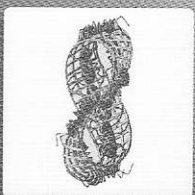
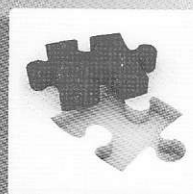
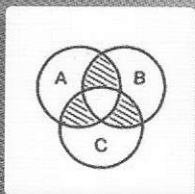
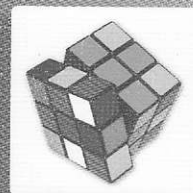


Л. М. Шенгерій, А. В. Антонець

ЛОГІКА



Навчальний посібник

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ
УКРАЇНИ
ПОЛТАВСЬКА ДЕРЖАВНА АГРАРНА АКАДЕМІЯ

Л. М. ШЕНГЕРІЙ, А. В. АНТОНЕЦЬ

ЛОГІКА

Навчальний посібник

За загальною редакцією
професора Л.М. Шенгерій

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки,
молоді та спорту України як навчальний посібник
для вищих навчальних закладів*

Полтава 2013

УДК 16(075.8)
ББК 87.4
Ш 47

Автори:

Л. М. Шенгерій, доктор філософських наук, професор,
завідувач кафедри вищої математики і логіки
Полтавської державної аграрної академії
А. В. Антонєць, кандидат педагогічних наук, доцент
кафедри вищої математики і логіки
Полтавської державної аграрної академії

Рецензенти:

А. С. Конверський – академік НАН України, доктор філософських наук,
професор (Київський національний університет
імені Тараса Шевченка);
В. Д. Титов – доктор філософських наук, професор
(Національний університет «Юридична академія України
імені Ярослава Мудрого»);
А. А. Смердов – доктор технічних наук, професор
(Полтавська державна аграрна академія).

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки,
молоді та спорту України як навчальний посібник
для студентів вищих навчальних закладів
(лист №1/11-3488 від 18.02.13)*

Шенгерій Л. М.

Ш 47 Логіка : навч. посібник /Л. М. Шенгерій, А. В. Антонєць ;
за заг. ред. проф. Л.М. Шенгерій. – Полтава : РВВ ПДАА, 2013. –
104 с.

ISBN 978-966-2088-69-4

Навчальний посібник підготовлено для проведення практичних занять і самостійного навчання студентів галузі знань 1001 «Техніка та енергетика аграрного виробництва» напрямку підготовки «Процеси, машини та обладнання агропромислового виробництва» вищих навчальних закладів відповідно до навчальної програми курсу «Логіка».

У навчальному посібнику викладено ключові теоретичні положення курсу «Логіка»; приклади їх практичного застосування; методичні розробки до практичних занять, що включають переліки питань практичних занять, кросворди, завдання тестового контролю, практичні завдання.

Посібник розрахований на студентів технічних спеціальностей вищих навчальних закладів, слухачів факультетів післядипломної освіти, аспірантів.

ISBN 978-966-2088-69-4

© Шенгерій Л. М.
© Антонєць А. В.

ПЕРЕДМОВА

*«Логіка є єдиною інтелектуальною
альтернативою проти маніпулювання
людською свідомістю»*

М.М. Непійвода

Перед Вами посібник з логіки для студентів технічних спеціальностей вищих навчальних закладів. Необхідність викладання цієї дисципліни для студентів українських вузів галузі знань 1001 «Техніка та енергетика аграрного виробництва» зумовлена суспільними реаліями України ХХІ ст., що характеризуються жорсткою конкуренцією випускників інженерних спеціальностей на ринку праці.

Посібник складено у відповідності до програми дисципліни «Логіка» для студентів вищих навчальних закладів напряму підготовки «Процеси, машини та обладнання АПВ». Концепція цього посібника полягає, по-перше, у поєднанні викладу проблем традиційної логіки, що не втратили значущості в наш час, і можуть бути вирішені з використанням методів сучасної логіки, з викладом основ класичної логіки. По-друге, у поєднанні викладу теоретичних питань з багаточисельними прикладами їх застосування в технічній царині. У посібнику використано матеріали нормативних дисциплін циклу професійної та практичної підготовки бакалаврів кваліфікації 3115 «Фахівець інженерно-технічного забезпечення агропромислового виробництва»: «Механіка матеріалів і конструкцій», «Нарисна геометрія та комп'ютерна графіка», «Теоретична механіка», «Фізика», «Біофізика», «Сільськогосподарські машини», «Безпека життєдіяльності»; дисциплін математичного циклу, насамперед, «Вища математика», «Комп'ютери та комп'ютерні технології», «Прикладна математика», «Основи математичного моделювання» та ін. Ми вважаємо, що засвоєння теоретичних знань з курсу логіки – це лише необхідна умова успішного практичного використання логічних законів,

правил, операцій у процесах навчання та професійної діяльності інженерів. Тому в посібнику значна увага приділяється розв'язуванню логічних задач. По-третє, вправи та завдання підібрано для всіх тем практичних занять, що передбачені програмою курсу «Логіка» для студентів вищих навчальних закладів галузі знань 1001 «Техніка та енергетика аграрного виробництва». З метою закріплення логічної термінології до посібника включено кросворди. Кожна тема курсу включає тестові завдання, що відображають теоретичну та практичну складові курсу «Логіка». Тести можуть використовуватися для самостійної підготовки, контролю та закріплення основного матеріалу лекцій і практичних занять, проміжного та підсумкового контролю знань студентів у центрі комп'ютерного тестування.

У результаті вивчення дисципліни «Логіка» студент повинен знати:

- визначення логічної науки, її предмету та історію логічних знань;
- суттєві характеристики основних логічних об'єктів – понять, висловлювань, виводів;
- структуру понять і їх основні класифікації;
- основні типи відношень між поняттями;
- сутність операцій додавання, множення, заперечення понять;
- сутність логічних операцій обмеження та узагальнення понять;
- сутність, структуру, види та правила логічної операції визначення понять;
- сутність, структуру, види та правила логічної операції поділу понять;
- сутність та види класифікації понять;
- визначення, структуру та види висловлювань;
- особливості та структуру мови логіки висловлювань;
- базові таблиці істинності логічних операторів;
- класифікацію формул логіки висловлювань;
- суттєві риси та пізнавальні можливості дедуктивних виводів;
- суттєві риси та пізнавальні можливості недедуктивних виводів.

У результаті вивчення дисципліни «Логіка» студент повинен уміти:

- дотримуватися вимог законів правильних виводів;

- знаходити в технічних текстах порушення вимог законів правильних виводів і уникати їх;

- встановлювати обсяг і зміст технічних понять;
- давати логічну характеристику технічних понять;
- визначати типи відношень між технічними поняттями;
- знаходити суму та добуток технічних понять;
- проводити обмеження та узагальнення технічних понять;
- проводити та аналізувати визначення технічних понять з точки зору їх типології та структури;
- здійснювати порівняльний аналіз різних дефініцій технічних понять та обирати серед них оптимальне, виходячи із завдань конкретного інженерного дослідження;
- проводити логічний поділ технічних понять, обирати його основу, виходячи із завдань конкретного інженерно-технічного дослідження;
- проводити класифікації технічних понять з метою визначення ієрархії їх відношень і взаємозалежностей;
- визначати структуру складних висловлювань технічного змісту та технічних норм;
- аналізувати технічні ситуації засобами семантики таблиць істинності;
- аналізувати технічні ситуації засобами семантики аналітичних таблиць;
- застосовувати дедуктивні виводи в інженерно-технічних дослідженнях;
- застосовувати недедуктивні виводи в інженерно-технічних дослідженнях;
- коротко та коректно записувати інформацію технічного змісту;
- застосовувати логічні методи для наукового дослідження інженерно-технічної проблематики.

Пересвідчитись у правильності висловлювання М. М. Непійводи, наведеного вище, зможе кожен із читачів цього посібника, хто наполегливо оволодіє фундаментом логічних знань, відчує силу та ефективність застосування «логічного потенціалу» у навчальній і професійній діяльності.

ТЕМА 1. ЛОГІКА ЯК НАУКА

Питання для теоретичної підготовки

- Визначення логічної науки.
- Основні типи логічних об'єктів.
- Мова логіки як знакова інформаційна система.

Ключові терміни: вивід, висловлювання, висновок, закон виключеного третього, закон достатньої підстави, закон логічної несуперечності, закон тотожності, засновок, істина, класична логіка, логічна форма, логічний парадокс, некласична логіка, неправильний вивід, поняття, правильний вивід, природна мова, сучасна логіка, традиційна логіка, формула, хиба, штучна мова.

ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ПОЛОЖЕННЯ ТЕМИ ТА ПРИКЛАДИ ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

1.1. Визначення логічної науки

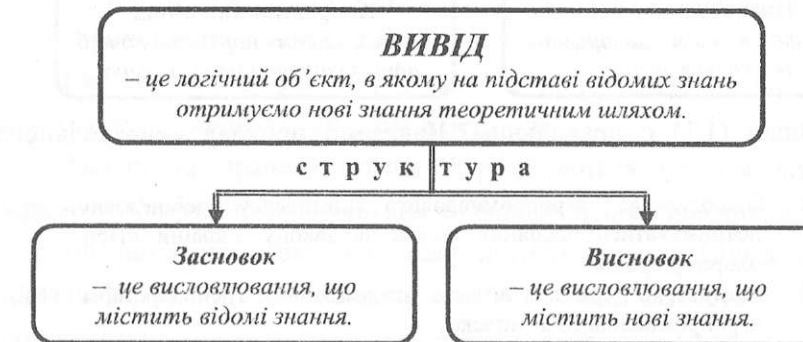
Термін «логіка» походить від грецького слова «logos», що перекладається як слово, думка, поняття, закономірність. Він уведений до наукового обігу давньогрецьким філософом Демокритом (460-370 рр. до н.е.).

У наш час використовуються два альтернативних підходи до дефініції логічної науки. Згідно першого, логіку визначають як науку про мислення (В. О. Бочаров, А. О. Єришев, В. Є. Жеребкін, О. А. Івін, Ю. В. Івлєв, А. Є. Конверський, М. П. Лукашевич, Є. Ф. Сластенко, М. Г. Тофтул, О. Ю. Щербина та ін.). Ми приєднуємося до другої традиції, в якій логіка постає як наука про виводи (О. М. Анісов, Г.-Х. фон Врігт, О. І. Гвоздік, О. В. Гладкий, А. Т. Ішмуратов, О. Д. Смірнова, І. В. Хоменко та ін.) і будемо використовувати наступну дефініцію.

Def. Логіка – це теоретична наука, що вивчає раціональні виводи людей з точки зору їх структури.

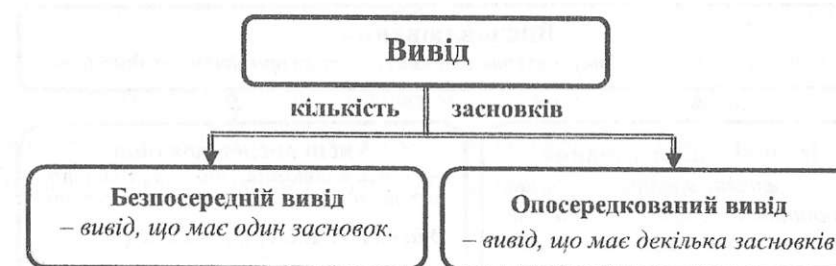
1.2. Основні типи логічних об'єктів

У курсі логіки вивчаються три основні типи логічних об'єктів – поняття, висловлювання, виводи.



1. Підприємства агропромислового комплексу зобов'язані дотримуватись основних положень закону України «Про охорону праці»
- Ех. 2. «Агротехсервіс» є підприємством агропромислового (1.1) комплексу.
«Агротехсервіс» дотримується основних положень закону України «Про охорону праці»

Вивід (1.1) включає два засновки: «Підприємства агропромислового комплексу зобов'язані дотримуватись основних положень закону України «Про охорону праці»» та ««Агротехсервіс» є підприємством агропромислового комплексу». Висновком виводу (1.1) слугує висловлювання ««Агротехсервіс» дотримується основних положень закону України «Про охорону праці»».





Вивід (1.1) є правильним. Наведемо приклад неправильного виводу.

1. Господарства агропромислового комплексу зобов'язані дотримуватись основних положень закону України «Про охорону праці»
- Ех. 2. Полтавська державна аграрна академія не є господарством (1.2) агропромислового комплексу.
Полтавська державна аграрна академія не дотримується основних положень закону України «Про охорону праці».

Висновок виводу (1.2) явно суперечить тому, що є насправді, адже будь-який вищий навчальний заклад України має дотримуватись у своїй діяльності основних положень закону України «Про охорону праці».



У будь-якому засновку чи висновку виводу можна виокремити щонайменше два структурних елементи – *поняття*. Так, до складу другого засновку виводу (1.2) входять поняття «Полтавська державна аграрна академія» та «господарство агропромислового комплексу».

У логіці зосереджуються на вивченні структури, будови основних логічних об'єктів, тобто їх *логічної форми*.

Def. *Логічна форма* будь-якого логічного об'єкта – це спосіб зв'язку його складових елементів між собою.

Закони та правила логіки формулюються не для кожного окремого поняття, висловлювання чи виводу, а для множини логічних об'єктів, що мають одну й ту саму логічну форму. Щоб з'ясувати логічну форму будь-якого логічного об'єкта, слід застосувати *метод формалізації*.

Ех. Порівняємо логічну форму таких висловлювань: «Будь-яке креслення є рисунком» та «Будь-який трикутник є геометричною фігурою». У кожному з висловлювань виокремлюється *суб'єкт* висловлювання (позначається символом *S*), що вказує на предмет думки – «креслення», «трикутник», та *предикат* висловлювання (позначається символом *P*), що відображає ознаку, що стверджується чи заперечується відносно предмета висловлювання – «бути рисунком», «бути геометричною фігурою». Зв'язок між суб'єктом і предикатом цих висловлювань передає логічна зв'язка «є».

Зауваження. Специфікою української мови є невживання зв'язок «є», «не-є». У інших мовах, зокрема, англійській, зв'язок між частинами речення завжди виражають зв'язки «is», «are» та ін. З точки зору логіки, логічні зв'язки «є», «не-є» завжди наявні в будь-якому висловлюванні.

Тобто, логічна форма кожного з наведених висловлювань має вигляд: «Будь-який *S* є *P*». Оскільки наведені висловлювання мають однакову логічну форму, то в логіці вони не розрізняються. ■

Ех. Порівняємо логічну форму таких виводів:

- 1 Якщо похідна першого порядку заданої функції в точці x_0 дорівнює нулю, то в цій точці функція може мати екстремум.
Перша похідна функції $y = x^2$ в точці $x_0 = 0$ дорівнює нулю. (1.3)

Функція $y = x^2$ в точці $x_0 = 0$ може мати екстремум.

- 2 Якщо підприємство є агропромисловим, то воно працює на підставі закону України «Про охорону праці».
«Агротехснаб» – це агропромислове підприємство. (1.4)

«Агротехснаб» працює на підставі закону України «Про охорону праці».

Кожен з цих виводів складається з трьох висловлювань, причому перші два – це засновки виводів, а третє – висновок, – утворюють поняття, що входять до складу засновків. Засновки кожного з виводів мають спільну частину – «похідна першого порядку в точці x_0 дорівнює нулю» та «підприємство є агропромисловим», що відсутня в висновку кожного з виводів. Застосуємо метод формалізації до виводу (1.3). Позначаємо нелогічні терміни символами: A – «похідна першого порядку в точці x_0 дорівнює нулю»; B – «у цій точці функція може мати екстремум». Записуємо логічну форму виводу (1.3):

$$\frac{\text{Якщо } A, \text{ то } B}{A} \quad B$$

Застосуємо метод формалізації до виводу (1.4). Позначаємо нелогічні терміни символами: A – «підприємство є агропромисловим»; B – «підприємство працює на підставі закону України «Про охорону праці». Помічаємо, що логічна форма виводу (1.4) повністю співпадає з логічною формою виводу (1.3). Отже, це виводи одного й того самого типу – *modus ponens*. ■

Співвідношення між різними типами логічних об'єктів представлені на рис. 1.1.

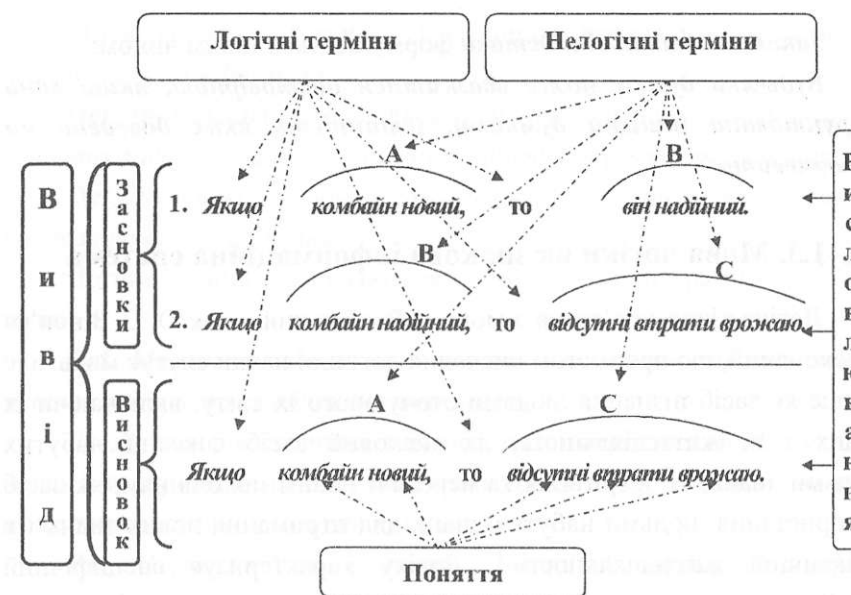


Рис. 1.1. Типи логічних об'єктів

Необхідною умовою отримання істинного висновку в виводі є дотримання вимог чотирьох основних логічних принципів правильних виводів – закону формальної тотожності, закону логічної несуперечності, закону виключеного третього та закону достатньої підстави. Авторство трьох перших законів приписують Аристотелю, закону достатньої підстави – Г. Ляйбніцу.

Закон формальної тотожності формулюється таким чином:

Будь-яка правильна думка чи поняття про предмет мають бути визначеними та зберігати однозначність протягом виводу та в висновку.

Закон логічної несуперечності формулюється таким чином:

Не можуть бути істинними два несумісні висловлювання про один предмет, що розглядаються протягом того самого часу, у тому самому відношенні; одне з них буде необхідно хибним.

Закон виключеного третього формулюється таким чином:

З двох суперечливих висловлювань одне є неодмінно істинним, інше – хибним і третього не дано.

Закон достатньої підстави формулюється таким чином:

Будь-яка думка може вважатися достовірною, якщо вона обґрунтована іншими думками, істинність яких доведена чи самоочевидна.

1.3. Мова логіки як знакова інформаційна система

Логіка тісно пов'язана з мовою. Російський логік О. О. Зінов'єв переконаний, що предметом вивчення логічної науки слугує мова, але «лише як засіб пізнання людьми оточуючого їх світу, включаючи їх самих і їх життєдіяльність, як знаковий засіб фіксації набутих людьми знань, їх зберігання та передачі новим поколінням, як засіб використання людьми набутих знань для отримання нових знань і в практичній життєдіяльності»¹. Логіку характеризує специфічний підхід до вивчення мовних явищ, а саме:

- логіка виокремлює в мові певні структурні елементи, що утворюють структуру знання – терміни, висловлювання, терміноутворюючі та висловлюванняутворюючі оператори та ін.;
- логіка встановлює, яким чином виокремлені структурні елементи знання функціонують у мовному середовищі;
- у межах логіки здійснюється їх обробка, вдосконалення та продукування нових;
- у логіці встановлюються правила оперування структурними елементами знання – правила та закони логіки².

Розрізняють *природні мови* та *штучні мови*.

Def. *Природною мовою називається інформаційна знакова система певної нації, що історично склалась.*

Ex. Українська, англійська, німецька та інші мови. ■

Def. *Штучною мовою називається спеціально створена на базі природних мов знакова система для вирішення певних завдань у науці чи техніці.*

¹Зінов'єв А. А. Комплексная логика / А. А. Зиновьев // Вопросы философии. – 2003. – № 1. – С. 31.

² Там само. – С. 32.

Мови логіки – штучні. Для запису висловлювань у логіці використовують *формули*.

Def. *Формулою називається будь-яка скінченна послідовність основних логічних символів: логічних констант (const) та змінних.*

Def. *Логічною змінною називається вираз, замість якого можна підставити різні значення.*

Логічні змінні позначаються латинськими літерами: p , q , r , t тощо.

Def. *Множина значень, які можна підставити замість певної змінної, називається областю змінності.*

Щодо значень логічних змінних, то в природних мовах, у тому числі й в українській, для позначення одного й того самого об'єкта може використовуватись декілька імен.

Ex. «Верховна Рада України» та «вищий законодавчий орган України»■

Def. *Предмет, що позначається деяким ім'ям, називається денотатом (десигнатом).*

У розглянутому прикладі денотат – «вищий законодавчий орган». Денотат, зазвичай, відображає властивості об'єктів.

Def. *Назва, що присвоюється предмету, називається десигнатором.*

У розглянутому прикладі десигнатором є вираз «Верховна Рада України».

Між виразами природних мов і формулами логіки є суттєва різниця. Якщо в природній мові кожне висловлювання має визначений десигнат, то логічні змінні p або q самі по собі не мають десигнатів.

Def. *Логічною константою називається вираз, що має певний десигнат або вираз з сталим, незмінним значенням, що визначає логічну форму думки.*

Виділимо такі види логічних констант як *квантори*, *зв'язки* та *логічні оператори*. Розглянемо квантори.

Квантори - логічні оператори, що містять інформацію про кількісну характеристику логічного виразу (формули), перед якою вони розміщені.

Квантор загальності (\forall) вказує на те, що всі елементи області змінності індивідуальної змінної мають певну властивість.

Квантор існування (\exists) вказує, що знайдеться хоча б один елемент області змінності індивідуальної змінної, що має вказану властивість.

Квантор загальності вказує, що дещо відноситься до всіх об'єктів певного логічного класу та виключає можливість існування хоча б одного з них, до якого вказане дещо не відноситься.

Квантор існування вказує, що дещо відноситься хоча б до одного елемента цього логічного класу, але не виключає можливості, що це відноситься також і до всіх інших елементів цього логічного класу. Тобто, кількість об'єктів, що позначається кванторами \forall или \exists , може бути однаковою.

З метою розрізнення рівнів аналізу знакового процесу в логіці застосовують поняття *об'єктної мови* та *метамови*.

Def. Об'єктною називається мова, за допомогою якої описується деяка предметна (позамовна) дійсність.

Def. Метамовою називається мова, засобами якої описуються та досліджуються властивості та відношення об'єктної мови.

Для дослідження метамови, у свою чергу, використовують метаметамову тощо. Теоретично можна побудувати нескінченну кількість рівнів знакового процесу.

Змішування об'єктної мови та метамови може породжувати логічні парадокси.

Def. Логічним парадоксом називається вивід, що приводить до двох суперечливих, взаємовиключаючих висновків, або до висновку, що суперечить життєвому досвіду і загально визнаним істинам.

Ех. Парадокс "Брехун" (Евбулід, IV століття до н.е.). Розглянемо таке висловлювання:

A) Речення, що написано на цій сторінці за літерою A), хибне.

З точки зору значень істинності воно невизначене. З припущення про істинність висловлювання A) згідно з його змістом впливає висновок про його хибність. З припущення про хибність висловлювання робимо висновок: «Неправда, що воно хибне». Тобто висловлювання є істинним. Приходимо до суперечності.

Парадокс «Абсолютної свободи». Розглянемо таке висловлювання:

«Будь-яка людина є абсолютно вільною».

Нехай воно є істинним. Але необмежена свобода однієї людини може і обов'язково буде виражатися в обмеженні абсолютної свободи інших людей. Отже, свободу певної людини може обмежити інша людина. Тому висловлювання про необмежену свободу кожної конкретної людини є хибним, оскільки її свобода обмежується тим, що вона не повинна обмежувати свободу інших людей.

Історичні етапи розвитку логічного знання

Найбільш вдалим ми вважаємо виокремлення двох типів логіки – *традиційної* та *сучасної*.

Def. Традиційна логіка – це цілісна синтетична система логічних ідей, принципів, правил і засобів, що опрацьовувалися впродовж періоду з IV ст. до н.е. до середини XIX ст.

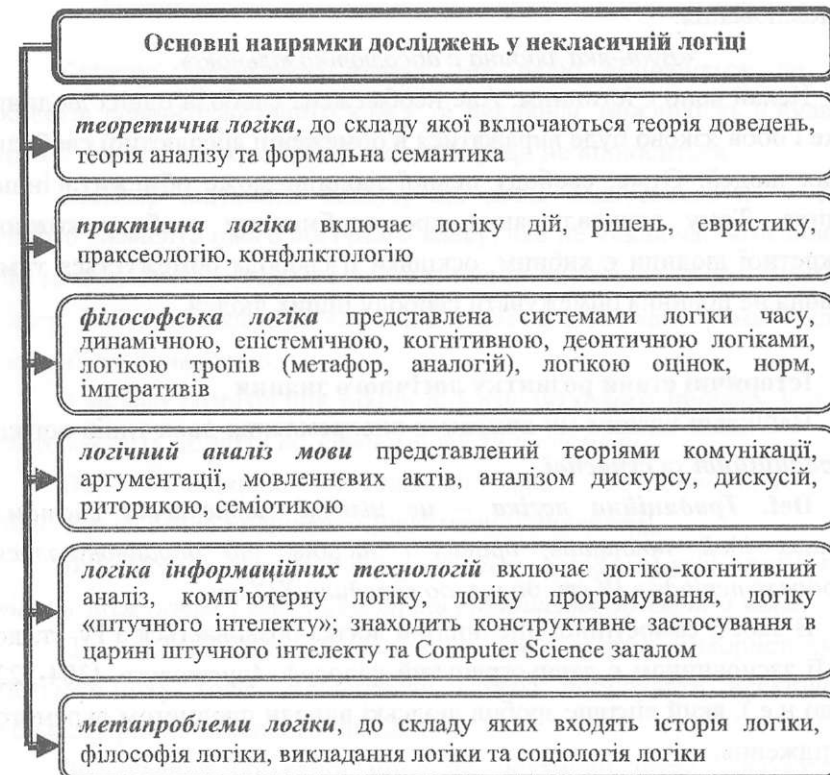
В якості самостійної дисципліни логіка розвивається з IV ст. до н.е. Її засновником є давньогрецький філософ *Аристотель* (384-322 рр. до н.е.), який вперше зробив людські виводи предметом окремого дослідження.

Def. Сучасна логіка (середина XIX ст. – наш час) – це сукупність логічних теорій, в яких в якості основного застосовується метод формалізації.

У межах сучасної логіки виділяють класичну логіку та некласичну логіку.

Def. Класична логіка (середина XIX ст. – 20-і рр. XX ст.) – це розділ сучасної символічної логіки, що включає класичну логіку висловлювань і класичну логіку предикатів.

Def. Некласична логіка (20-і рр. XX ст. – наш час) – це розділ сучасної символічної логіки, в якому не виконується хоча б один із законів класичної логіки.

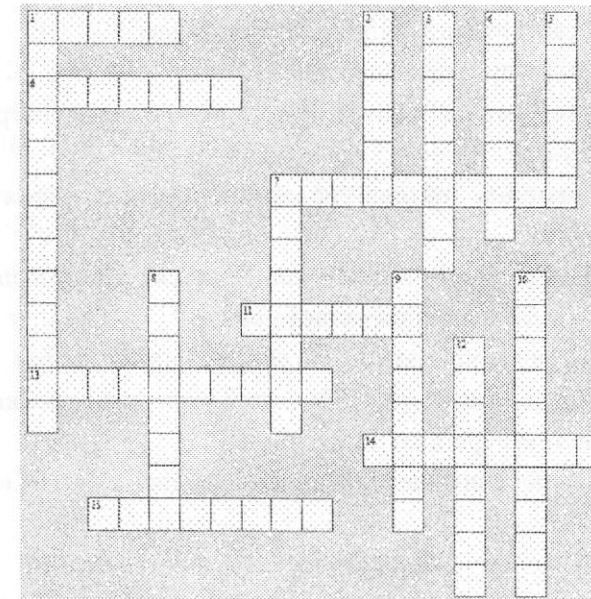


ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 1 ПРЕДМЕТ І МЕТОД ЛОГІКИ

План практичного заняття

1. Вивід як логічний об'єкт.
2. Мова логіки як знакова інформаційна система.
3. Метод формалізації.

Кросворд



По горизонталі:

1. Логічний об'єкт, в якому на підставі відомих знань отримуємо нові знання теоретичним шляхом.
6. Логічні системи, в яких основним є метод формалізації.
7. Логічна помилка, допущена ненавмисно, через незнання.
11. Наука, що вивчає виводи людей з точки зору їх структури.
13. Розділ сучасної символічної логіки, в якому не виконується хоча б один із законів класичної логіки.
14. Логічні оператори, що містять інформацію про кількісну характеристику формули, перед якою вони розміщені.
15. Логіка, що включає класичну логіку висловлювань і класичну логіку предикатів.

По вертикалі:

1. Думка, в якій дещо стверджується чи заперечується про позамовну дійсність.
2. Знакова система, спеціально створена на базі природних мов для вирішення певних завдань у науці чи техніці.
3. Вивід, що приводить до двох суперечливих, взаємовиключаючих висновків, або до висновку, що суперечить життєвому досвіду та загальноновизнаним істинам.
4. Засновник сучасної логіки.
5. Логічна помилка, допущена навмисно з метою обґрунтування неправдивої думки.
7. Інформаційна знакова система, що сформувалася в процесі людської еволюції.
8. Мова, засобами якої описуються та досліджуються властивості та відношення об'єктної мови.
9. Висловлювання (думка), що містить відомі знання.
10. Давньогрецький філософ, який вперше зробив людські висновки предметом окремого дослідження.
12. Висловлювання, що містить нові знання.

Практичні завдання

Завдання 1. *З'ясуйте логічну форму наведених виразів.*

- Якщо він правильно виконає креслення, то складе на відмінно іспит з нарисної геометрії.
- Неможливо передбачити поведінку матеріалу, якщо невідомі закони фізики.
- Ти ніколи не вирішиш проблему, якщо будеш міркувати так само, як ті, що її створили (Альберт Ейнштейн).
- » Логіка - граматики розуму (Мішель Монтень).
- Якщо інженер не може пояснити, чим він займається прибиральниці в його лабораторії, то він сам не розуміє, чим він займається.

- Якщо немає проблем - немає й можливостей для творчості.
- Якщо частка має масу спокою і не заряджена, то ця частка - нейтрон.
- Деякі з'єднання в механізмах є розбірними.

Завдання 2. *Спираючись на інтуїтивну логіку, вирішіть, які із наведених висновків є правильними.*

- Якщо він вивчав дисципліну «Опір матеріалів», то володіє методами розрахунку на міцність і жорсткість конструкцій; він не володіє методами розрахунку ні на міцність, ні на жорсткість конструкцій. Він не вивчав дисципліну «Опір матеріалів».

« Деякі механіки - інженери. Оскільки всі інженери мають вищу освіту, то деякі механіки мають вищу освіту.

« Я технолог. Ти - не я. Отже, ти не технолог.

® Усі художники тонко відчують природу. П. Пікассо - художник. П. Пікассо тонко відчував природу.

- Те, чого ти не втрачав, ти маєш. Роги ти не втрачав. Отже, у тебе є роги.

Завдання 3. *Спробуйте відновити наведені висновки повністю, тобто з'ясуйте всі їх засновки і висновки:*

- Якщо Ви вважаєте, що Ви здатні на щось, Ви маєте рацію; якщо Ви вважаєте, що у Вас не вийде нічого, Ви теж маєте рацію (Генрі Форд).
- Мені не потрібні моделі, рисунки, експерименти. Якщо в мене народжуються ідеї, я в уяві починаю складати прилад, змінювати конструкцію, удосконалювати та випробовувати його. І мені зовсім неважливо, чи проводяться випробування приладу в мене в думках, чи в майстерні - результати будуть однаковими (Нікола Тесла).
- » Інженерам подобається розв'язувати проблеми. Якщо вони не мають проблем, вони створюють їх самостійно (Скотт Адамс).
- Сутність людського ества - в русі. Повний спокій означає смерть (Блез Паскаль).

ТЕМА 2. ПОНЯТТЯ ЯК ЛОГІЧНИЙ ОБ'ЄКТ

Питання для теоретичної підготовки

- Загальна характеристика понять.
- Зміст та обсяг понять.
- Класифікації понять за обсягом і змістом.
- Типи відношень між поняттями.

Ключові терміни: відношення контрадикторності, відношення контрарності, відношення перетину, відношення підпорядкування, відношення співвідпорядкування, відношення тотожності, закон оберненого відношення між змістом і обсягом понять, зміст поняття, класифікації понять за змістом, класифікація понять за обсягом, несумісні поняття, обсяг поняття, поняття, сумісні поняття, типи відношень між поняттями.

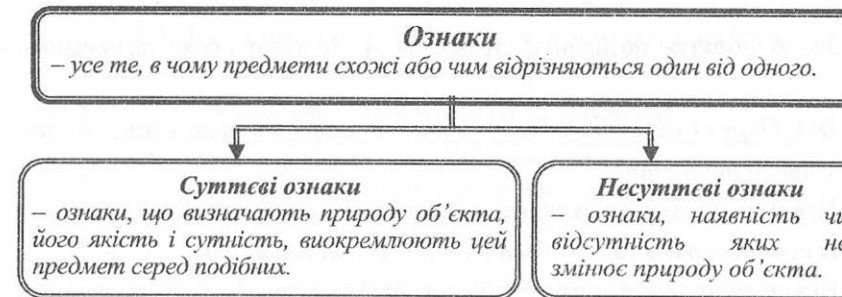
ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ПОЛОЖЕННЯ ТЕМИ ТА ПРИКЛАДИ ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

2.1. Загальна характеристика понять

Наукові дослідження в будь-якій галузі знань спираються на систему основних понять, суттєва зміна якої характеризується появою нової наукової парадигми. Формування поняттєвого каркасу будь-якої науки, встановлення відношень між поняттями, побудова їх типологій – це важливі завдання, що вирішуються в багатьох дослідженнях.

Def. Поняття – це логічний об'єкт, що відображає предмети та явища через систему їх суттєвих ознак.

Іноколи термін «поняття» вважають синонімом терміну «слово», але це різні об'єкти. Поняття – логічний об'єкт, а слово – мовний об'єкт. Однак слово й поняття нерозривно пов'язані між собою. Слово як об'єкт природної мови констатує дійсність поняття. Поняттю може кореспондуватися один («циркуль», «конструкція») або декілька термінів природної мови («фронтальне креслення», «інженер-механік»).



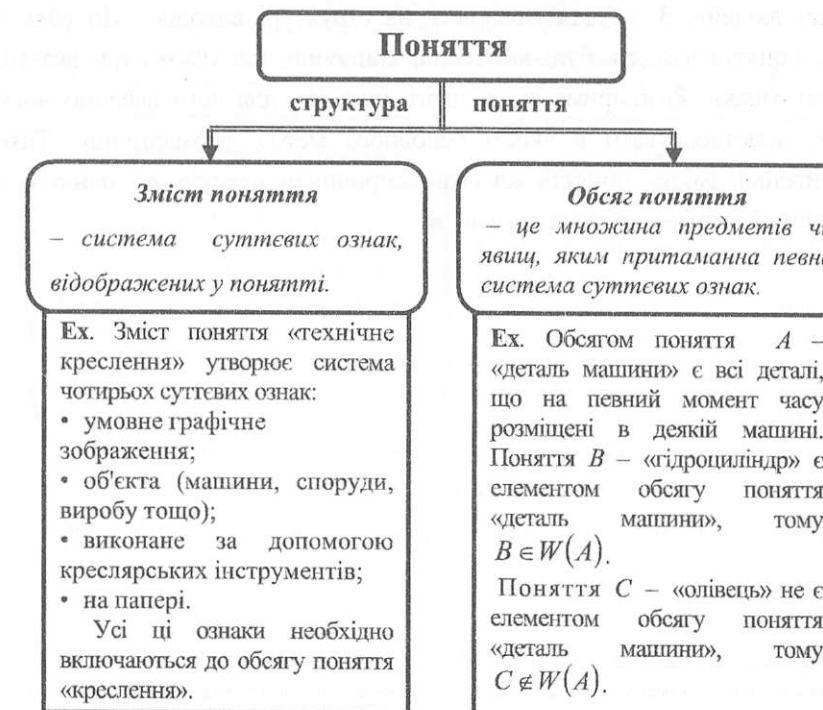
Існують слова, що позначають більше, ніж одне поняття.

Def. Омоніми – слова, однакові за написанням, але різні за значеннями.

Ех. Слово «стан» вживається в різних контекстах, як корпус людини (прокатний стан).

Def. Термін – слово, що має лише одне строго визначене значення.

2.2. Зміст та обсяг понять



Якщо поняття позначити символом A , то його обсяг позначають $W(A)$.

Def. Окремі об'єкти обсягу поняття називаються елементами обсягу цього поняття.

Предмет може бути включеним до певного логічного класу, якщо він має всі суттєві ознаки, що утворюють зміст поняття.

Відношення між змістом та обсягом понять визначається відповідним законом, що вперше був сформульований у XVII ст. французькими логіками П. Арно та П. Ніколем у праці «Логіка Пор-Рояля»¹. Цей закон формулюється таким чином:

З розширенням змісту поняття звужується (зменшується) його обсяг, і навпаки, з розширенням (збільшенням) обсягу поняття звужується його зміст.

Ех. Розглянемо поняття «логіка». Зміст цього поняття визначається суттєвими ознаками: 1. «бути теоретичною наукою»; 2. «досліджувати виводи людей»; 3. «з'акцентованість на структурі виводів». До обсягу цього поняття входять будь-які теорії, концепції, що мають три вказані суттєві ознаки. Розширимо зміст цього поняття, для чого введемо нову ознаку «застосовувати в якості основного метод формалізації». Таке розширення змісту поняття «логіка» спричиняє перехід до поняття з меншим обсягом – «сучасна логіка». ■

¹ Арно А. Логика, или искусство мыслить / А. Арно, П. Николь. – М. : Наука, 1991. – 331 с.

2.3. Класифікації понять за обсягом і змістом



Серед понять прийнято виокремлювати збірні поняття.

Def. Збірним називається поняття, що відображає сукупний предмет, що виступає як єдине ціле.

Збірне поняття може бути як одиничним («лабораторія гідравліки Полтавської державної аграрної академії»), так і загальними («комбайн», «штатгенциркуль»).

Виділяють три основні класифікації понять за змістом:



Def. Логічна характеристика поняття – це процес встановлення місця певного поняття у класифікаціях за обсягом і змістом.

Ех. Логічна характеристика поняття «висока споруда» є такою: загальне; конкретне; позитивне; безвідносне поняття.

2.4. Типи відношень між поняттями

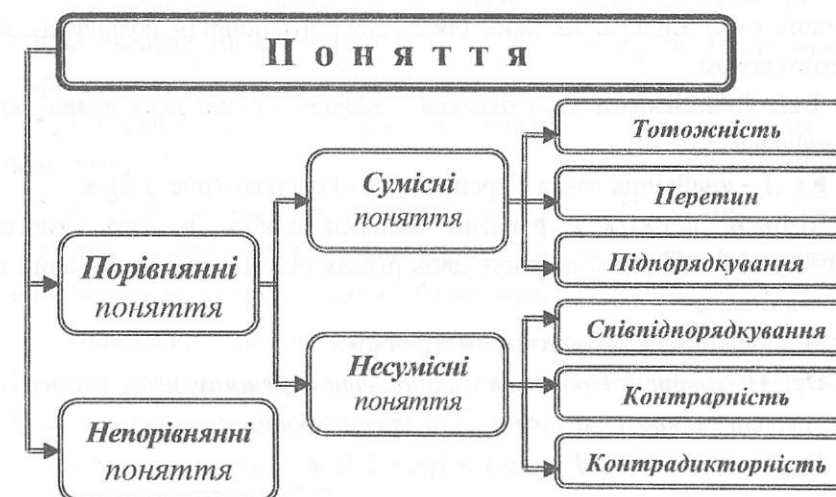


Рис. 2.1. Типи відношень між поняттями

Def. Порівнянними називаються поняття, зміст чи обсяг яких мають децю спільне.

Ех. «Деталь» та «деталювання», «креслення» та «єпюр», «інтеграл» та «межі інтегрування», «лінія» та «крива».

Def. Непорівнянними називаються поняття, зміст і обсяг яких не мають нічого спільного.

Ех. «Мікросхема» і «астероїд».

Ми констатуємо лише існування непорівнянних понять, не виділяючи типів відношень між ними.

Def. Сумісними називаються поняття, обсяги яких мають хоча б один спільний елемент.

Ех. «Механік» та «інженер-механік», «вивід» та «дедуктивний вивід».

Def. Несумісними називаються поняття, обсяги яких не мають жодного спільного елементу, тобто не співпадають взагалі.

Ех. Поняття «блондин», «брюнет», «шатен», «рудий» є несумісними. ■

Зручно зображувати відношення між поняттями за допомогою кругових схем Ейлера, на яких обсяг кожного поняття позначається окремим колом.

Def. Тотожними називаються поняття, обсяги яких повністю співпадають.

Ех. A – «найвища точка України», B – «Говерла» (рис. 2.2). ■

Тотожні поняття є різними іменами одного й того самого предмету. Разом із тим, не існує двох різних понять, що мають один і той самий зміст.

Відношення тотожності є симетричним.

Def. Поняття знаходяться у відношенні **перетину**, якщо їх обсяги частково співпадають, а частково не співпадають.

Ех. A – «інженер», B – «атлет» (рис. 2.3). ■

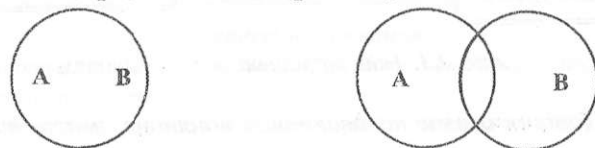


Рис. 2.2. Відношення тотожності Рис. 2.3. Відношення перетину

Відношення перетину є симетричним.

Def. Поняття знаходяться у відношенні **підпорядкування**, якщо обсяг одного з них є частиною обсягу іншого поняття.

Ех. A – «технологія», B – «технологія переробки продуктів тваринництва» (рис. 2.4). Поняття B – «технологія переробки продуктів тваринництва» є частиною обсягу поняття A – «технологія». ■

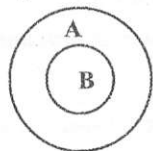


Рис. 2.4. Відношення підпорядкування

Відношення підпорядкування є несиметричним, тому поняття, що знаходяться в такому відношенні, мають спеціальні назви.

Def. Поняття з більшим обсягом називається **підпорядковуючим**, а поняття з меншим обсягом – **підпорядкованим**.

У нашому прикладі поняття A – «технологія» є підпорядковуючим, а поняття B – «технологія переробки продуктів тваринництва» – підпорядкованим поняттям.

Виділяють різні випадки відношення підпорядкування між поняттями:

- Між двома загальними поняттями. У цьому випадку підпорядковуюче поняття називається *родом* або *родовим поняттям*, а підпорядковане поняття – *видом* або *видовим поняттям*.

Наведений вище приклад вкладається в цю схему. Тому поняття A – «технологія» є родом, а поняття B – «технологія переробки продуктів тваринництва» – видом.

- Між загальним та одиничним поняттями. У цьому випадку підпорядковуюче поняття називається *видом*, а підпорядковане – *індивідом* або *елементом виду*.

Ех. «Науковець» – видове поняття, «Рене Декарт» – елемент виду (індивід). ■

Поняття роду та виду в логіці є відносними в тому смислі, що одне й те саме поняття може бути родом для одного поняття і в той же самий час видом для іншого поняття.

Ех. Розглянемо послідовність понять «лінія» – «крива» – «еліпс». Поняття «крива» є родом для поняття «еліпс» і одночасно видом для поняття «лінія». ■

Відношення підпорядкування є надзвичайно важливим у логіці. Воно використовується при визначенні відношень між несумісними поняттями, застосуваннях закону оберненого відношення між змістом і обсягом понять, у логічних операціях узагальнення та обмеження понять, логічного поділу понять.

Def. Співвідпорядкованими називаються поняття, обсяги яких не перетинаються та які є видами одного роду, що не вичерпують обсягу родового поняття.

Ех. Співвідпорядкованими є поняття A – «еліпс», B – «гіпербола», C – «парабола», що є видами родового поняття D – «криві II порядку» (рис. 2.5). ■

Def. Контрарними називаються поняття, одне з яких заперечує інше за допомогою ствердження нової суттєвої ознаки, несумісної з ознакою іншого поняття.

Ех. «Повздовжній переріз» і «Поперечний переріз» (рис. 2.6). ■

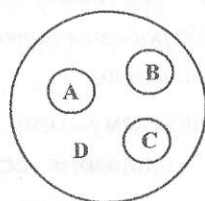


Рис.2.5. Відношення співвідпорядкування

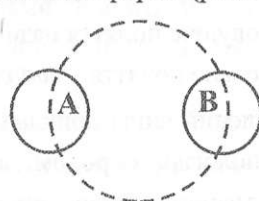


Рис.2.6. Відношення контрарності

Def. Контрадикторними називаються два поняття, одне з яких заперечує інше за допомогою тієї самої ознаки, не стверджуючи нічого нового.

Контрадикторні поняття завжди вичерпують обсяг родового поняття.

Ех. «раціональні числа» і «нерациональні числа»; «моральність» і «аморальність»; «десяткові дроби» і «недесяткові дроби». ■

Помічаємо, що у відношенні контрадикторності перебувають пари понять, що утворюють одну з класифікацій понять за змістом – це *ствердні* та *заперечні* поняття. Тому на кругових схемах Ейлера їх зручно позначати так: A – «істинний», $не-A$ – «неістинний» (рис. 2.7).

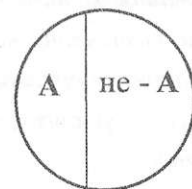


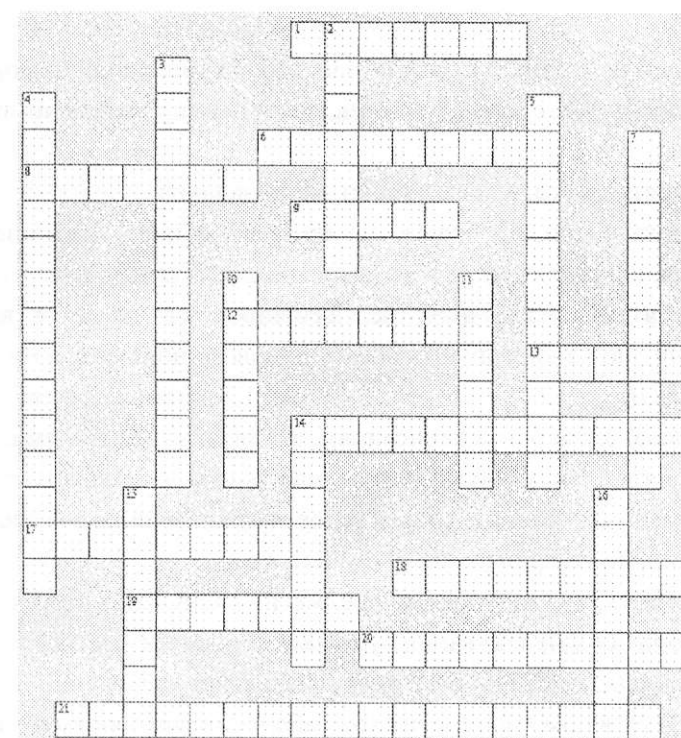
Рис. 2.7. Відношення контрадикторності

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯННЯ 2 ЛОГІЧНИЙ АНАЛІЗ ПОНЯТЬ

План практичного заняття

1. Загальна характеристика понять.
2. Встановлення змісту та обсягу понять. Класифікації понять.
3. Аналіз відношень між поняттями.

Кросворд



По горизонталі:

1. Логічний об'єкт, що відображає предмети та явища через систему їх суттєвих ознак.
6. Поняття, що відображає предмет в його цілісності.
8. Поняття, до обсягу якого не входить жодного реально існуючого предмета.

9. Система суттєвих ознак, відображених у понятті.
12. Поняття, обсяг якого складається більше, ніж з одного предмета.
13. Множина предметів чи явищ, яким притаманна певна система суттєвих ознак.
14. Пари понять, що відображають предмети, існування одного з яких невідривне від існування іншого.
17. Ознаки, наявність чи відсутність яких не змінює природу об'єкта.
18. Поняття, одне з яких заперечує інше за допомогою ствердження нової суттєвої ознаки, несумісної з ознакою іншого поняття.
19. Поняття, обсяги яких повністю співпадають.
20. Поняття, що відображає не предмет, а його властивість чи відношення, що розглядається як самостійний об'єкт думки.
21. Поняття, обсяги яких не перетинаються та які є видами одного роду, що не вичерпують обсягу родового поняття.

По вертикалі:

2. Слова, однакові за написанням, але різні за значеннями.
3. Поняття, зміст і обсяг яких не мають нічого спільного.
4. Два поняття, одне з яких заперечує інше за допомогою тієї самої ознаки, не стверджуючи нічого нового.
5. Поняття, що відображає предмети, з існуванням яких ми не пов'язуємо необхідне існування будь-яких інших предметів.
7. Поняття, зміст чи обсяг яких мають дещо спільне.
10. Усе те, в чому предмети схожі або чим відрізняються один від одного.
11. Слово, що має лише одне строго визначене значення.
14. Поняття, обсяги яких мають хоча б один спільний елемент.
15. Ознаки, що визначають природу об'єкта, його якість і сутність, виокремлюють цей предмет серед подібних.
16. Відношення між поняттями, при якому їх обсяги частково співпадають, а частково не співпадають.

Тестовий контроль знань

1. Серед понять А – «паливо», В – «бензин»:

- а) зміст поняття А включає більшу кількість суттєвих ознак;
б) зміст поняття В включає більшу кількість суттєвих ознак;
в) поняття мають однакову кількість суттєвих ознак.

2. Серед понять А – «комбайн», В – «комбайн Нива»:

- а) А є узагальненням В;
б) А є обмеженням В;
в) В є узагальненням А.

3. Поняття «тракторист» і «механік» знаходяться у відношенні:

- а) підпорядкування;
б) співпідпорядкування;
в) перетину;
г) контрадикторності.

4. Поняття «циркуль» і «лінійка» знаходяться у відношенні:

- а) підпорядкування;
б) співпідпорядкування;
в) контрарності;
г) контрадикторності.

5. Поняття «охорона праці» і «закон про охорону праці» є:

- а) сумісними;
б) несумісними.

6. Поняття «техніка» і «сільськогосподарська техніка» знаходяться у відношенні:

- а) тотожності;
б) перетину;
в) підпорядкування;
г) співпідпорядкування;
д) контрарності;
е) контрадикторності.

7. Поняття «інженер-механік» є:

- а) одиничним;
- б) нульовим;
- в) загальним.

8. Поняття «потужний комбайн» є:

- а) конкретним;
- б) абстрактним;
- в) збірним.

9. Поняття «антифриз» є:

- а) ствердним;
- б) заперечним;
- в) незбірним.

10. Серед понять А – «виробництво», В – «виробництво с/г продукції» більший обсяг має поняття:

- а) А;
- б) В;
- в) поняття мають рівні обсяги.

Відповіді:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
б	а	в	б	б	в	в	а	б	а

Практичні завдання

Завдання 1. Дайте повну логічну характеристику наступним поняттям, тобто визначте їх місце у класифікаціях за обсягом та змістом: механік, інженер ТОВ «Світанок», інженер-механік, головний інженер ПДАА, Григор'єв Владислав, міцний, необережність, розумний, стійка конструкція, спортсмен, технолог, креслення механізму, комбайн, сівалка, Прометей, круглий квадрат.

Завдання 2. Порівняйте зміст та обсяг наступних пар понять, спираючись на закон оберненого відношення між змістом та обсягом понять:

Лінія	Пряма
Проекція	Горизонтальна проекція
Розріз	Простий розріз
Година	Доба
Малюнок	Креслення
Пряма	Фронталь площини

Завдання 3. Визначте види відношень між поняттями та накресліть відповідну кругову схему Ейлера.

- А – «лінія»; В – «неперервна лінія»; С – «крива»; D – «пряма».
- А – «площина»; В – «горизонтальна площина»; С – «фронтальна площина».
- А – «механік»; В – «інженер-механік»; С – «автор креслення першого підводного човна»; D – «механізатор».
- А – «студент»; В – «полтавчанин»; С – «механізатор».
- А – «креслення»; В – «рисунок»; С – «епюр».
- А – «технологічний»; В – «нетехнологічний».
- А – «креслення»; В – «креслення деталі»; С – «креслення перерізу деталі».
- А – «механічний об'єкт»; В – «трактор»; С – «автопарк»; D – «трактор Т-150»; Е – «сівалка».
- А – «лінія»; В – «пряма»; С – «фронталь площини»; D – «горизонталь площини».
- А – «геометрія»; В – «нарисна геометрія»; С – «геометричне місце точок».
- А – «інженер»; В – «інженерія»; С – «циркуль».
- А – «програма»; В – «комп'ютерна програма»; С – «MS Word».

Завдання 4. Підбрати поняття, що знаходяться у відношенні перетину до заданих понять: інженер, агротехніка, креслення, виробнича деталь, крива, діаграма, гідравлічна схема, план будівлі, масштаб, технологія виробництва, інженерна схема, виробнича практика, механік, інтелектуал, волейболіст, українець, будівельник, виробник.

Завдання 5. Підібрати поняття, що є підпорядкованими та підпорядкованими до заданих понять: будівельний інструмент, переріз балки, деталь, натуральне число, фасад будівлі, складний розріз, генеральний план, головні лінії, наскрізний отвір, міцний кронштейн, круглий підшипник, великий корпус, упор, м'ясо-молочна продукція, селекція зернових культур, скат площини, профільна пряма, фронтальна площина, горизонталь площини.

Завдання 6. Підібрати співвідпорядковані поняття до наведених понять: цемент, вугільник, стійка, альбом, деталювання, клапан подвійного зворотнього, заглушка, будівельне креслення, інженер-механік, лінійка, принтер, MS Excel, компресор, розмірні лінії, графік, складальне креслення, генеральний план.

Завдання 7. Підібрати контрарне та контрадикторне поняття до заданих понять: креслення від руки, будівництво підприємства, збільшення обсягів сівби, оперативне планування, міцна споруда, жорстка конструкція, студент, великий, валова продукція машинобудування, манометр, пневматичний циліндр, запобіжний клапан, вологовідділювальний фільтр, аркуш, деталь.

ТЕМА 3. ЛОГІЧНІ ОПЕРАЦІЇ НАД ПОНЯТТЯМИ

Питання для теоретичної підготовки

- Алгебра понять.
- Логічні операції узагальнення та обмеження понять.
- Логічна операція визначення (дефініції) понять.
- Логічний поділ понять.

Ключові терміни: аксіоматичні визначення, визначення поняття, визначення через простий перелік, визначення через рід і видову ознаку, дихотомічний поділ, класифікація, логічний поділ поняття, неявні визначення, обмеження поняття, поділ за видозміною основи, природна класифікація, узагальнення поняття, штучна класифікація, явні визначення.

ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ПОЛОЖЕННЯ ТЕМИ ТА ПРИКЛАДИ ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

3.1. Алгебра понять

Розглянемо сутність логічних операцій *додавання*, *множення* та *заперечення* понять, у яких основна увага приділяється співвідношенню обсягів понять.

Додавання понять

Def. Сумою двох понять називається поняття, до обсягу якого входять усі елементи, що належать обсягу хоч одного з понять-доданків.

Позначається сума понять A і B так: $A + B$. Операція додавання полягає в об'єднанні двох або більше обсягів понять, тому при додаванні понять користуються словом «або», тобто окремий об'єкт має належати або до обсягу поняття A , або до обсягу поняття B для того, щоб належати до обсягу суми цих понять $A + B$. Якщо хоч одне з понять, що додаються, є ненульовим, то сума також є ненульовим поняттям.

Розглянемо приклади додавання понять, що знаходяться в різних відношеннях. Обсяг суми понять заштриховуємо.

Ex. Розглянемо суму несумісних понять, що знаходяться у відношенні контрадикторності: A – «визначений інтеграл»; $не-A$ –

«невизначений інтеграл»; $(A + \text{не-}A)$ – «інтеграл» (рис. 3.1).

Ех. Розглянемо суму сумісних понять, що знаходяться у відношенні підпорядкування: A – «передача»; B – «ремінна передача»; $(A + B)$ – «передача» (рис. 3.2). ■

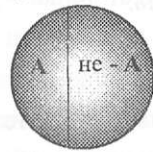


Рис.3.1. Сума несумісних понять

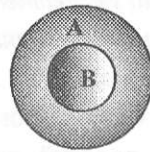


Рис. 3.2. Сума понять, що знаходяться в відношенні підпорядкування

Ех. Розглянемо суму сумісних понять, що знаходяться у відношенні перетину: A – «підприємець»; B – «механізатор»; $(A + B)$ – «підприємець, що не є механізатором» і «механізатор, що є підприємцем» і «механізатор, що не є підприємцем» (рис. 3.3). ■

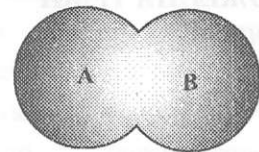


Рис.3.3. Сума понять, що знаходяться у відношенні перетину

Множення понять

Def. Добутком двох понять називається поняття, до обсягу якого входять лише ті елементи, що належать обсягу обох понять одночасно.

Позначається добуток понять так: $A \cdot B$.

Операція множення понять полягає у виокремленні спільної частини обсягів понять-множників. До обсягу добутку входять лише ті об'єкти, що належать обсягу першого поняття й обсягу другого поняття одночасно, тому при множенні понять використовують сполучник «і».

Розглянемо приклади множення понять, що знаходяться в різних відношеннях. Обсяг добутку заштриховуємо.

Ех. Розглянемо добуток несумісних понять, що знаходяться у відношенні контрадикторності: A – «міцна конструкція»; B – «неміцна конструкція»; $A \cdot B$ – нульове поняття (рис. 3.4). ■

Добуток будь-яких несумісних понять є нульовим поняттям, оскільки обсяги таких понять не мають спільних елементів.

Ех. Розглянемо добуток сумісних понять, що знаходяться у відношенні підпорядкування: A – «агрегат»; B – «сільськогосподарський агрегат»; $A \cdot B$ – «сільськогосподарський агрегат» (рис. 3.5). ■

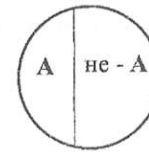


Рис. 3.4. Добуток контрадикторних понять

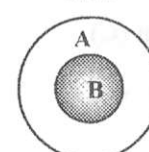


Рис.3.5. Добуток понять, що знаходяться у відношенні підпорядкування

Ех. Розглянемо добуток сумісних понять, що знаходяться у відношенні перетину: A – «полтавчанин»; B – «інженер»; $A \cdot B$ – «полтавчанин, що є інженерами» (рис. 3.6). ■

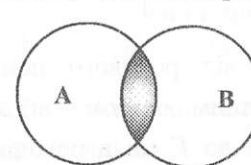


Рис.3.6. Добуток понять, що знаходяться у відношенні перетину

Логічна операція заперечення понять

Def. Логічна операція заперечення поняття A – це утворення нового поняття $\text{не-}A$, обсяг якого разом із обсягом заданого поняття A вичерпують обсяг родового поняття.

Поняття A та $\text{не-}A$, утворені в результаті операції заперечення, завжди знаходяться у відношенні контрадикторності. При цьому обсяг поняття $\text{не-}A$ певним чином залежить від вибору родового поняття.

Ех. A – «насичена суміш»; $\text{не-}A$ – «ненасичена суміш»; B – «суміш» – родове поняття (рис. 3.7).

Обсяг поняття $\text{не-}A$ заштриховано.

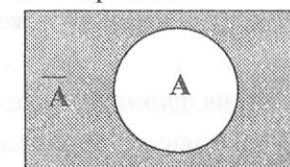


Рис. 3.7. Заперечення поняття A

3.2. Логічні операції узагальнення та обмеження понять

Розглянемо послідовність понять, що знаходяться у відношенні підпорядкування (рис. 3.8):

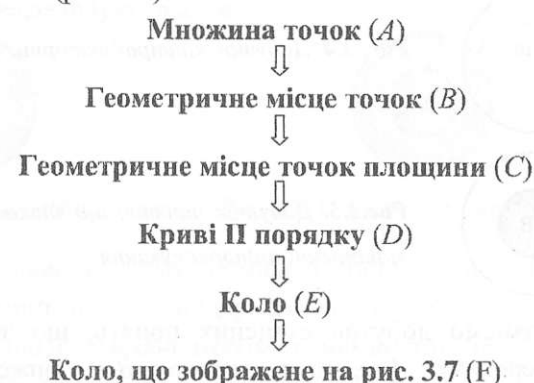


Рис. 3.8. Обмеження поняття «множина точок»

Кожного разу, здійснюючи перехід від родового поняття з більшим обсягом до видового поняття з меншим обсягом – від A до B , від B до C , від C до D , від D до E , від E до F ми переходимо від родового поняття до видового, від видового поняття до індивіду.

Def. *Обмеженням поняття називається логічна операція переходу від родового поняття з більшим обсягом до видового поняття з меншим обсягом.*

Таким чином, поняття B – «геометричне місце точок» є обмеженням поняття A – «множина точок», поняття C – «геометричне місце точок площини» є обмеженням поняття B – «геометричне місце точок», поняття D – «криві II порядку» є обмеженням поняття C – «геометричне місце точок площини», поняття E – «коло» є обмеженням для загального поняття D – «криві другого порядку», одиничне поняття F – «коло, що зображене на рис.3.7» є обмеженням для загального поняття E – «коло».

Логічна операція обмеження понять є скінченною. Границею обмеження є одиничні поняття. У розглянутому прикладі обмеженням поняття E – «еліпс» є одиничне поняття F – «коло, що зображене на рис.3.7».

Розглянемо послідовність наведених понять у зворотному порядку – від E до D , від D до C , від C до B , від B до A (рис. 3.9). Кожного разу ми здійснюємо перехід від поняття з меншим обсягом до поняття з більшим обсягом – від індивіду до виду, від виду до роду.

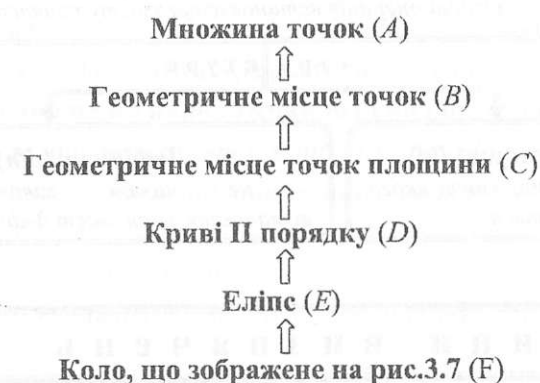


Рис. 3.9. Узагальнення поняття «коло, що зображене на рис.3.7»

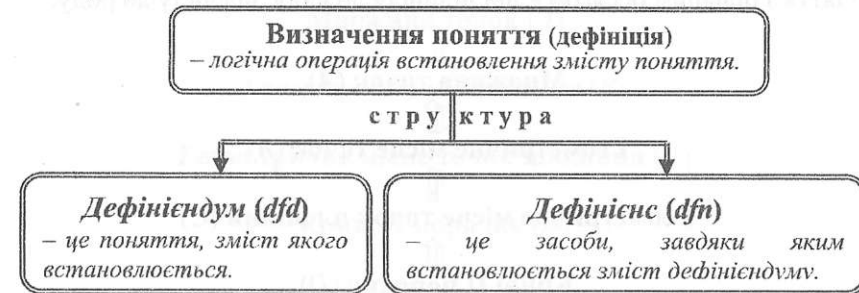
Def. *Узагальненням поняття називається логічна операція переходу від видового поняття з меншим обсягом до родового поняття з більшим обсягом.*

Таким чином, загальне поняття E – «еліпс» є узагальненням одиничного поняття F – «коло, що зображене на рис.3.7»; загальне поняття D – «криві II порядку» є узагальненням поняття E – «еліпс»; поняття C – «геометричне місце точок площини» є узагальненням поняття D – «криві II порядку»; поняття B – «геометричне місце точок» є узагальненням поняття C – «геометричне місце точок площини»; поняття A – «множина точок» є узагальненням поняття B – «геометричне місце точок».

Процес узагальнення понять є скінченним. Граничними узагальненнями понять є універсальні поняття або *категорії* – поняття з гранично широким обсягом. Категорії не мають родових понять і тому не можуть узагальнюватись. Прикладами категорій є поняття «матерія», «свідомість», «кількість», «якість», «сутність», «явище» тощо.

3.3. Логічна операція визначення (дефініції) понять

Здійснити дефініцію поняття – означає встановити систему суттєвих ознак предметів, на які може розповсюджуватися це поняття.



Явні визначення

Def. Явним називається визначення, що задається формулою $dfd = dfn$.

Ех. «Шлях – довжина кривої, що задає траєкторію руху тіла».

У цьому визначенні дефінієндумом є поняття A – «шлях», зміст якого встановлюється. Дефінієнс B – «довжина кривої, що задає траєкторію руху тіла». Структура цього визначення має вигляд $A=B$.

Визначення через найближчий рід і видову ознаку

Def. У визначеннях через найближчий рід і видову ознаку дефінієндум підводиться під інше, більш широке поняття – його найближчий рід і вказуються ознаки, що відрізняють це поняття від інших видів цього самого роду.

Будь-яке визначення через рід і видову ознаку має таку структуру:

$$A = Bc.$$

У структурі дефінієнсу виокремлюються два складових елементи:

- B – родові поняття;
- c – видові ознаки.

Def. В атрибутивно-реляційних визначеннях видовими ознаками виступають властивості предмету, що визначається.

Ех. «Електротравма – травма, спричинена дією на організм людини електричного струму і (або) електричної дуги» (ГОСТ 12.1.009-76).

У структурі цієї логічної операції явного визначення через рід і видову ознаку виокремлюються такі структурні елементи:

- дефінієндум – поняття A – «електротравма»;
- дефінієнс – Bc – «травма, спричинена дією на організм людини електричного струму і (або) електричної дуги», де

- B – «травма» є родовим поняттям;
- дві видові ознаки: C_1 – «спричинена дією на організм людини електричного струму»; C_2 – «спричинена дією на організм людини електричної дуги».

Структура логічної операції визначення поняття «електротравма» записується у вигляді формули

$$A = Bc_1c_2. \blacksquare \quad (3.1)$$

У царині інженерії та математичних дисциплін, насамперед, математичного аналізу, такий вид дефініцій є основним.

Def. У *генетичних* визначеннях (від грец. «генезис» – походження) *видова ознака вказує на спосіб утворення, побудови, появи певного предмету.*

Ex. «Круговий конус – це множина точок простору, що утворюється в результаті обертання трикутника навколо однієї з його сторін».

У структурі цієї логічної операції явного генетичного визначення виокремлюються такі структурні елементи:

- дефінієндум – поняття A – «круговий конус»;
- дефінієнс – Bc – «множина точок простору, що утворюється в результаті обертання трикутника навколо однієї з його сторін», де
 - B – «множина точок простору» є родовим поняттям;
 - три видові ознаки: c_1 – «обертатися»; c_2 – «навколо»; c_3 – «сторони трикутника».

Структура логічної операції явного генетичного визначення поняття «круговий конус» записується у вигляді формули

$$A = Bc_1c_2c_3. \quad (3.2)$$

У цьому генетичному визначенні видові ознаки c_1 , c_2 , c_3 визначають алгоритм побудови будь-якого кругового конуса. ■

Генетичні визначення застосовуються переважно в точних науках, зокрема в геометрії.

Def. В *операційних* визначеннях *видовою ознакою є опис операції, за допомогою якої можна розпізнавати певні предмети.*

Ex. «Лугом називається рідина, при зануренні в яку лакмусовий папірець набуває синього кольору».

У структурі цієї логічної операції явного операційного визначення виокремлюються такі структурні елементи:

- дефінієндум – поняття A – «луг»;
- дефінієнс – Bc – «рідина, при зануренні в яку лакмусовий папірець набуває синього кольору», де
 - B – «рідина» є родовим поняттям;
 - три видові ознаки: c_1 – «лакмусовий папірець»; c_2 – «набувати певного кольору»; c_3 – «синій колір».

Структура логічної операції явного операційного визначення поняття «луг» записується у вигляді формули (3.2). У цьому визначенні видові ознаки c_1 , c_2 , c_3 визначають, які операційні дії слід виконати, щоб відрізнити луг від кислоти. ■

Операційні визначення застосовуються у природничих науках, насамперед, у хімії.

Визначення через відношення до протилежності

Раніше ми встановили, що логічна операція узагальнення понять обмежена філософськими категоріями – поняттями, що не мають *роду*. Звичайно, що такі поняття не можуть визначатися через *рід* та видові ознаки. Вкажемо, що в переважній більшості філософські категорії є співвідносними поняттями, тобто існують парами. Тому *їх визначають через встановлення відношень певної філософської категорії до іншої категорії – своєї протилежності.*

Ex. Розглянемо визначення співвідносних понять «явище» та «сутність».

1. «Явище – це форма вираження **сутності** будь-чого».
2. «**Сутність** – це внутрішня основа *явища*». ■

Описаний спосіб дефініції є основним при визначенні філософських та інших категорій.

Визначення через простий перелік

Іноколи провести визначення через рід і видову ознаку видається проблематичним. У таких випадках зручно використовувати визначення через *простий перелік*.

Def. У *визначеннях через простий перелік* *вказуються не ознаки, а класи предметів, на які це визначення розповсюджується.*

Визначення через простий перелік знаходять застосування в інженерній сфері.

Ех. Конструктивно-творча функція: уміння створювати проекти машин, механізмів та їх вузлів; уміння створювати варіанти технологічних рішень; уміння розробляти комплекс технологічних операцій; уміння конструювати варіанти з'єднань деталей машин.

У цьому визначенні через простий перелік вказуються шість класів: *c1* – «уміння створювати проекти машин», *c2* – «уміння створювати механізми», *c3* – «уміння створювати вузли», *c4* – «уміння створювати варіанти технологічних рішень», *c5* – «уміння розробляти комплекс технологічних операцій» та *c6* – «уміння конструювати варіанти з'єднань деталей машин» ■

Неявні визначення

Def. *Неявним* називається визначення, що не можна звести до форми рівності дефінієндуму та дефінієнсу.

Виокремлюють декілька типів неявних визначень, найбільш вживаними серед яких є *контекстуальні* визначення.

Def. *Контекстуальним* називається неявне визначення, в якому з'ясовується смисл контексту, до якого входить дефінієндум.

Як у самому контексті, так і поза контекстом в явному вигляді не вказується, що здійснюється визначення певного поняття. Контекст, в якому вживається певне поняття, встановлює його взаємозв'язки та взаємозалежності з іншими поняттями, і тим самим опосередковано розкриває його зміст. На підставі аналізу контексту можна виокремити дефініцію вказаного поняття.

Def. В *остенсивних* (від лат. *ostensio* – демонстрація) визначеннях в якості контексту виступає сам предмет, дія чи ситуація, що визначаються шляхом їх демонстрації.

Ех. Викладач на лекції з нарисної геометрії показує студентам деякі деталі та конструкції, креслення яких слід зробити протягом семестру. ■

Сфера застосування остенсивних визначень обмежується дефініціями нескладних конкретних і абстрактних понять

(наприклад, «підручник з логіки», «кенгуру», «озеро», «рожевий»). Визначити більш складні поняття таким способом (наприклад, «інтеграл», «диференціальне рівняння», «нормальний розподіл»), є проблематичним.

Def. У *простих контекстуальних визначеннях* в якості контексту виступає текст, до структури висловлювань якого входить дефінієндум.

На підставі простих контекстуальних визначень ми спроможні в тексті, що написаний як рідною, так й іноземними мовами, зрозуміти значення невідомих нам понять, аналізуючи їх взаємозв'язки з відомими поняттями, що складають певний текст. Зазначимо, що прості контекстуальні визначення не слід застосовувати для дефініцій точних понять.

Def. *Аксиоматичними* називають неявні визначення, в яких контекстом слугує система аксіом деякої наукової теорії.

Згідно аксіоматичного методу, можна побудувати наукову теорію, якщо в її основу покласти систему деяких вихідних положень – аксіом, на підставі яких виводяться всі інші положення теорії. Аксиоматичні визначення досить широко використовуються в сучасній логіці та математиці.

Ех. Наведемо приклад системи аксіом, що сформульована для алгебри Роббінса:

1. Аксіома комутативності: $x + y = y + x$.
2. Аксіома асоціативності: $(x + y) + z = x + (y + z)$.
3. Рівняння Роббінса: $n(n(x + y') + n(x + n(y))) = x$.

Таким способом визначаються поняття в математичних теоріях, системах неklasичної логіки, зокрема модальної та ін.

Правила логічної операції визначення понять представлені на рис. 3.10. Задача побудови правильних, точних визначень є надзвичайно важливою для будь-якої галузі знань, зокрема технічної.

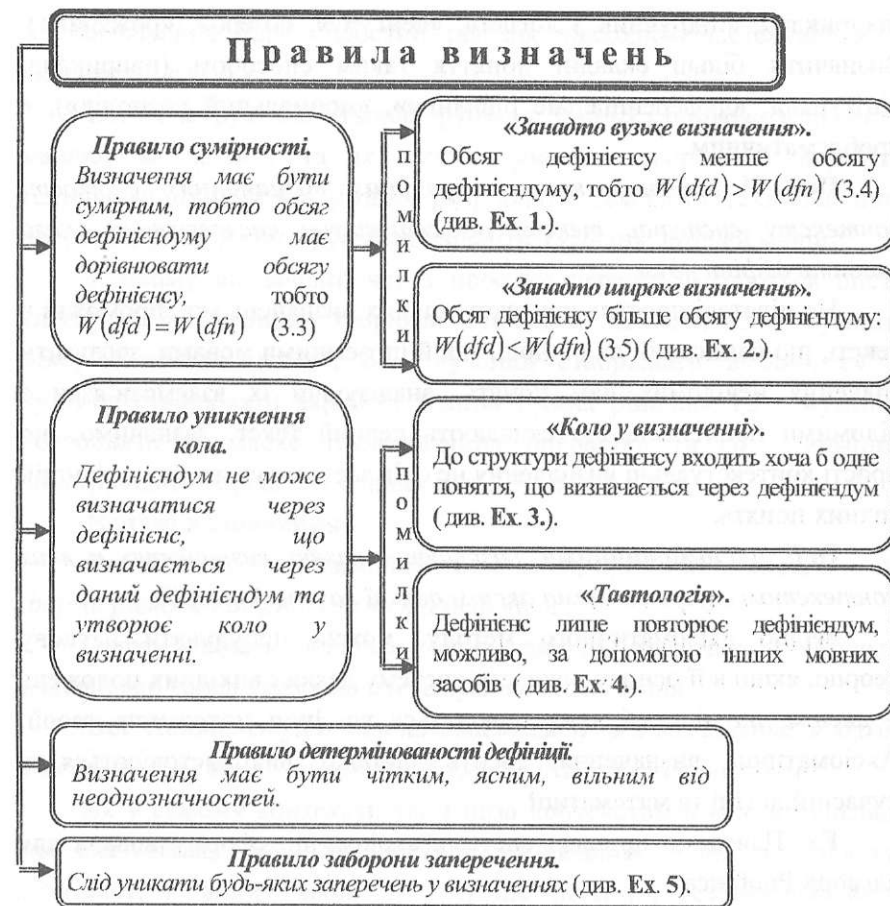


Рис. 3.10. Правила визначення понять

Ех. 1. Помилка «занадто вузьке визначення» має місце в такій дефініції: «Логіка – це теоретична наука, що вивчає прості висловлювання». Обсяг поняття «прості висловлювання» менше обсягу поняття «логіка», що включає, окрім простих висловлювань, також аналіз понять, складних висловлювань, виводів, доведень тощо. ■

Ех. 2. Помилка «занадто широке визначення» має місце в такій дефініції: «Логіка – це теоретична наука, що вивчає мислення». Обсяг поняття «мислення» значно ширше обсягу поняття «логіка»; різні аспекти мислення людей вивчають інші науки, насамперед, філософія, психологія, фізіологія тощо. ■

Ех. 3. Сутність помилки «коло у визначенні» демонструють такі дефініції:

1. «Фізика – це теоретична наука, що вивчає фізичні об'єкти».
2. «Фізичні об'єкти – це об'єкти, що вивчає фізика». ■

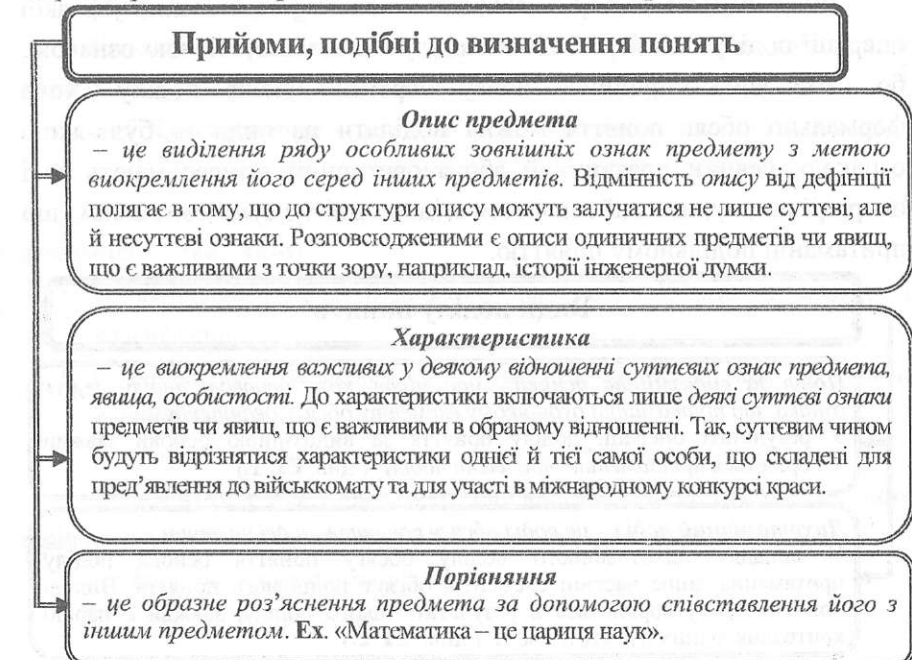
Ех. 4. Помилка «тавтологія» має місце у визначенні, в якому дефінієнс лише повторює дефінієндум, можливо, за допомогою інших мовних засобів. «Нарисна геометрія – це наука про нарисну геометрію». ■

Правило *детермінованості дефініції* має виключно важливе значення у процесах формування інженерних і технічних понять. У дефініціях слід використовувати лише ті поняття, зміст яких є нам відомим і зрозумілим. Слід також уникати омонімів та інших виразів, що можуть мати декілька різних значень.

Ех. 5. Визначення «Математика – це не хімія» є неправильним, оскільки у ньому жодним чином не обкреслено предметну область математичної науки, а лише відокремлено математику від хімії. ■

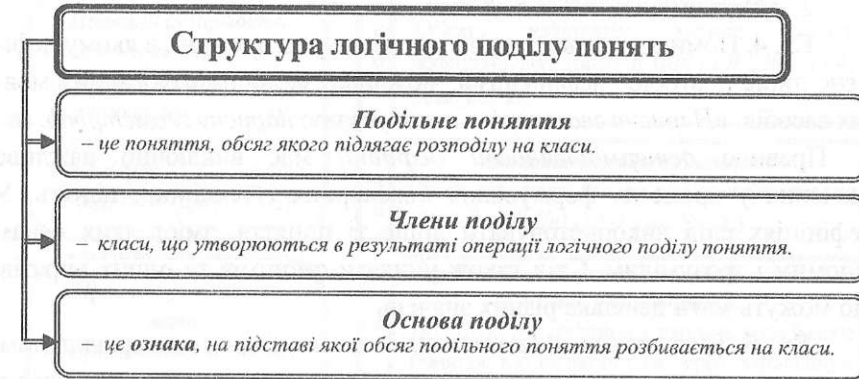
Прийоми, подібні до визначення понять

Логічну операцію визначення понять слід відрізнити від *опису, характеристики, порівняння* та інших схожих операцій.



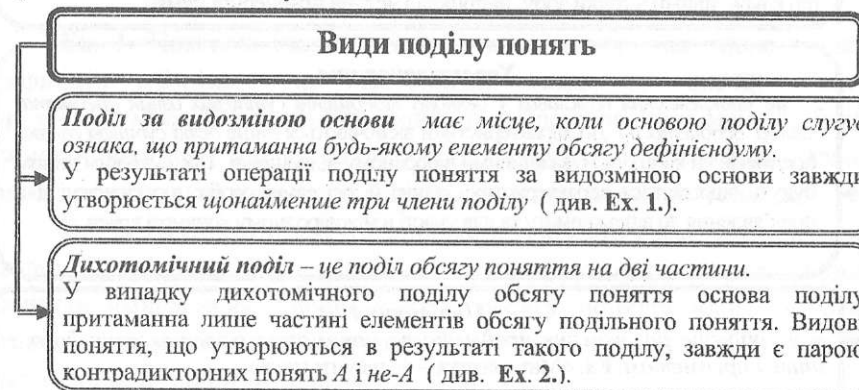
3.4. Логічний поділ поняття

Def. Логічний поділ поняття – це логічна операція розподілу обсягу певного поняття на групи (класи).



За допомогою операції логічного поділу розкривається структура обсягу поняття, тобто з'ясовуються поняття-види, що входять до обсягу родового поняття.

Вибір основи поділу є важливим етапом у здійсненні будь-якої операції поділу поняття. Основа поділу є видостворюючою ознакою, бо саме вона спричиняє появу окремих членів поділу. Хоча формально обсяг поняття можна поділяти на види за будь-якою ознакою, певний практичний або теоретичний інтерес мають такі операції поділу, що здійснюються згідно однієї з *суттєвих ознак*, що притаманні подільному поняттю.



Ех. 1. З'ясуємо структуру операції логічного поділу поняття «лінія» згідно суттєвої ознаки «види проведення і співвідношення товщин»:

- подільне поняття – A – «лінія»;
- основа поділу – «види проведення»;
- три члени поділу, що утворилися в результаті цієї операції логічного поділу:

- A_1 – суцільна лінія;
- A_2 – штрихова лінія;
- A_3 – штрихпунктирна лінія. ■

Ех. 2. Проаналізуємо структуру дихотомічного поділу поняття «лінія» згідно основи поділу «наявність суцільної лінії»:

- подільне поняття – A – «лінія»;
- основа поділу – «наявність суцільної лінії»;
- два члени поділу:
 - B – суцільні лінії;
 - $не-B$ – несцільні лінії. ■

Операція класифікації поняття

Класифікація понять тісно корелює з операцією логічного поділу поняття.

Def. Класифікація – це система послідовних операцій логічного поділу обсягу поняття на класи, підкласи, підпідкласи тощо.

Виокремлюють декілька основних задач класифікації, насамперед такі, як-от:

- встановлення місця будь-якого окремого об'єкта в структурі класифікації;
- встановлення взаємозв'язків і взаємозалежностей між об'єктами класифікації;
- розкриття внутрішніх закономірностей окремих класів об'єктів.

У залежності від типу ознак, що виступають як основи логічних поділів у структурі класифікації, виділяють два основні її типи:

- природну класифікацію;
- штучну класифікацію.

Природна класифікація

Def. *Природною* називається класифікація, у структурі якої основами логічних поділів є суттєві ознаки понять.

Ех. Періодична система хімічних елементів Д. І. Менделєєва. ■

Місце, що відведене певному об'єкту в природній класифікації, вказує на його властивості.

Ех. Проведемо класифікацію поняття A – «механізми». На першому рівні отримаємо два члени поділу A_1 – «механізми з нижчими парами», A_2 – «механізми з вищими парами». Член поділу A_1 – «механізми з нижчими парами» поділяється на три класи: A_{11} – «важільні механізми», A_{12} – «клинові механізми», A_{13} – «гвинтові механізми». Член поділу A_2 – «механізми з вищими парами» поділяється на п'ять класів: A_{21} – «кулачкові механізми», A_{22} – «зубчасті механізми», A_{23} – «фрикційні механізми», A_{24} – «мальтійські механізми», A_{25} – «храпові механізми» (рис. 3.10). ■



Рис. 3.11. Класифікація поняття «механізми»

Штучна класифікація

Def. *Штучна класифікація* – це розміщення предметів чи явищ в деякому порядку згідно несуттєвої ознаки.

Штучна класифікація проводиться з метою швидкого пошуку одиничного предмету в великих однорідних сукупностях. Місце, що займає предмет у такій класифікації, не дозволяє жодним чином судити про його властивості.

Ех. Розміщення в алфавітному порядку назв деталей в інструкції по експлуатації певного приладу. ■

Правила логічної операції поділу понять

Логічна операція поділу понять є досить ґрунтовною. Для забезпечення її правильності необхідним є дотримання системи наступних правил:

І. Правило сумірності:

Поділ має бути сумірним, тобто обсяг подільного поняття має дорівнювати сумарному обсягу членів поділу.

Нехай A – подільне поняття; A_1, A_2, \dots, A_n – члени поділу, тоді

$$W(A) = \sum_{i=1}^n W(A_i) \quad (3.6)$$

У результаті порушення правила сумірності виникають логічні помилки:

1. *Поділ із зайвими членами* має місце, якщо обсяг подільного поняття менше сумарного обсягу членів поділу, тобто серед членів поділу є зайвий, що не належить обсягу подільного поняття.

$$W(A) < \sum_{i=1}^n W(A_i) \quad (3.7)$$

Ех. Подільне поняття A – «число»; члени поділу: A_1 – «додатні числа», A_2 – «від'ємні числа», A_3 – «0», A_4 – «натуральні числа». Логічний поділ неправильний, оскільки член поділу A_4 – зайвий. ■

2. *Неповний поділ* має місце, якщо обсяг подільного поняття більше загального обсягу членів поділу, оскільки один або декілька членів поділу пропущено:

$$W(A) > \sum_{i=1}^n W(A_i) \quad (3.8)$$

Ех. Подільне поняття – «число», члени поділу – «додатні числа», «від’ємні числа». Логічний поділ неправильний, оскільки пропущено член поділу «число 0». ■

II. *Поділ має здійснюватись за однією основою.*

У результаті порушення цього правила виникає логічна помилка «підміна основи поділу».

Ех. Подільне поняття A – «висловлювання»; члени поділу A_1 – «прості висловлювання», A_2 – «складні висловлювання», A_3 – «модальні висловлювання». Члени поділу A_1 та A_2 утворюються згідно основи поділу «наявність у структурі інших висловлювань»; член поділу A_3 утворюється згідно основи поділу «наявність модальності» і може належати як до класу A_1 , так і до A_2 . Помилка – підміна основи поділу. ■

III. *Поділ має бути неперервним.*

Це означає, що в процесі операції логічного поділу необхідно переходити до найближчих видів, не перестрибуючи через них. У результаті порушення цього правила виникає логічна помилка *стрибок у поділі*.

Ех. Подільне поняття A – «порівнянні поняття»; члени поділу A_1 – «сумісні поняття», A_2 – «співвідпорядковані поняття», A_3 – «контрарні поняття», A_4 – «контрадикторні поняття». Поділ неправильний. Помилка – стрибок у поділі, пропущений член поділу – «несумісні поняття» (див. рис. 2.1).

IV. *Члени поділу мають виключати один одного.* Це означає, що будь-який елемент обсягу подільного поняття має належати обсягу лише одного члену поділу.

V. *Основа поділу має бути виразною.* Це означає, що ознака, обрана в якості основи поділу, має бути суттєвою, точною та ясною, такою, що її можна зрозуміти однозначно.

Ех. Подільне поняття A – «механізм»; члени поділу: A_1 – «великі механізми», A_2 – «малі механізми». Поділ є неправильним, оскільки основа має суб’єктивний характер. ■

Операція, схожа на логічний поділ понять

Операцію логічного поділу понять слід відрізнити від *мисленнєвого розчленування предмета на частини*. Для розрізнення цих операцій слід спробувати назвати отримані поняття іменем подільного поняття. До кожного члену поділу можна застосувати назву, якою позначається подільне поняття. Якщо це виявиться можливим, то маємо справу з логічною операцією поділу понять. Якщо ні – з мисленнєвим розчленуванням предмета на частини.

Ех. Подільне поняття A – «трактори»; члени поділу: A_1 – «колесні трактори», A_2 – «гусеничні трактори». Це – логічна операція поділу поняття A – «трактори». ■

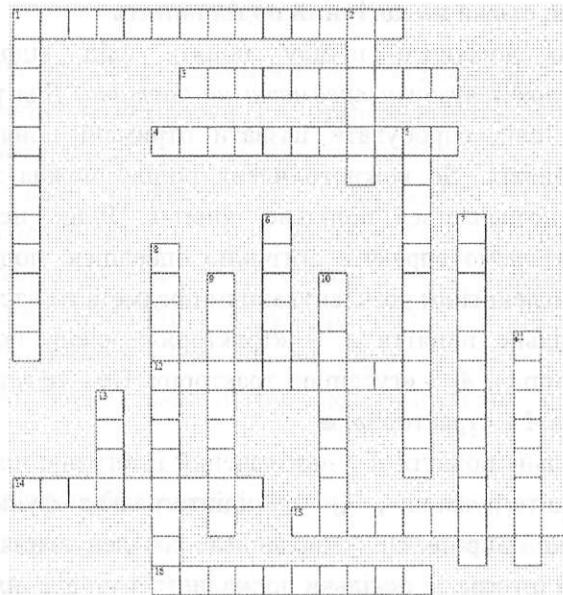
Ех. Подільне поняття A – «визначений інтеграл»; члени поділу: A_1 – «межі інтегрування», A_2 – «підінтегральна функція», A_3 – «підінтегральний вираз». Це – мисленнєве розчленування поняття A – «визначений інтеграл», оскільки до жодного з утворених понять A_1 , A_2 , A_3 неможливо застосувати назву «визначений інтеграл». ■

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 3
ЛОГІЧНІ ОПЕРАЦІЇ НАД ПОНЯТТЯМИ

План практичного заняття

1. Узагальнення та обмеження понять.
2. Логічний поділ понять.
3. Логічна операція визначення понять.

Кросворд



По горизонталі:

1. Визначення, в якому з'ясовується зміст контексту, до якого входить дефінієндум.
3. Образне роз'яснення предмета за допомогою співставлення його з іншим предметом.
4. Поняття, зміст якого встановлюється.
12. Визначення, видовою ознакою якого є опис операції, за допомогою якої можна розпізнавати певні предмети.
14. Визначення, видова ознака якого вказує на спосіб утворення, побудови, появи певного предмету.

15. Визначення, в якому в якості контексту виступає сам предмет, дія чи ситуація, що визначаються шляхом їх демонстрації.

16. Неявні визначення, в яких контекстом слугує алгоритм побудови деякої множини об'єктів.

По вертикалі:

1. Система послідовних операцій логічного поділу обсягу поняття на класи, підкласи, підпідкласи тощо.
2. Визначення, в якому з'ясовується зміст контексту, до якого входить дефінієндум.
5. Логічна операція переходу від видового поняття з меншим обсягом до родового поняття з більшим обсягом.
6. Класифікація як розміщення предметів чи явищ в деякому порядку згідно несуттєвої ознаки.
7. Поділ обсягу поняття на дві частини.
8. Неявні визначення, в яких контекстом слугує система аксіом деякої наукової теорії.
9. Логічна операція переходу від родового поняття з більшим обсягом до видового поняття з меншим обсягом.
10. Засоби, завдяки яким встановлюється зміст дефінієндуму.
11. Класифікація, у структурі якої основами логічних поділів є суттєві ознаки понять.
13. Визначення, що задається формулою $dfd = dfn$.

Тестовий контроль знань

1. У наведеній дефініції визначте вид помилки «Тваринництво – це теоретична наука, що вивчає с/г тварин»:

- а) занадто вузьке визначення;
- б) занадто широке визначення;
- в) коло у визначенні;
- г) тавтологія.

2. У наведеній дефініції визначте вид помилки «Математичний аналіз — фундаментальний розділ математики, що вивчає невизначені інтеграли»:

- а) занадто вузьке визначення;

- б) занадто широке визначення;
в) коло у визначенні;
г) тавтологія.
- 3. Визначте тип логічної операції «Інженерно-технологічний факультет поділяється на кафедри»:**
- а) логічний поділ поняття «Інженерно-технологічний факультет»;
б) мисленнєве розчленування поняття «Інженерно-технологічний факультет».
- 4. Сумою понять «механізм» і «механізм терморегуляції» є поняття:**
- а) механізм;
б) механізм терморегуляції;
в) нульове поняття.
- 5. Добутком понять «автопарк» і «гужовий транспорт» є поняття:**
- а) автопарк;
б) гужовий транспорт;
в) нульове поняття.
- 6. Результатом обмеження поняття «виробництво» є поняття:**
- а) виробництво цукру;
б) технологія виробництва;
в) підприємство.
- 7. Результатом узагальнення поняття «газовий конденсат» є поняття:**
- а) газ;
б) конденсат;
в) осад.
- 8. Яка логічна помилка наявна у визначенні: «Механік – це людина»:**
- а) немає вказівки на найближчий рід;
б) занадто вузьке визначення;
в) занадто широке визначення.
- 9. Встановіть вид поділу: «Передачі можуть бути ремінні та неремінні»:**
- а) природна класифікація;
б) дихотомічний поділ;
в) поділ за видозміною ознаки;
г) штучна класифікація.

10. Яка логічна помилка наявна у поділі: «Комбайни поділяються на ефективні та екологічні»:

- а) стрибок у поділі;
б) підміна основи поділу;
в) коло у поділі;
г) тавтологія.

Відповіді:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
г	а	б	а	в	а	б	в	б	б

Практичні завдання

Завдання 1. Обмежити та узагальнити наведені поняття: міцна балка, верхня стійка, керівник, тракторист, інженер-технолог, вища інженерна освіта, інженерна освіта, магістр-технолог, бакалавр з фінансів, витрати палива, послідовність виконання креслення, фіксована укріплена конструкція, продукція тваринництва, обладнання підприємства, гранична міцність, деформація металу, корозія матеріалу.

Завдання 2. Перевірте правильність узагальнення понять. Якщо узагальнення неправильне, наведіть правильний варіант. Відповідь обгрунтуйте.

Поняття	Узагальнення поняття
Переріз деталі	Креслення
Витратні матеріали	Цвяхи
Виробничий процес	Будівництво
Паливний двигун	Механізм
Сівалка	Агротехніка
Амплітуда коливання	Рух
Витрати пального	Нафта
Трактор Т-150	Машина
Міністерство аграрної політики	Кабінет міністрів
Засіяне поле	Степ
Деталь	Виріб

Завдання 3. Перевірте правильність логічної операції обмеження понять. Якщо обмеження не є правильним, дайте свій варіант відповіді.

Поняття	Обмеження поняття
Паливна система	Паливний насос
Операція	Механічна дія
Запасні деталі	Колесо
Осьова симетрія	Переріз деталі
Схема виробництва	Тваринництво
Будівництво	Житлове приміщення
Праця	Охорона праці
Монтаж	Електромонтаж
Державна установа	Електростанція
Коливання	Резонанс
Правило	Закон Ома
Функція	Непарна функція

Завдання 4. Проаналізуйте структуру поділу понять за видозміною основи:

- поняття «креслення» згідно основи поділу «види креслення»;
- поняття «двигун» згідно основи поділу «використання пального»;
- поняття «переріз деталі» згідно основи поділу «положення розміщення».

Завдання 5. Проаналізуйте структуру дихотомічного поділу поняття «трикутник»:

- згідно основи поділу «наявність прямого кута»;
- згідно основи поділу «наявність тупого кута».

Завдання 6. Проаналізуйте структуру обсягу поняття «дійсне число», застосовуючи послідовність операцій дихотомічного поділу.

Завдання 7. Визначте помилки у поділах, якщо вони є, вкажіть вид логічної операції поділу понять та визначте її структуру (подільне поняття, члени поділу, основу поділу):

- Науки поділяються на суспільні, природничі і математичні.
- Сили, що діють на елементи конструкції, поділяються на концентровані, розподілені та нерозподілені.
- Існують наступні різновиди теплових двигунів: парова турбіна, парова машина, газова турбіна, реактивний двигун, фотонний двигун, двигун внутрішнього згорання, карбюраторний двигун.

- Поняття бувають порівнянними та непорівнянними.
- Будівництво буває ефективним і неефективним.
- Деформації поділяють на пружні та залишкові.

Завдання 8. Замініть дихотомічний поділ на поділ за видозміною ознаки:

- Будинки будують із цегли та не із цегли.
- Розріз розрізняють простий і непростий.
- Матеріали поділяють на кристалічні та некристалічні.
- Люди бувають блондинами і не блондинами.
- Лінії бувають прямі та непрямі.

Завдання 9. Визначте, в яких із наведених прикладів має місце логічний поділ поняття, а в яких – мисленнєве розчленування предмету на частини?

- Опори поділяються на шарнірно-нерухомі, шарнірно-рухомі та затиснений кінець.
- Кути бувають гострі, тупі й прямі.
- Підприємство складається з цехів.
- Масштаби бувають числові, лінійні та кутові.
- У кресленні згідно стандарту бувають лінії трьох типів: суцільні, штрихові та штрих-пунктир.
- Персональний комп'ютер складається з монітору, системного блоку, клавіатури та миші.
- До сплавів з підвищеною усадкою відносять кольорові сплави, ковкий, сірий сталістий, легований марганцевистий і хромонікелевий чавун.
- Автомобіль складається з кузова, двигуна та колес.

Завдання 10. Побудуйте класифікації таких понять: площина, креслення, нерівносторонній паралелограм, розріз, діаграма, графік, схема, прямокутник, квадрат, непрямокутний паралелограм, нерівносторонній прямокутник, трапеція з двома непаралельними сторонами, лінія, пряма, трикутник, кут, промисловість, трактор, з'єднання.

Завдання 11. Вкажіть вид логічної операції визначення поняття. Встановіть її структуру.

- Коефіцієнт запасу міцності - це число, що показує, у скільки разів допущені в конструкції напруги є меншими за межу міцності використаних матеріалів.
- Механізмом називається система твердих тіл, рухомо з'єднаних між собою, що призначена для перетворення руху одного чи кількох тіл у необхідні рухи інших тіл.
- Умова міцності: дійсні напруги мають бути не більші за ті, що допускаються.
- Момент сили відносно точки - не векторна величина, що характеризує дію сили, що обертається, і вимірюється добутком сили на її плече.
- Круговий конус - це множина точок простору, що утворюється в результаті обертання трикутника навколо однієї з його сторін.
- У ряді конструкцій ми зустрічаємо випадки передачі напруг стискування від одного елемента до іншого через порівняно невелику площу, по якій стикаються між собою ці елементи. Подібні напруги називають контактними напругами.
- Момент інерції відносно будь-якої вісі є рівним моменту інерції відносно центральної вісі, що проведена паралельно даній, плюс добуток площі фігури на квадрат відстані між осями.
- Крутий момент - це момент внутрішніх зусиль, що виникає в будь-якому перерізі валу при обертанні та повертає даний переріз навколо повздовжньої вісі.
- Основні ланки - це ланки, що можуть обертатися навколо основної вісі і сприймають у працюючій передачі навантаження від зовнішніх моментів.
- Механіка - це природознавча дисципліна, що вивчає найпростіші рухи матерії - механічні.
- Напружено-деформований стан - сукупність внутрішніх напружень і деформацій конструкції чи її елементу, що виникають

бо

при дії на неї зовнішніх навантажень, температурних полів чи інших факторів.

- Робоче креслення деталі - це документ, що містить зображення та інші дані, потрібні для її виготовлення і контролю.
- Повздовжній розріз - січна площина, направлена вздовж предмету.
- Вигляд - зображення видимої спостерігачеві частини поверхні предмету.
- Міцність - здатність матеріалу чинити опір, незворотній (пластичній, в'язкій) деформації та руйнуванню (розподілу на частини) під дією навантажень чи інших факторів.
- Границя пропорційності при крутінні - найбільше умовне дотичне напруження, до межі якого виконується закон Гука.
- Основними вузлами машини КМ-50 є: головка навантаження, захвати та силовимірвач.
- Границя витривалості - найбільша напруга, при якій зразок може, не руйнуючись, витримувати задане число циклів змінного навантаження.
- Деталь - це виріб, виготовлений з однорідного за назвою й маркою матеріалу без застосування складальних операцій.

ТЕМА 4. ЛОГІКА ВИСЛОВЛЮВАНЬ

Питання для теоретичної підготовки

- Загальна характеристика логіки висловлювань.
- Табличне визначення логічних операторів.
- Класифікація формул у логіці висловлювань.
- Аналітичні таблиці.
- Логіка контактних схем.

Ключові терміни: аналітична таблиця, відношення логічного слідування, група контактів, диз'юнкція, добуток контактів, еквіваленція, ексклюзія, замкнений контакт, заперечення, імплікація, кон'юнкція, контраваленція, логічний закон, логічний оператор, реплікація, розімкнений контакт, складне висловлювання, сума контактів, таблиця істинності.

ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ПОЛОЖЕННЯ ТЕМИ ТА ПРИКЛАДИ ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

4.1. Загальна характеристика логіки висловлювань

Def. Логіка висловлювань – розділ класичної логіки, у рамках якого розглядають складні висловлювання без врахування структури простих висловлювань.

Предметом вивчення логіки висловлювань є залежність значень істинності складних висловлювань від значень істинності простих висловлювань, що входять до їх складу. Характерними рисами цієї логічної теорії є такі:

- логіка висловлювань є двозначною, тобто будь-яке складне висловлювання набуває одного з двох значень істинності – «істинно» чи «хибно»;
- у логіці висловлювань повністю абстрагуються від смислового значення висловлювань, до уваги береться лише їх структура.

У логіці висловлювань використовується формалізована мова, алфавіт якої включає наступні типи букв:

- для позначення простих висловлювань використовуються знаки пропозиційних змінних p, q, r, s тощо. Такі знаки називають елементарними формулами або атомами¹. Різні за змістом прості висловлювання позначаються різними символами;

- складні висловлювання утворюються за допомогою логічних операторів, що поділяються на декілька груп:

- заперечення (\neg);

- єднальний оператор кон'юнкція (\wedge);

- розподільні оператори – диз'юнкція (\vee), ексклюзія (\oplus), контраваленція або строга диз'юнкція (∇);

- умовні оператори – імплікація (\rightarrow), реплікація (\leftarrow), еквіваленція (\leftrightarrow).

Складні висловлювання, записані мовою логіки висловлювань, є складними формулами (рис. 4.1);

- дужки (,).



Рис. 4.1. Типи складних висловлювань.

¹ Клини С. К. Математическая логика / С. К. Клини. – М.: Мир, 1973. – С. 13.

Вкажемо природний порядок виконання логічних операторів: заперечення, кон'юнкція, диз'юнкція, ексклюзія, контраваленція, імплікація, реплікація, еквіваленція. Дужки використовуються в логіці висловлювань для зміни вказаного порядку.

Def. Слово в алфавіті логіки висловлювань – це будь-яка скінченна послідовність букв алфавіту.

Def. Формулою логіки висловлювань (ЛВ) є такі типи слів:

- атоми p, q, r, s є елементарними формулами ЛВ;
- якщо A – формула ЛВ, то \bar{A} – формула ЛВ;
- якщо A і B – формули ЛВ, то $(A \wedge B), (A \vee B), (A / B), (A \underline{\vee} B), (A \rightarrow B), (A \leftarrow B), (A \leftrightarrow B)$ – формули ЛВ;
- інших формул ЛВ, окрім перерахованих, не існує.

4.2. Табличне визначення логічних операторів

Логічні оператори визначаються за допомогою базових таблиць істинності.

Def. Таблиця істинності формули – це таблиця, що включає перелік значень істинності формули для будь-якого набору значень пропозиційних змінних, що входять до її складу.

Кількість рядків m будь-якої таблиці істинності розраховується за формулою

$$m = 2^n, \quad (4.1)$$

де n – кількість пропозиційних змінних, що входять до складу певної формули.

Якщо до складу висловлювання входить одна пропозиційна змінна ($n=1$), то його таблиця істинності містить $m=2^1=2$ рядки. Якщо $n=2$, то таблиця істинності складається з $m=2^2=4$ рядків. Якщо $n=3$, то $m=2^3=8$ тощо.

У будь-якій таблиці істинності виокремлюють n базових стовпців, що відповідають простим формулам p_1, p_2, \dots, p_n . Заповнення базових стовпців здійснюється згідно алгоритму:

- обчислюємо кількість рядків таблиці істинності m за формулою 4.1;
- у першому стовпці таблиці перші $\frac{m}{2}$ значень – i , інші $\frac{m}{2}$ значень – x ;
- у другому стовпці таблиці чергуємо $\frac{m}{4}$ значень – i , $\frac{m}{4}$ значень – x , $\frac{m}{4}$ значень – i , $\frac{m}{4}$ значень – x ;
- у кожному наступному базовому стовпці зменшуємо кількість повторень значень i та x вдвічі;
- у n -му базовому стовпці чергуємо значення істинності i, x, i, x, \dots, i, x .

Заперечення

Def. Заперечення – це логічний оператор, що змінює значення істинності висловлювання на протилежне.

Позначається логічний оператор «заперечення» символом « $\bar{}$ », що кореспондується лише до одного висловлювання, тому заперечення відносять до унарних операторів. У природній мові йому найчастіше відповідають: вираз «невірно, що...», частка «не» тощо.

Таблиця істинності логічного оператора «заперечення» узгоджується з вимогами закону виключеного третього. Якщо висловлювання A є істинним, то його заперечення \bar{A} – хибне і навпаки, якщо висловлювання B хибне, то його заперечення \bar{B} є істинним. Логічні значення заперечення наведено в таблиці 4.1.

Таблиця 4.1

Таблиця істинності заперечення

A	\bar{A}
i	x
x	i

Ex. Якщо стверджується істинність висловлювання p – «Громадський контроль за дотриманням законодавства про охорону праці здійснюють профспілки, їх об'єднання в особі своїх виборних органів і представників» (ст. 41 Закону України «Про охорону праці»), то одночасно доводиться хибність його заперечення \bar{p} – «Невірно, що громадський контроль за дотриманням законодавства про охорону праці здійснюють профспілки, їх об'єднання в особі своїх виборних органів і представників».

Якщо стверджується хибність висловлювання \bar{p} – «Відповідальність за порушення вимог щодо охорони праці не передбачається ні дисциплінарна, ні адміністративна, ні матеріальна, ні кримінальна», то одночасно доводиться істинність його заперечення $\overline{\bar{p}}$ – «Невірно, що відповідальність за порушення вимог щодо охорони праці не передбачається ні дисциплінарна, ні адміністративна, ні матеріальна, ні кримінальна» (ст. 44 Закону України «Про охорону праці»). ■

У логіці висловлювань виконується закон усунення подвійного заперечення:

$$\overline{\bar{A}} = A \quad (4.2)$$

Це означає, що подвійне заперечення будь-якого висловлювання $\bar{\bar{A}}$ співпадає з самим висловлюванням A .

Єднальні висловлювання

Def. Єднальним називається висловлювання, в якому наявна вимога одночасного виконання декількох умов.

Def. Кон'юнкція – логічний оператор, що набуває логічного значення «істинно» лише за умови одночасної істинності всіх пропозиційних змінних, що входять до складу висловлювання, та набуває логічного значення «хибно» в усіх інших випадках.

Позначається логічний оператор «кон'юнкція» символом « \wedge », що кореспондується до двох висловлювань $A \wedge B$, тому його відносять до бінарних операторів. У природній мові кон'юнкції найчастіше відповідають граматичні сполучники «і», «та», «також» тощо. Інколи кон'юнкцію називають логічним множенням. Логічні значення кон'юнкції наведено в таблиці 4.2.

Таблиця 4.2

Таблиця істинності логічного оператора «кон'юнкція»

A	B	$A \wedge B$
i	i	i
i	x	x
x	i	x
x	x	x

Для доведення хибності кон'юнкції достатньо довести хибність хоча б одного простого висловлювання, що входить до її складу.

Ex. A – «Власник підприємства повинен розробити та затвердити посадові інструкції працівників електротехнічної служби» (ДНАОП 0.00-1.21-98). Це складне висловлювання – кон'юнкція, що складається з двох простих висловлювань: p – «Власник підприємства повинен розробити посадові інструкції працівників електротехнічної служби» та q – «Власник підприємства повинен затвердити посадові інструкції працівників електротехнічної служби». Його формула має вигляд $A = p \wedge q$. ■

Розподільні висловлювання

Def. Розподільним називається висловлювання, в якому наявна вимога виконання хоча б однієї з декількох умов.

У розподільних висловлюваннях поєднуються два чи більше простих висловлювань за допомогою сполучника «або», що може вживатися в різних значеннях.

Диз'юнкція

Def. Диз'юнкція – логічний оператор, що набуває логічного значення «хибно» лише за умови одночасної хибності всіх пропозиційних змінних, що входять до складу формули, та набуває логічного значення «істинно» в усіх інших випадках.

Позначається логічний оператор «диз'юнкція» символом « \vee », що кореспондується до двох висловлювань $A \vee B$, тому його відносять до бінарних операторів і читається « A або B », « A або/і B ». У природній мові диз'юнкцію можна виокремити за наявністю розподільно-єднального сполучника «або», сутність якого полягає в тому, що допускається одночасна істинність пропозиційних змінних, що входять до складу висловлювання. Диз'юнкція вказує, що з кількох альтернативних можливостей реалізується хоча б одна. Інколи диз'юнкцію називають логічним додаванням. Логічні значення диз'юнкції наведено в таблиці 4.3.

Таблиця 4.3

Таблиця істинності диз'юнкції

<i>A</i>	<i>B</i>	$A \vee B$
<i>i</i>	<i>i</i>	<i>i</i>
<i>i</i>	<i>x</i>	<i>i</i>
<i>x</i>	<i>i</i>	<i>i</i>
<i>x</i>	<i>x</i>	<i>x</i>

Диз'юнкція є істинною завжди, коли є істинним хоч одне з простих висловлювань, що входить до її складу.

Ех. *A* – «У кресленні використовуються суцільні, штрихові або штрихпунктирні лінії». Це складне висловлювання – диз'юнкція, що складається з трьох простих висловлювань: *p* – «У кресленні використовуються суцільні лінії», *q* – «У кресленні використовуються штрихові лінії», *r* – «У кресленні використовуються штрихпунктирні лінії». Ці лінії можуть використовуватись у кресленні як окремо, так і одночасно. Його формула має вигляд $A = p \vee q \vee r$. ■

Ексклюзія

Def. Ексклюзія – логічний оператор, що набуває логічного значення «хибно» лише за умови одночасної істинності всіх пропозиційних змінних, що входять до складу формули, та набуває логічного значення «істинно» в усіх інших випадках.

Ексклюзія поєднує два чи більше простих висловлювання за допомогою **нестрогого виключаючого сполучника «або»**. Ексклюзія не допускає одночасної істинності своїх складників, але допускає їх одночасну хибність.

Ексклюзія позначається знаком «/», кореспондується до двох висловлювань A/B і читається як «*A* несумісне з *B*» або «*A* і *B* виключають одне одного». Логічні значення ексклюзії наведено в таблиці 4.4.

Зв'язок ексклюзії та диз'юнкції виражається формулою

$$p / q = \overline{p \vee q}. \quad (4.3)$$

Таблиця 4.4

Таблиця істинності ексклюзії

<i>A</i>	<i>B</i>	A/B
<i>i</i>	<i>i</i>	<i>x</i>
<i>i</i>	<i>x</i>	<i>i</i>
<i>x</i>	<i>i</i>	<i>i</i>
<i>x</i>	<i>x</i>	<i>i</i>

Ех. «Даний діод є ламповим або напівпровідниковим». Ми стверджуємо, що даний діод ні в якому разі не може бути одночасно ламповим і напівпровідниковим, але, у *крайньому випадку*, може бути лише одним з них. Вираз «у крайньому випадку» означає, що він може не бути ні ламповим, ні напівпровідниковим, наприклад, бути тиристором. ■

Контраваленція

Def. Контраваленція – логічний оператор, що є істинним, якщо його складники набувають різних значень істинності та є хибним, якщо його складники набувають однакових значень істинності.

Контраваленція з'єднує два або більше простих висловлювання за допомогою **строогого виключаючого сполучника «або»**.

Контраваленція позначається знаком « \vee », кореспондується до двох висловлювань $A \vee B$ і читається як «або *A*, або *B*». Контраваленція має місце тоді, коли потрібно показати, що з двох різних можливостей насправді реалізується **лише одна**, причому реалізація однієї з можливостей повністю виключає появу іншої.

Логічні значення контраваленції наведено в таблиці 4.5. Контраваленція є істинною, якщо тільки одне з простих висловлювань, що входять до її складу, є істинним, а всі інші – хибні.

Ех. *A* – «Розвантажувальні отвори обладнують засувками, що регулюють вихід вантажу, або упорами з пружинними амортизаторами для пом'якшення удару вантажу». Це складне висловлювання – контраваленція, що складається з двох простих висловлювань: *p* – «Розвантажувальні отвори обладнують засувками, що регулюють вихід

вантажу», q – «Розвантажувальні отвори обладнують упорами з пружинними амортизаторами для пом'якшення удару вантажу». Конкретний розвантажувальний отвір може бути обладнаний або лише засувками для регулювання виходу вантажу, або лише упорами з пружинним амортизатором, якщо потрібно пом'якшити удар вантажу. Його формула має вигляд $A = p \vee q$. ■

Таблиця 4.5

Таблиця істинності контраваленції

p	q	$p \vee q$
i	i	x
i	x	i
x	i	i
x	x	x

Умовні висловлювання

Def. Умовними називаються висловлювання, що мають пояснюючий характер і відповідають певній логічній умові.

Ex. Якщо установка належить до холодильного типу, то вона має оглядатися та випробовуватися один раз на 3 роки під тиском азоту (НПАОП 0.00-1.07-94). ■

Будь-яке умовне висловлювання складається з *антецедента* (умови) та *консеквента* (наслідка).

Def. Антецедентом p називається частина умовного висловлювання, що розкриває умови існування певного явища.

Def. Консеквентом q називається частина умовного висловлювання, що розкриває обумовлене антецедентом явище.

До умовних висловлювань належать імплікація, реплікація, еквіваленція, кожне з яких відповідає певному типу умови. Виокремлюють три типи логічних умов: *необхідна умова*; *достатня умова*; *необхідна й достатня умова*.

Необхідна умова

Def. Необхідною називається умова, без виконання якої мета не може досягатися, але її виконання цієї умови не завжди гарантує досягнення мети.

Необхідна умова є занадто «слабкою», недостатньою для досягнення мети. Нехай маємо необхідну умову p для появи події q . Якщо умова p не виконується, то подія q ніколи не з'являється. Тобто, **якщо \bar{p} , то завжди \bar{q}** . Якщо умова p виконується, то подія q у деяких випадках з'являється, а в деяких – не з'являється. Тобто, **якщо p , то q або \bar{q}** .

Ex. «Якщо на підприємстві проводиться первинний інструктаж з техніки безпеки (p), то воно працює згідно вимог Закону України «Про охорону праці» (q)». Дійсно, якщо на підприємстві не проводиться первинного інструктажу з техніки безпеки (\bar{p}), то воно не дотримується вимоги Закону України «Про охорону праці» (\bar{q}). Але якщо навіть на підприємстві проводиться первинний інструктаж (p), то воно може як дотримуватися всіх вимог Закону України «Про охорону праці» (q), так і не дотримуватись (\bar{q}). Отже, умова p є необхідною для явища q і не гарантує його появи. ■

Достатня умова

Def. Достатньою називається умова, при виконанні якої мета завжди досягається, але мета може досягатись і без виконання зазначеної умови.

Достатня умова є занадто «сильною», надлишковою для досягнення визначеної мети. Нехай маємо достатню умову p для появи події q . Якщо умова p виконується, то подія q необхідно з'являється. Тобто, **якщо p , то завжди q** . Якщо достатня умова p не виконується, то подія q у деяких випадках з'являється, а в інших – не з'являється. Тобто, **якщо \bar{p} , то q або \bar{q}** .

Ex. «Якщо вивчити основні методи та прийоми креслення деталей і механізмів (p), то можна зрозуміти сутність основних положень нарисної геометрії (q)». Ця умова є достатньою, оскільки виконання умови p гарантує появу q і навіть за невиконання цієї умови, наприклад, вивчення лише основних прийомів креслення, мета q досягається. ■

Необхідна й достатня умова

Def. *Необхідною й достатньою* називається умова p , за виконання якої мета q завжди досягається і досягнення мети q необхідно означає виконання умови p .

Така умова є одночасно необхідною та достатньою.

Ex. «Якщо похідна першого порядку функції $y=f(x)$ в точці x_0 дорівнює нулю та при переході через цю точку похідна змінює знак на протилежний (p), то x_0 є точкою екстремуму цієї функції (q)». Це – необхідна й достатня умова існування екстремуму функції в точці x_0 . ■

Імплікація

Def. *Імплікація* – логічний оператор, що виражає достатню умову.

Імплікація:

- позначається знаком « \rightarrow »;
- кореспондується до двох атомів $p \rightarrow q$, тому є бінарним логічним оператором;
- читається «якщо p , то q » або «завжди, якщо p , то q »;
- є некомутативним оператором, у структурі якого недопустимо міняти місцями антецедент p та консеквент q .

Логічні значення імплікації наведено в таблиці 4.6. Сутність імплікативного зв'язку полягає в таких положеннях:

- якщо має місце p , то має місце також q ;
- невідомо, чи існують насправді p чи q ;
- імплікація є хибною лише в тому випадку, якщо з істинного антецедента p випливає хибний консеквент q . У будь-яких інших випадках імплікація є істинною.

Таблиця 4.6

Таблиця істинності імплікації

p	q	$p \rightarrow q$
i	i	i
i	x	x
x	i	i
x	x	i

Ex. «Якщо студент засвоїв основні уміння, знання і навички з дисципліни «Логіка», то він успішно отримає залік». ■

Якщо A і B – будь-які формули логіки висловлювань, а імплікація $A \rightarrow B$ є завжди істинною, то говорять, що між A і B існує *відношення логічного слідування*.

Реплікація

Def. *Реплікація* – це логічний оператор, що виражає необхідну умову.

Реплікація позначається знаком « \leftarrow », кореспондується до двох висловлювань $p \leftarrow q$, є некомутативною, читається « p , якщо q » або «якщо q , то p ». Логічні значення реплікації наведено в таблиці 4.7.

Зв'язок імплікації та реплікації виражається формулою:

$$(p \leftarrow q) = (q \rightarrow p),$$

тому реплікацію називають *оберненою імплікацією*.

Таблиця 4.7

Таблиця істинності реплікації

p	q	$p \leftarrow q$
i	i	i
i	x	i
x	i	x
x	x	i

Ex. «Якщо число ділиться на 3, то воно ділиться на 27». ■

Еквіваленція

Def. *Еквіваленція* – логічний оператор, що виражає необхідну й достатню умову.

Еквіваленція поєднує два висловлювання за допомогою граматичних виразів «тоді й тільки тоді», «якщо й тільки якщо», позначається знаком « \leftrightarrow », кореспондується до двох висловлювань $p \leftrightarrow q$, тому є бінарним оператором. Логічні значення еквіваленції наведено в таблиці 4.8. Еквіваленція є істинною, якщо антецедент і консеквент набувають однакових значень істинності, і є хибною, якщо їх значення істинності різні.

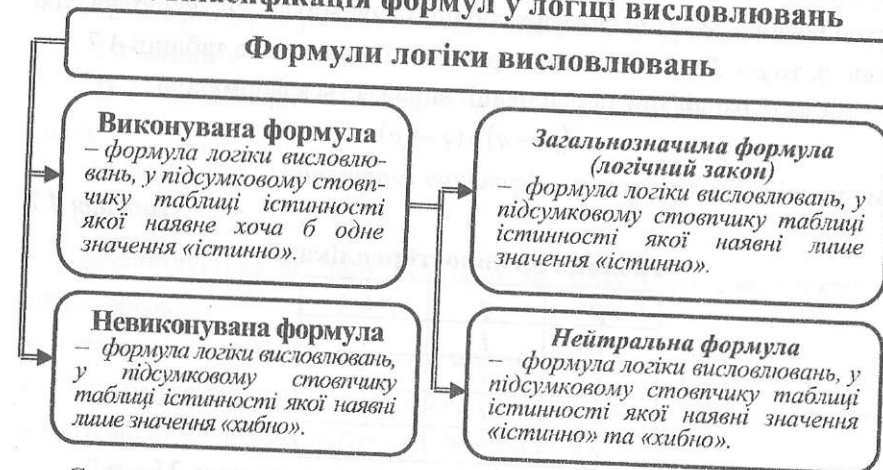
Ex. «Конструкція є надійною тоді і тільки тоді, якщо вона побудована з дотриманням вимог на міцність, жорсткість і стійкість елементів конструкції».

Таблиця 4.8.

Таблиця істинності еквіваленції

p	q	$p \leftrightarrow q$
i	i	i
i	x	x
x	i	x
x	x	i

4.3. Класифікація формул у логіці висловлювань



Серед законів логіки висловлювань вкажемо основні, як-от:

- $A \leftrightarrow A$ – закон тотожності;
- $(A \wedge \bar{A})$ – закон логічної несуперечності;
- $A \vee \bar{A}$ – закон виключеного третього;
- $A \vee B \leftrightarrow B \vee A$ – комутативний закон;
- $A \wedge B \leftrightarrow B \wedge A$ – комутативний закон;
- $(A \vee B) \vee C \leftrightarrow A \vee (B \vee C)$ – асоціативний закон;
- $(A \wedge B) \wedge C \leftrightarrow A \wedge (B \wedge C)$ – асоціативний закон;
- $A \wedge (B \vee C) \leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$ – дистрибутивний закон;
- $A \vee (B \wedge C) \leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$ – дистрибутивний закон;
- $A \vee A \leftrightarrow A$ – закон ідемпотентності;
- $A \wedge A \leftrightarrow A$ – закон ідемпотентності;
- $A \wedge (A \vee B) \leftrightarrow A$ – закон поглинання;
- $A \vee (A \wedge B) \leftrightarrow A$ – закон поглинання;

- $A \wedge i \leftrightarrow A$ – закон виключення тавтології із кон'юнкції;
- $A \vee i \leftrightarrow i$ – закон перетворення диз'юнкції в тавтологію;
- $A \wedge x \leftrightarrow x$ – закон перетворення кон'юнкції в протиріччя;
- $A \vee x \leftrightarrow A$ – закон виключення протиріччя із диз'юнкції;
- $\bar{\bar{A}} \leftrightarrow A$ – закон подвійного заперечення;
- $(A \wedge B) \leftrightarrow \bar{A} \vee \bar{B}$ – перший закон де Моргана;
- $(A \vee B) \leftrightarrow \bar{A} \wedge \bar{B}$ – другий закон де Моргана.

Для інженерної царини важливим є те, що складні електричні схеми та інженерні розрахунки можна досліджувати логічними засобами з метою встановлення їх статусу. Для цього потрібно:

- записати складні висловлювання в символічній формі, тобто:
- замінити прості висловлювання пропозиційними змінними;
- замінити граматичні сполучники логічними операторами;
- побудувати таблицю істинності отриманої формули чи схеми та проаналізувати значення істинності, що складають її підсумковий стовпець.

4.4. Аналітичні таблиці

Для встановлення типу формули логіки висловлювань можна використовувати різні методи, зокрема, вже відомий нам метод таблиць істинності та метод аналітичних таблиць. Застосування методу таблиць істинності є ефективним переважно для формул, до складу яких входить невелика кількість невідомих. Метод аналітичних таблиць дозволяє встановити тип формули, що містить досить значну кількість невідомих. Розглянемо сутність методу аналітичних таблиць, в основу якого покладено схему доведення від супротивного, а саме:

- для доведення загальнозначимості формули A висуваємо припущення про те, що A може набувати логічного значення «хибно», та показуємо, що воно приводить до суперечності;
- для доведення невиконувальності формули A висуваємо припущення про те, що A може набувати логічного значення «істинно», та показуємо, що воно приводить до суперечності.

До будь-якої формули логіки висловлювань кореспондуємо один із двох індексів:

- T – істина;
- F – хиба.

Def. *Індексованою називається формула, перед якою знаходиться індекс T або F .*

Індекс відноситься до усієї формули незалежно від кількості невідомих, що входять до її складу.

Ех. $F\overline{A} \leftrightarrow \overline{B}; Tq \wedge \overline{p}$ ■

Позначимо довільний логічний оператор символом $*$. Для кожного логічного оператора вводяться два аналітичних правила на підставі їх табличного визначення:

- правило T_* указує, для яких наборів значень складників певної формули вона набуває логічного значення «істинно»;
- правило F_* указує, для яких наборів значень складників певної формули вона набуває логічного значення «хибно».

У аналітичних правилах символ « \wedge » відповідає контексту «і», «одночасно». Символ « $|$ » – контексту «або».

Def. *Аналітичною таблицею без розгалужень називається таблиця, що містить лише символи « \wedge ».*

Def. *Аналітичною таблицею з розгалуженнями називається таблиця, що містить хоча б один символ « $|$ ».*

При побудові аналітичної таблиці формула A послідовно розбивається на окремі підформули до тих пір, коли індекси відносяться лише до простих її підформул – пропозиційних змінних. Будь-яке розгалуження утворює окрему підтаблицю аналітичної таблиці, що може бути замкненою чи незамкненою.

Def. *Замкненою називається підтаблиця, до складу якої входить одна й та сама пропозиційна змінна x з індексами Tx і Fx одночасно.*

Аналітичні правила для оператора «заперечення»:

- **Правило « T -заперечення».** З базової таблиці істинності логічного оператора «заперечення» відомо, що заперечення будь-якої формули \overline{A} є істинним, якщо сама формула є хибною, тобто:

$$T_! \frac{T\overline{A}}{FA}$$

- **Правило « F -заперечення».** Заперечення будь-якої формули \overline{A} є хибним, якщо сама формула є істинною, тобто:

$$F_! \frac{F\overline{A}}{TA}$$

Аналітичні правила для оператора «кон'юнкція»:

- **Правило « T -кон'юнкція».** З базової таблиці істинності логічного оператора «кон'юнкція» відомо, що кон'юнкція $A \wedge B$ є істинною за умови одночасної істинності її складників A і B , тобто:

$$T_{\wedge} \frac{TA \wedge B}{TA, TB}$$

- **Правило « F -кон'юнкція».** Кон'юнкція $A \wedge B$ є хибною, якщо хоча б один із її складників A чи B є хибним, тобто:

$$F_{\wedge} \frac{FA \wedge B}{FA|FB}$$

Аналітичні правила для оператора «диз'юнкція»:

- **Правило « T -диз'юнкція».** З базової таблиці істинності логічного оператора «диз'юнкція» відомо, що диз'юнкція $A \vee B$ є істинною, якщо хоча б один із її складників A чи B є істинним, тобто:

$$T_{\vee} \frac{TA \vee B}{TA|TB}$$

- **Правило « F -диз'юнкція».** Диз'юнкція $A \vee B$ є хибною за умови одночасної хибності її складників A і B , тобто:

$$F_{\vee} \frac{FA \vee B}{FA, FB}$$

Аналітичні правила для оператора «ексклюзія»:

- **Правило « T -ексклюзія».** З базової таблиці істинності логічного оператора «ексклюзія» відомо, що A/B є істинною, якщо хоча б один із її складників A чи B є хибним, тобто:

$$T_{/} \frac{T A/B}{FA|FB}$$

- **Правило « F -ексклюзія».** Ексклюзія A/B є хибною за умови одночасної істинності її складників A і B , тобто:

$$F_{\downarrow} \frac{F A/B}{T A, T B}$$

Аналітичні правила для оператора «контраваленція»:

- **Правило «Т-контраваленція».** З базової таблиці істинності логічного оператора «контраваленція» відомо, що $A \downarrow B$ є істинною, якщо її складники A і B набувають різних значень істинності, тобто:

$$T_{\downarrow} \frac{T A \downarrow B}{T A, F B | F A, T B}$$

- **Правило «F-контраваленція».** Контраваленція $A \downarrow B$ є хибною, якщо її складники A і B набувають однакових значень істинності тобто:

$$F_{\downarrow} \frac{F A \downarrow B}{T A, T B | F A, F B}$$

Аналітичні правила для оператора «імплікація»:

- **Правило «Т-імплікація».** З базової таблиці істинності логічного оператора «імплікація» відомо, що $A \rightarrow B$ є істинною, якщо є хибним антецедент A або є істинним консеквент B , тобто:

$$T_{\rightarrow} \frac{T A \rightarrow B}{F A | T B}$$

- **Правило «F-імплікація».** Імплікація $A \rightarrow B$ є хибною за умови одночасної істинності антецедента A і хибності консеквентна B , тобто:

$$F_{\rightarrow} \frac{F A \rightarrow B}{T A, F B}$$

Аналітичні правила для оператора «реплікація»:

- **Правило «Т-реплікація».** З базової таблиці істинності логічного оператора «реплікація» відомо, що $A \leftarrow B$ є істинною, якщо є істинним антецедент A або є хибним консеквент B , тобто:

$$T_{\leftarrow} \frac{T A \leftarrow B}{T A | F B}$$

- **Правило «F-реплікація».** Реплікація $A \leftarrow B$ є хибною за умови одночасної хибності антецедента A та істинності консеквентна B , тобто:

$$F_{\leftarrow} \frac{F A \leftarrow B}{F A, T B}$$

Аналітичні правила для оператора «еквіваленція»:

- **Правило «Т-еквіваленція».** З базової таблиці істинності логічного оператора «еквіваленція» відомо, що $A \leftrightarrow B$ є істинною, якщо її складники A і B набувають однакових значень істинності, тобто:

$$T_{\leftrightarrow} \frac{T A \leftrightarrow B}{T A, T B | F A, F B}$$

- **Правило «F-еквіваленція».** Еквіваленція $A \leftrightarrow B$ є хибною, якщо її складники A і B набувають різних значень істинності тобто:

$$F_{\leftrightarrow} \frac{F A \leftrightarrow B}{T A, F B | F A, T B}$$

Для доведення загальнозначимості (невиконуваності) формули A логіки висловлювань необхідно:

- поставити перед нею індекс $FA(TA)$;

- побудувати аналітичну таблицю індексованої формули $FA(TA)$;

- перевірити замкненість кожної підтаблиці. Якщо усі підтаблиці є замкненими, то формула A є загальнозначимою (невиконуваною). Якщо хоча б одна підтаблиця є незамкненою, то формула A не є загальнозначимою (невиконуваною).

Ех. Перевірити, чи є формула $(q \rightarrow p) \rightarrow ((q \rightarrow \bar{p}) \rightarrow \bar{q})$ загальнозначимою.

Індексуємо задану формулу $F(q \rightarrow p) \rightarrow ((q \rightarrow \bar{p}) \rightarrow \bar{q})$ та будуємо аналітичну таблицю. До головного оператора формули \rightarrow застосовуємо правило F_{\rightarrow} :

(4.4)

До отриманої формули $T(q \rightarrow p)$ застосовуємо правило T_{\rightarrow} : $Fq | Tp$. Індекси знаходяться перед пропозиційними змінними.

До формули $F(q \rightarrow \bar{p}) \rightarrow \bar{q}$ з (4.4) застосовуємо правило F_{\rightarrow} :

$$Tq \rightarrow \bar{p}, F\bar{q}. \quad (4.5)$$

До формули $Tq \rightarrow \bar{p}$ з (4.5) застосовуємо правило T_{\rightarrow} :

$$Fq|T\bar{p}. \quad (4.6)$$

До формули $T\bar{p}$ з (4.6) застосовуємо правило T : Fp . Індекс знаходиться перед пропозиційною змінною.

До формули $F\bar{q}$ з (4.5) застосовуємо правило F : Tq .

Проведені перетворення записують у вигляді аналітичної таблиці:

$$\begin{array}{c} \frac{F(q \rightarrow p) \rightarrow ((q \rightarrow \bar{p}) \rightarrow \bar{q})}{T(q \rightarrow p), F(q \rightarrow \bar{p}) \rightarrow \bar{q}} \quad F_{\rightarrow} \\ T_{\rightarrow} Fq|Tp \quad \frac{Tq \rightarrow \bar{p}, F\bar{q}}{T_{\rightarrow} Fq|T\bar{p} \quad Tq} \quad F_{\rightarrow} \\ T_{\rightarrow} Fq|T\bar{p} \quad Tq \quad F \\ T \quad Fp \end{array}$$

Таблиця має чотири підтаблиці, кожна з яких виписуємо в явному вигляді: 1. $\{Fq, Fq, Tq\}^*$; 2. $\{Tp, Fq, Tq\}^*$; 3. $\{Fq, Fp, Tq\}^*$; 4. $\{Tp, Fp, Tq\}^*$. Усі підтаблиці є замкненими, тому задана формула є загальнозначимою. ■

Ех. Перевірити, чи є формула $\overline{p \rightarrow (p \rightarrow q)}$ невиконуваною.

Індексуємо задану формулу $T\overline{p \rightarrow (p \rightarrow q)}$ та будуємо аналітичну таблицю:

$$\begin{array}{c} \frac{T \overline{p \rightarrow (p \rightarrow q)}}{F \overline{p \rightarrow (p \rightarrow q)}} \quad T- \\ \frac{T \overline{p}, F \overline{p \rightarrow q}}{T- Fp \quad T \overline{p}, Fq} \quad F_{\rightarrow} \\ T- \quad Fp \quad T \overline{p}, Fq \quad F_{\rightarrow} \\ T- \quad Fp \end{array}$$

Кінцева таблиця аналітичної таблиці має вигляд $\{Fp, Fp, Fq\}$ і є незамкненою. Тому задана формула не є невиконуваною. ■

4.5. Логіка контактних схем

Логіка висловлювань має різноманітні технічні застосування, одним із яких є аналіз електричних схем з контактами чи вимикачами. Нехай електричний струм проходить від фіксованого джерела до певного пристрою (наприклад, комп'ютера) через ланцюг, що містить один або декілька контактів – a, b, c тощо. Окремий контакт співставляється з пропозиційною змінною логіки висловлювань. Будь-який контакт може знаходитися лише в одному з двох можливих положень:

- контакт замкнений a , через нього проходить електричний струм. Цьому положенню контакту ставимо у відповідність символ «1», що відповідає значенню «істинно» в логіці висловлювань:



- контакт розімкнений \bar{a} , що перешкоджає проходженню струму через ланцюг. Такому положенню контакту ставимо у відповідність символ «0», що співставляється зі значенням «хибно» в логіці висловлювань:



Основною задачею теорії контактних схем є така: **визначити**, чи є електричний струм у певному ланцюгові, якщо відомі положення усіх контактів, що входять до складу цього ланцюга.

Добуток контактів

Def. Добутком контактів a і b називається схема послідовного з'єднання цих контактів.

Позначаємо добуток контактів $a \cdot b$. Добутку контактів у логіці висловлювань відповідає логічний оператор «кон'юнкція» – $a \wedge b$. Через ланцюг буде проходити струм (ланцюг замкнений і на виході має значення 1) тоді і тільки тоді, коли обидва контакти a і b є замкненими, тобто:



$$a=1; b=1;$$

$$a \cdot b = 1 \cdot 1 = 1.$$

Якщо хоча б один із контактів розімкнено (значення «0»), то ланцюг також розімкнений (струм через нього не проходить, на виході має значення «0»):

	$a=1; \bar{b}=0;$ $a \cdot \bar{b}=1 \cdot 0=0$
	$\bar{a}=0; b=1;$ $\bar{a} \cdot b=0 \cdot 1=0$
	$\bar{a}=0; \bar{b}=0;$ $\bar{a} \cdot \bar{b}=0 \cdot 0=0$

Стан ланцюга $a \cdot b$ відображає наступна таблиця:

a	b	$a \cdot b$	$a \wedge b$
1	1	1	i
1	0	0	x
0	1	0	x
0	0	0	x

Очевидно, що між таблицею значень послідовного з'єднання контактів і таблицею істинності логічного оператора «кон'юнкція» існує відповідність. Тому контактна схема послідовного з'єднання двох контактів описується формулою $A \wedge B$. Схема послідовного з'єднання n контактів описується формулою $A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_n$.

Сума контактів

Def. Сумою контактів a і b називається схема паралельного з'єднання цих контактів.

Позначаємо суму контактів $a+b$. Сумі контактів у логіці висловлювань відповідає логічний оператор «диз'юнкція» – $a \vee b$. Через ланцюг буде проходити струм (ланцюг замкнений і на виході має значення 1) тоді і тільки тоді, коли хоча б один із контактів a і b є замкненим, тобто:

	$a=1; b=1;$ $a+b=1+1=1$
	$a=1; \bar{b}=0;$ $a+\bar{b}=1+0=1$
	$\bar{a}=0; b=1;$ $\bar{a}+b=0+1=1$

Якщо обидва контакти розімкнені (значення «0»), то ланцюг також розімкнений (струм не проходить, на виході має значення «0»):

	$\bar{a}=0; \bar{b}=0;$ $\bar{a}+\bar{b}=0+0=0$
--	--

Стан ланцюга $a+b$ відображає наступна таблиця:

a	b	$a+b$	$a \vee b$
1	1	1	i
1	0	1	i
0	1	1	i
0	0	0	x

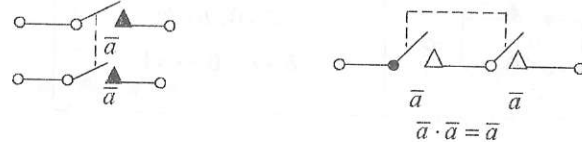
Очевидно, що між таблицею значень паралельного з'єднання контактів і таблицею істинності логічного оператора «диз'юнкція» існує відповідність. Тому контактна схема паралельного з'єднання двох контактів описується формулою $A \vee B$. Схема паралельного з'єднання n контактів описується формулою $A_1 \vee A_2 \vee \dots \vee A_n$.

Група контактів

Def. Групу контактів утворюють контакти, що одночасно змінюють свій стан на протилежний.

Між контактами, що утворюють групу, існує жорсткий зв'язок, що на схемах позначається пунктирною лінією. Це означає, що зміна

стану одного з контактів завжди змінює стан іншого контакту на протилежний. Якщо контакти одночасно замикаються чи розмикаються, то вони позначаються одним і тим самим символом. Тому різні входження тієї самої змінної у формулу логіки висловлювань, що описує дану контактну схему, означають, що в цій схемі контакти, що відповідають цим входженням невідомої, механічно з'єднані, тобто утворюють групу контактів.



Нехай два контакти з'єднані так, що, коли один із них розімкнений, то інший – замкнений.

Def. Протилежним до контакту a називається контакт \bar{a} , що є розімкнутим тоді і тільки тоді, коли a – замкнений і навпаки.

Відношення між станами заданого та протилежного контактів відображає наступна таблиця:

a	\bar{a}	p	\bar{p}
1	0	i	x
0	1	x	i

Очевидно, що між таблицею станів двох протилежних контактів і таблицею істинності логічного оператора «заперечення» існує відповідність. Тому формула, що виражає заперечення \bar{p} , може описувати протилежний контакт.

Розглянута інтерпретація основних логічних операторів (кон'юнкції, диз'юнкції та заперечення) свідчить, що синтез контактних схем здійснюється згідно з правилами логіки висловлювань, тому операції з контактами можуть аналізуватися засобами логіки висловлювань. Контактна схема може складатися лише з одного постійно замкнутого контакту (що дорівнює 1) чи лише з одного постійно розімкнутого контакту (що дорівнює 0). При конструюванні складних схем, що містять лише такі постійні

контакти, уся схема є еквівалентною одному з цих двох постійних контактів, тобто дорівнює 1 або 0 . Таким чином, можна побудувати логіку контактних схем, що є ізоморфною логіці висловлювань.

У логіці висловлювань важливим є, насамперед, значення істинності певної формули – «істина» чи «хиба»; у логіці контактних схем – питання про замкненість або розімкненість певної схеми. При цьому умови роботи заданої контактної схеми, тобто такі стани її контактів (замкнені чи розімкнені), при яких ця схема загалом буде замкненою (рівною 1) чи розімкненою (рівною 0), описуються певними формулами логіки висловлювань.

Аналіз контактних схем полягає у визначенні умов роботи певної схеми, тобто таких наборів положень її контактів, при яких вона проводить або не проводить електричний струм.

Ех. Задано контактну схему (див. рис. 4.2.), що описується аналітичним виразом

$$(\bar{a} + (a \cdot b)) + (\bar{a} \cdot \bar{b}).$$

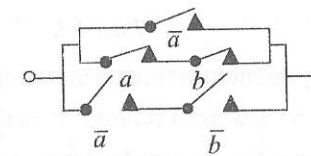


Рис. 4.2.

Цій схемі відповідає формула логіки висловлювань

$$(\bar{p} \vee (p \wedge q)) \vee (\bar{p} \wedge \bar{q}). \quad (4.7)$$

Побудуємо таблицю істинності цієї формули:

p	q	\bar{p}	\bar{q}	$p \wedge q$	$\bar{p} \vee (p \wedge q)$	$(\bar{p} \wedge \bar{q})$	$(\bar{p} \vee (p \wedge q)) \vee (\bar{p} \wedge \bar{q})$
i	i	x	x	i	i	x	i
i	x	x	i	x	x	x	x
x	i	i	x	x	i	x	i
x	x	i	i	x	i	i	i

Формула (4.7) є хибною лише для одного набору значень невідомих:

p – істинне, а q – хибне. Отже, задана схема не проводить струм лише в тому випадку, коли контакт a – замкнений, а b – розімкнений.

Перевіримо отриманий результат. Якщо контакт a – замкнений, то струм проходить через верхню гілку схеми незалежно від стану контакту b . Якщо розімкнуті обидва контакти, то a і b – замкнені, тому струм проходить через середню гілку схеми.

Формула (4.7) еквівалентна формулі $\bar{p} \vee (p \wedge q)$, що відповідає паралельному з'єднанню в заданій схемі. Тому електричні властивості заданої схеми є такими самими, як властивості схеми без нижньої гілки. Формула $\bar{p} \vee (p \wedge q)$ еквівалентна $\bar{p} \vee q$, що описує схему $\bar{a} + b$, зображену на рис. 4.3.

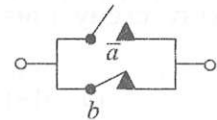


Рис. 4.3.

Таким чином, проведений аналіз заданої схеми дозволив:

- виявити умови, при яких ланцюг є замкненим;
- виявити можливості спрощення заданої схеми, тобто її заміни еквівалентною схемою, що має ті ж самі характеристики та меншу кількість контактів.

Синтез контактних схем, тобто створення такого послідовно-паралельного з'єднання контактів, що відповідає певним умовам проведення струму. Еквівалентна проблема для логіки висловлювань полягає в побудові формули, що містить оператори «кон'юнкція», «диз'юнкція», «заперечення», та має задану таблицю істинності.

Ех. Побудувати контактну схему для висловлювання, що має у підсумковій колонці таблиці істинності значення $iiixixx$. Оскільки кількість логічних значень 8, то шукане висловлювання включає 3 невідомих ($2^3 = 8$). Будуємо таблицю істинності:

№ n/n	p	q	r	Підсумкова колонка	Набір значень невідомих
1	i	i	i	i	$p \wedge q \wedge r$
2	i	i	x	i	$p \wedge q \wedge \bar{r}$
3	i	x	i	i	$p \wedge \bar{q} \wedge r$
4	i	x	x	x	$p \wedge \bar{q} \wedge \bar{r}$
5	x	i	i	i	$\bar{p} \wedge q \wedge r$
6	x	i	x	x	$\bar{p} \wedge q \wedge \bar{r}$
7	x	x	i	x	$\bar{p} \wedge \bar{q} \wedge r$
8	x	x	x	x	$\bar{p} \wedge \bar{q} \wedge \bar{r}$

Формула є істинною для будь-якого набору значень невідомих, що розміщені в рядках із номерами 1, 2, 3 і 5. Тому шукану формулу можна записати як диз'юнкцію кон'юнкцій 1, 2, 3 і 5 рядків таблиці істинності:

$$(p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \bar{r}) \vee (p \wedge \bar{q} \wedge r) \vee (\bar{p} \wedge q \wedge r) \quad (4.8)$$

Контактну схему формули (4.8) зображено на рис. 4.4:

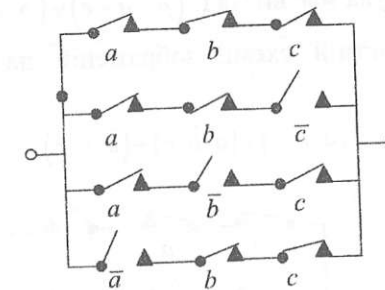


Рис. 4.4.

Її аналітичний вираз є таким:

$$(a \cdot b \cdot c) + (a \cdot b \cdot \bar{c}) + (a \cdot \bar{b} \cdot c) + (\bar{a} \cdot b \cdot c).$$

Отже, побудована схема проводить струм тоді і тільки тоді, коли замкнені щонайменше два контакти з трьох.

Ех. Побудувати схему з трьома незалежними контактами, що проводить струм тоді і тільки тоді, коли замкнено рівно два контакти. Будемо таблицю істинності:

№ п/п	p	q	r	Підсумкова колонка	Набір значень невідомих
1	i	i	i	x	$p \wedge q \wedge r$
2	i	i	x	i	$p \wedge q \wedge \bar{r}$
3	i	x	i	i	$p \wedge \bar{q} \wedge r$
4	i	x	x	x	$p \wedge \bar{q} \wedge \bar{r}$
5	x	i	i	i	$\bar{p} \wedge q \wedge r$
6	x	i	x	x	$\bar{p} \wedge q \wedge \bar{r}$
7	x	x	i	x	$\bar{p} \wedge \bar{q} \wedge r$
8	x	x	x	x	$\bar{p} \wedge \bar{q} \wedge \bar{r}$

Формула, що відповідає цій схемі, набуває значення «істинно» тоді і тільки тоді, коли цього значення набувають дві з трьох невідомих p, q, r (2, 3, 5 рядки таблиці).

Шукана формула має вигляд: $(p \wedge q \wedge \bar{r}) \vee (p \wedge \bar{q} \wedge r) \vee (\bar{p} \wedge q \wedge r)$ і відповідає контактній схемі, зображеній на рис. 4.5, що має аналітичний вираз:

$$(a \cdot b \cdot \bar{c}) + (a \cdot \bar{b} \cdot c) + (\bar{a} \cdot b \cdot c).$$

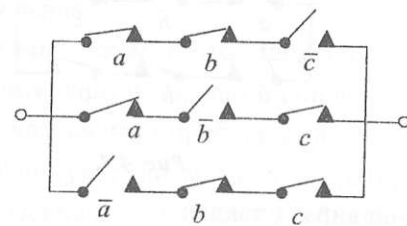


Рис. 4.5.

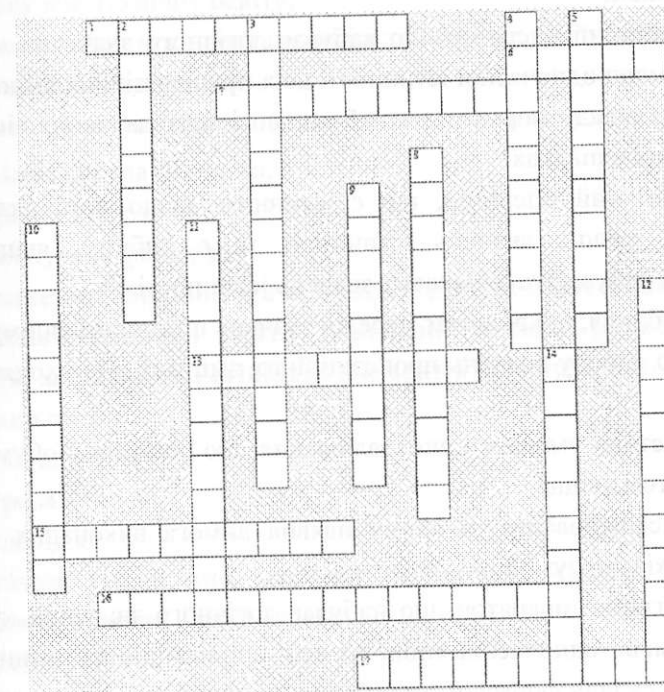
Отже, проблеми аналізу та синтезу електричних схем можуть вирішуватися засобами логіки висловлювань.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 4.1 ЛОГІКА ВИСЛОВЛЮВАНЬ

План практичного заняття

1. Побудова таблиць істинності для складних висловлювань.
2. Метод аналітичних таблиць.
3. Встановлення відношень між формулами логіки висловлювань.

Кросворд



По горизонталі:

1. Логічний оператор, що виражає необхідну умову.
6. Будь-яка скінченна послідовність букв алфавіту.
7. Частина умовного висловлювання, що розкриває умови існування певного явища.
13. Логічний оператор, що набуває логічного значення «істинно» лише за умови одночасної істинності всіх пропозиційних

змінних, що входять до складу висловлювання; та набуває логічного значення «хибно» в усіх інших випадках.

15. Формула логіки висловлювань, у підсумковому стовпчику таблиці істинності якої наявні значення «істинно» та «хибно».

16. Формула логіки висловлювань, у підсумковому стовпчику таблиці істинності якої наявні лише значення «істинно».

17. Логічний оператор, що виражає достатню умову.

По вертикалі:

2. Логічний оператор, що набуває логічного значення «хибно» лише за умови одночасної істинності всіх пропозиційних змінних, що входять до складу формули, та набуває логічного значення «істинно» в усіх інших випадках.

3. Логічний оператор, що є істинним, якщо його складники набувають різних значень істинності та є хибним, якщо його складники набувають однакових значень істинності.

4. Таблиця, що включає перелік значень істинності формули для будь-якого набору значень пропозиційних змінних, що входять до її складу.

5. Частина умовного висловлювання, що розкриває обумовлене антецедентом явище.

8. Висловлювання, в якому наявна вимога виконання хоча б однієї з декількох умов.

9. Логічний оператор, що набуває логічного значення «хибно» лише за умови одночасної хибності всіх пропозиційних змінних, що входять до складу формули, та набуває логічного значення «істинно» в усіх інших випадках.

10. Логічний оператор, що змінює значення істинності висловлювання на протилежне.

11. Формула логіки висловлювань, у підсумковому стовпчику таблиці істинності якої наявні лише значення «хибно».

12. Логічний оператор, що виражає необхідну й достатню умову.

14. Формула логіки висловлювань, у підсумковому стовпчику таблиці істинності якої наявне хоча б одне значення «істинно».

Тестовий контроль знань

1. Вкажіть висловлювання, що має задану логічну форму $A \leftrightarrow (B \wedge C)$:

- а) Людина є інженером-механіком, якщо вона має вищу інженерну та технічну освіту;
- б) Людина є інженером тоді і тільки тоді, коли вона має вищу інженерну або технічну освіту;
- в) Число називається простим тоді і тільки тоді, коли воно ділиться само на себе та на одиницю.

2. Визначте тип формули логіки висловлювань $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$:

- а) загальнозначима формула;
- б) нейтральна формула;
- в) невиконувана формула.

3. Складне висловлювання «Студент для здачі дисципліни «Опір матеріалів» повинен знати інженерні методи розрахунку на міцність, жорсткість і стійкість елементів конструкцій» є:

- а) диз'юнкцією;
- б) кон'юнкцією;
- в) контраваленцією;
- г) реплікацією.

4. Логічна умова, що має логічну форму «Якщо людина є механіком, то вона є інженером»:

- а) необхідна і достатня;
- б) достатня;
- в) необхідна.

5. Побудуйте таблицю істинності для формули $A \rightarrow (B \leftarrow A)$ та визначте її тип:

- а) загальнозначима формула;
- б) нейтральна формула;
- в) невиконувана формула.

6. Складне висловлювання: «Технологічні процеси бувають фізичні, механічні та хімічні» є:

- а) імплікацією;
- б) диз'юнкцією;
- в) кон'юнкцією.

7. Складне висловлювання: «Якщо коефіцієнт поперечної деформації $\mu = 0,5$, то об'єм при деформації не змінюється» є:

- а) імплікацією;
- б) реплікацією;
- в) еквіваленцією.

8. Складне висловлювання «Сільськогосподарське підприємство може бути прибутковим або збитковим» є:

- а) диз'юнкцією;
- б) ексклюзивною;
- в) контраваленцією.

9. Складне висловлювання «Аграрне підприємство може використовувати власні комбайни, або брати їх в оренду чи в лізинг» є:

- а) диз'юнкцією;
- б) ексклюзивною;
- в) контраваленцією.

10. Складне висловлювання: «Обсяг сільськогосподарської продукції зростає тоді і тільки тоді, якщо її виробництво буде більш ефективним» є:

- а) імплікацією;
- б) реплікацією;
- в) еквіваленцією.

Відповіді:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
в	б	б	в	б	в	а	в	а	в

Практичні завдання

Завдання 1. Визначити вид складного висловлювання, вказати його складові частини (прості висловлювання) та формалізувати, тобто визначити формули, що їм відповідають:

- Передачі для змінного передаточного відношення можуть бути ступінчастими та безступінчастими.
- Поведінка матеріалу під навантаженням залежить від його властивостей і виду напруження.
- Теорія, в якій в якості критерію міцності приймається найбільше розтягуюче напруження, називається теорією найбільших нормальних напружень або першою теорією міцності.
- Якщо коефіцієнт поперечної деформації $\mu = 0,5$, то об'єм при деформації не змінюється.
- Інженер може розробити складальне креслення та креслення деталей будь-якого вузла тоді і тільки тоді, коли він володіє знаннями та навичками інженерної графіки.
- Якщо перший закон Ньютона допомагає нам визначити, чи знаходиться тіло під впливом зовнішніх сил, то другий закон описує, що відбувається з фізичним тілом під їх впливом.
- Неперервна функція у будь-якій точці зростає, спадає, чи залишається незмінною.

Завдання 2. Скласти таблиці істинності формул логіки висловлювань:

- $\overline{p \wedge q}$;
- $\overline{p \vee q}$;
- $(p \wedge q) \leftarrow p$;
- $(p \vee q) \leftrightarrow p$;
- $p \rightarrow (p \wedge q)$;
- $((p \leftrightarrow q) \vee (q \leftrightarrow r)) \rightarrow (p \leftrightarrow r)$.

Завдання 3. Визначити за допомогою методу таблиць істинності, чи є такі формули логічними законами:

- $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$;
- $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$;
- $p \rightarrow (q \rightarrow (p \wedge q))$;
- $(p \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow p)$.

Завдання 4. Вважаючи висловлювання p істинним, визначити значення істинності таких висловлювань:

- $p \leftrightarrow (p \wedge q)$;
- $(p \wedge q) \leftarrow p$;
- $\bar{p} \leftrightarrow (\bar{p} \vee q)$;
- $\bar{p} \vee (\bar{p} \leftrightarrow q)$.

Завдання 5. Встановіть тип формули логіки висловлювань за допомогою методу таблиць істинності:

- $(p \leftrightarrow q) \rightarrow (\bar{p} \vee q)$;
- $((p \leftrightarrow q) \rightarrow q) \wedge (\bar{p} \vee q)$;
- $p \rightarrow (q \wedge p)$;
- $(p \rightarrow q) \wedge p$;
- $(p \wedge q) \leftrightarrow (\bar{q} \vee \bar{p})$;
- $(p \leftrightarrow q) \leftarrow (p \rightarrow q)$;
- $((p \rightarrow q) \wedge (r \wedge s)) \leftrightarrow ((p \wedge r) \rightarrow (q \wedge s))$.

Завдання 6. Встановіть за допомогою методу таблиць істинності, чи є еквівалентними такі висловлювання:

- Кожен студент факультету механізації здібний або працьовитий.

Невірно, що кожен студент факультету механізації нездібний або непрацьовитий.

- Прямокутні трикутники поділяються на рівнобедрені та нерівнобедрені.

Невірно, що прямокутні трикутники бувають рівнобедрені та нерівнобедрені.

Завдання 7. Чи можна встановити значення істинності висловлювання q , якщо:

- висловлювання $p \wedge q$ – хибне, p – істинне;
- висловлювання $p \vee q$ – істинне, p – хибне;
- висловлювання $p \leftrightarrow q$ – істинне, p – хибне;
- висловлювання $p \rightarrow q$ – хибне, p – істинне.

Завдання 8. За допомогою методу аналітичних таблиць доведіть загальнозначимість формул:

- $\bar{p} \rightarrow (p \rightarrow q)$;
- $(\bar{p} \rightarrow \bar{q}) \leftrightarrow (q \rightarrow p)$;
- $p \wedge q \rightarrow r \leftrightarrow p \wedge \bar{r} \rightarrow \bar{q}$;
- $p \rightarrow (q \rightarrow p \wedge q)$;
- $(p \vee q \leftrightarrow q) \leftrightarrow (p \rightarrow q)$;
- $(p \wedge q \leftrightarrow q) \leftrightarrow (q \rightarrow p)$;
- $(\bar{p} \rightarrow q \wedge \bar{q}) \rightarrow p$;
- $(p \wedge (p \vee r) \wedge (q \vee r)) \leftrightarrow (p \wedge r \vee p \wedge q)$;
- $((p \leftrightarrow q) \rightarrow p \wedge r) \leftrightarrow (p \wedge r \vee p \wedge \bar{q} \vee q \wedge \bar{p})$;
- $((p \vee q \vee r) \wedge (q \vee p \vee s) \wedge (r \vee s \vee p)) \leftrightarrow (p \vee ((q \vee r \wedge s) \wedge (s \vee r)))$;
- $((p \rightarrow q \vee r) \wedge (s \rightarrow p \vee q) \wedge (r \rightarrow \bar{q}) \wedge (s \leftrightarrow \bar{r}) \wedge (q \rightarrow r)) \leftrightarrow (\bar{q} \wedge r \wedge \bar{s})$.

Завдання 9. За допомогою методу аналітичних таблиць доведіть, що задані формули виражають логічні протиріччя:

- $p \wedge \overline{(p \wedge q)} \wedge q$;
- $\overline{(p \rightarrow (q \rightarrow p \wedge q))}$;
- $(p \leftrightarrow q) \wedge (\bar{q} \leftrightarrow \bar{p}) \vee (q \leftrightarrow p) \wedge \overline{(p \leftrightarrow q)}$;
- $(p \leftrightarrow q) \wedge q \wedge \bar{p}$;
- $p \rightarrow (q \rightarrow r) \wedge p \wedge q \wedge \bar{r}$;
- $\overline{(p \rightarrow (p \rightarrow q \leftrightarrow q))}$.

**ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 4.2
ЛОГІКА КОНТАКТНИХ СХЕМ**

План практичного заняття

1. Аналіз контактних схем.
2. Синтез контактних схем.

Практичні завдання

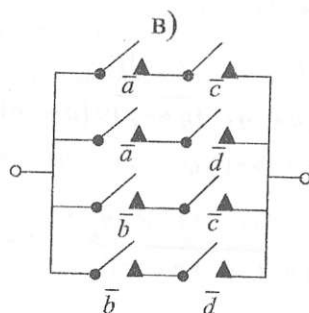
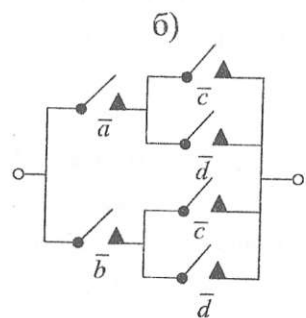
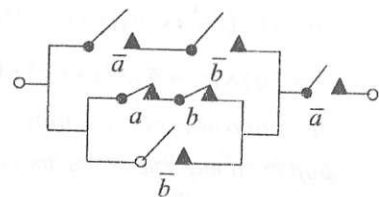
Завдання 1. Яким контактним схемам відповідають: 1) завжди істинні формули; 2) завжди хибні формули? Наведіть приклади.

Завдання 2. Побудуйте контактні схеми, що відповідають формулам:

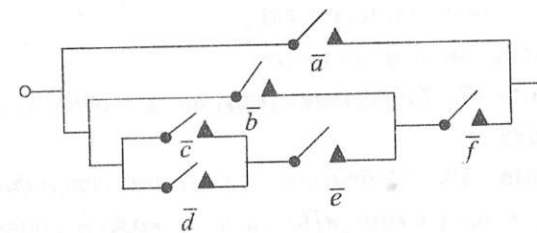
- $(p \wedge \bar{q}) \vee (\bar{p} \wedge q) \vee (\bar{p} \wedge \bar{q})$;
- $p \vee (q \wedge r)$;
- $p \vee (q \wedge r) \wedge (s \vee (t \wedge x))$;
- $(p \vee q \vee r) \wedge (s \vee t)$;
- $((p \vee q) \wedge r) \vee ((p \wedge r) \vee q)$.

Завдання 3. Визначте формули логіки висловлювань, що відповідають наведеним контактним схемам:

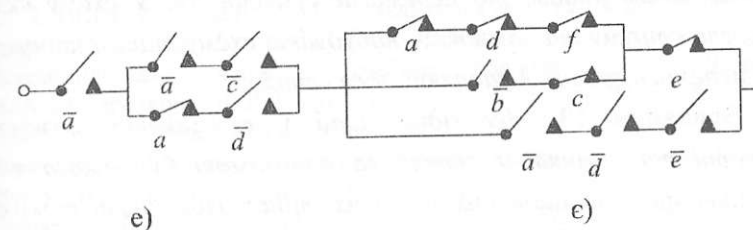
а)



г)

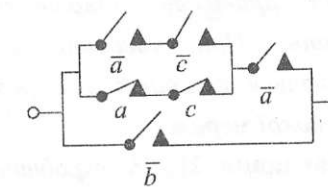
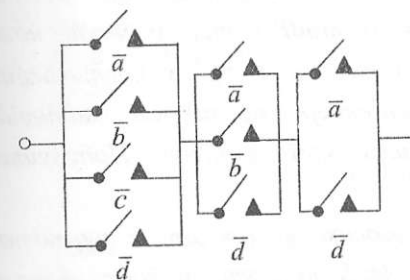


д)



е)

е)



Чи можна зменшити кількість контактів, не змінюючи властивостей схем?

Завдання 13. Побудуйте таблиці істинності формул із завдання 12. Як вони характеризують умови, за яких ланцюг буде замкненим?

Завдання 14. Спростіть схеми із завдання 12.

Завдання 15. Побудуйте схему з двома контактами, що є замкненою тоді і тільки тоді, коли замкнений лише один контакт.

Завдання 16. Побудуйте схему з трьома незалежними контактами, що є замкненою тоді і тільки тоді, коли:

- замкнені не більше, ніж два контакти;

- замкнено лише один контакт;
- розімкнено лише один контакт.

Завдання 17. Побудуйте схему, що відповідає таблиці з набором значень $ixixixx$.

Завдання 18. Побудуйте схему «електрифікованої версії» відомої гри з монетами: «По сигналу кожен гравець замикає чи розмикає контакт, яким він керує. Якщо обидва гравці діють однаково чином, то перемагає гравець А; якщо вони діють протилежним чином, то перемагає гравець В». У схему включіть джерело струму та лампочку; побудуйте схему таким чином, щоб у разі перемоги гравця А запалювалося світло.

Завдання 19. Необхідно, щоб у приміщенні можна було вмикати та вимикати світло за допомогою будь-якого з трьох перемикачів, розташованих на різних стінах. Побудуйте таку схему.

Завдання 20. Комп'ютер-екзаменатор подає сигнал «зараховано» (запалюється лампочка) тоді і тільки тоді, коли студент правильно відповів хоча б на два з трьох поставлених запитань. При уведенні в комп'ютер правильної відповіді замикається контакт у мережі сигнальної лампочки. Побудуйте схему такої мережі.

Завдання 21. На виробництві виготовляються деталі, що потім перевіряються трьома автоматами P, Q, R на наявність браку. Деталь вважається якісною, якщо хоча б два автомати браку не виявили, причому серед них обов'язково повинен бути автомат P. За даними таблиці накресліть відповідну контактну схему та спростіть її таким чином, щоб нова схема працювала за тим самим принципом.

P	Q	R	$f(P, Q, R)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

ЛІТЕРАТУРА

Основна література

1. Івлєв Ю.В. Логика : учебник / Ю. В. Івлєв. – М. : ТК Вєлби, Изд-во Проспект, 2004. – 288 с.
2. Клини С. Математическая логика / С. Клини. – М., 1973. – 480 с.
3. Конверский А. Е. Логика традиционная и современная : учебное пособие / А. Е. Конверский. – М. : Идея-Пресс, 2010. – 380 с.
4. Логіка : підручник для студентів вищих навчальних закладів / В. Д. Титов, С. Д. Цалін, О. П. Невельська-Гордєєва та ін.; за заг. ред. проф. В. Д. Титова. – Х. : Право, 2005. – 208 с.
5. Математическая логика : учебное пособие / Л. А. Латотин, Ю. А. Макаренко, В. В. Николаева, А. А. Столяр; Под общ. ред. А. А. Столяра. – Мн. : Высшая школа, 1991. – 269 с.
6. Моценский В.А. Лекции по математической логике / В.А. Моценский. – Минск : Изд-во Белорус. ун-та, 1973. – 160 с.
7. Никольская И.Л. Математическая логика : учебник / И.Л. Никольская. – М. : Высшая школа, 1981. – 127 с.
8. Шенгерій Л. М. Логіка : навчальний посібник / Л.М. Шенгерій. – Полтава : РВВ ПДАА, 2011. – 208 с.
9. Эдельман С.Л. Математическая логика. – М. : Высшая школа, 1975. – 176 с.

Збірники вправ

1. Івлєв Ю. В. Логика : сборник упражнений : учеб. пособие / Юрий Васильевич Івлєв. – М. : Дело, 2002. – 248 с.
2. Игошин В.И. Задачник-практикум по математической логике / В.И. Игошин. – М. : Просвещение, 1986. – 159 с.
3. Мельников В. Н. Логические задачи / В. Н. Мельников. – Одесса : Высшая школа, 1989. – 344 с.
4. Упражнения по логике : учеб. пособие / Т. А. Башилова, Г. А. Орлов, Н. И. Фокина и др.; Под ред. В. И. Кириллова. – М. : Высшая школа, 1990. – 159 с.

Довідкова література

1. Новая философская энциклопедия : В 4 т. / Ин-т философии РАН, нац. общ.-науч. фонд ; научно-ред совет : предс. В. С. Степин ; заместители предс. : А. А. Гусейнов, Г. Ю. Семигин ; уч. секр. А. П. Огурцов. – М. : Мысль, 2001. – Т. 2. – 2001. – 1085 с.
2. Філософський енциклопедичний словник. – К. : Абрис, 2002. – 872 с.

Додаткова література

1. *Анисов А.М.* Современная логика / А. М. Анисов. – М., 2002. – 273 с.
2. *Аристотель.* Аналитики / Пер. с греч. Б. А. Фохта / Аристотель. – Мн. : Современное слово, 1998. – 448 с.
3. *Аристотель.* Метафизика / Аристотель ; пер. с греч. А. В. Кубицкого // Аристотель. Сочинения : в 4 т. / Аристотель – М. : Мысль, 1976–. – Т. I. – 1976. – С. 63–367.
4. *Арно А.* Логика, или искусство мыслить / А. Арно, П. Николь. – М. : Наука, 1991. 331 с.
5. *Бекон Ф.* Великое восстановление наук / Френсис Бекон // Соч. : в 2-х т. – М. : Мысль, 1977. – Т. I. – 279 с.
6. *Вригт фон Г. Х.* Логика и философия в XX веке / Г. Х. фон Вригт // Вопросы философии. – 1992. – № 8. – С. 80–91.
7. *Грифцова И. Н.* Логика как теоретическая и практическая дисциплина. К вопросу о соотношении формальной и неформальной логики / Ирина Николаевна Грифцова. – М. : Едиториал УРСС, 1998. – 152 с.
8. *Зиновьев А. А.* Комплексная логика / А. А. Зиновьев // Вопросы философии. – 2003. – № 1. – С. 29–37.
9. *Кримський С. Б.* Запити філософських смислів / С. Б. Кримський. – К. : Вид. ПАРАПАН, 2003. – 240 с.
10. *Лейбниц Г.* Монадология / Готфрид Лейбниц // Соч. : в 4-х т. – М. : Мысль, 1982. – Т. 1. – 636 с. – С. 413–429.
11. *Лейбниц Г. В.* Некоторые соображения о развитии наук и искусстве открытия / Пер. с франц. / Готфрид Лейбниц // Соч. : в 4-х т. – М. : Мысль, 1984. – Т. 3. – С. 461–479.
12. *Лейбниц Г.* Новые опыты о человеческом разумении автора системы предустановленной гармонии / пер. с франц. П. С. Юшкевича / Готфрид Лейбниц // Лейбниц Г. Соч. : в 4-х т. – М. : Мысль, 1984. – Т. 2. – С. 47–545.
13. *Лейбниц Г. В.* Переписка с С. Фуше / пер. с франц. / Готфрид Лейбниц // Лейбниц Г. В. Соч. : в 4-х т. – М. : Мысль, 1984. – Т. 3. – С. 267–296.
14. *Леоненко Л. Л.* Об адекватности логического анализа философскому рассуждению / Л. Л. Леоненко, А. Ю. Цофнас // Вопросы философии. – 2004. – № 5. – С. 85–98.
15. Логика и проблема рациональности / [Попович М. В., Омелянич В. И., Ишмуратов А. Т. и др. ; под. ред. М. В. Поповича]. – К. : Наукова думка, 1993. – 191 с.
16. *Пуанкаре А.* О науке / Анри Пуанкаре. – Ред. перев. Понтрягин Л. С.– М. : Наука, 1983. – 558 с.
17. *Шенгерій Л. М.* Логіка та раціональність : [монографія] / Л. М. Шенгерій. – Полтава, 2009. – 223 с.

ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК

- Антепедент 70, 72, 73, 78, 90
- Вивід 7
- неправильний 8
 - правильний 8
- Визначення 40, 41
- аксіоматичне 40, 45
 - атрибутивно-реляційне 40, 41
 - генетичне 40, 42
 - індуктивне 40
 - контекстуальне 40, 44, 45
 - неявне 40, 44
 - операційне 40, 42
 - оstenсивне 40, 44
 - просте контекстуальне 40, 45
 - через найближчий рід і видову ознаку 40, 41
 - через відношення до протилежності 40, 43
 - через простий перелік 40, 43
 - явне 40, 41
- Висловлювання 8, 63
- істинні 8
 - хибні 8
- Висновок виводу 7
- Дефінієндум 40
- Дефінієнс 40
- Дефініція 40
- Добуток понять 36
- Закон 11
- виключеного третього 11, 74
 - достатньої підстави 11
 - логічної несуперечності 11, 74
 - оберненого відношення між обсягом і змістом поняття 22, 32
 - формальної тотожності 11, 74
- Засновок виводу 7
- Зміст поняття 21, 22
- Квантори 14
- загальності 14
 - існування 14
- Класифікація 49
- природна 50
 - штучна 51
- Логіка 6
- висловлювань 62
 - класична 16
 - некласична 16
 - сучасна 16
 - традиційна 15
- Логічна форма 9
- Логічний оператор 64–75
- диз'юнкція 67
 - еквіваленція 64, 75
 - ексклюзія 68
 - заперечення 65
 - імплікація 72
 - контраваленція 69
 - кон'юнкція 66

– реплікація 73	– підпорядковане 26, 27, 28
Логічний парадокс 15	– підпорядковуюче 26, 27, 28
Логічний поділ поняття 48	– подільне 48
Мова 12	– порівнянні 25
– метамова 14	– ствердні 24
– об'єктна 14	– сумісні 25
– природна 12	– співвідносні 24
– штучна 12	– співпідпорядковані 25, 27, 28
Обмеження поняття 38, 39	– тотожні 25, 26
Обсяг поняття 21, 22	– що перетинаються 25, 26
Ознака 21	Предикат висловлювання 9
– несуттєва 21	Софізм 8
– суттєва 21	Сума понять 35, 36
Основа поділу 48	Таблиця істинності формули 64
Паралогізм 8	Узагальнення поняття 39
Поділ понять 48	Умова 70
– дихотомічний 48	– достатня 70, 71
– за видозміною основи 48	– необхідна 71
Поняття 20, 21	– необхідна та достатня 72
– абстрактні 24	Формула 13, 64, 74
– безвідносні 24	– виконувана 74
– загальні 23	– загальнозначима 74
– заперечні 24	– невиконувана 74
– конкретні 24	– нейтральна 74
– контрарні 28	Члени поділу 48
– контрадикторні 28	
– непорівнянні 25	
– несумісні 26	
– нульові 23	
– одиничні 23	

ЗМІСТ

ТЕМА 1. ЛОГІКА ЯК НАУКА	6
1.1. Визначення логічної науки	6
1.2. Основні типи логічних об'єктів	7
1.3. Мова логіки як знакова інформаційна система	12
ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 1 ПРЕДМЕТ І МЕТОД ЛОГІКИ	17
ТЕМА 2. ПОНЯТТЯ ЯК ЛОГІЧНИЙ ОБ'ЄКТ	20
2.1. Загальна характеристика понять	20
2.2. Зміст та обсяг понять	21
2.3. Класифікації понять за обсягом і змістом	23
2.4. Типи відношень між поняттями	25
ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 2 ЛОГІЧНИЙ АНАЛІЗ ПОНЯТЬ	29
ТЕМА 3. ЛОГІЧНІ ОПЕРАЦІЇ НАД ПОНЯТТЯМИ	35
3.1. Алгебра понять	35
3.2. Логічні операції узагальнення та обмеження понять	38
3.3. Логічна операція визначення (дефініції) понять	40
3.4. Логічний поділ понять	48
ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 3 ЛОГІЧНІ ОПЕРАЦІЇ НАД ПОНЯТТЯМИ	54
ТЕМА 4. ЛОГІКА ВИСЛОВЛЮВАНЬ	62
4.1. Загальна характеристика логіки висловлювань	62
4.2. Табличне визначення логічних операторів	64
4.3. Класифікація формул у логіці висловлювань	74
4.4. Аналітичні таблиці	75
4.5. Логіка контактних схем	81
ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 4.1 ЛОГІКА ВИСЛОВЛЮВАНЬ	89
ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 4.2 ЛОГІКА КОНТАКТНИХ СХЕМ	96
ЛІТЕРАТУРА	99
ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК	101