передач. К. к. д. одно-та багатоступінчатих передач.
 29. Фрикційна передача. Класифікація фрикційних передач. Достоїнства та недоліки. Область застосування.
 30. Варіатори.
 31. Пасові передачі. Загальні відомості. Достоїнства та недоліки. Область застосування. Кінематика та динаміка пасових передач. Критерії працездатності.
 32. Зубчаті передачі. Їх характеристики, достоїнства, недоліки, види, область застосування. Основна кінематична характеристика зубчатих передач.
 33. Основні параметри зубчатого колеса: модуль зубців, крок зубців, діаметр ділильного кола, діаметри вершин та впадин зубців, міжосьова відстань циліндричної прямозубої та косозубої передач. Формула для визначення модуля зубців. Архімедова черв'ячна передача.
 34. Ланцюгові передачі. Достоїнства та недоліки, область застосування. Кінематика ланцюгової передачі.
 35. Передача гвинт – гайка. Загальна характеристика. Формула для ходу різьби гайки.
 36. Редуктори. Призначення, типи редукторів. Мотор – редуктор.
 37. Вали та осі, їх призначення. Конструктивні елементи валів. Критерії працездатності.
 38. Підшипники загальні відомості. Види підшипників.
 39. Підшипники ковзання. Достоїнства, недоліки. Область застосування. Види руйнування. Критерії працездатності.
 40. Підшипники котіння. Конструкція, класифікація. Підбір підшипників котіння, змащення підшипників.

4. Контрольна робота

Контрольна робота включає в себе завдання, в яких поставлені задачі з різних розділів технічної механіки. При виконанні контрольної треба брати задачі з кожного завдання згідно варіанта, визначеного для кожного студента.

Завдання № 1

Визначити реакції R_A та R_B для схем механічних систем, приведених на рисунку 1 за даними, представленими в таблиці 1.

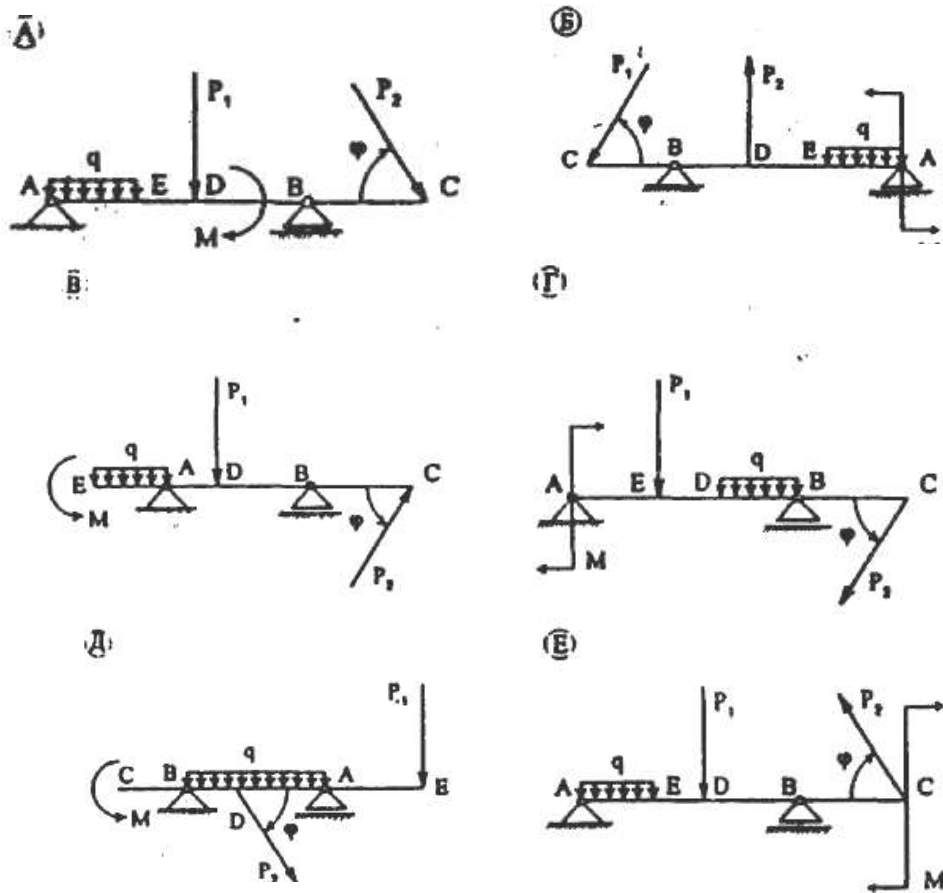


Рис. 1

Таблица 1

Вариант	φ , град	P_1 , кН	P_2 , кН	q_1 , кН/м	M , кН·м	AE , м	BD , м	BC , м	AB , м
1	90	5	8	2	4	2	3	1	6
2	45	7	9	3	6	2	3	2	7
3	30	9	11	1	12	4	2	3	6
4	120	11	13	2	8	3	3	3	8
5	60	3	17	4	3	2	4	2	9
6	240	4	21	5	9	2	3	1	5
7	90	8	3	1	5	3	2	1,5	7
8	270	3	5	2	6	4	5	2,5	9
9	40	2	7	3	8	5	3	3,5	10
10	120	1	6	2	10	4	7	3	12
11	75	7	10	3	7	3	8	2,5	15
12	30	5	12	1	3	4	5	2	12
13	50	8	13	0,5	2	3	6	1,5	10
14	150	10	14	2	1	2	5	0,5	8
15	135	12	15	3	4	2	3	1	6
16	210	15	10	3	7	3	2	1,5	5
17	270	5	8	2	8	1	1	2	4
18	90	3	5	1	9	2	5	2,5	8
19	30	4	2	1	3	3,5	4	3	9
20	60	16	5	3	2	2	3	2	10
21	75	20	7	4	1	2	4	2,5	7
22	50	13	9	2	5	3	5	3,5	10
23	135	4	8	3	8	4	2	3	11
24	270	2	3	1	7	4	4	2	12
25	220	18	10	5	9	2	3,5	2,5	14
26	250	11	7	3	11	3	5	1,5	15
27	300	6	2	2	8	3	6	2	10
28	330	5	8	3	6	2	4	1	8
29	30	4	10	4	3	1	3	1,5	6
30	60	14	7	5	2	2	5	2	8

Приклади рішення задач

Задача. До гладенької стінки притулена однорідна драбина AB під кутом 45° до горизонту; вага драбини $G = 200$ Н. В точці D на відстані, рівній третині довжини драбини, знаходиться людина вагою $G_1 = 600$ Н. Знайти тиск драбини на опору A і на стіну.

Розв'язання. Розглянемо рівновагу драбини. Діючими на неї силами є \bar{G}_1 , \bar{G} , реакція R_B , перпендикулярна стіні, і реакція \bar{R}_A , яку розкладаємо на дві складових \bar{X}_A та \bar{Y}_A : $\bar{R}_A = \bar{X}_A + \bar{Y}_A$.

Модуль R_A : $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$

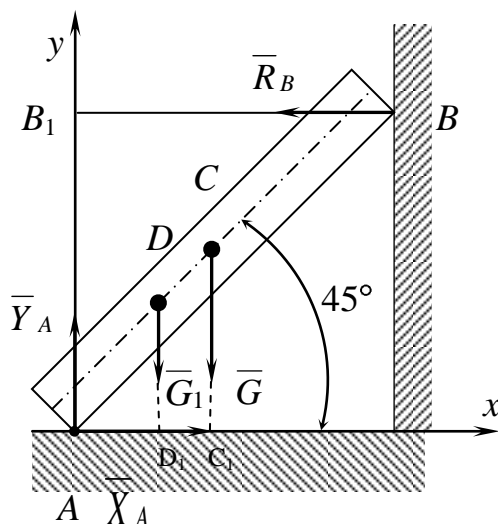


Рис. 2

Вибираємо осі координат, як показано на рис. 2. За центр моментів вигідно взяти точку A , бо в ній сходяться дві невідомі сили (\bar{X}_A та \bar{Y}_A).

Заповнимо таблицю:

Сила	Проекція сили на вісь Ax	Проекція сили на вісь Ay	Момент сили відносно точки A
\bar{X}_A	X_A	0	0
\bar{Y}_A	0	Y_A	0
\bar{G}_1	0	$-G_1$	$-G_1 \cdot AD_1$
\bar{G}	0	$-G$	$-G \cdot AC_1$
\bar{R}_B	$-R_B$	0	$R_B \cdot AB_1$

Рівняння рівноваги драбини:

$$X_A - R_B = 0$$

$$Y_A - G_1 - G = 0$$

$$-G_1 \cdot AD_1 - G \cdot AC_1 + R_B \cdot AB_1 = 0$$

Позначивши довжину драбини через l , можна записати:

$$AD = \frac{1}{3}l; \quad AC = \frac{1}{2}l; \quad AB_1 = l \cos 45^\circ = \frac{l\sqrt{2}}{2};$$

$$AD_1 = AD \cdot \cos 45^\circ = \frac{l\sqrt{2}}{6}; \quad AC_1 = AC \cdot \cos 45^\circ = \frac{l\sqrt{2}}{4}.$$

Підставимо значення AD_1 , AC_1 та AB_1 в рівняння і одержимо:

$$X_A - R_B = 0$$

$$Y_A - G_1 - G = 0$$

$$-G_1 \cdot \frac{l\sqrt{2}}{6} - G \cdot \frac{l\sqrt{2}}{4} + R_B \cdot \frac{l\sqrt{2}}{2} = 0$$

З рівнянь одержимо:

$$Y_A = G_1 + G = 600 \text{ Н} + 200 \text{ Н} = 800 \text{ Н}$$

$$R_B = \frac{G_1}{3} + \frac{G}{2} = 200 \text{ Н} + 100 \text{ Н} = 300 \text{ Н}$$

$$X_A = R_B = 300 \text{ Н}$$

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = 854 \text{ Н}$$

Відповідь: $R_A = 854 \text{ Н}$, $R_B = 300 \text{ Н}$.

Задача. Запобіжний клапан парового котла (рис. 3), з'єднаний стержнем AB з однорідним важелем CD довжиною $l = 50 \text{ см}$ і вагою $G = 10 \text{ Н}$, який може обертатись навколо нерухокої точки C . Діаметр клапана $d = 6 \text{ см}$, плече $BC = 7 \text{ см}$. Знайти вагу Q вантажу, який треба підвісити до кінця D важеля, для того, щоб клапан сам відкривався, коли тиск в котлі буде дорівнювати $110 \frac{\text{Н}}{\text{см}^2}$ (рис. 3).

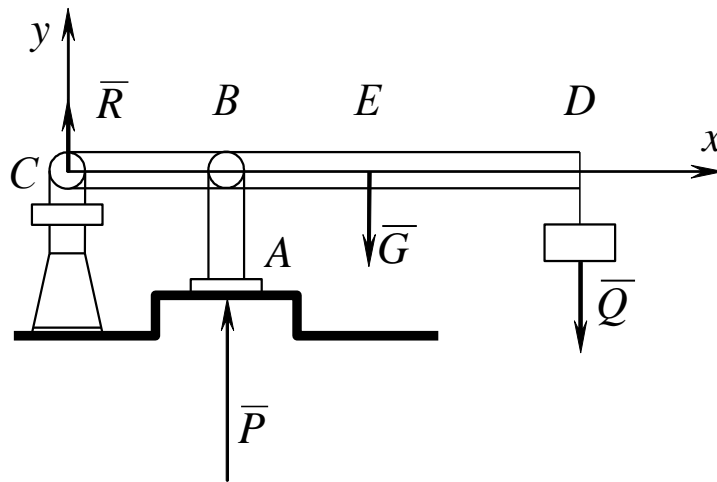


Рис. 3.

Розв'язання. Сили \bar{Q} , \bar{G} , \bar{P} , прикладені до важеля CD , урівноважуються.

Сила P по величині дорівнює тиску $110 \frac{\text{Н}}{\text{см}^2}$, помноженому на площу клапана

$$\frac{\pi d^2}{4}, \text{ тобто } P = \frac{\pi d^2}{4} \cdot 110 \frac{\text{Н}}{\text{см}^2} = \frac{3,14 \cdot 36 \text{ см}^2}{4} \cdot 110 \frac{\text{Н}}{\text{см}^2} = 3100 \text{ Н}.$$

Складаємо рівняння рівноваги, знаходячи проекції сил на відповідні осі і суму моментів відносно точки C ; для цього заповнюємо таблицю:

Сили	Проекції сил на вісь CX	Проекції сил на вісь CY	Момент сил відносно точки C
\bar{R}	0	R	0
\bar{P}	0	P	$P \cdot CB$
\bar{G}	0	$-G$	$-G \cdot CE$
\bar{Q}	0	$-Q$	$-Q \cdot CD$

Складаємо рівняння рівноваги:

Сума проекцій на CY :

$$\Sigma Y = R + P - Q - G = 0.$$

Сума моментів відносно C :

$$P \cdot BC - G \cdot CE - Q \cdot CD = 0;$$

$$CE = \frac{l}{2} = 0,25 \text{ м}; \quad CD = l = 0,5 \text{ м}; \quad BC = 0,07 \text{ м}.$$

Маємо два рівняння:

$$R + 3100 - 10 \text{ Н} - Q = 0;$$

$$3100 \cdot 0,07 - 10 \cdot 0,25 - Q \cdot 0,5 = 0.$$

$$Q = 429 \text{ Н}; \quad R = -2661 \text{ Н}.$$

Задача. Визначити опорні реакції горизонтальної консольної балки (рис. 4).

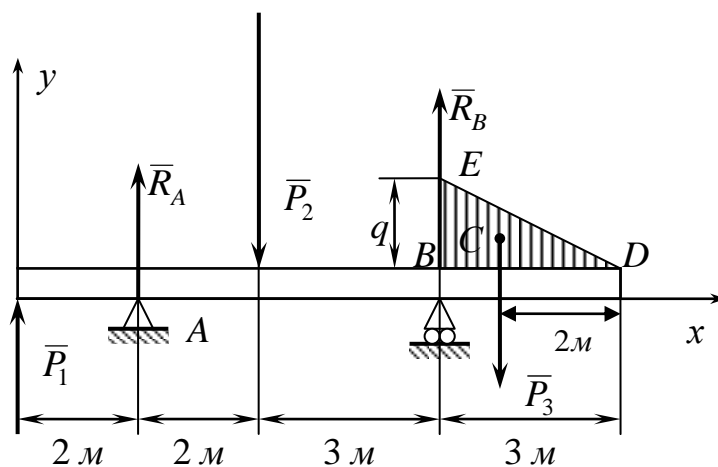


Рис. 4.

Дано: $P_1 = 50 \text{ кН}$; $P_2 = 140 \text{ кН}$, перпендикулярне балці суцільне навантаження на відріжку BD змінюється по лінійному закону. $BE = q = 10 \text{ кН/м}$. Вагою балки знехтувати.

Розв'язання. Розглядаємо рівновагу балки під дією сил \bar{P}_1 , \bar{R}_A , \bar{P}_2 , \bar{R}_B , \bar{P}_3 . Рівнодіна суцільного навантаження по модулю дорівнює:

$$P_3 = \frac{1}{2} q \cdot BD;$$

$$P_3 = \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{\text{кН}}{\text{м}} \cdot 3\text{м} = 15 \text{ кН}.$$

P_3 прикладена в центрі тяжіння S трикутника BDE . Для складання рівнянь рівноваги заповнюємо таблицю, моменти знаходимо відносно точки A .

Сила	Проекція сили на вісь X	Проекція сили на вісь Y	Момент сили відносно точки A
\bar{R}_A	0	R_A	0
\bar{R}_B	0	R_B	$R_B \cdot 5$
\bar{P}_1	0	P_1	$-P_1 \cdot 2$
\bar{P}_2	0	$-P_2$	$-P_2 \cdot 2$
\bar{P}_3	0	$-P_3$	$-P_3 \cdot 6$

Маємо рівняння рівноваги

$$\Sigma Y = R_A + R_B + P_1 - P_2 - P_3 = 0;$$

$$\Sigma M_A = 5R_B - 2P_1 - 2P_2 - 6P_3 = 0;$$

$$\text{або } R_A + R_B + 50 - 140 - 15 = 0;$$

$$5R_B - 2 \cdot 50 - 2 \cdot 140 - 6 \cdot 15 = 0.$$

Звідси

$$R_B = 94 \text{ кН}; R_A = 11 \text{ кН}.$$

Задача. На горизонтальну балку, зображену на рис.5, закріплену одним кінцем A в стіну, діють: сила \bar{P} під кутом 40° до горизонту, модуль якої $P = 10$ кН, перпендикулярне балці рівномірне навантаження інтенсивності $q = 5$ кН/м, як показано на рисунку, і пара сил з моментом $M_1 = 8$ кН·м. Визначити реакції X_A та Y_A і момент M_A закріплення. Вагою балки знехтувати.

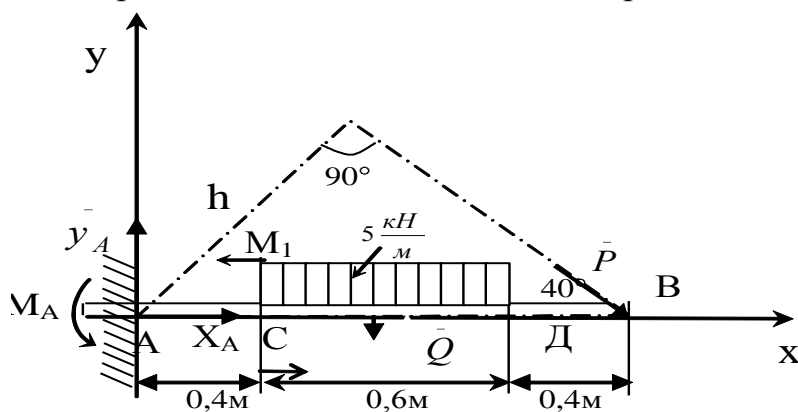


Рис. 5

Розв'язання. Об'єкт рівноваги — балка, сили, що діють на балку: $\bar{Y}_A, \bar{X}_A, \bar{P}$ і $Q = q \cdot 0,6 \text{ м} = 5 \text{ кН} / 5 \cdot 0,6 \text{ м} = 3 \text{ кН}$.

\bar{Q} перпендикулярна до балки, направлена вниз, і знаходиться на відстані $AN = AC + CD/2 = 0,7 \text{ м}$ від точки A

Заповнимо таблицю:

Сила	Проекція сили на вісь AX	Проекція сили на вісь AU	Момент сили відносно точки A
$\overline{Y_A}$	0	Y_A	0
$\overline{X_A}$	X_A	0	0
\overline{Q}	0	$-Q$	$-Q \cdot 0,7$
\overline{P}	$P \cos 40^\circ$	$-P \cos 50^\circ$	$-Ph$
			M_A
			M_1

h — плече сили P , це перпендикуляр, опущений з точки A на напрямок дії сили:

$$h = AB \cdot \sin 40^\circ = 1,4 \cdot \sin 40^\circ = 1,4 \cdot 0,64 = 0,9 \text{ (м)}.$$

Складаємо рівняння:

$$\Sigma x = X_A + P \cos 50^\circ = 0;$$

$$\Sigma y = Y_A + P \cos 50^\circ = 0;$$

$$\Sigma M = -P_h - Q \times 0,7 + M_A + M_1 = 0.$$

Звідси:

$$X_A = -P \cos 40^\circ = -10 \times 0,766 = -7,66 \text{ (кН)};$$

$$Y_A = Q + P \cos 50^\circ = 3 + 10 \times 0,64 = 9,4 \text{ (кН)};$$

$$M_A = Q \times 0,7 + P \times 0,9 - M_1 = 3 \times 0,7 + 10 \times 0,9 - 8 = 3,1 \text{ (кН.м)}.$$

Відповідь: $X_A = -7,66 \text{ кН}$; $Y_A = 9,4 \text{ кН}$; $M_A = 3,1 \text{ кН.м}$.

Завдання № 2

Для ступінчатих брусів (схеми брусів приведені на рис.6) побудувати епюри нормальних сил N , нормальних напружень σ , переміщень перерізів λ . Перевірити міцність бруса. Дані для всіх варіантів приведені в таблиці 2.

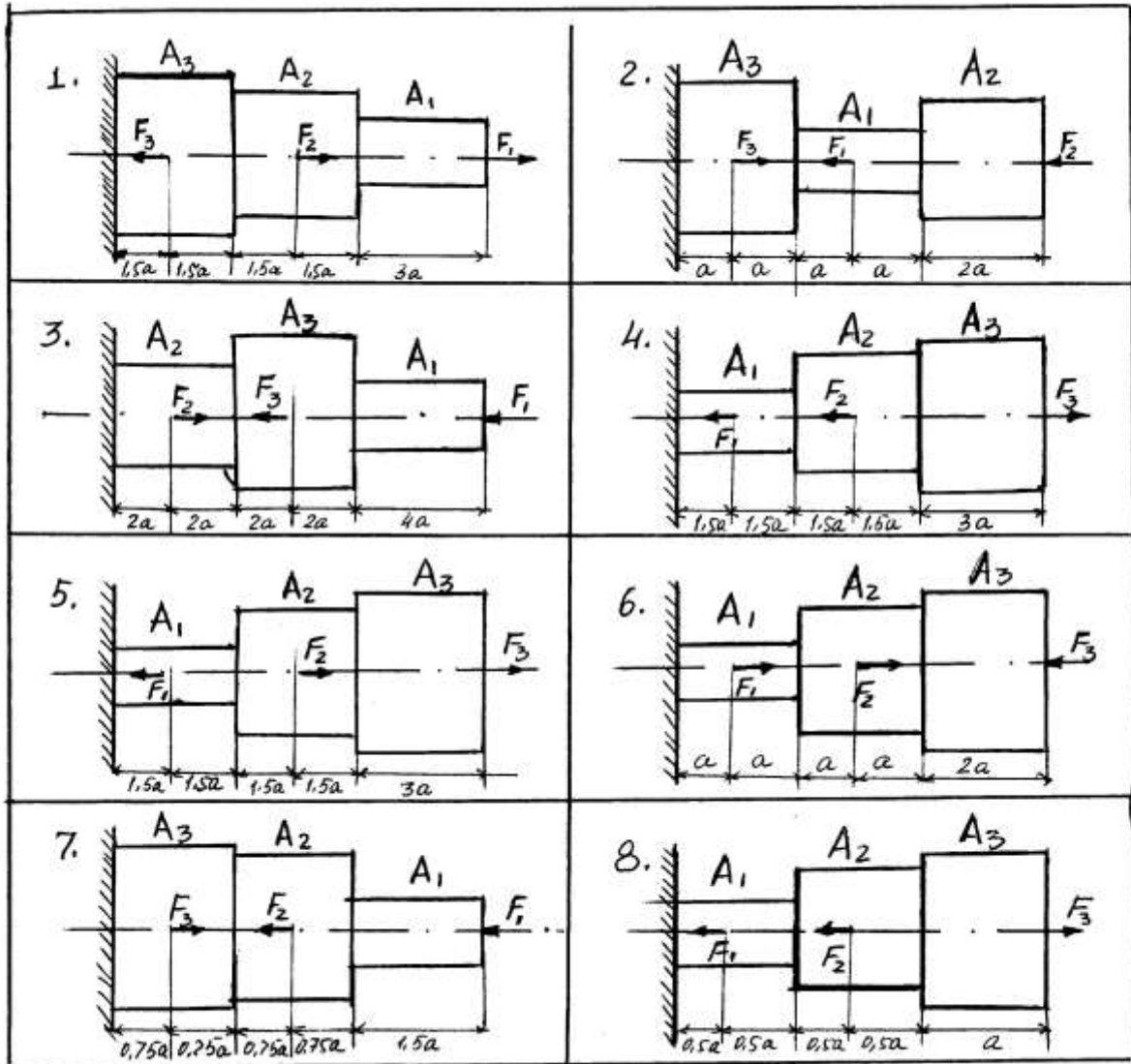


Рис. 6.

Табл. 2

Варіант	E , МПа	σ гр.р, МПа	σ гр.с, МПа	[n]	F_1 , кН	F_2 , кН	F_3 , кН	A_1 , м ²	A_2 , м ²	A_3 , м ²	a, м	Примітки
1.	$2,1 \cdot 10^5$	140	170	2,5	80	50	40	$10 \cdot 10^{-4}$	$20 \cdot 10^{-4}$	$30 \cdot 10^{-4}$	0,5	σ гр.р., σ гр.с. – граничні навантаження при розтягуванні та стисканні; – E – модуль Юнга; [n] - міцність
2.	$2 \cdot 10^5$	175	210	3	40	80	80	$5 \cdot 10^{-4}$	$10 \cdot 10^{-4}$	$40 \cdot 10^{-4}$	0,8	
3.	$1,9 \cdot 10^5$	140	170	2,6	20	10	30	$8 \cdot 10^{-4}$	$16 \cdot 10^{-4}$	$20 \cdot 10^{-4}$	0,4	
4.	$2,15 \cdot 10^5$	180	210	2,8	65	80	60	$5 \cdot 10^{-4}$	$15 \cdot 10^{-4}$	$20 \cdot 10^{-4}$	0,6	
5.	$0,8 \cdot 10^5$	20	70	2	80	75	30	$5 \cdot 10^{-4}$	$15 \cdot 10^{-4}$	$20 \cdot 10^{-4}$	0,4	
6.	$1,5 \cdot 10^5$	40	150	3	60	80	30	$8 \cdot 10^{-4}$	$16 \cdot 10^{-4}$	$20 \cdot 10^{-4}$	0,8	
7.	$1,2 \cdot 10^5$	55	200	2,3	60	40	35	$5 \cdot 10^{-4}$	$10 \cdot 10^{-4}$	$20 \cdot 10^{-4}$	0,6	
8.	$0,7 \cdot 10^5$	70	150	2	65	70	38	$4 \cdot 10^{-4}$	$8 \cdot 10^{-4}$	$12 \cdot 10^{-4}$	0,5	
9.	$0,7 \cdot 10^5$	70	120	1,5	40	65	30	$5 \cdot 10^{-4}$	$10 \cdot 10^{-4}$	$25 \cdot 10^{-4}$	0,8	
10.	$1,1 \cdot 10^5$	80	300	2	70	80	30	$6 \cdot 10^{-4}$	$12 \cdot 10^{-4}$	$24 \cdot 10^{-4}$	0,6	
11.	$2,1 \cdot 10^5$	150	170	2	60	40	80	$10 \cdot 10^{-4}$	$15 \cdot 10^{-4}$	$30 \cdot 10^{-4}$	0,5	
12.	$2 \cdot 10^5$	180	220	2,5	72	40	60	$5 \cdot 10^{-4}$	$10 \cdot 10^{-4}$	$15 \cdot 10^{-4}$	0,8	
13.	$1,9 \cdot 10^5$	150	170	2	68	40	45	$8 \cdot 10^{-4}$	$16 \cdot 10^{-4}$	$30 \cdot 10^{-4}$	0,6	
14.	$2,15 \cdot 10^5$	190	220	2,5	70	60	30	$5 \cdot 10^{-4}$	$15 \cdot 10^{-4}$	$20 \cdot 10^{-4}$	0,4	
15.	$0,8 \cdot 10^5$	30	70	2,2	85	40	30	$5 \cdot 10^{-4}$	$10 \cdot 10^{-4}$	$25 \cdot 10^{-4}$	0,5	
16.	$1,5 \cdot 10^5$	50	160	2,8	45	60	80	$8 \cdot 10^{-4}$	$12 \cdot 10^{-4}$	$20 \cdot 10^{-4}$	0,8	
17.	$1,2 \cdot 10^5$	70	200	2,5	80	60	40	$5 \cdot 10^{-4}$	$10 \cdot 10^{-4}$	$15 \cdot 10^{-4}$	0,5	
18.	$0,7 \cdot 10^5$	80	200	1,8	80	40	30	$5 \cdot 10^{-4}$	$15 \cdot 10^{-4}$	$25 \cdot 10^{-4}$	0,8	
19.	$0,7 \cdot 10^5$	70	130	1,3	45	60	45	$6 \cdot 10^{-4}$	$12 \cdot 10^{-4}$	$25 \cdot 10^{-4}$	0,4	
20.	$1,1 \cdot 10^5$	90	310	2,6	40	65	80	$4 \cdot 10^{-4}$	$8 \cdot 10^{-4}$	$20 \cdot 10^{-4}$	0,7	
21.	$2,1 \cdot 10^5$	120	170	2,1	80	45	25	$8 \cdot 10^{-4}$	$16 \cdot 10^{-4}$	$20 \cdot 10^{-4}$	0,4	
22.	$2 \cdot 10^5$	170	210	2,3	84	62	50	$5 \cdot 10^{-4}$	$10 \cdot 10^{-4}$	$25 \cdot 10^{-4}$	0,8	
23.	$1,9 \cdot 10^5$	140	170	2,8	80	50	60	$4 \cdot 10^{-4}$	$8 \cdot 10^{-4}$	$12 \cdot 10^{-4}$	0,5	
24.	$2,15 \cdot 10^5$	180	230	2,2	40	80	70	$6 \cdot 10^{-4}$	$12 \cdot 10^{-4}$	$20 \cdot 10^{-4}$	0,4	
25.	$0,8 \cdot 10^5$	40	70	2,6	40	85	80	$5 \cdot 10^{-4}$	$10 \cdot 10^{-4}$	$25 \cdot 10^{-4}$	0,5	
26.	$1,5 \cdot 10^5$	60	160	3	80	20	25	$6 \cdot 10^{-4}$	$12 \cdot 10^{-4}$	$30 \cdot 10^{-4}$	0,8	
27.	$1,2 \cdot 10^5$	80	210	2,8	80	50	70	$5 \cdot 10^{-4}$	$10 \cdot 10^{-4}$	$15 \cdot 10^{-4}$	0,5	
28.	$0,7 \cdot 10^5$	80	140	1,9	80	60	70	$6 \cdot 10^{-4}$	$10 \cdot 10^{-4}$	$20 \cdot 10^{-4}$	0,6	
29.	$0,7 \cdot 10^5$	100	330	1,4	30	40	20	$4 \cdot 10^{-4}$	$10 \cdot 10^{-4}$	$25 \cdot 10^{-4}$	0,5	
30.	$1,1 \cdot 10^5$	120	350	2,5	80	50	30	$7 \cdot 10^{-4}$	$15 \cdot 10^{-4}$	$20 \cdot 10^{-4}$	0,7	

Приклад рішення задачі

Задача. Для бруса зі ступінчато – перемінними перерізами (рис.7), з різною довжиною окремих ділянок бруса побудувати епюри нормальних сил N , нормальних напружень σ та переміщень перерізів λ . Модуль Юнга $E=2 \cdot 10^{11}$ Па, $A=5\text{см}^2$; $F=100$ кН; $l=1$ м. Перевірити брус на міцність, якщо необхідний коефіцієнт запасу міцності $[n]=3$; границя міцності на розтягування $\sigma_{\text{гр. роз}}=350$ МПа, на стискання $\sigma_{\text{гр. ст.}}=580$ МПа.

Рішення

1. Будуємо епюру нормальних сил N . Розбиваємо брус на три ділянки, починаючи з незакріпленого кінця: МД; ДВ та ВА.

Ділянка МД:

$$-N_1 + F_1 = 0;$$

$$N_1 = F_1 = F;$$

$$N_1 = 100 \text{ кН.}$$

Ділянка ДВ:

$$-N_2 + F_1 - F_2 = 0;$$

$$N_2 = F_1 - F_2 = F - 2F = -F;$$

$$N_2 = -100 \text{ кН.}$$

Ділянка ВА:

$$-N_3 + F_1 - F_2 + F_3 = 0;$$

$$N_3 = F_1 - F_2 + F_3 = F - 2F + 4F = 3F;$$

$$N_3 = 300 \text{ кН.}$$

2. Будуємо епюру нормальних напружень. Розбиваємо брус на п'ять ділянок, починаючи з вільного кінця: МК; КД; ДС; СВ та ВА.

Переводимо площі перерізи та сили в СІ:

$$A_1 = 2A = 2 \cdot 5\text{см}^2 = 10\text{см}^2 = 10 \cdot 10^{-4}\text{м}^2;$$

$$A_2 = A = 5\text{см}^2 = 5 \cdot 10^{-4}\text{м}^2; \quad A_3 = 2,5 \cdot A = 12,5 \cdot 10^{-4}\text{м}^2;$$

$$N_1 = 100 \cdot 10^3 \text{ Н}; \quad N_2 = -100 \cdot 10^3 \text{ Н}; \quad N_3 = 300 \cdot 10^3 \text{ Н.}$$

Ділянка МК:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{2A} = \frac{100 \cdot 10^3 \text{ Н}}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2} = 100 \text{ МПа.}$$

Ділянка КД:

$$\sigma_2 = \frac{N_1}{A} = \frac{100 \cdot 10^3 \text{ Н}}{5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2} = 200 \text{ МПа.}$$

Ділянка ДС:

$$\sigma_3 = \frac{N_2}{A} = - \frac{100 \cdot 10^3 \text{ Н}}{5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2} = -200 \text{ МПа.}$$

Ділянка СВ:

$$\sigma_4 = \frac{N_2}{2,5A} = - \frac{100 \cdot 10^3 \text{ Н}}{12,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2} = -80 \text{ МПа.}$$

Ділянка ВА:

$$\sigma_5 = \frac{N_3}{2,5A} = \frac{300 \cdot 10^3 \text{ Н}}{12,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2} = 240 \text{ МПа.}$$

3. Будемо епюру переміщень поперечних перерізів бруса λ . Розрахунки ведуться за формулою:

$$\lambda = \Delta l = \sum \Delta l_i = \sum_{i=1}^n \frac{N_i \cdot l_i}{E_i \cdot A_i},$$

де брус розбиваємо на п'ять ділянок, починаючи з закріпленого кінця: АВ; ВС; СД; ДК; КМ.

N_i - нормальна сила на ділянці, l_i - довжина ділянки, A_i - площа перерізу ділянки бруса, $E_i = E$ - модуль Юнга.

Ділянка АВ:

$$\lambda_{AB} = \frac{N_3 \cdot l}{E \cdot A_3} = \frac{3F \cdot l}{E \cdot 2,5A} = 1,2 \frac{F \cdot l}{EA} = \frac{100 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot 1,2}{2 \cdot 10^{11} \text{ Па} \cdot 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Ділянка ВС:

$$\lambda_{AC} = \lambda_{AB} + \lambda_{BC} = 1,2 \cdot \frac{F \cdot l}{E \cdot A} - \frac{F \cdot l}{F \cdot 2,5A} = 0,8 \frac{F \cdot l}{E \cdot A} = 0,8 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Ділянка СД:

$$\lambda_{AD} = \lambda_{AC} + \lambda_{CD} = 0,8 \cdot \frac{F \cdot l}{E \cdot A} - \frac{F \cdot l}{E \cdot A} = -0,2 \frac{F \cdot l}{E \cdot A} = -0,2 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Ділянка ДК:

$$\lambda_{AK} = \lambda_{AD} + \lambda_{DK} = -0,2 \cdot \frac{F \cdot l}{E \cdot A} - \frac{F \cdot l}{E \cdot A} = 0,8 \frac{F \cdot l}{E \cdot A} = 0,8 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Ділянка КМ:

$$\lambda_{AM} = \lambda_{AK} + \lambda_{KM} = 0,8 \cdot \frac{F \cdot l}{E \cdot A} + 0,5 \frac{F \cdot l}{E \cdot A} = 1,3 \frac{F \cdot l}{E \cdot A} = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

В місці закріплення $\lambda=0$. З епюри видно, що епюра λ змінюється лінійно з довжиною на окремих ділянках бруса.

4. Перевіряємо брус на міцність. З епюр видно, що максимальне значення σ при розтягуванні $\sigma_5 = 240 \text{ МПа}$. Розрахункова міцність на розтягування:

$$n_1 = \frac{\sigma_{\text{гр.роз.}}}{\sigma_5} = \frac{350 \text{ МПа}}{240 \text{ МПа}} = 1,5 < [n]$$

при стисканні

$$n_2 = \frac{\sigma_{\text{гр.ст.}}}{\sigma_3} = \frac{580 \text{ МПа}}{240 \text{ МПа}} = 2,8 < [n]$$

Режим навантаження відповідає вимогам міцності.

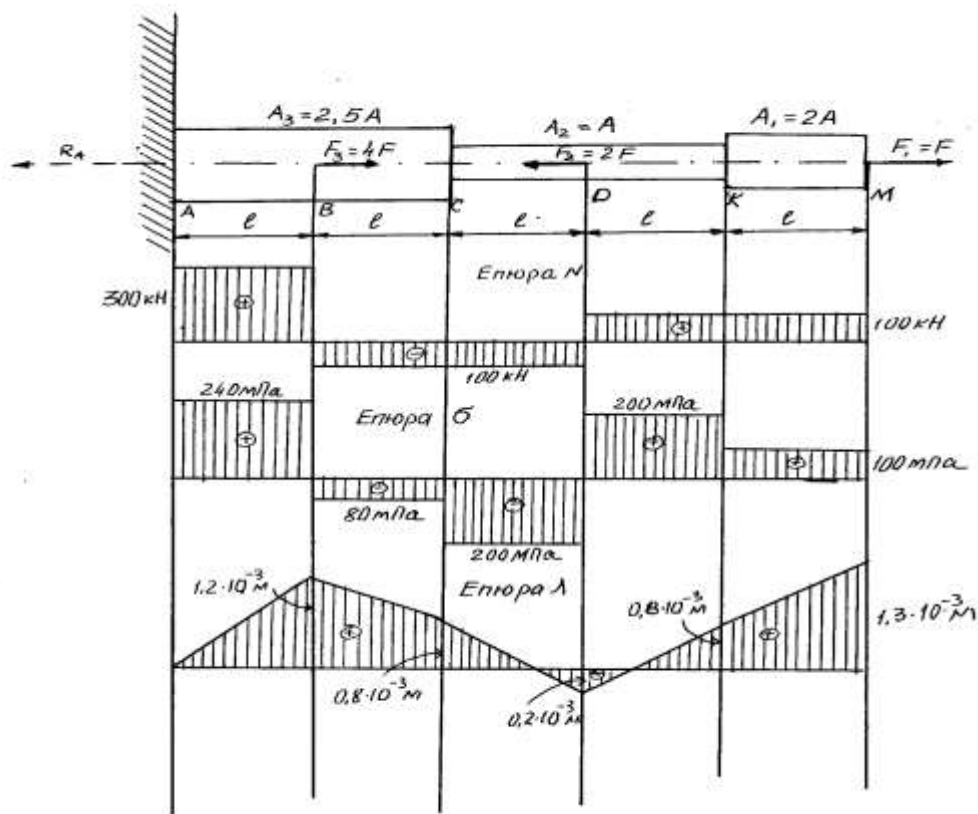


Рис. 7.

Завдання №3

Варіант 1.

- З розрахунку заклепок на зріз визначити діаметр d_0 поставленої заклепки, якщо навантаження $F=88\text{кН}$, число заклепок $Z=2$, допустиме напруження $[\tau_{зр}]=140\text{МПа}$, $i=1$.
- Ведучий вал пасової передачі має частоту обертання $n_1=225\text{ }^{\circ}/_{\text{хв}}$. нехтуючи ковзанням паса, визначити кутову швидкість w_2 ведомого вала, якщо відомі $D_1=80\text{мм}$ та $D_2=400\text{мм}$ (брати $\frac{\pi}{30}=0,1$).
- Визначити напруження зім'яття $\sigma_{зм}$ у з'єднанні сегментною шпонкою, що передає обертовий момент $M=54\text{Нм}$, а довжина шпонки $l=26,6\text{мм}$, діаметр вала $d=20\text{мм}$, $h=7,5\text{мм}$, $t=5,5\text{мм}$.

Варіант 2.

- Визначити напруження зім'яття $\sigma_{зм}$ в клепаному з'єднанні, якщо відоме навантаження $F=16\text{кН}$; діаметр $d_0=8,5\text{мм}$ поставленої заклепки; число заклепок $Z=2$; товщина листів $\delta=4\text{мм}$.
- Шляхом розрахунку стержня болта на розтягування визначити діаметр метричної різьби з крупним кроком затягнутого болтового з'єднання, якщо відома осьова сила $F=12\text{кН}$ і допустиме напруження $[\sigma_p]=100\text{МПа}$.
- Визначити загальний к.к.д. η редуктора, якщо відомі потужність $p=4,5\text{кВт}$ на ведучому валу, обертовий момент $M_2=410\text{Нм}$ і частота обертання на ведомому валу $n_2=100\text{ }^{\circ}/_{\text{хв}}$ (брати $\frac{\pi}{30}=0,1$).

Варіант 3.

1. З розрахунку заклепок на зріз визначити діаметр d_o поставленої заклепки, якщо відоме навантаження $F=80\text{кН}$; число заклепок $Z=10$; $i=2$; допустиме напруження $[\tau_{зр}]=140\text{МПа}$.
2. Ведомий вал ланцюгової передачі має кутову швидкість $w_2=10\text{ рад/с}$. визначити частоту обертання n_1 ведучого колеса, якщо відомі числа зубців зірочок $Z_1=33$ та $Z_2=90$ (брати $\frac{30}{\pi}=10$).
3. Шляхом розрахунку стержня болта на розтягування визначити допустиму осьову силу $[F]$ незатягнутого болтового з'єднання з різьбою М20 з крупним кроком, якщо відоме допустиме напруження $[\sigma_p]=100\text{МПа}$.

Варіант 4.

1. Визначити максимальне напруження розтягування σ_p в склепаних листках товщиною $\delta=5\text{мм}$, що розтягуються силами $F=90\text{кН}$ і крок заклепок $P=36\text{мм}$, діаметр отворів $d_o=11\text{мм}$ під заклепки і число їх $Z=6$.
2. Визначити обертовий момент M_1 на ведучому валу черв'ячного редуктора, якщо дано його загальний к.к.д. $\eta=0,75$, потужність $P_2=15\text{кВт}$ на валу колеса з частотою обертання $n_1=400\text{ об/хв}$ вала черв'яка (брати $\frac{\pi}{30}=0,1$).
3. Шків, насаджений на вал діаметром $d=15\text{мм}$, зрізав сегментну шпонку. Визначити обертовий момент M , якщо границя міцності при зрізі матеріалу шпонки відома і дорівнює $[\tau_{зр}]=30\text{МПа}$, $l=15,7\text{мм}$, $h=7,5\text{мм}$, $t=6\text{мм}$.

Варіант 5.

1. Визначити напруження зрізу $[\tau_{зр}]$ в лобовому шві зварного з'єднання, якщо задана сила $F=16\text{кН}$, довжина шва $l=80\text{мм}$ і його катет $k=7\text{мм}$.
2. Визначити колове зусилля F_t на ведомому шківу пасової передачі, якщо відомі потужність $P_1=9\text{кВт}$ на ведучому валу, к.к.д. передачі $\eta=0,96$, діаметр $D_2=400\text{мм}$ і частота обертання $n_2=300\text{ об/хв}$ ведомого вала (брати $\frac{\pi}{30}=0,1$)
3. З розрахунку на зріз визначити діаметр болта d_1 , поставленого без зазора, якщо відоме навантаження $F=7,8\text{кН}$ і допустиме напруження $[\tau_{зр}]=50\text{МПа}$, $i=2$.

Варіант 6.

1. Визначити довжину l_f флангових швів зварного з'єднання, якщо відоме навантаження $F=110\text{кН}$, катет шва $k=10\text{мм}$, допустиме напруження матеріалу $[\tau_{зр}]=80\text{МПа}$.
2. Ведомий вал ланцюгової передачі має кутову швидкість $w_2=10\text{ рад/с}$. Визначити частоту обертання n_1 ведомого вала, якщо число зубців зірочок $Z_1=25$, $Z_2=75$ (брати $\frac{\pi}{30}=0,1$)
3. Визначити напруження з'єднання $\sigma_{зм}$ у з'єднанні сегментною шпонкою, що передає обертовий момент $M=54\text{Нм}$, якщо діаметр вала $d=20\text{мм}$, а довжина шпонки $l=21,6\text{мм}$, $h=7,5\text{мм}$, $t_1=5,5\text{мм}$.

Варіант 7.

1. З розрахунку флангових швів зварного з'єднання довжиною $l\phi=50\text{мм}$ на зріз визначити допустиме навантаження $[F]$, якщо відомий катет $k=7\text{мм}$ і допустиме напруження $[\tau_{зр}] = 100\text{МПа}$
2. В передачі гвинт – гайка відомі число заходів $n=1$ різьби, її крок $p=6\text{мм}$ і кутова швидкість гвинта $w=2,5^{\text{рад}}/\text{с}$. Визначити швидкість осьового переміщення гайки вздовж гвинта.
3. Тихоходний вал черв'ячного редуктора має кутову швидкість $w_2=2^{\text{рад}}/\text{с}$. Визначити частоту обертання n_1 , вала черв'яка, якщо відомі числа витків $Z_1=1$ черв'яка і число зубців колеса $Z_2=36$. (брати $\frac{\pi}{30}=0,1$)

Варіант 8.

1. З розрахунку флангових швів довжиною $l\phi=100\text{мм}$ на зріз визначити допустиме навантаження $[F]$, якщо відомий катет шва $k=5\text{мм}$; допустиме напруження $[\tau_{зр}] = 80\text{МПа}$.
2. Визначити напруження зім'яття $\sigma_{зм}$ у з'єднанні призматичною шпонкою, що передає обертовий момент $M=400\text{Нм}$, якщо діаметр вала $d=36\text{мм}$; робоча довжина шпонки $l_p=80\text{мм}$, $h=8\text{мм}$, $t_1=5\text{мм}$.
3. Бистроходний вал двоступінчатого зубчатого редуктора має кутову швидкість $w_1=70^{\text{рад}}/\text{с}$. Визначити частоту обертання n_2 тихоходного вала, якщо відомі числа зубців редуктора $Z_1=20$; $Z_2=50$; $Z_3=22$; $Z_4=44$. (брати $\frac{30}{\pi}=10$)

Варіант 9.

1. Шляхом розрахунку болта на розтягування визначити внутрішній діаметр різьби d_1 незатягнутого болтового з'єднання, якщо осьова сила $F=32\text{кН}$, допустиме напруження $[\sigma_p]=100\text{МПа}$.
2. З розрахунку флангових швів зварного з'єднання довжиною $l\phi=100\text{мм}$ на зріз визначити допустиме $[F]$ навантаження, якщо відомий катет $k=4\text{мм}$ і допустиме напруження $[\tau_{зр}] = 120\text{МПа}$.
3. Бистроходний вал двоступінчатого зубчатого редуктора має частоту обертання $n_1=750^{\text{об}}/\text{хв}$. Визначити кутову швидкість w_2 тихоходного вала, якщо відомі числа зубців коліс редуктора $Z_1=20$; $Z_2=50$; $Z_3=24$; $Z_4=72$. (брати $\frac{\pi}{30}=0,1$)

Варіант 10.

1. Визначити довжину $l\phi$ флангових швів зварного з'єднання, якщо відоме навантаження $F=66\text{кН}$; катет шва $k=7\text{мм}$; допустиме напруження матеріалу шва $[\tau_{зр}] = 84\text{МПа}$.
2. Шків насаджений на вал діаметром $d=20\text{мм}$, зрізав шпонку. Визначити обертовий момент M , якщо границя міцності $[\tau_{зр}] = 300\text{МПа}$, довжина шпонки $l=20\text{мм}$, а ширина $b=6\text{мм}$.
3. Бистроходний вал двоступінчатого зубчатого редуктора має частоту обертання $n_1=720^{\text{об}}/\text{хв}$. Визначити кутову швидкість w_2 тихоходного вала,

якщо відомі числа зубців колес редуктора $Z_1=20$; $Z_2=60$; $Z_3=20$; $Z_4=80$
(брати $\frac{\pi}{30}=0,1$)

Варіант 11.

1. Визначити напруження з'єднання $\sigma_{зм}$ у з'єднанні сегментною шпонкою, що передає обертовий момент $M=9\text{Нм}$, якщо діаметр вала $d=10\text{мм}$; довжина шпонки $l=12,6\text{мм}$; $h=5\text{мм}$; $t_1=3,8\text{мм}$.
2. З розрахунку заклепок на зріз визначити діаметр d_0 поставленої заклепки, якщо відоме навантаження $F=120\text{кН}$; число заклепок $Z=8$, допустиме напруження $[\tau_{зр}]=100\text{МПа}$, $i=1$.
3. Визначити обертовий момент M_2 на тихоходному валу редуктора, знаючи частоту обертання $n_2=150^{об}/_{хв}$, потужність на ведучому валу $P_1=10\text{кВт}$ і загальний к.к.д. редуктора $\eta=0,9$.

Варіант 12.

1. З розрахунку заклепок на зріз визначити діаметр d_0 поставленої заклепки, якщо навантаження $F=88\text{кН}$, число заклепок $Z=4$, допустиме напруження $=100\text{МПа}$, $i=1$.
2. Визначити напруження $\sigma_{зм}$ у з'єднанні сегментною шпонкою, що передає обертовий момент $M=180\text{Нм}$, якщо діаметр вала $d=36\text{мм}$, довжина шпонки $l=37\text{мм}$, $h-t_1=3\text{мм}$.
3. Тихохідний вал черв'ячного редуктора має кутову швидкість $w_2=2,5 \text{ рад}/_{с}$. визначити частоту обертання вала n_1 черв'яка, якщо число витків черв'яка $Z_1=2$, а число зубців колеса $Z_2=60$ (брати $\frac{30}{\pi}=10$)

Варіант 13.

1. Визначити напруженість з'єднання $\sigma_{зм}$ в клепаному з'єднанні, якщо відоме навантаження $F=10\text{кН}$, діаметр поставленої заклепки $d=6,5\text{мм}$, товщина листів $\delta=3\text{мм}$ і число заклепок $Z=3$.
2. Шків, насаджений на вал діаметром $d=10\text{мм}$, зрізав сегментну шпонку. Визначити обертовий момент M , якщо границя міцності при зрізі $[\tau_{зр}]=260\text{МПа}$, довжина шпонки $l=9,7\text{мм}$, $h=5\text{мм}$, $t=3,8\text{мм}$.
3. Визначити обертовий момент M_2 на тихоходному валу редуктора, знаючи частоту його обертання $n_2=240^{об}/_{хв}$, потужність на ведучому валу $P_1=6\text{кВт}$, загальний к. к. д. редуктора $\eta=0,94$. (брати $\frac{\pi}{30}=0,1$).

Варіант 14.

1. Визначити діаметр d діляльного кола прямозубого циліндричного колеса без зміщення, якщо діаметр вершин зубців $d_a=180\text{мм}$, число зубців колеса $Z=58$.
2. З розрахунку на зріз визначити діаметр болта d , поставленого без зазору, якщо відомі навантаження $F=44\text{кН}$ і допустиме напруження $[\tau_{зр}]=70\text{МПа}$, $i=2$.
3. Визначити загальний к. к. д. редуктора η , якщо потужність на ведомому валу $P_1=4\text{кВт}$, обертовий момент $M_2=400\text{Нм}$ і частота обертання на відомому валу $n_2=80^{об}/_{хв}$. (брати $\frac{\pi}{30}=0,1$).

Варіант 15.

1. Визначити міжосьову відстань черв'ячної передачі, якщо відомі модуль $m=1,75\text{мм}$, $q=14$ – коефіцієнт діаметру черв'яка і число зубців $Z_2=66$ черв'ячного колеса.
2. Визначити напруження з'єднання у з'єднання призматичною шпонкою $\sigma_{зм}$, що передає обертовий момент $M=600\text{Нм}$, якщо діаметр вала $d=40\text{мм}$, робоча довжина шпонки $l_p=80\text{мм}$, $h=10\text{мм}$, $t_1=7,5\text{мм}$.
3. Визначити необхідну потужність P_1 електродвигуна, з'єданого з редуктором муфтою, якщо загальний к. к. д. редуктора $\eta=0,9$, частота обертання $n_2=100^{об}/_{хв.}$, обертовий момент на ведомому валу $M_2=180\text{Нм}$ (брати $\frac{\pi}{30}=0,1$).

Варіант 16.

1. Визначити максимальне напруження розтягування σ_p в сегментних листах товщиною $\delta=10\text{мм}$, розтягуваних силами $F=280\text{кН}$, крок заклепок $P=73\text{мм}$, діаметр отворів $d_0=23\text{мм}$ під заклепку і число заклепок $Z=4$.
2. Визначити розрахунковий модуль m циліндричного архімедова черв'яка, якщо діаметр вершини витків $d_a=30\text{мм}$, коефіцієнт діаметра витка $q=10$.
3. Ведомий вал ланцюгової передачі має крутову швидкість $w_2=20^{рад}/_{с.}$ Визначити частоту обертання n_1 , ведучого вала, якщо відомі числа зубців: $Z_1=25$, $Z_2=75$. (брати $\frac{30}{\pi}=10$)

Варіант 17.

1. Шків, насаджений на валу діаметром $d=20\text{мм}$, зрізав шпонку. Визначити обертовий момент M , якщо границя міцності $[\tau_{зр}] = 300\text{МПа}$, довжина шпонки $l=30\text{мм}$, ширина $b=6\text{мм}$.
2. Визначити модуль m і крок P зачеплення прямозубого циліндричного колеса без зміщення, якщо число зубців його $Z=92$, а діаметр вершин зубців $d_a=188\text{мм}$.
3. Визначити необхідну потужність P_1 електродвигуна, з'єданого з редуктором муфтою, якщо загальний к. к. д. редуктора $\eta=0,96$, частота обертання $n_2=200^{об}/_{хв.}$, обертовий момент $M_2=250\text{Нм}$ (брати $\frac{\pi}{30}=0,1$).

Варіант 18.

1. Шляхом розрахунку болта на розтягування визначити діаметр метричної різьби з крупним кроком затягнутого болтового з'єднання, якщо осьова сила $F=4\text{кН}$, допустиме напруження $[\sigma_p]=90\text{МПа}$.
2. Визначити довжину l_ϕ флангових швів зварного з'єднання, якщо відоме навантаження $F=132\text{кН}$, катет шва $k=7\text{мм}$, допустиме напруження $[\tau_{зр}] = 200\text{МПа}$.
3. Визначити потужність P_2 на тихоходному валу редуктора, якщо його загальний к. к. д. $\eta=0,95$, обертовий момент $M_1=30\text{Нм}$, частота обертання бистроходного вала $n_1=630^{об}/_{хв}$ (брати $\frac{\pi}{30}=0,1$).

Варіант 19.

1. Визначити напруження зрізу $\tau_{зр}$ в лобовому шві зварного з'єднання, якщо задана сила $F=30\text{кН}$, довжина шва $l=200\text{мм}$, його катет $k=7\text{мм}$.
2. Шляхом розрахунку болта на розтягування визначити осьове навантаження $[F]$ незатягнутого болтового з'єднання з різьбою М16 з крупним кроком, якщо відоме допустиме навантаження $[\sigma_p]=120\text{МПа}$.
3. Бистроходний вал двоступінчатого редуктора має частоту обертання $n_1=1470^{об}/_{хв}$. Визначити кругову швидкість w_2 тихоходного вала, якщо відомі числа зубців колес редуктора $Z_1=22$, $Z_2=44$, $Z_3=20$, $Z_4=70$ (брати $\frac{\pi}{30}=0,1$).

Варіант 20.

1. Визначити діаметр вершин зубців d_a прямозубого циліндричного колеса без зміщення, якщо число зубців $Z=38$, а модуль зачеплення $m=1,75\text{мм}$.
2. Визначити довжину l_{ϕ} флангових швів зварного з'єднання, якщо відоме навантаження $F=220\text{кН}$, катет шва $k=10\text{мм}$, допустиме навантаження $[\tau_{зр}]=160\text{МПа}$.
3. Визначити необхідну потужність P_1 електродвигуна, з'єданого з редуктором муфтою, якщо загальний к. к. д. редуктора $\eta=0,9$, обертовий момент на ведомому валу $M_2=200\text{Нм}$, частота обертання $n_2=130^{об}/_{хв}$. (брати $\frac{\pi}{30}=0,1$).

Варіант 21.

1. Визначити міжосьову відстань a циліндричної косозубої передачі без зміщення, якщо колесний модуль $m_t=2,6\text{мм}$, а числа зубців колес $Z_1=20$, $Z_2=80$.
2. З розрахунку флангових швів довжиною $l_{\phi}=100\text{мм}$ на зріз визначити допустиме навантаження $[F]$, якщо відомий катет шва $k=8\text{мм}$, допустиме напруження $[\tau_{зр}]=80\text{МПа}$.
3. Визначити загальний к. к. д. η редуктора, якщо відома потужність на ведучому валу $P_1=1,2\text{кВт}$, обертовий момент $M_2=190\text{Нм}$ і частота обертання $n_2=60^{об}/_{хв}$ на ведомому валу.

Варіант 22.

1. Визначити діаметр d ділильного кола прямозубого циліндричного колеса без зміщення, якщо діаметр вершини зубців $d_a=110\text{мм}$, а число зубців колеса $Z=20$.
2. З розрахунку флангових швів зварного з'єднання довжиною $l=100\text{мм}$ на зріз визначити допустиме навантаження $[F]$, якщо відомий катет шва $k=8\text{мм}$, допустиме напруження $[\tau_{зр}]=150\text{МПа}$.
3. Визначити обертовий момент M_1 на ведучому валу черв'ячного редуктора якщо дані його загальний к. к. д. $\eta=0,85$, потужність $P_2=10,2\text{кВт}$ на валу колеса і частота обертання $n_1=600^{об}/_{хв}$ вала черв'яка.

Варіант 23.

1. Визначити міжосьову відстань а черв'ячної передачі, якщо відомий модуль $m=2\text{мм}$, коефіцієнт діаметра черв'яка $q=10$, число зубців черв'ячного колеса $Z=48$.
2. Визначити напруження зрізу $[\tau_{зр}]$ в лобовому шві зварного з'єднання якщо задана сила $F=32\text{кН}$, довжина шва $l=100\text{мм}$, катет $K=10\text{мм}$.
3. Бистроходний вал двоступінчатого редуктора має кутову швидкість $w_1=48^{\text{рад}}/\text{с}$. Визначити частоту обертання n_2 тихоходного вала, якщо відомі числа зубців редуктора $Z_1=18, Z_2=54, Z_3=18, Z_4=72$ (брати $\frac{30}{\pi}=10$)

Варіант 24.

1. Визначити діаметр вершини зубців d_a прямозубого циліндричного колеса без зачеплення, якщо число його зубців $Z=48$, а модуль зачеплення $m=4,5\text{мм}$.
2. Визначити напруження зм'яття $\sigma_{зм}$ у з'єднанні сегментною шпонкою, що передає обертовий момент $M=108\text{Нм}$, якщо діаметр вала $d=30\text{мм}$, довжина шпонки $l=21,6\text{мм}, h=11\text{мм}, t_1=8\text{мм}$.
3. Ведучий вал пасової передачі має частоту обертання $n_1=360^{\text{об}}/\text{хв}$. Нехтуючи ковзанням паса, визначити кутову швидкість обертання w_2 ведомого вала, якщо відомі діаметри $D_1=100\text{мм}$ та $D_2=450\text{мм}$ шківів (брати $\frac{\pi}{30}=0,1$)

Варіант 25.

1. З розрахунку флангових швів довжиною $l_{\phi}=80\text{мм}$ на зріз визначити допустиме навантаження $[F]$, якщо відомий катет шва $k=10\text{мм}$, допустиме напруження $[\tau_{зр}]=160\text{МПа}$
2. Визначити модуль m і крок P зачеплення прямозубого циліндричного колеса без зміщення, якщо число зубців його $Z=32$, а діаметр вершин зубців $d_a=120\text{мм}$.
4. Визначити потужність P_2 на тихоходному валу редуктора, якщо $\eta=0,8$ (його загальний к. к. д.) і відомі обертовий момент M_1 та частота обертання $n_1=50^{\text{об}}/\text{хв}$ бистроходного вала. (брати $\frac{\pi}{30}=0,1$)

Приклади рішення задач

Задача №1. Визначити максимальне напруження розтягування σ_p в склепаних листах товщиною $\delta = 10\text{мм}$, розтягуваних силами $F = 280\text{кН}$. Крок заклепок $P = 73\text{мм}$, діаметр отворів $d_0 = 23\text{мм}$ під заклепки, число їх $Z=20$.

Рішення

1. Переводимо всі величини в систему СІ. $F = 280000\text{ Н}$; $\delta = 0,01\text{м}$; $P = 0,073\text{м}$; $d_0 = 0,023\text{м}$.
2. Розрахункова формула:

$$\Sigma_p = \frac{F}{Z(P - d_0)\delta}.$$

3. Розраховуємо σ_p :

$$\sigma_p = \frac{280000\text{ Н}}{20(0,073\text{м} - 0,023\text{м})0,01\text{м}} = 28\text{МПа}.$$

Задача №2. З розрахунку заклепки на зріз визначити діаметр d_0 поставленої заклепки, якщо навантаження $F = 88\text{кН}$, число заклепок $Z = 6$, допустиме напруження $[\tau_{зр.}] = 140\text{МПа}$, число площин зрізу $i = 1$

Рішення

1. Всі параметри, приведені в задачі, переводимо в СІ:
 $F = 88\text{кН} = 88000\text{Н}$; $[\tau_{зр.}] = 140\text{МПа} = 140 \cdot 10^6\text{ Па}$.
2. Вибираємо необхідну розрахункову формулу:

$$[\tau_{зр.}] = \frac{F}{ZA_{зр.}}; \quad A_{зр.} = \frac{i\pi d_0^2}{4};$$
$$[\tau_{зр.}] = \frac{4F}{Z \cdot i\pi d_0^2}; \quad d_0 = \sqrt{\frac{4F}{[\tau_{зр.}]Z \cdot i\pi}}.$$

3. Розраховуємо d_0 :

$$d_0 = \sqrt{\frac{88000 \cdot 4}{140 \cdot 10^6 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 3,14}} = 0,8 \cdot 10^{-2}\text{ м} = 8\text{мм}.$$

Задача №3. З розрахунку флангових швів довжиною $l_\phi = 200\text{мм}$ на зріз визначити допустиме навантаження $[F]$, якщо відомий катет шва $K=5\text{мм}$ і допустиме напруження $[\tau_{зр.}] = 80\text{МПа}$

Рішення

1. Переводимо всі параметри, приведені в задачі, в систему СІ:
 $l_\phi = 200\text{мм} = 0,2\text{м}$; $K = 5\text{мм} = 5 \cdot 10^{-3}\text{ м}$; $[\tau_{зр.}] = 80\text{МПа} = 80 \cdot 10^6\text{ Па}$.
2. Вибираємо необхідну розрахункову формулу:

$$l_\phi = \frac{[F]}{2 \cdot 0,7K[\tau_{зр.}]}, \quad [F] = l_\phi \cdot 2 \cdot 0,7K \cdot [\tau_{зр.}].$$

3. Розраховуємо $[F]$:

$$[F] = 0,2 \cdot 2 \cdot 0,7 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 80 \cdot 10^6 = 112\text{кН}.$$

Задача №4. Визначити напруження зім'яття $\sigma_{зм}$ у з'єднання сегментною шпонкою, що передає обертовий момент $M=180 \text{ Н}\cdot\text{м}$, діаметр вала $d=50 \text{ мм}$, довжина шпонки $l=37 \text{ мм}$. Висота площі зім'яття $h - t_1 = 3 \text{ мм}$

Рішення

1. Всі параметри, приведені в задачі, переводимо СІ:

$$d=50 \text{ мм}=0,05\text{м}; \quad l=37\text{мм}=0,037\text{м}; \quad h - t_1 = 3\text{мм}=3 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

2. Вибираємо необхідну розрахункову формулу:

$$\sigma_{зм} = \frac{2M}{d(h - t_1) \cdot l}.$$

3. Розраховуємо $\sigma_{зм}$:

$$\sigma_{зм} = \frac{2 \cdot 180}{0,05 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot 0,037} = 64,9 \text{ мПа.}$$

Задача №5. Шків, насаджений на вал діаметром $d=20 \text{ мм}$, зрізав шпонку. Визначити обертовий момент M , якщо границя міцності при зрізі $[\tau_{зр.}] = 400 \text{ мПа}$, довжина шпонки $l=20 \text{ мм}$, ширина $b=6 \text{ мм}$

Рішення

1. Всі параметри, приведені в задачі, переводимо в СІ :

$$d=20 \text{ мм}=0,02\text{м}; \quad \tau_{зр.} = 400 \text{ мПа}=400 \cdot 10^6 \text{ Па};$$

$$l=20\text{мм}=0,02\text{м}; \quad b=6\text{мм}=6 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

2. Вибираємо необхідну розрахункову формулу:

$$[\tau_{зр.}] = \frac{2M}{dbl}; \quad M = \frac{\tau_{зр.} \cdot d \cdot b \cdot l}{2}.$$

3. Розраховуємо M :

$$M = \frac{400 \cdot 10^6 \cdot 0,02 \cdot 0,02 \cdot 6 \cdot 10^{-3}}{2} = 480 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Задача №6. Визначити модуль m і крок P зачеплення прямозубого циліндричного колеса без зміщення, якщо число зубців його $Z=48$, а діаметр вершин зубців $d_a=102 \text{ мм}$

Рішення

1. Записуємо розрахункові формули:

$$d_a = m(Z+r); \quad m = \frac{d_a}{z+2}, \quad P = \pi \cdot m.$$

2. Ведемо розрахунок:

$$m = \frac{102}{48+2} = 2 \text{ мм}, \quad P = 3,14 \cdot 2 = 6,28 \text{ мм.}$$

Задача №7. Визначити міжосьову відстань a циліндричної косозубої передачі, без зміщення, якщо коловий модуль зачеплення $m_t = 2,6 \text{ мм}$; $Z_1 = 40$; $Z_2 = 80$.

Рішення

1. Розрахункова формула:

$$a = \frac{m_t (Z_1 + Z_2)}{2}$$

2. Ведемо розрахунок:

$$a = \frac{2,6 \text{ мм} (40 + 80)}{2} = 156 \text{ мм}.$$

Задача №8. З розрахунку на зріз визначити діаметр болта d , поставленого без зазора, якщо відоме навантаження $F = 15,6 \text{ кН}$ і допустиме напруження $[\tau_{зр.}] = 50 \text{ МПа}$, число площин зрізу $i = 2$.

Рішення

1. Параметри, приведені в задачі переводимо в систему СІ:

$$F = 15,6 \text{ кН} = 15600 \text{ Н}; \quad [\tau_{зр.}] = 50 \text{ МПа} = 50 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

2. Вибираємо необхідну розрахункову формулу:

$$[\tau_{зр.}] = \frac{4F}{\pi d^2 \cdot i}; \quad d = \sqrt{\frac{4F}{[\tau_{зр.}] \pi \cdot i}}$$

3. Проводимо розрахунок:

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot 15600}{50 \cdot 10^6 \cdot 3,14 \cdot 2}} = 14 \text{ мм}.$$

Задача №9. Бистроходний вал двоступінчатого редуктора має частоту обертання $n_1 = 750 \text{ хв}^{-1}$. Визначити кутову швидкість ω_2 , якщо відомі числа зубців колес редуктора $Z_1 = 20$; $Z_2 = 50$; $Z_3 = 24$; $Z_4 = 36$, при розрахунках брати $\frac{\pi}{30} = 0,1$.

Рішення

1. Параметри, приведені в задачі, переводимо в СІ:

$n_1 = 750 \text{ хв}^{-1}$ в число оборотів за 1с: $n_1 = \frac{750}{60 \text{ с}}$, кутова швидкість

$$\omega_1 = \frac{2\pi \cdot n_1}{60} = \frac{\pi \cdot n_1}{30} = 0,1 \cdot n_1 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right);$$

$$\omega_1 = 0,1 \cdot 750 = 75 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right).$$

2. Знаходимо передаточне число для даної двоступінчатої передачі:

$$u = \frac{Z_2}{Z_1} \cdot \frac{Z_4}{Z_3};$$

$$u = \frac{50}{20} \cdot \frac{36}{24} = 3,75.$$

3. З іншого боку для передаточного числа справедлива формула:

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2}; \quad \frac{\omega_1}{\omega_2} = 3,75;$$

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{3,75}; \quad \omega_2 = \frac{75}{3,75} = 20 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)$$

Задача №10. Ведомий вал ланцюгової передачі має кутову швидкість $\omega_2 = 10 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)$. Визначити частоту обертання n_1 ведучого вала, якщо число зубців зірочок колес редуктора $Z_1 = 20$; $Z_2 = 50$. При розрахунках беремо $\frac{30}{\pi} = 10$.

Рішення

- Для визначення n_1 необхідно знати кутову швидкість ω_1 . $\omega_1 = 2\pi \cdot n_1$, тоді $n_1 = \frac{\omega_1}{2\pi}$, тут ω_1 в радіанах за 1 с, і n_1 - число оборотів за 1с. Якщо n_1 брати як число оборотів за 1 хв, то $n_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} \cdot 60 = \omega_1 \cdot \frac{30}{\pi} = 10\omega_1$.
- Знаходимо ω_1 . Для цього використовуємо формулу:

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2}; \quad u = \frac{Z_2}{Z_1};$$

$$u = \frac{50}{20} = 2,5; \quad 2,5 = \frac{\omega_1}{\omega_2};$$

$$\omega_1 = \omega_2 \cdot 2,5 = 10 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right) \cdot 2,5 = 25 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right).$$

3. Знаходимо n_1 :

$$n_1 = 10 \cdot 25 = 250 \left(\frac{\text{об}}{\text{хв}} \right).$$

Задача №11. Визначити необхідну потужність P_1 електродвигуна, з'єданого з редуктором муфтою, якщо загальний к.к.д. редуктора $\eta = 0,9$.

Частота обертання $n_2 = 100 \left(\frac{\text{об}}{\text{хв}} \right)$ і обертовий момент на ведомому валу

$$M_2 = 360 \text{ Н} \cdot \text{м}. \quad \text{При розрахунках беремо } \frac{\pi}{30} = 0,1.$$

Рішення

1. Запишемо формули для к.к.д. та P_1 і P_2 :

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}; \quad P_2 = M_2 \omega_2; \quad P_1 = M_1 \omega_1; \quad P_2 = \eta \cdot P_1; \quad P_2 = 0,9P_1; \quad P_2 = 360 \cdot \omega_2; \quad \omega_2 = 2\pi n_2.$$

n_2 дано в оборотах за одну хв., переведемо n_2 в обороти за 1 с:

$$\omega_2 = \frac{2\pi n_2}{60} = \frac{\pi n_2}{30} = 0,1n_2; \quad \omega_2 = 0,1 \cdot 100 = 10 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right).$$

2. Потужність $P_2 = 360 \cdot 10 = 3600 \text{ Вт}$.

$$P_1 = \frac{P_2}{0,9} = \frac{3600 \text{ Вт}}{0,9} = 4000 \text{ Вт}.$$

Відповідь: $P_1 = 4000 \text{ Вт}$.

Задача №12. Визначити загальний к.к.д. редуктора η , якщо потужність на ведучому валу $P_1 = 5 \text{ кВт}$, обертовий момент $M_2 = 600 \text{ Н} \cdot \text{М}$ і частота обертання на ведомому валу $n_2 = 80 \frac{\text{об}}{\text{хв}}$, при розрахунках брати $\frac{\pi}{30} = 0,1$.

Рішення

1. Загальний к.к.д. редуктора визначається по формулі:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}; \quad P_2 = \eta \cdot P_1; \quad P_2 = M_2 \omega_2; \quad \omega_2 = 2\pi n_2.$$

В останній формулі n_2 треба брати як число оборотів за 1 с., тоді

$$\omega_2 = \frac{2\pi n_2}{60} = \frac{\pi n_2}{30} = 0,1n_2;$$

$$\omega_2 = 0,1 \cdot 80 = 8 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right); \quad P_2 = 600 \cdot 8 = 4800 \text{ Вт}.$$

2. Знаходимо η :

$$\eta = \frac{4800 \text{ Вт}}{5000 \text{ Вт}} = 0,96.$$

Відповідь: $\eta = 0,96$.

Завдання №4

1. Залежність пройденого тілом шляху S від часу t по закругленню радіусом $R=2$ м задано рівнянням $S=2t-3t^2+4t^3$. Знайти залежність швидкості v , прискорення a_v , a_n та повного прискорення a від часу і їх значення в момент часу $t=2$ с.
2. Залежність пройденого тілом шляху S від часу t задано рівнянням $S=6-3t+2t^2$. Знайти середню швидкість v_{cp} для інтервалу часу від $t_1=1$ с до $t_2=4$ с. Тіло рухається по закругленню $R=1$ м. Знайти залежність v , a_v , a_n та повного прискорення a від часу і їх значення в момент часу $t=2$ с.
3. Залежність пройденого по закругленню радіусом $R=3$ м шляху задано рівнянням $S=4+5t+6t^2+2t^3$. Знайти середню швидкість для інтервалу часу від $t_1=0$ с до $t_2=2$ с, а також залежність від часу швидкості v , прискорень a_v , a_n та повного a . Знайти значення v , a_v , a_n та a в момент часу $t=1$ с.
4. Колесо, обертаючись рівноприскорено, досягло кутової швидкості $\omega=20$ рад/с через $n=10$ обертів після початку обертання. Знайти кутове прискорення колеса.
5. Колесо, обертаючись рівноприскорено, за час $t=1$ хв після початку обертання здобуває частоту $\nu=720$ об/хв. Знайти кутове прискорення ε колеса і число обертів колеса n за цей час.
6. Колесо, обертаючись рівноуповільнено, з час $t=1$ хв, зменшило свою частоту з $\nu_0=300$ об/хв. до $\nu=180$ об/хв. Знайти кутове прискорення колеса ε і число обертів за цей час n .
7. Вентилятор обертається з частотою $\nu_0=900$ об/хв. Після виключення, обертаючись рівноуповільнено, зробив до зупинки $n=75$ обертів. Скільки часу t пройшло з моменту виключення до зупинки?
8. Один автомобіль, рухаючись рівномірно, зі швидкістю $v=12$ м/с на протязі $t_1=10$ с. здійснив таке ж переміщення, що й другий автомобіль за $t_2=15$ с. Яка швидкість другого автомобіля?
9. Рівняння руху тіла задано у вигляді $x=15t+0,4t^2$. Визначити початкову швидкість тіла і його прискорення, а також координату x і швидкість тіла через 5 с.
10. М'яч, кинутий вертикально вгору, упав на землю через 3 с. З якою швидкістю був кинутий м'яч і на яку висоту він піднявся?
11. Потяг, що рухається по горизонтальній дільниці зі швидкістю 36 км/год., починає рухатись рівноприскорено, проходить шлях 600 м, маючи в кінці дільниці швидкість 45 км/год. Визначити прискорення і час прискореного руху.
12. В одному напрямку з однієї точки одночасно почали рух два тіла: одне – рівномірно зі швидкістю 98 м/с, друге – рівноприскорено – з початковою швидкістю, рівною нулю, та прискоренням 980 см/с². Через який час друге тіло догонить перше?
13. За другу секунду після початку руху автомобіль пройшов 1,2 м. З яким прискоренням рухався автомобіль? Визначити переміщення автомобіля за десятю секунду після початку руху.

14. Рівняння руху тіла $x=5t+0,8t^2$. Визначити прискорення і початкову швидкість руху.
15. Тіло падає з висоти 2000 м. За який час воно пройде останні 100 м?
16. Потяг відійшов від станції з прискоренням 20 см/с^2 . Досягши швидкості 37 км/год , він рухався рівномірно на протязі 2 хв, потім, загальмувавши, пройшов до зупинки 100 м. Знайти середню швидкість потягу.
17. Першу половину свого шляху автомобіль рухався зі швидкістю 80 км/год , а другу половину – зі швидкістю 40 км/год . Визначити середню швидкість автомобіля.
18. Матеріальна точка рухалась прямолінійно. На відстані 1 км від початкового положення вона зупинилась, а потім в протилежному напрямі пройшла 1,2 км до повної зупинки. Чому дорівнює переміщення і повний шлях, пройдений точкою?
19. Автомобіль, рухаючись рівноприскорено, пройшов дві суміжні ділянки по 100 м кожна за 5 та 3,5 с. Визначити прискорення і середню швидкість автомобіля на кожній ділянці шляху і на двох ділянках разом.
20. Тіло A кидають вертикально вгору зі швидкістю 20 м/с . На якій висоті знаходилось тіло B , яке кинули з горизонтальною швидкістю 4 м/с одночасно з тілом A , коли зіткнулось з ним в польоті? Відстань по горизонталі між початковими положеннями тіл 4 м . Знайти час руху тіл до зіткнення і швидкість кожного тіла в момент зіткнення.
21. Шків діаметром 20 см робить 300 обертів за 3 хв. Визначити період обертання, кутову та лінійну швидкість точки на ободі шківа.
22. Вал починає обертатись і в перші 10 с виконує 50 обертів. Вважаючи обертання вала рівноприскореним визначити кутове прискорення і кінцеву кутову швидкість.
23. Знайти радіус колеса, яке обертається, якщо відомо, що лінійна швидкість точки, що лежить на ободі в 2,5 рази більше лінійної швидкості точки, що лежить на 10 см ближче до осі колеса.
24. Колесо при обертанні має початкову частоту 5 с^{-1} , після гальмування – 3 с^{-1} . Знайти кутове прискорення колеса і число обертів, зроблених ним за цей час.
25. Точка рухається по колу радіусом 20 см з постійним дотичним прискоренням 5 см/с^2 , через який час після початку руху нормальне прискорення точки буде втричі більше дотичного?
26. Визначити середню орбітальну швидкість супутника, якщо середня висота його орбіти над Землею 1200 км , а період обертання 105 хв .
27. Турбіна ГЕС має діаметр робочого колеса 9 м і здійснює за хвилину $68,2$ оберти. Визначити швидкість кінців лопаток турбіни.
28. Маховик обертається з частотою 2 с^{-1} і зупиняється на протязі $1,5 \text{ хв}$. Вважаючи рух рівноуповільненим, визначити скільки обертів зробить маховик до зупинки, а також кутове прискорення маховика.
29. Колесо, обертаючись рівноуповільнено, досягло кутової швидкості 20 рад/с через 10 обертів після початку обертання. Знайти кутове прискорення колеса.

30. Колесо обертається з постійним кутовим прискоренням 2 рад/с^2 . Через $0,5 \text{ с}$. після початку руху повне прискорення колеса стало $13,6 \text{ м/с}^2$. Знайти радіус колеса.
31. Вагон масою 20 т рухається рівноуповільнено з прискоренням $0,3 \text{ м/с}^2$ з початковою швидкістю 54 км/год . Знайти силу гальмування, що діє на вагон, час руху вагону до зупинки і переміщення вагона.
32. Тіло масою 3 кг падає в повітрі з прискоренням 8 м/с^2 . Знайти силу опору повітря.
33. Вантаж масою 5 кг рівноприскорено підіймають за допомогою каната вертикально вгору на протязі 2 с на висоту 10 м . Визначити силу натягування каната.
34. Людина масою 70 кг підіймається в ліфті, який рухається рівноуповільнено вертикально вгору з прискоренням 1 м/с^2 . Визначити силу тиску людини на підлогу кабіни ліфта.
35. Вантаж масою 45 кг переміщається по горизонтальній площині під дією сили 294 Н , направленої під кутом 30° до горизонту. Коефіцієнт тертя вантажу об площину $0,1$. Визначити прискорення вантажу.
36. Тіло ковзає рівномірно по похилій площині з кутом нахилу 40° . Визначити коефіцієнт тертя тіла об площину.
37. Тіло масою 200 г падає вертикально вниз з прискоренням 920 см/с^2 . Чому дорівнює сила опору повітря?
38. З якою силою давить на дно шахти вантаж масою 100 кг , якщо кліть піднімається вертикально вгору з прискоренням $24,5 \text{ см/с}^2$?
39. На якій відстані від перехрестя повинен гальмувати шофер при червоному світлі світлофора, якщо автомобіль рухається вгору з кутом нахилу 30° зі швидкістю 60 км/год . Коефіцієнт тертя між шинами та дорогою $0,1$.
40. Людина везе двоє саней по 15 кг кожне, зв'язаних між собою вірьовкою, прикладаючи силу 120 Н під кутом 45° до горизонту. Знайти прискорення саней і силу натягування вірьовки, яка зв'язує сани, якщо коефіцієнт тертя полозків об сніг $0,02$.
41. Автомобіль з вантажем масою 5 т проходить по опуклому мосту зі швидкістю $21,6 \text{ км/год}$. З якою силою він тисне на міст, якщо радіус кривизни мосту 50 м ?
42. Відро з водою обертають в вертикальній площині на вірьовці довжиною $0,5 \text{ м}$. З якою найменшою швидкістю треба його обертати, щоб при проходженні через верхню точку можна було вдержати воду в відерці?
43. В нижній частині петлі Нестерова пілот давить на сидіння крісла з силою 7100 Н . Маса пілота 80 кг , радіус петлі 250 м . Визначити швидкість літака.
44. Кулька масою 200 г , прив'язана до нерозтягнутої нитки довжиною 1 м , здійснює коливання в вертикальній площині. Знайти силу натягування нитки в момент, коли вона утворює кут 60° з вертикаллю. Швидкість кульки в цей момент $1,5 \text{ м/с}$.
45. Визначити швидкість руху автомобіля масою 2 т по ввігнутому мосту радіусом 100 м , якщо він тисне на міст з силою 25 кН .

46. До ободу однорідного диска радіусом $R=0,4$ м прикладена дотична сила $F=196,2$ Н. При обертанні на диск діє момент сил тертя $M_{тр}=9,8$ Н·м. Знайти масу диска m , якщо відомо, що диск обертається з кутовим прискоренням $\varepsilon=100$ рад/с².
47. Однорідний стержень довжиною $l=2$ м, масою $m=1$ кг обертається в вертикальній площині навколо горизонтальної осі, що проходить через середину стержня. З яким кутовим прискоренням ε обертається стержень, якщо на нього діє момент сил $M=196,2$ Н·м?
48. Однорідний диск радіусом $R=0,4$ м і масою $m=10$ кг обертається навколо осі, що проходить через його центр перпендикулярно його площині. Залежність кутової швидкості від часу t дається рівнянням $\varphi=8t$. Знайти дотичну силу F , прикладену до ободу диска. Тертям знехтувати.
49. Маховик, момент інерції якого $I=126,6$ кг·м², обертається з кутовою швидкістю $\omega=62,8$ рад/с. Знайти момент сил гальмування M , під дією якого маховик зупиняється через $t=20$ с. Маховик вважати однорідним диском.
50. До ободу колеса радіусом 1 м і масою 150 кг прикладена дотична сила $F=196,2$ Н. Знайти кутове прискорення ε колеса. Через який час t після початку дії сили колесо буде мати частоту обертання $\nu=100$ об/с. Колесо вважати однорідним диском. Тертям знехтувати.
51. Маховик радіусом $R=0,2$ м з'єднаний з мотором за допомогою приводного паса. Сила натягування паса, що йде без ковзання, $T=14,7$ Н. Яку частоту обертання ν буде мати маховик через $t=10$ с після початку руху? Маховик вважати однорідним диском, тертям знехтувати.
52. Диск масою $m=4$ кг котиться без ковзання по горизонтальній площині зі швидкістю $v=8$ м/с. Знайти кінетичну енергію диска.
53. Куля діаметром $D=12$ см і масою 2 кг котиться без ковзання по горизонтальній площині з частотою обертання $\nu=8$ об/с. Знайти кінетичну енергію кулі.
54. Диск діаметром $d=120$ см і масою $m=4$ кг обертається навколо осі, що проходить через його центр перпендикулярно до його площини, з частотою $\nu=40$ об/с. Яку роботу треба виконати, щоб зупинити диск?
55. Колесо, обертаючись рівноуповільнено, зменшило за час $t=1$ хв частоту обертання з $\nu_0=300$ об/хв. до $\nu=180$ об/хв. Момент інерції колеса $I=6$ кг·м². Знайти кутове прискорення колеса ε , момент сил гальмування M , роботу A сил гальмування і число обертів n , зроблених колесом за $t=1$ хв.
56. Вентилятор обертається з частотою $\nu_0=900$ об/хв. Після виключення вентилятора, обертаючись рівноуповільнено, зробив до зупинки $n=75$ обертів. Робота сил гальмування $A=44,4$ Дж. Знайти момент інерції I вентилятора і момент сил гальмування M .
57. Махове колесо, момент інерції якого $I=245$ кг·м², обертається з частотою $\nu_0=20$ об/с. Після того, як на колесо перестав діяти обертаючий момент, воно зупинилось, зробивши $n=1000$ обертів. Знайти момент сил тертя $M_{тр}$ і час t , що пройшов від моменту, коли перестав діяти обертаючий момент до зупинки колеса.

58. Маховик обертається з частотою $\nu_0=10$ об/хв. Його кінетична енергія $E_k=7,85$ КДж. За який час t момент сил $M=50$ Н•м, прикладений до маховика, збільшить кутову швидкість удвоє?
59. До ободу диску масою $m=5$ кг прикладена дотична сила $F=19,6$ Н. Яку кінетичну енергію E_k буде мати диск через час $t=5$ с після початку дії сили?
60. Мідна куля радіусом $R=10$ см обертається з частотою $\nu=2$ об/с навколо осі, що проходить через її центр. Яку роботу треба виконати, щоб збільшити кутову швидкість кулі удвічі?

Табл.. 3.

Варіант	№ задач				
1.	1	31	20	15	28
2.	2	32	21	14	60
3.	3	33	22	13	59
4.	4	34	23	12	58
5.	5	35	19	11	57
6.	6	36	25	10	56
7.	7	37	24	9	55
8.	8	38	23	1	54
9.	9	39	22	2	53
10.	10	40	21	3	52
11.	11	41	20	4	51
12.	12	42	19	5	50
13.	13	43	18	6	49
14.	14	44	17	7	48
15.	15	45	16	8	47
16.	16	46	15	9	43
17.	17	47	14	10	42
18.	18	48	13	11	41
19.	19	49	12	16	40
20.	20	50	11	17	39
21.	21	51	10	18	38
22.	22	52	9	19	37
23.	23	53	8	20	36
24.	24	54	7	21	35
25.	25	55	6	22	34
26.	26	56	5	23	33
27.	27	57	4	24	32
28.	28	58	3	25	31
29.	29	59	2	26	30
30.	30	60	1	27	29

Приклади рішення задач

1. Кінематика матеріальної точки та твердого тіла

Задача 1. Точка рухається по дузі кола радіусом $r = 0,4$ м. Закон її руху $S = 0,3 \cdot t^2$ (t в с, S в м) Знайти швидкість та прискорення точки в момент $t = 1$ с.

Рішення

Швидкість точки $V = \dot{S} = 0,3 \cdot 2 \cdot t = 0,6t$, дотичне прискорення $a_\tau = \dot{V} = 0,6 \frac{м}{с^2}$;

нормальне прискорення $a_n = \frac{V^2}{r} = \frac{0,6t^2}{0,4}$; $a_n = \frac{0,36t^2}{0,4}$. Повне прискорення

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}; a = \sqrt{0,6^2 + \left(\frac{0,36t^2}{0,4}\right)^2}; a = \sqrt{0,36 + 0,81t^4}.$$

Відповідь: В момент $t = 1$ с; $S = 0,3$ м; $V = 0,6$ м/с; $a_\tau = 0,6 \frac{м}{с^2}$; $a_n = 0,9 \frac{м}{с^2}$; $a = 1,1 \frac{м}{с^2}$.

Задача 2. Рівняння руху пальця кривошипу машини в період пуску мають

вид:

$$x = 0,5 \cos 2t^2; \quad ;$$

$$y = 0,5 \sin 2t^2$$

(x, y в м; t в с). Знайти проекції швидкості та прискорення пальця на осі координат як функції часу t , а також рівняння траєкторії.

Рішення

$$V_x = \dot{x} = (0,5 \cos 2t^2)' = -2t \sin 2t^2;$$

$$V_y = \dot{y} = (0,5 \sin 2t^2)' = 2t \cos 2t^2 \quad (V_x \text{ та } V_y \text{ в м/с});$$

$$a_x = \dot{V}_x = \ddot{x} = (-2t \cdot \sin 2t^2)' = -2(\sin 2t^2 + 4t^2 \cos 2t^2);$$

$$a_y = \dot{V}_y = \ddot{y} = (2t \cos 2t^2)' = 2(\cos 2t^2 - 4t^2 \sin 2t^2); \quad (a_x \text{ та } a_y \text{ в м/с}^2).$$

Рівняння траєкторії знайдемо, підвівши в квадрат x та y і склавши x^2 та y^2 :
 $x^2 + y^2 = 0,5^2$ - це рівняння кола з центром на початку координат, радіусом $0,5$ м.

Задача 3. Залежність пройденого тілом шляху S від часу t дається рівнянням $S = 6 - 3t + 2t^2$. Знайти середню швидкість V_{cp} за період часу $1 \leq t \leq 4$ с, швидкість V , тангенціальне a_τ , нормальне a_n та повне прискорення точки a , якщо точка рухається по закругленню радіусом $r = 1$ м. Знайти значення S, V, a_τ, a_n та a в момент $t = 2$ с

Рішення

Середня швидкість за період часу $\Delta t = 4\text{с} - 1\text{с} = 3\text{с}$ дорівнює

$$V_{\text{cp}} = \frac{S_4 - S_1}{\Delta t} = \frac{6 - 3 \cdot 4 + 2 \cdot 4^2 - 6 + 3 \cdot 2 \cdot 1}{3} = 7(\text{м/с});$$

Швидкість тіла в любий момент часу $V = \dot{S} = (6 - 3t + 2t^2)' = -3 + 4t$;

тангенціальне прискорення $a_{\tau} = \dot{V} = (-3 + 4t)' = 4\text{м/с}^2$;

нормальне прискорення $a_n = \frac{V^2}{r} = \frac{(-3 + 4t)^2}{1} = (-3 + 4t)^2$;

повне прискорення $a = \sqrt{a_n^2 + a_{\tau}^2} = \sqrt{4^2 + (-3 + 4t)^2}$.

Значення S , V , a_{τ} , a_n та a в момент часу $t = 2\text{с}$:

$$S_2 = 6 - 3 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2 = 8(\text{м});$$

$$V_2 = -3 + 4 \cdot 2 = 5(\text{м/с});$$

$$a_{\tau} = 4\text{м/с}^2;$$

$$a_n = (-3 + 4 \cdot 2)^2 = 25(\text{м/с}^2);$$

$$a = \sqrt{4^2 + 25^2} = 25,3(\text{м/с}^2).$$

Задача 4. Тіло, кинуте вгору, вернулось на землю через $t = 3\text{с}$. Яка була у нього початкова швидкість V_0 і на яку висоту h воно піднялось?

Рішення

$$h = V_0 t - \frac{gt^2}{2};$$

$V = V_0 - gt$ в самій вищій точці підйому $V = 0$; тоді $V_0 - gt = 0$; $t = \frac{V_0}{g}$ - це

час підйому на $h = h_{\text{max}}$;

$$h_{\text{max}} = V_0 \cdot \frac{V_0}{g} - \frac{g \cdot V_0^2}{2g^2} = \frac{V_0^2}{2g}.$$

Коли б тіло падало з висоти $h_{\text{max}} = \frac{V_0^2}{2g}$, то воно рухалось би без початкової

швидкості ($V_0 = 0$) по закону $h_{\text{max}} = \frac{gt_1^2}{2}$; $\frac{gt_1^2}{2} = \frac{V_0^2}{2g}$; $t_1 = \sqrt{\frac{V_0^2}{g^2}} = \frac{V_0}{g}$ - це час

падіння. Тобто час підйому на висоту h_{max} дорівнює $t = \frac{3\text{с}}{2} = 1,5\text{с}$. Тоді

$V_0 = gt = 9,8\text{м/с}^2 \cdot 1,5\text{с} = 14,72\text{м/с}$; максимальна висота підйому

$$h_{\text{max}} = \frac{V_0^2}{2a} = \frac{(14,72)^2}{2 \cdot 9,81} = 11(\text{м}).$$

Задача 5. Тіло 1 рухається рівноприскорено, маючи початкову швидкість V_{10} та прискорення a_1 . Одночасно з тілом 1 починає рухатись вільно-уповільнено тіло 2, маючи початкову швидкість V_{20} та прискорення a_2 . Через який час після початку руху тіла будуть мати однакову швидкість.

Рішення

$$V_1 = V_{10} + a_1 t;$$

$$V_2 = V_{20} - a_2 t.$$

За умовою задачі $V_1 = V_2$.

$$V_{10} + a_1 t = V_{20} - a_2 t$$

$$a_1 t + a_2 t = V_{20} - V_{10}$$

$t = \frac{V_{20} - V_{10}}{a_1 + a_2}$, це можливо, коли $V_{20} > V_{10}$, бо t не може бути менше 0.

Задача 6. За даними рівняннями руху точки знайти, рівняння її траєкторії в координатній формі. $x = 3t - 5$; $y = 4 - 2t$

Рішення

$$x = 3t - 5$$

$$y = 4 - 2t$$

$t = \frac{x+5}{3}$; $y = 4 - 2 \cdot \frac{x+5}{3}$; $3y + 2x - 2 = 0$. - напівпряма з початком в точках $x = -5$

та $y = 4$.

Задача 7. По заданих рівняннях руху точки знайти рівняння її траєкторії, а також вказати закон руху точки по траєкторії, відраховуючи відстань від початкового положення точки

1. $x = 3t^2$; $y = 4t^2$

2. $x = 3 \sin t$; $y = 3 \cos t$

3. $x = a \cos^2 t$; $y = a \sin^2 t$

4. $x = 5 \cos 5t^2$; $y = 5 \sin 5t^2$

Рішення

1. $x = 3t^2$; $y = 4t^2$;

$$t^2 = \frac{x}{3}; \quad y = \frac{4x}{3} \text{ - траєкторія - пряма лінія.}$$

В будь-який момент часу положення точки на траєкторії (на прямій) визначається відстанню від початку координат вздовж прямої:

$$S = \sqrt{x^2 + y^2};$$

$$S = \sqrt{9t^4 + 16t^4} = 5t^2.$$

2. $x = 3 \sin t$; $y = 3 \cos t$.

$$x^2 = 9 \sin^2 t; \quad y^2 = 9 \cos^2 t;$$

$x^2 + y^2 = 9$. - траєкторія - це коло радіусом $r = 3$ м. Положення точки на колі в будь-який момент часу $S = r \cdot \varphi$, де φ - кут в радіанах, $\varphi = \omega t$, ω - кутова швидкість із формул $x = 3 \sin t$ та $y = 3 \cos t$ видно, що $\omega = 1$ рад/с, тоді $S = 3 \cdot 1 \cdot t = 3t$.

3. $x = a \cos^2 t$; $y = a \sin^2 t$.

Траєкторія $x + y = a$; $x + y - a = 0$ - відрізок прямої. Положення точки в будь-який момент часу на прямій $S = \sqrt{x^2 + y^2} = a \sqrt{\cos^4 t + \sin^4 t}$.

4. $x = 5 \cos 5t^2$; $y = 5 \sin 5t^2$;

$x^2 + y^2 = 25$ - траєкторія - коло радіусом $r = 5$. Положення на колі в любий момент часу $S = r \cdot \varphi$, $\varphi = \omega t$, $\omega = 5t$; $S = 5 \cdot 5t^2 = 25t^2$

Задача 8. Потяг рухається зі швидкістю $V_0 = 72$ км/год; при гальмуванні він отримує прискорення $a_\tau = 0,4$ м/с². Знайти, за який час t до приходу потягу на станцію і на якій відстані від неї повинно початись гальмування.

Рішення

$$S = V_0 t - \frac{a_\tau t^2}{2};$$

$$V = V_0 - a_\tau \cdot t.$$

Під час зупинки $V = 0$; $V_0 = a_\tau \cdot t$;

$$V_0 = \frac{72000 \text{ м}}{3600 \text{ с}} = 20 \text{ м/с}; \quad t = \frac{V_0}{a_\tau} = \frac{20}{0,4} = 50 \text{ с}.$$

Гальмівний шлях

$$S = V_0 \cdot t - \frac{a_\tau t^2}{2} = 20 \cdot 50 - \frac{0,4 \cdot 50^2}{2} = 500 \text{ м}.$$

Відповідь: $t = 50$ с; $S = 500$ м.

Задача 9. Потяг, маючи початкову швидкість $V_0 = 54$ км/год, пройшов $S = 600$ м за перші $t_1 = 30$ с. Вважаючи рух потягу рівноперемінним, визначити швидкість та прискорення потягу в кінці 30-ї секунди, якщо розглядати, що рух потягу відбувається по закругленню радіусом $r = 1$ км

Рішення

$$s = V_0 t - \frac{a_\tau t^2}{2}; \quad V = V_0 - a_\tau t;$$

$$V_0 = 54 \text{ км/год} = \frac{54000}{3600} = 15 \text{ м/с}; \quad r = 1 \text{ км} = 1000 \text{ м};$$

$$a_\tau = \frac{V_0 - V}{t}; \quad S = V_0 t - \frac{V_0 - V}{2t} t^2 = \frac{V_0 + V}{2} \cdot t; \quad V = \frac{2S - V_0 t}{t};$$

$$V = \frac{2 \cdot 600 - 15 \cdot 30}{30} = 25 \text{ м/с};$$

$$a_\tau = \frac{15 - 25}{30} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3} \text{ м/с}^2$$

$$a_n \frac{V^2}{r} = \frac{25^2}{1000} = 0,625 \text{ м/с}^2$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = \sqrt{\frac{1}{9} + (0,625)^2} = 0,708 \text{ м/с}^2$$

Задача 10. Тіло, починаючи обертатись рівноприскорено зі стану спокою, робить $N=3600$ оборотів за перші $t=2$ хв. Визначити кутове прискорення ε .

Рішення

$$\varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2}; \quad \varphi = N \cdot 2\pi; \quad t = 2 \text{ хв} = 120 \text{ с}.$$

$$N \cdot 2\pi = \frac{\varepsilon t^2}{2}; \quad \varepsilon = \frac{2 \cdot N \cdot 2\pi}{t^2};$$

$$\varepsilon = \frac{2 \cdot 3600 \cdot 2\pi}{120^2} = \pi \text{ (рад/с}^2\text{)}.$$

Відповідь: $\varepsilon = \pi \text{ (рад/с}^2\text{)}$.

Задача 11. Вал починає обертатись зі стану спокою рівноприскорено; в перші $t=5$ с він здійснює $N=12,5$ оборотів. Яка його кутова швидкість через ці 5 с?

Рішення

$$\varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2}; \quad \varphi = N \cdot 2\pi; \quad N \cdot 2\pi = \frac{\varepsilon t^2}{2}; \quad \omega = \varepsilon t;$$

$$\varepsilon = \frac{4\pi N}{t^2} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 12,5}{25} = 2\pi \text{ (рад/с}^2\text{)}$$

$$\omega = 2\pi \cdot 5 = 10\pi \text{ (рад/с)}.$$

Відповідь: $\omega = 10\pi \text{ (рад/с)}$.

Задача 12. З моменту виключення мотору пропелер літака, що обертався зі швидкістю, рівною $\omega_0 = 40\pi \text{ (рад/с)}$, зробив до зупинки $N=80$ оборотів. Скільки часу t пройшло з моменту виключення мотору до зупинки, якщо обертання пропелера вважати рівноуповільненим?

Рішення

$$\varphi = \omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2}; \quad \omega = \omega_0 - \varepsilon t; \quad \varphi = N \cdot 2\pi; \quad \text{під час зупинки } \omega = 0; \quad \omega_0 = \varepsilon t; \quad \varepsilon = \frac{\omega_0}{t};$$

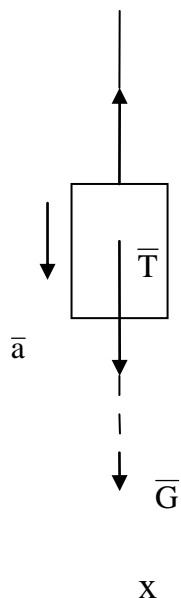
$$\varphi = \omega_0 t - \frac{\omega_0 t^2}{2t} = \frac{\omega_0 t}{2}; \quad 2\pi N = \frac{\omega_0 t}{2}; \quad t = \frac{4\pi N}{\omega_0} = \frac{4\pi \cdot 80}{40\pi} = 8 \text{ (с)}.$$

Відповідь: $t = 8 \text{ с}$.

2. Динаміка матеріальної точки та твердого тіла

Задача 1. В шахті опускається ліфт масою 280кг. В перші 10с він проходить 35м. Знайти натягування канату, на якому висить ліфт (рис 8.)

Рішення



Записуємо динамічне рівняння руху ліфта.
 $m\bar{a} = \bar{G} - \bar{T}$, де $G = mg$ - сила тяжіння, що діє на ліфт;
 \bar{T} - сила натягування каната; \bar{a} - прискорення. Для проекцій всіх сил на вісь x можна записати: $ma = mg - T$, звідси $T = m(g - a)$;

Прискорення a знаходимо з рівняння $S = \frac{at^2}{2}$.

$$a = \frac{2S}{t^2};$$

$$a = \frac{2 \cdot 35\text{м}}{10^2 \text{с}^2} = 0,7\text{м/с}^2.$$

$$T = 280\text{кг}(9,81\text{м/с}^2 - 0,7\text{м/с}^2) = 2550\text{Н}.$$

Рис 8

Задача 2. Автомобіль масою 1000кг рухається по опуклому мосту зі швидкістю $V = 10\text{м/с}$. Радіус кривизни моста $R = 50\text{м}$. Визначити силу тиску автомобіля на міст в момент проходження його через середину моста (рис.9.)

Рішення

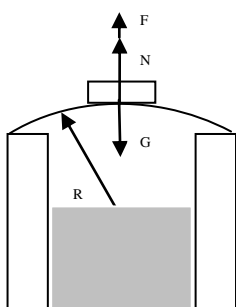


Рис.9.

При русі по опуклому мосту на автомобіль діє сила тяжіння

$G = mg$; відцентрова сила інерції $F = \frac{mV^2}{R}$; реакція N , що діє з

боку мосту на автомобіль. З такою ж силою N автомобіль тисне на міст. Рівняння кінетостатики можна записати так: $G - N - F = 0$, звідки $N = G - F$;

$$N = mg - \frac{mV^2}{R} = m\left(g - \frac{V^2}{R}\right);$$

$$N = 1000\text{кг}\left(9,81\text{м/с}^2 - \frac{10^2\text{м}^2/\text{с}^2}{50\text{м}}\right)$$

$$N = 7810\text{Н}.$$

Задача 3. Тіло маси m внаслідок одержаного поштовху пройшло по негладенькій поверхні за 5с шлях $S=24,5\text{м}$ і зупинилось. Визначити коефіцієнт тертя f .

Рішення

Записуємо динамічне рівняння руху тіла:

$$ma = F_{\text{тр}};$$

Тут $F_{\text{тр}} = f \cdot mg$ - сила тертя; прискорення a знаходимо з формули $S = \frac{at^2}{2}$;

$$a = \frac{2S}{t^2}, \text{ тоді } m \cdot \frac{2S}{t^2} = f \cdot mg, \text{ звідки } f = \frac{2S}{t^2 \cdot g}, \text{ або } f = \frac{2 \cdot 24,5 \text{ м}}{5^2 \cdot 9,81 \text{ м/с}^2} = 0,2.$$

Відповідь: $f = 0,2$.

Задача 4. За який час t і на якій відстані S може бути зупинений гальмуванням вагон трамвая, що рухається по горизонтальній поверхні зі швидкістю $V_0 = 10$ м/с, якщо опір руху, що виникає при гальмуванні, складає $0,3$ ваги вагона.

Рішення

Записуємо динамічне рівняння руху вагона $ma = F_{\text{тр}}$, тут $F_{\text{тр}} = 0,3 \cdot mg$ - сила опору руху;

$$S = V_0 t - \frac{at^2}{2};$$

$$V = V_0 - at;$$

Поскільки вагон зупиняється то $V = 0$; $V_0 = at$; $t = \frac{V_0}{a}$; $S = \frac{V_0^2}{2a}$.

$$\text{Прискорення } a = \frac{0,3mg}{m} = 0,3g; \text{ тоді } S = \frac{10^2}{2 \cdot 0,3 \cdot 9,81} = 17 \text{ (м)}; \quad t = \frac{10}{0,3 \cdot 9,81} = 3,4 \text{ (с)}.$$

Відповідь: $S = 17$ м; $t = 3,4$ с.

Задача 5. До ободу однорідного диску радіусом $R = 0,2$ м прикладена дотична сила $F = 98,1$ Н. При обертанні на диск діє момент сил тертя $M_{\text{тр}} = 4,9$ Н.м. Знайти масу диска m , якщо відомо, що диск обертається з кутовим прискоренням $\varepsilon = 100$ рад/с².

Рішення

Результуючий момент сил, під дією якого обертається диск, $M = F \cdot R - M_{\text{тр}}$.

Згідно з основним законом динаміки обертального руху: $M = I \cdot \varepsilon$, де $I = \frac{1}{2} mR^2$ -

момент енергії диска, таким чином: $\frac{1}{2} mR^2 \cdot \varepsilon = F \cdot R - M_{\text{тр}}$, звідки

$$m = \frac{2 \cdot (F \cdot R - M_{\text{тр}})}{R^2 \cdot \varepsilon};$$

$$m = \frac{2 \cdot (98,1 \cdot 0,2 - 4,9)}{0,2^2 \cdot 100} = 7,36 \text{ (кг)}.$$

Відповідь: $m = 7,36$ кг.

Задача 6. Диск масою $m = 8$ кг котиться без ковзання по горизонтальній площині зі швидкістю $V = 2$ м/с. Знайти кінетичну енергію диска W_k .

Рішення

$$W_k = \frac{mV^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}; \quad I = \frac{1}{2}mR^2;$$

$$W_k = \frac{mV^2}{2} + \frac{1}{2}m \cdot R^2 \cdot \frac{\omega^2}{2}, \text{ враховуючи, що } R^2\omega^2 = V^2, \text{ маємо } W_k = \frac{3}{4}mV^2, \text{ тобто}$$

$$W_k = \frac{3}{4} \cdot 8 \cdot 2^2 = 24 \text{ (Дж)}.$$

Відповідь: $W_k = 24 \text{ Дж}$.

Задача 7. Вентилятор обертається з частотою $\nu = 900$ об/хв. Після виключення вентилятора, обертаючись рівноуповільнено, зробив до зупинки $N=75$ об. Робота сил гальмування $A=44,4$ Дж. Знайти момент інерції вентилятора I і момент сил гальмування M .

Рішення

Для роботи при обертальному русі справедливі такі формули: $A = \frac{I\omega^2}{2}$ (робота дорівнює зміні кінетичної енергії) і $A = M \cdot \varphi$, де M – момент сил, φ – кут повороту. З першої формули $I = \frac{2A}{\omega^2}$; $\omega = 2\pi\nu$ – кутова швидкість. Частоту ν

$$\nu = \frac{900}{60\text{с}} = 15 \text{ об/с};$$

беремо, як число оборотів за 1с,

$$I = \frac{2 \cdot 44,4}{(2 \cdot 3,14 \cdot 15)^2} = 0,01 \text{ (кг} \cdot \text{м}^2\text{)}.$$

З другої формули

$$M = \frac{A}{\varphi}; \quad \varphi = 2\pi \cdot N; \text{ тоді } M = \frac{A}{2\pi \cdot N};$$

$$M = \frac{44,4}{2 \cdot 3,14 \cdot 75} = 94 \cdot 10^{-3} \text{ (Н} \cdot \text{м)}.$$

Відповідь: $I = 0,01 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; $M = 94 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Задача 8. Маховик обертається з частотою $\nu_1 = 10$ об/с. Його кінетична енергія $W_k = 7,85$ кДж. За який час t , момент сил $M = 50 \text{ Н} \cdot \text{м}$, прикладений до маховика, збільшить кутову швидкість маховика вдвоє?

Рішення

З формули для кінетичної енергії $W_k = \frac{I\omega_1^2}{2}$ знаходимо момент інерції

$$I = \frac{2W_k}{\omega_1^2}, \quad \omega = 2\pi\nu_1 - \text{кутова швидкість}; \text{ з формули для } M = I \cdot \varepsilon, \text{ де } \varepsilon = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t} = \frac{\omega_1}{t};$$

$\omega_2 = 2\omega_1$ – кінцева кутова швидкість. Тоді

$$M = \frac{2W_k}{\omega_1^2} \cdot \frac{\omega_1}{t};$$

$$t = \frac{2W_k}{M \cdot \omega_1};$$

$$t = \frac{2 \cdot 7,85 \cdot 10^3}{50 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 10^{-2}} = 5 \text{ (с)}.$$

Відповідь: $t = 5c$

Задача 9. Диск обертається навколо вертикальної осі з частотою $\nu = 0,5 \frac{1}{c}$. На відстані $r = 0,2m$ від осі обертання на диску лежить тіло. Яким повинен бути коефіцієнт тертя f між тілом та диском, щоб тіло не скотилось з диска? Рис.10.

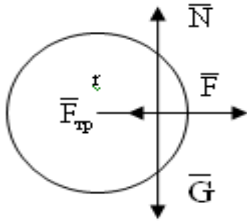


Рис. 10

Рішення

На тіло діють такі сили: $G = mg$ - сила тяжіння, яка урівноважується реакцією N ; відцентрова сила $F = m\omega^2 r$ і сила тертя $F_{тр} = f \cdot mg$. Тіло не скотиться з диска, якщо $F = F_{тр}$; $m\omega^2 r = fmg$ тут $\omega = 2\pi\nu$ - кутова швидкість; таким чином $f = \frac{\omega^2 r}{g}$; $f = \frac{(2 \cdot 3,14 \cdot 0,5)^2 \cdot 0,2}{9,81} = 0,2$.

Задача 10. З гармати масою $m_1 = 5t$ вилітає снаряд масою $m_2 = 100kg$. Кінетична енергія снаряда при вильоті $W_{k2} = 7,5MДж$. Яку кінетичну енергію W_{k1} одержить гармата в наслідок віддачі?

Рішення

Згідно з законом збереження імпульсу можна записати $m_1 V_1 = m_2 V_2$, де V_1 - швидкість гармати, V_2 - швидкість снаряда. $V_1 = \frac{m_2 V_2}{m_1}$;

$$W_{k1} = \frac{m_1 V_1^2}{2}; \quad W_{k2} = \frac{m_2 V_2^2}{2};$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{2W_{k2}}{m_2}}; \quad V_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 7,5 \cdot 10^6 Дж}{100kg}} = 10^2 \sqrt{15} m/c;$$

$$V_1 = \frac{100kg \cdot \sqrt{15} \cdot 10^2 m/c}{5000kg} = 2 \cdot \sqrt{15} m/c.$$

$$W_{k1} = \frac{5000kg \cdot 4 \cdot 15}{2} = 150(кДж).$$

Відповідь: $W_{k1} = 150кДж$.

Задача 11. Людина масою $m_1 = 60kg$, що біжить зі швидкістю $V_1 = 8km/год$ доганяє візок масою $m_2 = 80kg$, що рухається зі швидкістю $V_2 = 2,9km/год$, і вскакує на нього. З якою швидкістю V буде рухатись візок?

Рішення

Стрибок людини на візок можна розглядати як непружний удар, тому можна записати:

$$m_1 V_1 + m_2 V_2 = (m_1 + m_2) V.$$

Звідки

$$V = \frac{m_1 V_1 + m_2 V_2}{m_1 + m_2} = \frac{60 \cdot 8 + 80 \cdot 2,9}{140} = 5 (км/год).$$

Відповідь: $V = 5$ км/год.