

**Івано-Франківський національний технічний  
університет нафти і газу**

**Н.М.Піндус**

**"Основи метрології та інформаційно-  
вимірювальних технологій"**

**КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**

**2010**

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**

**Івано-Франківський національний технічний**

**університет нафти і газу**

Кафедра “Інформаційно – вимірювальна техніка”

**Н.М.Піндус**

**"Основи метрології та інформаційно-  
вимірювальних технологій"**

**КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**

Для студентів спеціальностей

7.091302 – ВТ

Івано-Франківськ  
2010

## **МВ**

Н.М.Піндус. Основи метрології та інформаційно-вимірювальних технологій. Конспект лекцій. - Івано-Франківськ: Факел, 2010.- 345 с.

Конспект лекцій містить відомості про обробку результатів вимірювань, які вивчаються студентами при проведенні лекційних занять з дисципліни «Вимірювальний експеримент та обробка результату» Розроблений у відповідності з робочою програмою навчальної дисципліни та навчальним планом підготовки фахівців за спеціальністю «Метрологія та вимірювальна техніка» Може бути використаний для студентів денної та заочної форми навчання.

Рецензент: канд. техн. наук, доцент Витвицька Л.А. - кандидат технічних наук, доцент кафедри «Інформаційно-вимірювальна техніка».

Дане видання - власність ІФНТУНГ. Забороняється тиражувати та розповсюджувати без відома авторів.

## ЗМІСТ

<b>ВСТУП.....</b>	<b>5</b>
<b>1. ЛЕКЦІЯ №1</b>	
<b>МЕТРОЛОГІЯ І ЇЇ ЗНАЧЕННЯ В НАУКОВО-ТЕХНІЧНОМУ ПРОГРЕСІ.....</b>	
<b>2. ЛЕКЦІЯ №2</b>	
<b>ДЕРЖАВНА МЕТРОЛОГІЧНА СИСТЕМА ТА МЕТРОЛОГІЧНА СЛУЖБА УКРАЇНИ.....</b>	
<b>3. ЛЕКЦІЯ №3</b>	
<b>ФІЗИЧНІ ВЕЛИЧИНИ І ОДИНИЦІ ЇХ ВИМІРЮВАННЯ.....</b>	
<b>4. ЛЕКЦІЯ №4</b>	
<b>ВИДИ І МЕТОДИ ВИМІРЮВАНЬ.....</b>	
<b>5. ЛЕКЦІЯ №5</b>	
<b>ЗАСОБИ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ.....</b>	
<b>6. ЛЕКЦІЯ №6</b>	
<b>СКЛАДОВІ ПОХИБОК ВИМІРЮВАННЯ.....</b>	
<b>7. ЛЕКЦІЯ №7</b>	
<b>СИСТЕМАТИЧНІ ПОХИБКИ ВИМІРЮВАННЯ.....</b>	
<b>8. ЛЕКЦІЯ №8</b>	
<b>ВИПАДКОВІ ПОХИБКИ ВИМІРЮВАННЯ.....</b>	
<b>9. ЛЕКЦІЯ №9</b>	
<b>ДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТА ПОХИБКИ ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ.....</b>	
<b>10. ЛЕКЦІЯ №10</b>	
<b>МЕТРОЛОГІЧНИЙ АНАЛІЗ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ КОНЦЕПЦІЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ.....</b>	
<b>Контрольні запитання.....</b>	
<b>Перелік використаних джерел.....</b>	

## ВСТУП

Розглянуто основні завдання та об'єкти метрології як науки про вимірювання, методи і засоби забезпечення їх єдності та способи досягнення необхідної точності та її значення у науково-технічному прогресі. Приділено увагу питанням законодавчої метрології як частини метрології, що містить положення, правила, вимоги та норми, які регламентуються і контролюються державою для забезпечення єдності вимірювань.

### Перелік рекомендованих джерел

1. Головка Д.Б., Рего К.Г., Скрипник Ю.О.. Основи метрології та вимірювань - К.: Либідь, 2001.- 408 с.
1. Дорожовець М., Мотало В., Стадник Б., Василюк В., Борик Р., Ковальчик А. Основи метрології та вимірювальної техніки: [навчальний посібник частина I, частина II]/ Б.Стадник. – Львів: Львівська Політехніка, 2005.-1529с.
3. Новицкий П. В. Зограф И. А. Оценка погрешностей результатов измерений. Л.: Энергоатомиздат, 1991.- 302с.
4. Полішко С. П., Трубенко О. Д. Точність засобів вимірювання. К.: ВШ, 1992.- 171с.
5. Поліщук Є.С. Метрологія та вимірювальна техніка. Львів.: Бескид Біт, 2003.-544 с.
6. 6. Кісіль І. С. Метрологія, точність і надійність засобів вимірювань. Навчальний посібник для студентів

вищих навчальних закладів,- Івано-Франківськ: Факел, 2002. – 400 с.

7. Чеховський С.А. Математичне моделювання фізичних процесів. Навчальний посібник.- Івано-Франківськ: Факел,2003. – 174 с.

8. Романів В. М. Аналіз засобів вимірювальної техніки для визначення енергетичних характеристик природного газу / В. М. Романів // Методи та прилади контролю якості. – 2007. - № 18. – с. 68-70.

9. Е. С. Полищук. Электрические измерения электрических и неэлектрических величин. Под ред – Киев: Вища школа. 2008.-359 с.

10. Кісіль І. С. Метрологія, точність і надійність засобів вимірювань. Навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів,- Івано-Франківськ: Факел, 2002. – 400 с.

## ЛЕКЦІЯ №1 МЕТРОЛОГІЯ І ЇЇ ЗНАЧЕННЯ В НАУКОВО- ТЕХНІЧНОМУ ПРОГРЕСІ

Метрологія виникла як наука про різноманітні міри і співвідношення між ними. Слово утворено з двох грецьких слів:  $\mu\epsilon\tau\rho\omega\nu$  "метрон" – міра і  $\lambda\omicron\gamma\omicron\xi$  "логос" – вчення, що в буквальному перекладі – "вчення про міри". Проблема уніфікації методів та засобів вимірювання сягає своїми коренями у сиву давнину\*, що, власне, і визначає потребу в єдності, тобто стандартизації мір, та є підґрунтям формування метрології як науки.

Метрологія має велике значення для прогресу природничих і технічних наук, оскільки підвищення точності вимірювань – один із засобів вдосконалення шляхів пізнання природи людиною, відкриттів і практичного застосування точних знань.

Для забезпечення науково-технічного прогресу метрологія повинна випереджати в своєму розвитку інші області науки і техніки, бо для кожної з них точні вимірювання є одним з основних шляхів їх вдосконалення [17].

Вимірювання, один з важливих шляхів пізнання природи, дає кількісну характеристику оточуючого нас світу, допомагає розкрити діючі у ньому закономірності. Д.І Менделєєв\*\* підкреслював значення вимірювання для науки: "Наука починається з тих пір, коли починають вимірювати... точна наука немислима без міри". Широке коло величин, що підлягають вимірюванню, визначається різноманіттям явищ, з якими доводиться зустрічатись на практиці. Отже, професійна діяльність, зокрема в метрологічній області, пов'язана з вимірюванням великої кількості фізичних величин.

Немає ні однієї області практичної діяльності людини без кількісних оцінок, що отримані в результаті вимірювань. Як тільки людина з'являється на світ, ще не має імені, але нам стає відомо про її ріст, вагу, температуру.

Вимірювання мали велике значення в сучасному суспільстві. Вони служать не тільки основою науково-технічних знань, але мають першорядне значення для обліку матеріальних ресурсів і планування, для внутрішньої і зовнішньої торгівлі, для забезпечення якості продукції, взаємозамінності вузлів і деталей і вдосконалення технології, для забезпечення безпеки праці і інших видів людської діяльності.

Вимірювання виникло ще на зорі розвитку людства, коли людина почала виготовляти та користуватися різними засобами, знаряддями, свідомо виробляти певну продукцію. До нас дійшли такі одиниці вимірювання фізичних величин, як: карат, що в перекладі з південно-східних мов означає «горошина»; лікоть, сажень, верста, які в Київській Русі використовувалися як міри довжини [20].

Стародавнє походження мають одиниці часу: рік, місяць, година, які були визначені ще у Вавилоні на основі астрономічних спостережень. Пізніше одна секунда була визначена як  $1/86400$  частина періоду обертання Землі навколо своєї осі. У Вавилоні в 11 ст. до н.е. час вимірювався у мінах, яка дорівнювала проміжку часу (рівному, приблизно, двом астрономічним годинам), за який із прийнятих у Вавилоні водяних годинників витікала «міна» води, маса якої становила 500 г. З часом водяні годинники були замінені пісочними, а ще пізніше – більш складними маятниковими механізмами, на розробку та вдосконалення яких математик Гюйгенс\*\*\* затратив біля 40 років свого життя.

Визначну роль у появі нових сучасних одиниць вимірювання відіграла метрична система одиниць, що була



введена у Франції, після чого були створені платинові прототипи кілограма і метра, які передані до Архіву Франції.

Історія забезпечення єдиності вимірювань на Прикарпатті сягає в глибоку давнину. У Галицькому князівстві віддавна застосовувались загальнослов'янські міри ваги, об'єму, довжини.

Конституцією Польщі в 1565 р., а пізніше, в 1764 р., в Галичині вони були закріплені в ряд загальнодержавних мір [24].

У 1788 р. австрійським спеціальним декретом для нагляду за мірами була створена спеціальна державна служба – Інспекторат мір і ваг при Галицькому намісництві (у Львові), що складався з 6 чоловік. У 1871 р. в Галичині, як і у всій Європі, були впроваджені метричні міри, а в 1875 р. прийнято закон “про створення органів державного метрологічного нагляду на місцях”. У цьому ж році в Парижі було підписано міжнародну конвенцію про міри і створено Міжнародну Комісію мір і ваг та Генеральну конфедерацію по мірах і вагах, що збиралась 1 раз на 6 років. У 1904 р. була створена Міжнародна Електротехнічна Комісія, основною діяльністю якої було забезпечення єдності електротехнічних вимірювань. Оскільки тодішня Австро-Угорщина бала активним членом цих міжнародних організацій, можна сказати, що на початку ХХ ст. в Галичині була розвинута метрологічна служба і відповідна технічна база. За часів колишнього СРСР у лютому 1940 р. при тодішньому Станіславському облвиконкомі був створений підрозділ працівників державної метрологічної служби Комітету у справах мір і вимірювальних приладів.

Для міжнародної координації з питань стандартизації та метрології в 1946 р. були утворена Міжнародна організація по стандартизації (ISO), а в 1956 р. Міжнародна Організація законодавчої Метрології (МОЗМ), активним членом якої на сьогоднішній день є Україна.

Зі здобуттям незалежності в Україні питаннями стандартизації та метрології займається державний Комітет по стандартизації, метрології та сертифікації (Держстандарт України).

Державний стандарт України ДСТУ 2681-94 "Метрологія. Терміни та визначення" лаконічно визначає метрологію як науку про вимірювання. Деталізуючи це визначення, можна сказати, що метрологія – це наука про вимірювання, методи і засоби забезпечення єдності вимірювань та способи досягнення потрібної точності. Під єдністю вимірювань розуміють такий їх стан, при якому результати вимірювань виражаються в узаконених одиницях, а їх похибки відомі з заданою ймовірністю [29].

Вимірювання забезпечують зв'язок з об'єктом досліджень чи керування в тій чи іншій галузі техніки. На першому етапі розвитку вимірювань діяли, головним чином, тенденції диференціації: кожна галузь вимірювань розвивалась відокремлено. Виникли окремі галузі вимірювальної техніки: техніка вимірювань механічних величин, електричних величин і т.д. Метрологія об'єднує єдиною теорією, єдністю понять, методами і засобами різні галузі вимірювальної техніки. При створенні складних інформаційно-вимірювальних систем, для оптимального розв'язку складних вимірювальних задач необхідне широке узагальнення результатів, отриманих у різних галузях вимірювань. Ці обставини і сприяють посиленню інтеграції в сучасній метрології та вимірювальній техніці.

Метрологія розвивається як єдина наука, що охоплює філософські питання вимірювань і вирішує наступні завдання: створення еталонів та мір, вимірювальних приладів і вимірювальних інформаційних систем, розроблення методів вимірювальних перетворень, методів оцінювання точності результатів вимірювань тощо. Такий розвиток метрології об'єднує набутий досвід метрологів, працівників

приладобудівних вимірювальних служб і відображає тенденції до інтеграції [17].

Предмет, методи та засоби метрології сформульовані наступним чином:

Предметом метрології є отримання кількісної та якісної інформації про властивість фізичних об'єктів та процесів, встановлення та застосування наукових і організаційних основ, правил та норм, потрібних для досягнення єдності та необхідної точності.

Методи метрології – сукупність фізичних та математичних методів, що використовуються для одержання вимірювальної інформації із заданими точністю та достовірністю (методів вимірювальних перетворень, методів вимірювань та опрацювання результатів спостережень, планування вимірювального експерименту).

Засоби метрології – це сукупність засобів вимірювальної техніки та засобів контролю, які вдосконалюються і розвиваються на основі об'єктивних законів.

Для забезпечення високого рівня вимірювань не досить мати теоретичну базу та засоби вимірювальної техніки, необхідне вміння правильного користування ними. Тому метрологія виступає в двох аспектах: науково-технічному та законодавчому. В науково-технічному аспекті змістом метрології є вирішення наукових і технічних задач, які забезпечують створення сучасних еталонів, засобів та методів вимірювань, методів оцінювання точності вимірювань тощо, а в законодавчому – створення регламентованих державою загальних правил, вимог та норм, які забезпечували б високий рівень вимірювальної справи і мали би наукову основу [17].

Процесу вимірювання властива одна фундаментальна особливість, яка полягає в єдності методології оцінки ступеня досягнення поставленої мети. Ця методологія узагальнюється саме теоретичним і практичним аспектом метрології.

За призначенням (або предметом) метрологія має три розділи: теоретична метрологія, законодавча метрологія та практична метрологія (рис.1.1).

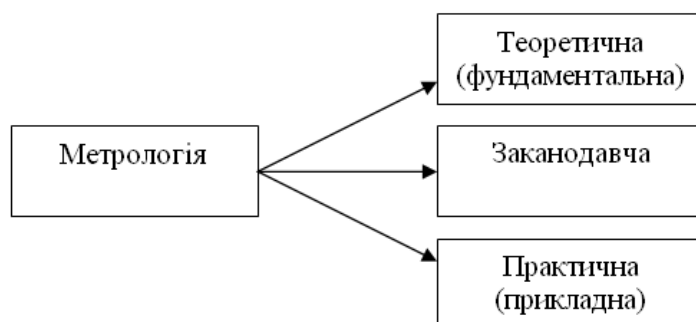


Рисунок 1.1 – Структурна характеристика предмету метрології

Теоретична (або фундаментальна) метрологія – це розділ метрології, предметом якого є розробка фундаментальних основ метрології.

Законодавча метрологія – розділ метрології, предметом якого є встановлення обов’язкових технічних і юридичних вимог щодо застосування одиниць вимірювань (фізичних величин), еталонів, методів вимірювань і засобів вимірювальної техніки, направлених на забезпечення єдності та необхідної точності вимірювань в інтересах суспільства.

Практична (або прикладна) метрологія – розділ метрології, предметом якого є практичне застосування розробок теоретичної метрології і положень законодавчої метрології.

Єдність вимірювань – стан вимірювань, при якому їхні результати виражаються в узаконених одиницях вимірювань, похибки вимірювань відомі та із заданою ймовірністю не виходять за встановлені границі.

Забезпечення єдності вимірювань – головне завдання метрології. Воно є необхідним для зіставлення результатів вимірювань, виконаних у різний час, у різних місцях, різними методами і засобами, різними експериментаторами. Єдність вимірювань забезпечується метрологічними службами в Україні.

Забезпечення єдності вимірювань – діяльність метрологічних служб, що направлена на досягнення і підтримання єдності вимірювань згідно із законодавчими актами, а також правилами і нормами, встановленими державними стандартами та іншими нормативними документами по забезпеченню єдності вимірювань у країні.

Забезпечення єдності вимірювань здійснюється за нормативними документами, до яких належать державні стандарти, міжнародні (регіональні) стандарти, правила, положення, інструкції та рекомендації, що містять норми і вимоги.

Необхідно відзначити взаємний зв'язок метрології та стандартизації. Стандартизація – це діяльність, що полягає у розробленні та встановленні вимог, правил, норм чи то характеристик з метою досягнення оптимальної узгодженості в певній галузі, результатом чого є підвищення ступеня відповідності продукції функціональному призначенню. Стандарти встановлюють відповідні вимоги до матеріалів, виробів, технічної та технологічної документації, методів досліджень тощо.

Взаємозв'язок метрології та стандартизації проявляється в тому, що вимірювання, з одного боку, пронизані різними стандартами (на засоби вимірювальної техніки, методики та ін.), а, з іншого боку, стандарти забезпечуються методами та засобами контролю їх виконання. Тому метрологія і стандартизація в Україні об'єднані в єдину державну службу, якою є Державний комітет України зі стандартизації, метрології та сертифікації (Держстандарт України).

В Україні діють Державні стандарти України (ДСТУ), Міждержавні стандарти (ГОСТ – ДСТУ), а також чинними до моменту прийняття ДСТУ є деякі стандарти (ГОСТ) Радянського Союзу.

Стандартизація і метрологія, особливо останніми роками, у зв'язку з успішним розвитком міжнародного співробітництва набувають міжнародного характеру. Україна є активним членом багатьох міжнародних організацій: Міжнародної організації зі стандартизації, Міжнародної організації законодавчої метрології, Міжнародного комітету мір та ваг, Міжнародної електротехнічної комісії.

Сучасна інформаційно-вимірювальна техніка дає можливість вимірювати найрізноманітніші величини: електричні, магнітні, механічні, теплові, світлові, акустичні та ін. У переважній більшості неелектричні величини вимірюються електричними вимірювальними приладами після попереднього перетворення неелектричної величини в електричну як найзручнішу для передачі, підсилення, порівняння, точного вимірювання.

Як наука про вимірювання, метрологія є розділом технічної фізики і покликана вирішувати науково-теоретичні проблеми вимірювальної техніки. Її основні завдання полягають у розробленні теоретичних основ єдиної системи одиниць, що об'єднують всі вимірювані фізичні величини, у створенні методів їх відтворення на рівні еталонів та передаванні значень цих одиниць з найвищою для сьогодення точністю.

Дослідження в галузі теорії похибок, передавання інформації, надійності засобів вимірювальної техніки, теорії й вимірювальних перетворень – сфера науково-теоретичної метрології.

Основні завдання та зміст науково-теоретичної метрології:

1. Розроблення та удосконалення теоретичних основ метрології, в тому числі загальної теорії вимірювань, теорії похибок, теорії надійності засобів вимірювальної техніки, теорії вимірювальних перетворень та теорії передавання вимірювальної інформації.

2. Розроблення нових принципів та методів вимірювань, у тому числі фізичні дослідження з метою використання найновіших досягнень науки для створення нових методів вимірювань та засобів вимірювальної техніки, підвищення точності вимірювань.

3. Створення та удосконалення наукових основ єдності мір та вимірювань, у тому числі удосконалення еталонів, удосконалення мір фізичних величин та засобів вимірювань, створення наукових основ державних випробувань вимірювальних засобів, розроблення та удосконалення нормативної документації в галузі вимірювальної техніки (стандарти, технічні умови, інструкції та методичні вказівки).

4. Створення та удосконалення наукових основ державної служби стандартних довідкових даних та стандартних зразків, у тому числі розроблення методик експериментального визначення найбільш достовірних значень фізичних констант, розроблення і удосконалення системи збору, апробації, зберігання та розповсюдження стандартних довідкових даних.

5. Створення та удосконалення наукових основ державної служби атестації якості продукції, в тому числі критеріїв оцінки якості продукції.

Всі розроблені засоби вимірювальної техніки, відокремлені від метрологічної бази, перетворилися б у беззмістовний набір механізмів, які не мали би практичної цінності. Тому метрологія не може обмежуватися лише науковими дослідженнями, принципово важливі результати цих досліджень доведені до практичного втілення. Звідси

впливають законодавчі функції в діяльності метрологічних організацій [58].

Законодавча метрологія – це частина метрології, що містить законодавчі акти, правила, вимоги та норми, які регламентуються та контролюються державою для забезпечення єдності та потрібної точності вимірювань. Завдання та зміст законодавчої метрології полягають у створенні та удосконаленні законодавчих основ вимірювальної техніки, зокрема:

- узаконенні (стандартизації) термінів та їх визначень, систем чи сукупності одиниць, системи еталонів, мір фізичних величин та засобів вимірювань;

- узаконенні класів точності засобів вимірювальної техніки та методик оцінювання їх точності;

- узаконенні стандартних довідкових даних, методик повірки та контролю вимірювальних засобів, методик контролю та атестації якості продукції (атестація – офіційне підтвердження визнанням компетентним органом відповідності певних характеристик продукції встановленим кваліфікаційним ознакам).

Практичною стороною метрології, що тісно пов'язана із законодавчими правилами, є повірочна діяльність, що забезпечує передавання правильних значень одиниць від еталонів до робочих мір та вимірювальних приладів. Висока точність відтворення одиниць та методів вимірювань різних фізичних величин, досягнених у метрологічних закладах, набувають величезного практичного значення тільки в тому випадку, коли створені умови, що забезпечують передавання правильних значень цих величин вимірювальним засобам, які використовуються в різних галузях народного господарства. Це досягається періодичною повіркою робочих засобів вимірювальної техніки(ЗВТ).

Закон України “Про метрологію та метрологічну діяльність ”- основа подальшого розвитку національної



метрологічної системи – був прийнятий 11 лютого 1998 р. Верховною Радою України, набув чинності 13 березня 1998 р і замінив Декрет Кабінету Міністрів України "Про забезпечення єдності вимірювань". Практична реалізація Декрету в 1993-1997рр. дозволила майже повністю забезпечити автономність України в такому важливому напрямку життєдіяльності суспільства як метрологічна діяльність. Зростаючі потреби сучасного промислового виробництва, науки і техніки, вивчення досвіду метрологічної діяльності в передових іноземних державах з розвинутою ринковою метрологічною інфраструктурою виявили необхідність прийняття замість Декрету новою Законом, положення якого були б гармонізовані із загальноприйнятими у світовій практиці нормами та правилами з метрології, з документами Міжнародної організації законодавчої метрології (МОЗМ).

З 1 січня 2005 року вступив у дію закон "Про метрологію та метрологічну діяльність" з внесеними змінами і доповненнями. Закон визначає правові основи забезпечення єдності вимірювань в Україні, регулює відносини у сфері метрологічної діяльності та спрямований на захист громадян і національної економіки від наслідків недостовірних результатів вимірювань.

Він має ряд суттєвих відмінностей від Декрету і сприятиме економічній незалежності нашої держави, науково-технічному прогресу в економіці країни, підвищенню рівня метрологічного забезпечення промисловості, науки, оборони, охорони здоров'я, безпеки праці та інших сфер життєдіяльності суспільства.

Закон розроблений Держстандартом за участю 29 спеціалістів із 19 зацікавлених міністерств та відомств України. Англomовний варіант проекту Закону пройшов експертизу у МОЗМ та у Національному інституті еталонів і технологій Міністерства торгівлі США.

Законом значно розширена номенклатура застосування термінів, уточнена та розширена сфера його дії, введені нові статті щодо законодавства України про метрологію та метрологічну діяльність, державну метрологічну систему і нормативні документи з метрології.

Дія закону поширюється на центральні та місцеві органи виконавчої влади, органи місцевого самоврядування, підприємства (їх об'єднання), заклади і організації незалежно від форм власності та виду діяльності, що діють на території України.

Закон регламентує питання розроблення і затвердження нормативних документів (НД) з метрології, які здійснюються відповідно до чинного законодавства. Вимоги НД з метрології, які затверджені Держстандартом, обов'язкові для виконання всіх суб'єктів, а вимоги НД з метрології, які затверджені центральними органами виконавчої влади, обов'язкові для виконання підприємствами і організаціями, що належать до сфери управління цих органів.

З метою захисту економіки та громадян України від наслідків недостовірних результатів вимірювань Законом передбачається, що ЗВТ, на які поширюється державний метрологічний нагляд, дозволяється застосовувати, випускати з виробництва, ремонту та у продаж і видавати на прокат лише за умови, що вони пройшли повірку, державну метрологічну атестацію.

Ввезення на територію України ЗВТ партіями може здійснюватись, якщо типи цих ЗВТ занесені до Державного реєстру ЗВТ, допущених до застосування в Україні, а порядок ввезення встановлюється Кабінетом Міністрів України.

Законом передбачається, що вимірювання у сферах поширення державного метрологічного нагляду можуть здійснюватися вимірювальними лабораторіями лише за умови їх акредитації відповідними органами на право виконання вимірювань.

Вперше Законом регламентовано, що Держстандарт здійснює державне управління забезпеченням єдності вимірювань в Україні, до компетенції якого належить проведення єдиної в країні технічної політики щодо забезпечення єдності вимірювань.

Рішення Держстандарту з питань метрології, прийняті в межах його компетенції, обов'язкові для виконання центральними та місцевими органами виконавчої влади, органами місцевого самоврядування, підприємствами, організаціями, громадянами-суб'єктами підприємницької діяльності та іноземними виробниками.

Законом регламентовано, що Державна метрологічна служба може надавати право проведення державної повірки засобів вимірювальної техніки підприємствам і організаціям всіх форм власності, а не тільки державної, як це передбачалось Декретом, що більш відповідає сучасним умовам розвитку України.

Метрологічний контроль і нагляд, що здійснюють метрологічні служби центральних органів виконавчої влади, підприємств і організацій - це окремий розділ (на відміну від Декрету), яким регламентована діяльність метрологічних служб, міністерств, відомств, підприємств і організацій, їх функції і права із здійснення метрологічного контролю і нагляду.

У Законі на відміну від Декрету відсутнє поняття "відомчої метрологічної служби", яке замінено поняттям "метрологічна служба центральних органів виконавчої влади, підприємств і організацій", а також поняття "відомча повірка" ЗВТ замінено поняттям "калібрування засобів вимірювальної техніки" [17].

Необхідність проведення калібрування в експлуатації ЗВТ, на які не поширюється державний метрологічний нагляд, визначається їх користувачем. Калібрувальні лабораторії, які проводять калібрування ЗВТ для інших підприємств,

організацій і для громадян-суб'єктів підприємництва, повинні бути акредитовані згідно з встановленими вимогами.

З прийняттям Закону постає потреба в розробленні ряду організаційно-методичних документів, у тому числі типового положення про метрологічні служби центральних органів виконавчої влади, підприємств, організацій, типового положення про державні наукові метрологічні центри Держстандарту тощо. Необхідно також розробити та переглянути більше 20-ти основоположних нормативних документів з метрології, в тому числі щодо термінів та визначень з метрології, застосування одиниць фізичних величин, проведення держвипробовувань повірки, метрологічної атестації та калібрування ЗВТ, проведення державного метрологічного нагляду, акредитації на право виконання метрологічних робіт тощо.

Прийняття нового Закону України "Про метрологію та метрологічну діяльність" та реалізація його положень буде сприяти розвитку Державної метрологічної системи України, підвищенню ефективності функціонування Державної метрологічної служби для забезпечення захисту громадян і національної економіки від наслідків недостовірних результатів вимірювань, підвищенню конкурентоспроможності вітчизняної продукції.

## ЛЕКЦІЯ №2

### ДЕРЖАВНА МЕТРОЛОГІЧНА СИСТЕМА ТА МЕТРОЛОГІЧНА СЛУЖБА УКРАЇНИ

Враховуючи важливе значення метрологічної діяльності для національної економіки, Законом України «Про метрологію та метрологічну діяльність» уперше введено поняття Державної метрологічної системи. На неї покладається забезпечення єдності вимірювань у державі і, на основі цього, виконання таких функцій:

- реалізація єдиної технічної політики в галузі метрології;
- захист громадян і національної економіки від наслідків недостовірних результатів вимірювань;
- економія всіх видів матеріальних ресурсів;
- підвищення рівня фундаментальних досліджень і наукових розробок;
- забезпечення якості та конкурентоспроможності вітчизняної продукції;
- створення науково-технічних, нормативних, методичних і організаційних основ забезпечення єдності вимірювань у державі [58].

Координацію діяльності Державної метрологічної системи здійснює Держстандарт України (ДСУ) через Метрологічну службу України (МСУ).

Метрологічна служба – це мережа організацій, окрема організація або окремий підрозділ, на які покладена відповідальність за забезпечення єдності вимірювань у закріпленій сфері діяльності. На рис.1.2 наведено структуру метрологічної служби України.

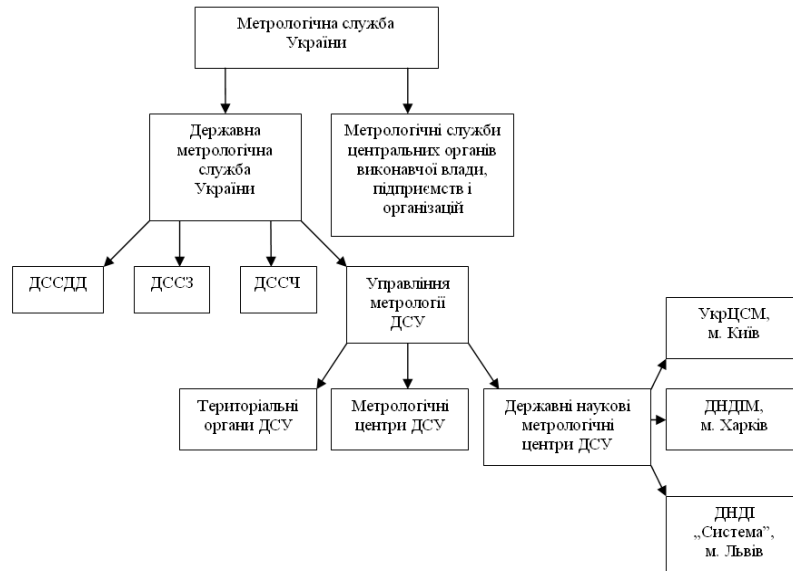


Рисунок 1.2 – Структура метрологічної служби України

Держстандарт України здійснює державне управління, тобто проведення єдиної технічної політики щодо забезпечення єдності вимірювань в Україні, в тому числі:

- організацію проведення фундаментальних та теоретичних досліджень у галузі метрології;
- організацію створення та функціонування еталонної бази України та її удосконалення;
- визначення порядку створення, затвердження, реєстрації, зберігання та застосування еталонів, а також звірення їх з міжнародними еталонами та державними (національними) еталонами інших країн;
- координацію діяльності МСУ;
- визначення загальних метрологічних вимог до ЗВТ, методів та результатів вимірювань;
- затвердження типів ЗВТ;

- визначення загальних вимог щодо порядку проведення калібрування і метрологічної атестації ЗВТ;
- визначення загальних вимог до розробки та атестації методик виконання вимірювань;
- визначення порядку проведення всіх видів державного метрологічного контролю і нагляду.

В Україні працює більше 35 територіальних органів у всіх обласних центрах, м. Севастополі, а також у деяких містах обласного підпорядкування шести областей.

Державна служба єдиного часу й еталонних частот координує міжрегіональне і міжгалузеве виконання робіт, спрямованих на забезпечення єдності вимірювань часу і частоти та визначення параметрів обертання Землі.

Державна служба стандартних зразків складу та властивостей речовин і матеріалів здійснює міжрегіональну і міжгалузеву координацію і забезпечує виконання робіт, пов'язаних із розробкою і впровадженням стандартних зразків складу та властивостей речовин і матеріалів.

Державна служба стандартних довідкових даних про фізичні константи та властивості речовин і матеріалів здійснює міжрегіональну і міжгалузеву координацію та забезпечує виконання робіт, пов'язаних із розробкою і впровадженням стандартних довідкових даних про фізичні константи та властивості речовин і матеріалів.

Метрологічні служби центральних органів виконавчої влади можуть створюватися:

- а) в центральних органах виконавчої влади – для координації робіт, пов'язаних із забезпеченням єдності вимірювань і здійсненням метрологічного контролю і нагляду;
- б) в органах управління об'єднань підприємств – для виконання підприємствами, що входять до їх складу, делегованих функцій щодо забезпечення єдності вимірювань;

в) на підприємствах і в організаціях – для забезпечення єдності вимірювань і здійснення метрологічного контролю та нагляду. Метрологічні служби підприємств і організацій здійснюють науково-технічне і організаційно-методичне керівництво усіма роботами з метрологічного забезпечення розробки, виробництва, випробувань та експлуатації продукції, яку випускає підприємство, а також споживчих якостей різних видів продукції для населення [58].

Метрологічні служби центральних органів виконавчої влади, підприємств і організацій у цілому організують і виконують роботи, пов'язані з забезпеченням єдності вимірювань у сферах своєї діяльності, основними з яких є:

- удосконалення метрологічного забезпечення в межах їх компетенції;
- організація і проведення перевірки, метрологічного атестування, калібрування та ремонту ЗВТ;
- розробка методик виконання вимірювань, методик перевірки та калібрування ЗВТ;
- здійснення метрологічного контролю і нагляду.

## **2.1 Державний метрологічний контроль і нагляд**

Державний метрологічний контроль і нагляд (МКН) здійснюється ДМС України. Його метою є перевірка дотримання вимог Закону України «Про метрологію та метрологічну діяльність», інших нормативно-правових актів України і нормативних документів з метрології.

До об'єктів державного МКН належать:

- засоби вимірювальної техніки;
- методики виконання вимірювань;
- кількість фасованого товару в упаковках тощо.



Державний МКН стосовно вказаних об'єктів поширюється на вимірювання, результати яких використовуються під час:

- робіт із забезпечення охорони здоров'я, захисту життя та здоров'я громадян;
- контролю якості та безпеки продуктів харчування;
- контролю стану навколишнього природного середовища;
- контролю безпеки умов праці;
- геодезичних і гідрометеорологічних робіт;
- торговельно-комерційних операцій і розрахунків між покупцем (споживачем) і продавцем (постачальником, виробником, виконавцем), у тому числі у сферах побутових і комунальних послуг, послуг електро- та поштового зв'язку;
- податкових, банківських і митних операцій;
- обліку енергетичних і матеріальних ресурсів (електричної і теплової енергії, газу, води, нафтопродуктів тощо), за винятком внутрішнього обліку, який ведеться підприємствами, організаціями та громадянами – суб'єктами підприємницької діяльності;
- робіт (експертиз), що виконуються за дорученням органів прокуратури та правосуддя;
- обов'язкової сертифікації продукції;
- реєстрації національних і міжнародних спортивних рекордів.

Державний метрологічний контроль включає в себе:

- державні випробування і затвердження типів ЗВТ;
- державну метрологічну атестацію ЗВТ;
- повірку ЗВТ;
- акредитацію на право проведення державних випробувань, повірки і калібрування ЗВТ, вимірювань та атестації методик виконання вимірювань.

До державного метрологічного нагляду належать:

- державний метрологічний нагляд за забезпеченням єдності вимірювань;

- державний метрологічний нагляд за кількістю фасованого товару в упаковках.

Державний метрологічний нагляд здійснюють службові особи ДСУ та територіальних органів – державні інспектори метрологічного нагляду, які повинні бути атестовані в порядку, встановленому ДСУ. Вони зобов'язані проводити державний метрологічний нагляд за додержанням вимог Закону України «Про метрологію та метрологічну діяльність», інших нормативно-правових актів України і нормативних документів з метрології. Державні інспектори під час виконання своїх обов'язків перебувають під захистом закону [58].

Метрологічний нагляд здійснюється за забезпеченням єдності вимірювань, при цьому перевірці підлягають:

- стан і застосування ЗВТ;

- застосування методик виконання вимірювань;

- правильність виконання вимірювань;

- своєчасність подання ЗВТ на повірку та калібрування;

- додержання умов і правил проведення повірки та калібрування ЗВТ і проведення вимірювань, що виконуються акредитованими повірочними, калібрувальними та вимірювальними лабораторіями;

- додержання вимог нормативних документів з метрології.

До метрологічного контролю належать:

- метрологічна атестація і калібрування ЗВТ;

- акредитація калібрувальних і вимірювальних лабораторій;

- метрологічна експертиза документації та звітів про науково-дослідні роботи, атестація методик виконання вимірювань.

## **2.2 Державні випробування засобів вимірювальної техніки**

Державні випробування засобів вимірювальної техніки – це дослідження, які виконуються державною метрологічною службою або за її дорученням, зразків ЗВТ, що призначені для серійного виробництва чи серійно випускаються, або зразків, що призначені для імпорту партіями, для встановлення їх відповідності вимогам нормативних документів (НД) з метрології [58].

Державні випробування ЗВТ проводять з метою:

- забезпечення єдності вимірювань в Україні;
- постановки на виробництво, серійного виробництва і ввезення на територію України ЗВТ, які відповідають установленим метрологічним нормам і правилам;
- захисту інтересів споживачів ЗВТ.

Основними завданнями державних випробувань ЗВТ є:

- встановлення відповідності розроблених ЗВТ вимогам технічного завдання (ТЗ) на розробку і НД;
- перевірка правильності вибору методів і засобів повірки, а також забезпеченості ЗВТ методами та засобами повірки під час випуску з виробництва і під час експлуатації;
- перевірка відповідності ЗВТ вимогам безпеки і охорони навколишнього середовища;
- перевірка відповідності ЗВТ, які випускаються серійно, вимогам НД та затвердженим типам цих ЗВТ.

Запроваджуються два види державних випробувань – приймальні та контрольні.

Державним приймальним випробуванням підлягають дослідні зразки ЗВТ, призначені для серійного виробництва в Україні, та зразки ЗВТ, які підлягають ввезенню на територію України партіями.

На підставі позитивних результатів державних приймальних випробувань:

- підприємству-виробнику надається дозвіл на випуск установчої серії ЗВТ;

- затверджується тип ЗВТ і визнається затвердження типу для ЗВТ, що підлягають ввезенню на територію України партіями;

- надається дозвіл на серійне виробництво і застосування в Україні ЗВТ.

Типи ЗВТ, затверджені Держстандартом України, підлягають занесенню до Державного реєстру ЗВТ, допущених до застосування в Україні.

На ЗВТ, які випускаються в Україні або ввозяться на її територію партіями і занесені до Державного реєстру, а також на експлуатаційну документацію цих ЗВТ підприємства-виробники повинні наносити знак затвердження типу, який має задані форми і розміри. Якщо через особливості конструкції неможливо або недоцільно наносити такий знак на ЗВТ, то він проставляється на їхню експлуатаційну документацію.

Державні контрольні випробування ЗВТ призначені для підтвердження відповідності встановленим вимогам ЗВТ, що серійно випускаються або імпортуються партіями.

Державні контрольні випробування проводять:

- на зразках ЗВТ з установчої партії;

- у порядку державного метрологічного нагляду за ЗВТ, які серійно випускаються в Україні або ввозяться на її територію партіями (такі випробування проводять один раз на три роки);

- у разі постановки на серійне виробництво ЗВТ затверджених типів, які випускаються або раніше випускалися на інших підприємствах;

- у разі внесення змін у конструкцію (технологію виробництва) ЗВТ затверджених типів, якщо ці зміни впливають на метрологічні характеристики ЗВТ;

- після тривалої перерви (понад три роки) серійного виробництва ЗВТ затверджених типів.

Державним приймальним і контрольним випробуванням не підлягають ЗВТ, які призначені для застосування в побуті і на які не поширюється державний метрологічний нагляд. Порядок установлення приналежності ЗВТ до таких, що призначені для використання в побуті, визначається Держстандартом України.

Державні приймальні і контрольні випробування ЗВТ проводяться метрологічними центрами і територіальними органами ДСУ, акредитованими на право проведення цих випробувань.

Державні приймальні випробування ЗВТ, на які не поширюється державний метрологічний нагляд, можуть проводитися метрологічними службами центральних органів виконавчої влади, підприємств і організацій, акредитованими на право проведення цих випробувань.

Організація, порядок, проведення, оформлення та розгляд матеріалів за результатами державних випробувань визначаються відповідним ДСТУ.

### **2.3 Державна метрологічна атестація, повірка та калібрування засобів вимірювальної техніки**

ЗВТ, які не підлягають державним приймальним випробуванням і на які не поширюється державний метрологічний нагляд, підлягають державній метрологічній атестації [17].

Метрологічна атестація ЗВТ – це дослідження ЗВТ з метою визначення їхніх метрологічних характеристик і встановлення придатності цих засобів до застосування.

Завданнями метрологічної атестації ЗВТ є:

- визначення та встановлення відповідності метрологічних характеристик ЗВТ вимогам технічного завдання (ТЗ) на розробку та іншим НД, що розповсюджуються на відповідні ЗВТ;

- перевірка правильності вибору методів і засобів повірки ЗВТ, наведених в експлуатаційній документації;

- практичне випробування методики повірки;

- встановлення придатності ЗВТ до застосування.

Державну метрологічну атестацію проводять метрологічні центри і територіальні органи ДСУ, акредитовані на право проведення державних випробувань чи повірки ЗВТ. Відповідно розрізняють державну метрологічну атестацію ЗВТ і метрологічну атестацію ЗВТ. Державна МС проводить атестацію:

- ЗВТ, що застосовуються у сфері поширення державного метрологічного нагляду;

- інших ЗВТ, за відсутністю зразкових ЗВТ чи умов для виконання цієї роботи територіальними органами.

У всіх інших випадках метрологічну атестацію проводять територіальні органи.

Виконання робіт з метрологічної атестації здійснюється структурним підрозділом територіального органу (наукової метрологічної організації) Держстандарту або структурним підрозділом відомчої МС, акредитованими на право проведення таких робіт.

Рішення про придатність до експлуатації ЗВТ, призначених до застосування у сфері поширення державного метрологічного нагляду, приймається на підставі результату метрологічної атестації керівником організації (підприємства), що проводила атестацію. В інших випадках рішення приймається керівником підприємства (організації), що розробило чи застосувало ЗВТ за поданням МС, яка проводила метрологічну атестацію.

При позитивних результатах метрологічної атестації оформлюється свідоцтво за встановленою формою, яке зберігається на весь період експлуатації відповідного ЗВТ. При негативних результатах метрологічної атестації оформлюється протокол, в який вносять одержані результати, зауваження та висновки про непридатність ЗВТ до застосування з необхідним обґрунтуванням [29].

Метрологічну атестацію та оформлення її результатів проводять у порядку, встановленому відповідним ДСТУ.

Повірка ЗВТ – це встановлення або підтвердження придатності засобів вимірювальної техніки до застосування.

Повірки підлягають:

- ЗВТ, які перебувають в експлуатації, випускаються з виробництва та надходять у продаж, видаються на прокат і на які поширюється державний метрологічний нагляд;

- робочі еталони, що є власністю метрологічних центрів та територіальних органів ДСУ;

- вихідні еталони, що є власністю підприємств і організацій;

- ЗВТ, що застосовуються під час державних випробувань, державної метрологічної атестації та повірки ЗВТ.

Перелік ЗВТ, що перебувають в експлуатації та підлягають повірці, складається їх користувачем і подається для узгодження до територіального органу ДСУ.

Порядок складання цих переліків визначається ДСУ.

Повірка ЗВТ проводиться територіальними органами ДСУ, акредитованими на право її проведення.

Повірка здійснюється службовими особами територіальних органів ДСУ – державними повірниками, які атестуються в порядку, встановленому ДСУ. Вони зобов'язані проводити повірку з додержанням вимог відповідних нормативних документів з метрології.

Повірка ЗВТ з використанням державних еталонів проводиться метрологічними центрами ДСУ.

Повірку ЗВТ під час експлуатації, випуску з виробництва і ремонту можуть виконувати метрологічні служби підприємств і організацій, акредитовані на право проведення цієї повірки. За порушення умов і правил проведення повірки ЗВТ керівники відповідних підприємств і організацій несуть відповідальність згідно з законодавством.

Порядок оформлення результатів повірки встановлюється ДСУ.

Місцеві органи виконавчої влади повинні сприяти проведенню повірки ЗВТ, на місцях їх експлуатації, у тому числі [24]:

- надавати відповідні приміщення;
- забезпечувати допоміжним персоналом і транспортом;
- повідомляти власників і користувачів ЗВТ про час і місце проведення повірки.

ЗВТ визнають придатними до застосування протягом міжповірочного інтервалу, якщо результати повірки підтверджують їхню відповідність метрологічним і технічним вимогам до даного ЗВТ, установленим у нормативних документах чи технічній документації.

Міжповірочний інтервал – це проміжок часу між повірками, встановлений таким чином, щоб забезпечити придатність ЗВТ до застосування протягом цього періоду. Він встановлюється при затвердженні типу або при метрологічній атестації ЗВТ.

За способом визначення метрологічних характеристик ЗВТ розрізняють комплектну, поелементну і вибіркову повірку.

Комплектна повірка ЗВТ – це повірка, під час якої метрологічні характеристики ЗВТ визначають як для єдиного



цілого без визначення метрологічних характеристик окремих їх частин.

Поелементна повірка ЗВТ – це повірка, під час якої метрологічні характеристики ЗВТ визначають за метрологічними характеристиками їх окремих частин.

Вибіркова повірка ЗВТ – це повірка групи ЗВТ, відібраних у партії установленим чином, за результатами якої визначається придатність усієї партії.

За терміном повірки ЗВТ розрізняють первинну, періодичну, позачергову, інспекційну та експертну повірки.

Первинна повірка ЗВТ – це повірка, що виконується вперше після виготовлення ЗВТ або після ремонту, а також при імпорті партіями за відсутності угод про призначення результатів повірки, проведених в інших країнах.

Періодична повірка ЗВТ – це повірка ЗВТ, які знаходяться в експлуатації (або призначені для продажу та прокату), через установлений інтервал часу (міжповірочний інтервал).

Позачергова повірка ЗВТ – це повірка ЗВТ, що виконується до терміну чергової періодичної повірки (до закінчення міжповірочного інтервалу).

Інспекційна повірка ЗВТ – це повірка ЗВТ, що проводиться з метою перевірки придатності ЗВТ до застосування при здійсненні державного метрологічного нагляду.

Результати метрологічної атестації, повірки і калібрування оформлюються в установленому Держстандартом порядку і дійсні на всій території України.

Експертна повірка ЗВТ – це повірка, що проводиться у випадку виникнення спірних питань щодо метрологічних характеристик і придатності ЗВТ до застосування.

Повірка виконується за повірочними схемами.

Повірочна схема – нормативний документ, що регламентує метрологічну підпорядкованість ЗВТ, які беруть участь у передаванні розміру одиниці вимірювань (фізичної величини) від еталону або вихідного зразкового ЗВТ до інших ЗВТ з установленням методів і похибок передавання.

Позитивні результати повірки ЗВТ засвідчуються відбитком повірочного тавра та (або) свідоцтвом про повірку за встановленою формою. Відбиток повірочного тавра ставиться на ЗВТ та (або) на експлуатаційну документацію. В тому випадку, коли доступ до вимірювального механізму ЗВТ опломбовується, відбиток повірочного тавра ставиться на пломбу.

Повірочне тавро – знак установленної форми, що наносять на ЗВТ, які визнані придатними для застосування за результатами їхньої повірки.

Якщо за результатами повірки ЗВТ визнається непридатним до застосування, орган МС видає довідку про непридатність ЗВТ та гасить попереднє тавро.

У тих випадках, коли відбиток повірочного тавра чи пломби пошкоджено або свідоцтво про повірку втрачено, ЗВТ вважається неповіреним.

Передавання розмірів одиниць вимірювань (одиниць фізичних величин) робочим ЗВТ – важлива і відповідальна функція, направлена на забезпечення єдності вимірювань у країні. Засоби, методи і точність передавання розмірів одиниць вимірювань від еталона до зразкових і робочих ЗВТ установлюється повірочною схемою [20].

При вимірюванні будь-якої фізичної величини (для кожного параметра об'єкта вимірювань) складаємо повірочну схему, доповнену зв'язками між вимірюваною фізичною величиною (параметром об'єкта вимірювань) і відповідним державним еталоном (рис.1.3).

Виділимо метрологічні зв'язки і метрологічні ланки.

Метрологічний зв'язок – умовна лінія метрологічного ланцюга, яка зв'язує вимірювану фізичну величину (параметр) з відповідним ЗВТ.

Метрологічна ланка – сукупність вимірюваної величини і засобу (засобів) вимірювальної техніки, за допомогою якого (яких) вимірюється (контролюється) фізична величина (параметр).

Побудова метрологічної ланки супроводжується оцінкою дотримання умов точності передавання розміру одиниці вимірювань фізичної величини. Для цього використовуються коефіцієнти точності, які являють собою відношення допуску на параметр до найбільшого допустимого значення похибки вимірювання.

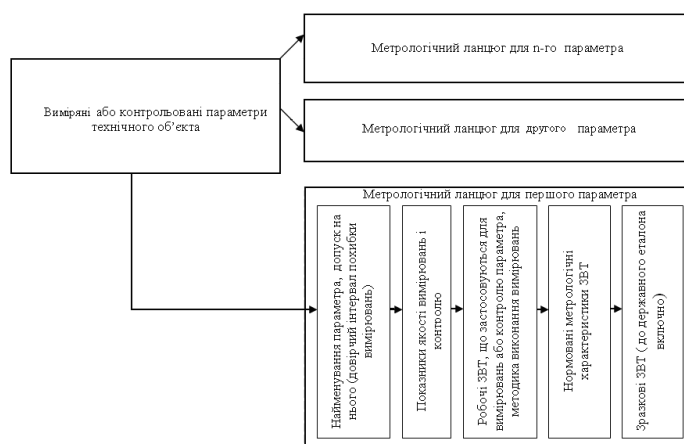


Рисунок 1.3 – Структура повірочної схеми

Повірочна схема регламентує методи, засоби, точність вимірювань і підпорядкування ЗВТ при передаванні розмірів однієї або декількох взаємозв'язаних одиниць вимірювань фізичних величин від еталонів робочим ЗВТ, а саме: від

первинних еталонів – робочим, від робочих еталонів – зразковим ЗВТ, а від них – робочим ЗВТ. Передавання розміру одиниць через кожний ступінь повірочної схеми супроводжується деякою втратою точності, проте багатоступеневість дозволяє зберігати еталони і одночасно передавати розмір одиниці вимірювань усім робочим ЗВТ [58].

Розробка повірочної схеми передбачає науково-технічні обґрунтування оптимальної структури, необхідного числа ступенів передавання, видів вторинних еталонів (якщо вони використовуються), розрядів зразкових ЗВТ і методів передавання розміру одиниці вимірювань фізичної величини та оптимального співвідношення похибок ЗВТ суміжних ступенів повірочної схеми.

Повірочні схеми ЗВТ поділяють на державні, відомчі і локальні. Державна повірочна схема поширюється на всі ЗВТ даної фізичної величини, які використовуються в країні. Відомчі повірочні схеми діють у рамках міністерства (відомства), а локальні повірочні схеми – в даному (конкретному) метрологічному органі (на підприємстві, в організації).

Найвищим щаблем повірочних схем є еталони, правила створення, зберігання і застосування яких установлюються державними стандартами.

Еталони можуть об'єднуватися в групи і створювати груповий еталон, що дозволяє зменшити його випадкову складову похибки за рахунок статистичної обробки їх вихідних величин за аналогією з багаторазовими вимірюваннями.

Зразкові ЗВТ поступаються точністю еталонам і затверджуються державною або відомчою метрологічною службою для перевірки інших зразкових і робочих ЗВТ. Відповідно до повірочних схем, зразкові ЗВТ, залежно від

їхньої похибки (класу точності), поділяють на розряди, кількість яких встановлюється різною для різних видів вимірювань. Присвоєння розряду зразковим ЗВТ проводиться за результатами їх метрологічної атестації органом Держстандарту. Повірочні схеми для електрорадіотехнічних величин мають здебільшого два розряди зразкових ЗВТ. Робочі ЗВТ, які відзначаються високою точністю, можуть атестуватися на певний час як зразкові. Після закінчення цього терміну зразкові ЗВТ, які не пройшли чергової атестації, переводяться в робочі.

Між розрядами зразкових ЗВТ існує метрологічне підпорядкування: найбільш точні належать до 1-го розряду і перевіряються на еталонах, як правило, робочих. Похибки зразкових ЗВТ 2-го і подальших розрядів зростають, а повіряються вони по зразкових ЗВТ попередніх розрядів (зразкові ЗВТ 2-го розряду – по зразкових ЗВТ 1-го розряду і т.д.).

Зразкові ЗВТ у даному метрологічному органі за призначенням поділяють на вихідні і підпорядковані. До вихідних зразкових ЗВТ належать ті з них, які забезпечують передавання розміру одиниці вимірювань з найвищою точністю в цьому підрозділі. Підпорядковані зразкові ЗВТ служать для передавання розміру одиниці вимірювань від вихідних зразкових ЗВТ до робочих ЗВТ або безпосередньо, або через інші зразкові ЗВТ.

Зразкові ЗВТ застосовують в органах державної і відомчої метрологічних служб, яким в установленому порядку надано право повірки певної номенклатури ЗВТ.

Через велику роль зразкових ЗВТ, яка надається їм у системі забезпечення єдності вимірювань у країні, забороняється їх використовувати для технічних вимірювань. Вони підлягають ретельному зберіганню в установлених і суворо дотримуваних умовах; періодичність їх повірки вибирають такою, щоб гарантовано забезпечувались точність і

вірогідність результатів вимірювань. Застосовувати зразкові ЗВТ як робочі дозволяється тільки в надзвичайних випадках і з дозволу органів метрологічної служби.

Оскільки зразкові ЗВТ експлуатуються приблизно в однакових (нормальних) умовах, то для них установлюються єдині міжповірочні інтервали в масштабах усієї країни. Умови експлуатації робочих ЗВТ неоднакові, а тому міжповірочні інтервали для них можуть варіюватися за рішенням органів державної або відомчої метрологічних служб. При цьому дозволяється корегування міжповірочних інтервалів за результатами періодичних повірок.

Повірочні схеми мають багатоступінчатий характер (не менше двох ступенів). Головною вимогою до повірочних схем є співвідношення похибок при переході від одного ступеня до іншого, включаючи похибку передавання розміру одиниці вимірювань між суміжними ступенями. Точність більш високого ступеня повірочної схеми встановлюється, звичайно, в 3...5 разів вищою за точність наступного ступеня. Таке ж співвідношення має бути між тим ЗВТ, що повіряється, і найближчим до нього зразковим ЗВТ.

Калібрування ЗВТ – це визначення в певних умовах або контроль метрологічних характеристик ЗВТ, на які не поширюється державний метрологічний нагляд.

Калібруванню підлягають ЗВТ під час випуску з виробництва, які повинні пройти державні приймальні випробування і на які не поширюється державний метрологічний нагляд.

Необхідність проведення калібрування при експлуатації ЗВТ, на які не поширюється державний метрологічний нагляд, визначається їх користувачем.

Калібрувальні лабораторії, які проводять калібрування ЗВТ для інших підприємств і для громадян – суб'єктів підприємницької діяльності, повинні бути акредитовані [20].

Калібрування та оформлення їх результатів проводяться в порядку, встановленому ДСУ.

#### **2.4 Акредитація на право здійснення різних видів метрологічної діяльності**

Для проведення державних випробувань, перевірки і калібрування ЗВТ, вимірювань, атестації методик виконання вимірювань необхідно пройти акредитацію Держстандарту України або його територіальних органів, що мають на це право[58].

Держстандарт України здійснює акредитацію:

- метрологічних центрів Держстандарту – на право проведення державних приймальних випробувань ЗВТ;

- територіальних органів Держстандарту – на право проведення державних приймальних і контрольних випробувань та перевірки ЗВТ;

- метрологічних служб центральних органів виконавчої влади, підприємств і організацій – на право проведення державних приймальних випробувань та перевірки ЗВТ;

- калібрувальних лабораторій метрологічних служб або інших організаційних структур підприємств і організацій – на право проведення калібрування ЗВТ для інших підприємств, організацій і громадян – суб'єктів підприємницької діяльності;

- повірочних (калібрувальних) лабораторій іноземних виробників – на право проведення перевірки (калібрування) ЗВТ, що поставляються в Україну.

Територіальними органами Держстандарту України здійснюється акредитація вимірювальних лабораторій підприємств і організацій:

- що не належать до сфери управління центральних органів виконавчої влади;

- що належать до сфери управління центральних органів виконавчої влади (якщо це передбачено законодавством), на право проведення вимірювань у сфері поширення державного метрологічного нагляду.

Вимірювальна лабораторія – це організація чи окремих підрозділ організації або підприємства, який здійснює вимірювання фізичних величин, визначення хімічного складу, фізико-хімічних, фізико-механічних та інших властивостей і показників речовин, матеріалів і продукції.

Акредитація лабораторій здійснюється відповідно до вимог, що встановлюються центральними органами виконавчої влади та об'єднаннями підприємств за узгодженням з Держстандартом України.

Метрологічні центри Держстандарту та уповноваженим територіальні органи здійснюють акредитацію метрологічних служб центральних органів виконавчої влади, підприємств і організацій на право проведення атестації методик виконання вимірювань, на які поширюється державний метрологічний нагляд.

Метрологічні служби центральних органів виконавчої влади, підприємств і організацій здійснюють акредитацію калібрувальних і вимірювальних лабораторій підприємств і організацій, що належать до сфери їх управління.

Ці служби здійснюють акредитацію:

- калібрувальних лабораторій підприємств і організацій – на право проведення перевірки і калібрування ЗВТ для власних потреб цих підприємств і організацій;

- вимірювальних лабораторій підприємств і організацій – на право проведення вимірювань (за винятком лабораторій, на які поширюється державний метрологічний нагляд). У цьому випадку акредитація вимірювальних лабораторій здійснюється за обов'язковою участю територіальних органів Держстандарту.



За позитивними результатами акредитації видається атестат акредитації. Суперечки, пов'язані з відмовою у видачі атестата акредитації, розглядаються в судовому порядку.

### **2.5 Законодавчі вимоги до застосування засобів виміральної техніки, вимірювань і результатів вимірювань**

Застосування, ввезення, виробництво, ремонт, продаж і прокат ЗВТ повинні відповідати таким вимогам Закону України «Про метрологію і метрологічну діяльність»:

1. ЗВТ можуть використовуватися, якщо вони відповідають вимогам точності, встановленим для цих засобів у певних умовах їх експлуатації. Порядок установлення приналежності технічних засобів до ЗВТ визначається Держстандартом України [58].

2. ЗВТ, на які поширюється державний метрологічний нагляд, дозволяється застосовувати, випускати з виробництва, ремонту та у продаж і видавати напрокат лише за умови, якщо ці ЗВТ пройшли перевірку або державну метрологічну атестацію.

3. ЗВТ, на які не поширюється державний метрологічний нагляд, дозволяється випускати з виробництва лише за умови, якщо ці ЗВТ пройшли калібрування або метрологічну атестацію.

4. Увезення на територію України ЗВТ партіями може здійснюватися, якщо типи цих засобів занесені до Державного реєстру ЗВТ, допущених до застосування в Україні. Порядок увезення ЗВТ на територію України встановлюється Кабінетом Міністрів України.

5. Підприємства, організації та громадяни – суб'єкти підприємницької діяльності, які займаються застосуванням, увезенням, виробництвом, ремонтом, продажем і прокатом

ЗВТ, повинні письмово повідомити про свою діяльність відповідні територіальні органи Держстандарту України.

Вимірювання, що здійснюються у сфері поширення державного метрологічного нагляду, можуть виконуватися, по-перше, вимірювальними лабораторіями за умови їх акредитації на право виконання вимірювань і, по-друге, згідно з атестованими методиками вимірювань.

Результати вимірювань можуть бути використані за умови, якщо відомі відповідні характеристики похибок вимірювань.

## **2.6 Мета, завдання і зміст метрологічного забезпечення технічних об'єктів**

Основною метою метрологічного забезпечення технічних об'єктів (ТО) є:

- досягнення високої якості і потрібної ефективності застосування ТО;

- підтримання технічних та експлуатаційних властивостей ТО, забезпечення високої ефективності робіт з технічного обслуговування та ремонту ТО;

- постійне підвищення ефективності науково-дослідних, дослідно-конструкторських робіт, виробництва та випробування ТО.

Метрологічне забезпечення ТО (пристроїв, приладів, агрегатів, систем, комплексів) на етапах їх життєвого циклу (розробка, виробництво, випробування, експлуатація та ремонт) вирішує низку загальних специфічних завдань.

Загальним завданням метрологічного забезпечення ТО є розробка і розвиток наукових, технічних, нормативних та організаційних основ. Серед найважливіших конкретних завдань метрологічного забезпечення ТО слід виділити:

- цільове програмне планування метрологічного забезпечення ТО, пов'язане з розвитком науки і техніки, національної економіки;
- створення, збереження та вдосконалення еталонів і вихідних ЗВТ, стандартних зразків речовин і матеріалів;
- розробка та впровадження ефективних методів і засобів передавання розмірів одиниць вимірювань фізичних величин робочим ЗВТ, які застосовують під час контролю параметрів ТО;
- розробка, виробництво та забезпечення підприємств, організацій і установ робочими ЗВТ, які необхідні для розробки, виробництва, випробувань, експлуатації та ремонту ТО;
- обґрунтування вимог до метрологічного забезпечення ТО, що розроблюються або модернізуються, та контроль за їх виконанням;
- установлення вимог до ЗВТ, які застосовують під час створення й експлуатації ТО та до нормування їхніх метрологічних і експлуатаційних характеристик;
- розробка методик вибору й обґрунтування ЗВТ, які використовуються під час розробки, виробництва, випробувань, експлуатації та ремонту ТО;
- стандартизація, уніфікація та сертифікація ЗВТ;
- установлення оптимальних рядів ЗВТ і стандартних зразків властивостей та складу речовин і матеріалів;
- проведення державних випробувань, метрологічної атестації, повірки і калібрування ЗВТ, а також метрологічної атестації методик виконання вимірювань;
- метрологічне обслуговування ТО;
- здійснення метрологічного контролю і нагляду за станом метрологічного забезпечення ТО;
- проведення метрологічної експертизи і метрологічного супроводження розробки та експлуатації ТО;

- розробка методик аналізу й оцінки рівня стану метрологічного забезпечення ТО та їх проведення;
- розробка і впровадження нормативних документів щодо забезпечення єдності вимірювань, у тому числі й метрологічного забезпечення ТО;
- нагляд за станом ЗВТ, за дотриманням термінів їх перевірки і ремонту;
- нагляд за правильним застосуванням ЗВТ при технічному обслуговуванні ТО в процесі їх експлуатації;
- розробка при необхідності методів і методик перевірки ЗВТ, умонтованих у технічні об'єкти;
- заміна морально застарілих ЗВТ новими типами ЗВТ, які випускаються промисловістю.

Ефективна організація метрологічного забезпечення на всіх етапах створення і експлуатації ТО, особливо тих, що відрізняються конструктивною складністю і важливістю вирішуваних завдань, є найзначнішою умовою досягнення високих показників якості (в тому числі надійності) цих об'єктів. Недооцінка метрологічного забезпечення ТО призводить до зниження якості об'єктів, зростання експлуатаційних витрат, порушення правил їх експлуатації та аварійних ситуацій [58].

З метою підвищення якості метрологічного забезпечення ТО і потрібної точності вимірювань їх параметрів, правильного і раціонального вибору методів вимірювань та контролю ЗВТ проводиться метрологічна експертиза.

Метрологічна експертиза – це поглиблений (експертний) контроль і оцінка правильності прийнятих рішень з метрологічного забезпечення технічних об'єктів при їх проектуванні, виробництві, випробуваннях і експлуатації.

Основним змістом метрологічної експертизи є оцінка єдності та вірогідності вимірювань і контролю параметрів ТО.

Метрологічне забезпечення ТО має законодавчі, наукові, нормативні, технічні та організаційні основи.

Законодавчою основою метрологічного забезпечення ТО є закони України, укази Президента України, декрети та постанови Кабінету Міністрів України, які спрямовані на забезпечення єдності вимірювань у державі.

Науковою основою метрологічного забезпечення ТО є метрологія.

Головні наукові завдання сучасної метрології:

- розвиток загальної теорії метрології та вимірювальної техніки, теорії похибок вимірювань і методів обробки результатів вимірювань;

- подальше підвищення точності відтворення, зберігання і передавання розмірів одиниць вимірювань ФВ;

- розширення номенклатури вимірюваних ФВ, підвищення точності і розширення діапазонів їх вимірювань;

- розробка методів оцінки адекватності фізичних моделей об'єктів вимірювань реальним об'єктам;

- розробка методів оптимізації систем передавання розмірів одиниць вимірювань ФВ;

- підвищення ефективності метрологічного забезпечення вимірювань у країні та розробка методів її оцінки.

Нормативною основою метрологічного забезпечення ТО є державні та галузеві стандарти, доповнення до них, інші нормативні документи державної системи забезпечення єдності вимірювань, системи загальних технічних вимог до різних видів ТО, системи їх розробки, постановки на виробництво і контролю якості.

Таким чином, законодавчі та нормативні основи (їх іноді об'єднують поняттям «правові основи») метрологічного забезпечення ТО складають комплекс взаємозв'язаних і взаємообумовлених загальних правил, вимог і норм, а також інші питання, які потребують регламентації і контролю з боку

держави, направлені на забезпечення єдності вимірювань. Загальні правила і норми метрологічного забезпечення встановлюються державним стандартом України (ДСТУ).

Стандарти – це комплекс нормативно-технічних документів, що встановлюють єдину номенклатуру взаємозв'язаних правил, положень, вимог і норм, які визначають організацію і методику проведення робіт для оцінки та забезпечення єдності вимірювань у країні.

Основні об'єкти стандартизації в галузі метрологічного забезпечення:

- терміни і визначення метрології та вимірювальної техніки;

- одиниці вимірювань фізичних величин; державні еталони і повірочні схеми; методи і засоби передавання розмірів одиниць вимірювань фізичних величин; методи та засоби атестації, повірки і калібрування ЗВТ;

- номенклатура нормованих метрологічних характеристик ЗВТ; норми точності вимірювань; методики виконання вимірювань; способи відображення та форми подання результатів вимірювань і показників точності вимірювань; методи нормування та оцінки показників точності вимірювань і метрологічних характеристик ЗВТ; вимоги до стандартних зразків властивостей, складу речовин і матеріалів;

- організація і порядок проведення державних випробувань, метрологічної атестації, повірки і калібрування ЗВТ, метрологічної експертизи нормативно-технічної, проектної, конструкторської та технологічної документації, експертизи і атестації даних про властивості речовин і матеріалів; порядок затвердження типів ЗВТ;

- вимоги до метрологічного забезпечення ТО та методи оцінки його ефективності.

До ДСТУ, крім основних стандартів, входять також частинні державні стандарти на державні еталони й державні

повірочні схеми, на методики повірки, калібрування й атестації ЗВТ, на норми точності для окремих видів вимірювань і на типові методики виконання вимірювань.

До системи забезпечення єдності вимірювань органічно входить й інша нормативно-технічна документація, зокрема методичні вказівки, інструкції, правила, типові положення Держстандарту та методики метрологічних інститутів.

Відомча нормативно-технічна документація (галузеві стандарти, стандарти підприємств, галузеві керівні документи з метрологічного забезпечення) розробляється за ДСТУ з урахуванням особливостей характеру роботи відомств і окремих підприємств.

Технічну основу метрологічного забезпечення ТО складають:

- системи відтворення, зберігання і передавання розмірів одиниць вимірювань фізичних величин, у тому числі еталони і зразкові ЗВТ;

- робочі ЗВТ, які використовують під час розробки, виробництва, випробування, експлуатації та ремонту ТО;

- система державних випробувань ЗВТ;

- система метрологічної атестації, калібрування і повірки ЗВТ;

- система стандартних довідкових даних про фізичні константи і властивості речовин і матеріалів;

- система стандартних зразків.

Організаційною основою метрологічного забезпечення ТО є державна та територіальні метрологічні служби, в тому числі підприємств, організацій і установ, які займаються розробкою, виробництвом і ремонтом ТО.

## **2.7 Розробка і метрологічна атестація методик виконання вимірювань**

Важливою умовою забезпечення єдності вимірювань є не тільки однотипність ЗВТ, але й використання стандартних методик виконання вимірювань (МВВ), що пройшли метрологічну атестацію. Мета стандартизації і атестації МВВ полягає в регламентуванні вимог до методик, засобів і алгоритмів виконання вимірювань, застосування яких у певних умовах забезпечить задані значення показників точності цих вимірювань.

Метрологічна атестація МВВ – це дослідження, направлене на визначення значень показників точності вимірювань, які виконуються згідно з даною методикою.

Атестацію МВВ і оформлення атестатів проводять організації Держстандарту і територіальних метрологічних служб. Атестація виконується за програмою, затвердженою керівником організації, що її проводить.

МВВ необхідно відмежовувати від методів виконання вимірювань, які є основою для розробки МВВ.

МВВ поділяють на робочі й типові. Робочі МВВ установлюють певну послідовність дій, що повинен виконати оператор при підготовці і проведенні вимірювань. Типові МВВ містять у собі набір початкових вимог, якими необхідно керуватися при розробці робочої МВВ. У типовій МВВ можуть бути вимоги до точності вимірювань, застосування певних типів ЗВТ і певних методів виконання вимірювань. Робочу МВВ необхідно розроблювати у двох випадках:

- якщо вимірювання виконуються методом безпосередньої оцінки, а в технічній документації ЗВТ немає даних про показники точності вимірювань або вказівок про їх розрахунок;

- якщо вимірювання виконуються будь-яким іншим методом, для якого необхідно розробити алгоритм розрахунку результату і показників точності вимірювань.

Розробка МВВ складається з чотирьох етапів:

1. Аналіз вимірювального завдання містить:



- уточнення вимірюваної величини з метою уникнення різного тлумачення оператором і споживачем вимірювальної інформації (наприклад, при вимірюванні змінної напруги уточнюється, яке її значення вимірюється);

- вибір форми подання похибки вимірювань;

- рішення про вид розроблюваної МВВ – робоча чи типова;

- складання ТЗ на розробку МВВ.

2. Розробка проекту МВВ і оцінка похибки вимірювань.

3. Перевірка відповідності похибки вимірювань установленим вимогам, а при необхідності підвищення точності вимірювань. Якщо під час перевірки виявляється невідповідність похибки вимірювань установленим нормам, то проводиться корекція МВВ з метою застосування більш точних методів вимірювань і ЗВТ. І це повторюється, доки не буде досягнута потрібна точність вимірювань [17].

4. Атестація МВВ, яка проводиться метрологічною службою і являє собою самостійне дослідження.

Крім розробки нових методик, актуальним є завдання перегляду і переатестації діючих МВВ. Це пов'язано з тим, що діючі МВВ в основному розраховані на оперування метрологічними характеристиками ЗВТ, установленими згідно з морально застарілим ГОСТ 8.009-84, і оцінками «зверху» характеристик похибки вимірювань. Тому при впровадженні нових ЗВТ і використанні діючих МВВ доводиться здійснювати перехід від метрологічних характеристик ЗВТ, регламентованих ГОСТ 8.009-84, до метрологічних характеристик, установлених державними стандартами України.

## ЛЕКЦІЯ №3 ФІЗИЧНІ ВЕЛИЧИНИ І ОДИНИЦІ ЇХ ВИМІРЮВАННЯ

### 3.1 Фізичні величини

Довкілля складається з фізичних тіл, їх систем, характеризується процесами, що в них відбуваються. Якісно однакові властивості різняться між собою кількісним вмістом. Згідно з ДСТУ 2681 – 94, фізична величина – це властивість, спільна у якісному відношенні багатьом матеріальним об'єктам та індивідуальна у кількісному відношенні для кожного з них. Приклади фізичних величин: довжина, швидкість, сила електричного струму, температура і т.д.

Основним інструментом при дослідженні різноманітних об'єктів є вимірювання.

Широке коло величин, що підлягають вимірюванню, визначається різноманіттям явищ, з якими доводиться зустрічатись на практиці. Отже, професійна діяльність, зокрема в метрологічній області, пов'язана з вимірюванням великої кількості фізичних величин.

У зв'язку з необхідністю встановлення єдиного підходу до організації і проведення вимірювань, а також до єдиного розуміння їх результатів виникло поняття «метрологічне забезпечення».

Під метрологічним забезпеченням розуміють установалення і застосування метрологічних норм і правил, а також розробку, виготовлення та застосування технічних засобів, необхідних для досягнення єдності і потрібної точності вимірювань.

Метрологічне забезпечення перетворилося в самостійну галузь техніки, яка має важливе практичне значення. Головними сферами застосування є підвищення ефективності наукових досліджень і дослідно-

конструкторських робіт, технічного обслуговування різних фізичних об'єктів і підтримання їх працездатного стану, зберігання матеріальних цінностей і енергетичних ресурсів, медицина, охорона навколишнього середовища і контроль умов життєдіяльності людей, підвищення вірогідності випробувань і контролю якості продукції тощо.

З визначення метрологічного забезпечення випливає, що центральне місце в ньому посідає поняття «вимірювання». Проте перед тим, як дати визначення «вимірюванню», введемо поняття «об'єкт вимірювання», «фізична величина» та «одиниця вимірювань», або «одиниця фізичної величини»(ОФВ).

Об'єкт вимірювання – це матеріальний (фізичний) об'єкт, одна або декілька властивостей якого підлягають вимірюванню.

Приклади об'єктів вимірювання: газ, що перекачується по трубопроводі, об'єм якого вимірюється; технологічний процес, під час якого вимірюють тиск і температуру; людина – при вимірюванні у неї антропологічних та медичних показників тощо.

Кожному об'єкту матеріального світу, до якого, зокрема, належать технічні об'єкти (елементи, пристрої, прилади, агрегати, системи, комплекси), речовини, явища і процеси (фізичні, хімічні, біологічні, технологічні та ін.), а також люди, притаманна безліч різних властивостей, на підставі яких можуть бути одержані певні відомості про стан об'єкта вимірювання (ОВ). Сукупність цих відомостей називається узагальненим поняттям інформація.

Властивості ОВ відрізняються якісними і кількісними ознаками, які відображаються в понятті «фізична величина» (рис.1.4).

Для кількісного опису різних властивостей процесів і фізичних тіл вводиться поняття величини. Величина не існує

сама по собі, вона має місце лише доти, доки існує об'єкт з властивостями, вираженими даною величиною.

Величина – це властивість чого-небудь, що може бути виділене серед інших властивостей і оцінене тим або іншим способом, у тому числі і кількісно.

Фізичні величини доцільно розділити на вимірювані та оцінювані. Вимірювані фізичні величини можуть бути виражені кількісно у вигляді певного числа встановлених одиниць вимірювання. Можливість введення і використання останніх є важливою ознакою вимірюваних фізичних величин. Фізичні величини, для яких по тих або інших причинах не може бути введена одиниця вимірювання, можуть бути тільки оцінені. Величини оцінюють за допомогою шкал.

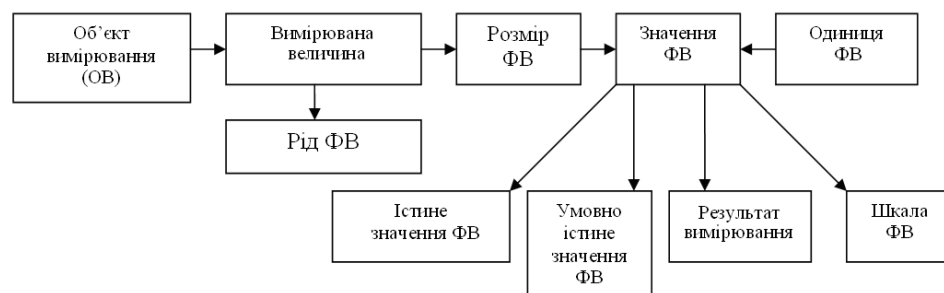
Не слід застосовувати термін «величина» для виразу тільки кількісної сторони даної властивості. Наприклад, не можна говорити або писати «величина маси», «величина площі», «величина сили струму» і так далі, оскільки ці характеристики (маса, площа, сила струму) самі є величинами. У цих випадках слід застосовувати терміни «розмір величини» або «значення величини».

Фізична величина – це характеристика однієї з властивостей фізичного об'єкту (явища або процесу), що є загальною в якісному відношенні багатьом фізичним об'єктам, але в кількісному відношенні є індивідуальна для кожного об'єкту.

Значення фізичної величини – це оцінка її величини у вигляді деякого числа прийнятих для неї одиниць.

Одиниця фізичної величини — фізична величина фіксованого розміру, якій умовно присвоєно значення, рівне одиниці, і вживана для кількісного виразу однорідних фізичних величин.

Так, до фізичних величин належать маса, довжина, температура, струм, електрична напруга, частота тощо. Якісна ознака ФВ відображається в понятті «*рід ФВ*» [58].



Риунок 1.4 – Фізична величина та її характеристики

Таким чином, фактично об'єктом вимірювань є фізичні величини, що характеризують властивості різноманітних матеріальних об'єктів.

У різних сферах (видах) народногосподарської діяльності велика увага приділяється якості товарів і послуг. Вона визначається як сукупність властивостей товарів і послуг, що обумовлюють задоволення заданих потреб згідно з призначенням зазначених товарів і послуг. Характеристиками (мірами) таких властивостей товарів і послуг служать показники якості. Вимірюванню показників якості присвячений розділ метрології, який називають кваліметрія (від латинських слів *quails* – якість та *metrio* – вимірюю). Але частіше кваліметрію розглядають як окрему науку про якість.

Фізичні величини, залежно від співвідношення розмірів або різниці розмірів множини величин, поділяються на три групи.

Перша група представляє величини, на множині розмірів яких визначені тільки їх відношення у вигляді зіставлень «слабше – сильніше», «м'якше – твердіше», «холодніше – тепліше» і т.п. Такі відношення називають

відношеннями порядку або відношеннями еквівалентності. Вони встановлюються на підставі теоретичних або експериментальних досліджень відповідних якостей ОВ. До величин цієї групи належать твердість і температура тіла, швидкість вітру (слабкий, сильний, ураган).

Друга група представляє величини, для яких відношення порядку (еквівалентності) визначається не тільки між розмірами величин, але й між різницями розмірів пар цих величин. До них належать, наприклад, час, енергія, температура, яка визначається за допомогою рідинного термометра. Порівняння різниць розмірів таких величин ґрунтується на визначенні величин другої групи. Так, при використанні ртутного термометра різниці температур (зокрема, в межах від  $+10\text{ }^{\circ}\text{C}$  до  $+15\text{ }^{\circ}\text{C}$  і в межах від  $+30\text{ }^{\circ}\text{C}$  до  $+35\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) вважаються однаковими. Отже, в даному випадку має місце як відношення порядку величин ( $+35\text{ }^{\circ}\text{C}$  тепліше, ніж  $+15\text{ }^{\circ}\text{C}$ ), так і відношення порядку між різницями в парах розмірів: різниця пари температур ( $35 \dots 25$ )  $^{\circ}\text{C}$  відповідає різниці пари температур ( $15 \dots 10$ )  $^{\circ}\text{C}$ . В обох випадках відношення порядку однозначно встановлюється за допомогою рідинного (ртутного) термометра. Таким чином, температура належить до величин першої і другої груп.

Третя група представляє величини, на множині розмірів яких (крім відношень порядку та еквівалентності, характерних для величин першої і другої груп) можливо виконання операцій сумування, віднімання, множення на числовий коефіцієнт, ділення одна на одну (властивість адитивності). Такі фізичні величини називають адитивними. До них належить значна кількість фізичних величин, наприклад, довжина, маса, сила, тиск, напруга і т.д.

Фізичні величини, які не належать до адитивних, називають неадитивними. Прикладом неадитивної величини є термодинамічна температура.

Неадитивна фізична величина – фізична величина, для якої сумування, множення на числовий коефіцієнт або ділення одне на одного її значень не має фізичного змісту.

Фізичні величини, що підлягають вимірюванню, називають вимірюваними величинами або «контрольованими параметрами». Наприклад, вимірюваними величинами або контрольованими параметрами можуть бути напруга і частота джерела живлення, температура, тиск і вологість повітря атмосфери, частотні характеристики технічного об'єкта і т.д.

Найважливішими є відомості про кількісні характеристики властивостей ОБ, які отримують за допомогою вимірювань і зменшують невизначеність знань про ОБ.

Вимірювання служать для одержання інформації про явища, технічні процеси, об'єкти і т.п., тому вони вважаються інформаційним процесом. Основним інструментом одержання кількісної інформації є засоби вимірювальної техніки. Отже, вимірювальна техніка призначена для отримання експериментальної кількісної інформації про властивості різноманітних об'єктів матеріального світу. Таку інформацію отримують за допомогою процесів вимірювання, контролю, діагностики.

Інформацію про вимірювані величини та залежності між ними називають вимірювальною інформацією. Вона виникає під час взаємодії принаймі двох матеріальних об'єктів – ОБ та ЗВТ. Тому засіб вимірювальної техніки є джерелом вимірювальної інформації.

Індивідуальність фізичної величини в кількісному відношенні відображається в поняттях «розмір» і «значення фізичної величини».

Під розміром фізичної величини розуміють кількісний вміст фізичної величини в даному об'єкті вимірювання.

Значення фізичної величини – це відображення розміру фізичної величини у вигляді числового значення величини з позначенням одиниці вимірювання.

Числове значення фізичної величини – це число, яке дорівнює відношенню розміру вимірюваної фізичної величини до розміру одиниці вимірювань (одиниці цієї фізичної величини) або кратної чи частинної одиниці.

Таким чином, зміст понять «розмір» і «значення фізичної величини» полягає в тому, що кількість даної властивості одного ОБ може бути в певне число разів більша або менша від кількості аналогічної властивості іншого ОБ. Неправильно кількість властивості виражати терміном «величина», наприклад, «величина опору» або «величина напруги», оскільки і опір, і напруга є фізичними величинами.

Разом з тим, між поняттями «розмір» і «значення фізичної величини» є відмінність. Розмір ФВ існує реально, об'єктивно і залишається незмінним. Оцінку розміру ФВ називають значенням фізичної величини, яке одержують вимірюванням цього розміру. Проте в практиці вимірювань поняття «розмір» і «значення фізичної величини» часто не відрізняють.

Розмір фізичної величини – це кількісний зміст фізичної величини в даному об'єкті і, як її атрибут, існує об'єктивно, незалежно від того, що ми про нього знаємо.

Оскільки розмір вимірюваної величини є кількісною її характеристикою, то отримання інформації про розмір фізичною або нефізичною величини є змістом будь-якого вимірювання.

Значення величини не слід плутати з розміром. Розмір фізичної величини даного об'єкта існує реально і незалежно від того, знаємо ми його чи ні, виражаємо його в яких-небудь одиницях чи ні. Значення ж фізичної величини з'являється тільки після того, як розмір величини даного об'єкта виражений з допомогою якої-небудь одиниці.



Фізичні величини поділяються на активні (енергетичні), які здатні самі проявляти свої розміри (температура, струм), та пасивні (параметричні), наприклад, електричний опір, ємність, індуктивність. Розміри цих величин проявляються при дії на об'єкт відповідної активної величини.

Величини поділяються на скалярні та векторні. Скалярні величини можуть бути неполярними, тобто мати лише розмір (маса, об'єм), або полярними, тобто мати, крім розміру, ще й знак (електричний заряд). Векторні величини (сила, швидкість, прискорення) поряд з розміром мають і напрям.

Розміри фізичних величин можуть змінюватись неперервно або стрибкоподібно (дискретно). Величина, можливі розміри якої в скінченному проміжку часу, змінюючись, утворюють незліченну множину, називаються неперервними (аналоговими), а якщо ця множина зліченна, дискретними.

Фізичні величини існують в часі і просторі. Тому їх розміри, а у векторних величин ще і напрямки, є функціями часу та координат простору. Якщо розміри скалярних або розміри та напрямки векторних величин не змінюються, то вони називаються сталими (незмінними), якщо ж змінюються, то – змінними величинами. Сталість чи змінність може розглядатися як функція часу або як функція простору. Залежність фізичної величини як функції часу – це процес, а функції координат поле.

Вимірювана фізична величина – фізична величина, що підлягає вимірюванню, виміряна відповідно до основної мети вимірювального завдання.

Впливаюча фізична величина – фізична величина, що впливає на розмір вимірюваної величини і (або) результат вимірювань.

Рід фізичної величини – якісна визначеність фізичної величини. Довжина і діаметр деталі – однорідні величини. Довжина і маса деталі – неоднорідні величини.

Класифікація фізичних величин з урахуванням різних ознак метрологічних особливостей наступна:

1. За видами явищ фізичні величини діляться на наступні групи:

- речові, тобто фізичні, що описують, і фізико-хімічні властивості речовин, матеріалів і виробів з них. До цієї групи відносяться маса, густина, електричний опір, ємність, індуктивність і ін. Іноді у вимірювання вказаних фізичних величин необхідно використовувати допоміжне джерело енергії, за допомогою якого формується сигнал вимірювальної інформації. При цьому пасивні фізичні величини перетворююся в активні, які і вимірюються;

- енергетичні, тобто величини, що описують енергетичні характеристики процесів перетворення передачі і використанні енергії. До них відносяться струм, напруга, потужність, енергія. Ці величини можуть бути перетворені в сигнали вимірювальної інформації без використання допоміжних джерел енергії;

- що характеризують протікання процесів в часі. До цієї групи відносяться різного роду спектральні характеристики, кореляційні функції і ін.

2. Стосовно різних груп фізичних процесів фізичні величини поділяються на просторово-часові, механічні, теплові, електричні і магнітні, акустичні, світлові, фізико-хімічні, іонізуючі випромінювання, атомної і ядерної фізики.

3. За ступенем умовної незалежності від інших величин даної групи фізичні величини поділяють на основні (умовно незалежні), похідні (умовно залежні) і додаткові.

4. За наявністю розмірності фізичні величини поділяють на розмірні, тобто що мають розмірність, і безрозмірні.

Суть простого вимірювання полягає в порівнянні фізичної величини  $Q$  з розмірами вихідної величини регульованої багатозначної міри  $q[Q]$ . В результаті порівняння встановлюють, що  $q[Q] < Q < (q+1)[Q]$ .

Дійсне значення фізичної величини може бути отримано тільки в результаті нескінченного процесу вимірювань з нескінченим вдосконаленням методів і засобів вимірювань. Для кожного рівня розвитку вимірювальної техніки ми можемо знати тільки дійсне значення фізичної величини, яке застосовується замість дійсного значення фізичної величини.

За дійсне значення фізичної величини зазвичай приймають середнє арифметичне з ряду значень величини отриманих при рівноточних вимірюваннях, або середнє арифметичне зважене при нерівноточних вимірюваннях.

Фізичний параметр – фізична величина, що розглядається при вимірюванні даної фізичної величини як допоміжна характеристика цієї величини.

При вимірюванні електричної напруги змінного струму частоту струму розглядають як параметр напруги. Іноді термін «фізичний параметр» застосовують у множині, наприклад, «параметри руху», «параметри електричних ланцюгів».

У цьому випадку під терміном зазвичай розуміють найбільш істотні фізичні величини, які характеризують рух тіл, або електричні ланцюги змінного струму.

Між фізичними величинами існують визначені зв'язки і залежності, які можуть бути виражені формулами, рівняннями.

Розрізняють два види рівнянь: рівняння зв'язку між величинами і рівняння зв'язку між числовими значеннями.

Рівняння зв'язку між величинами (рівняння величин) – рівняння, що відображає закони природи, в якому під буквеними символами розуміються фізичні величини.

Рівняння зв'язку між величинами широко використовуються особливо при визначенні похідних одиниць і розмірностей фізичних величин, тобто є визначальними рівняннями.

### 3.2 Поняття про систему фізичних величин

Множина фізичних величин представляє собою деяку систему, в якій окремі величини зв'язані між собою системою рівнянь.

Система фізичних величин — це сукупність взаємозв'язаних фізичних величин, утворена відповідно до прийнятих принципів, коли одні величини приймаються за незалежні, а інші є функціями незалежних величин. Система фізичних величин містить основні фізичні величини, умовно прийняті як незалежні від інших величин цієї системи, і похідні фізичні величини, визначувані через основні величини цієї системи [58].

Основна фізична величина — це фізична величина, що входить у систему одиниць і умовно прийнята як незалежна від інших величин цієї системи (час, довжина, маса).

Похідна одиниця системи одиниць — одиниця похідної фізичної величини системи одиниць, утворена відповідно до рівняння, що пов'язує її з основними одиницями (Додаток А1) *(Наприклад, прискорення в системі механічних фізичних величин. Такий метод побудови фізичних величин був запропонований Гаусом\* в 1832 р. Перша система одиниць фізичних величин була названа саме його іменем).*

Похідна одиниця називається когерентною, якщо в цьому рівнянні числовий коефіцієнт прийнятий рівним одиниці. Відповідно, система одиниць, що складається з основних одиниць і когерентних похідних, називається когерентною системою одиниць фізичних величин.

Для кожної фізичної величини повинна бути встановлена одиниця вимірювання.

Позасистемна одиниця фізичної величини – одиниця фізичної величини, що не входить в прийнятну систему одиниць. Ці одиниці були введені в різні часи з врахуванням відносних зручностей, умов часу і особливості діяльності людини в різних сферах.

До найбільш важливих позасистемних одиниць, які в даний час широко використовуються, слід віднести: одиницю довжини – ангстрем; маси – карат, центнер, тонну; тиску – атмосферу, міліметр водяного чи ртутного стовпчика; кількості теплоти – калорію; електричної енергії – електрон-вольт, кіловат-годину; акустичних величин – децибел, фон, октаву; іонізуючих величин – рентген, рад, кюрі; швидкості – кілометр за годину тощо (Додаток А2).

Позасистемні одиниці (по відношенню до одиниць СІ) поділяються на чотири групи:

1 – що допускаються нарівні з одиницями;

2 – що допускаються до застосування в спеціальних областях;

3 – що тимчасово допускаються;

4 – застарілі (що не допускаються).

Когерентна похідна одиниця фізичної величини – похідна одиниця фізичної величини, пов'язана з іншими одиницями системи одиниць рівнянням, в якому числовий коефіцієнт прийнятий рівним 1.

Когерентна система одиниць фізичних величин – система одиниць фізичних величин, що складається з основних одиниць і когерентних похідних одиниць.

Кратні і частинні одиниці від системних одиниць не входять в когерентну систему.

Кратна одиниця – одиниця, яка в цілу ступень десятки перевищує основну одиницю вимірювання деякої фізичної величини [58].

Окрім основних і похідних фізичних величин, розрізняють кратні, частинні, когерентні(узгоджені), системні і позасистемні одиниці.

Число незалежно встановлених величин рівне різниці числа величин, що входять в систему, і числа незалежних рівнянь зв'язку між величинами.

Наприклад, якщо швидкість тіла визначається за формулою  $V=L/t$ , то незалежно можна встановити тільки дві величини, а третю виразити через них.

Відносні і логарифмічні системи і одиниці. За допомогою цих систем і одиниць характеризують на практиці склад і властивість матеріалів, відношення енергетичних величин.

Відносна величина - це відношення фізичної величини до однойменної фізичної величини, яку приймають за основу. До таких відносних величин належать відносні атомні і молекулярні маси, які виражені по відношенню до 1/12 маси вуглецю-12; коефіцієнт корисної дії; відносне видовження; відносні магнітна та діелектрична проникливості і інші. Відносні одиниці можуть виражатися у безрозмірних одиницях (коли відношення двох однойменних величин дорівнює одиниці), у відсотках (коли відношення дорівнює  $10^{-2}$ ), у промілах (коли відношення дорівнює  $10^{-3}$ ), у мільйонних долях (коли відношення дорівнює  $10^{-6}$ ).

У тих випадках, коли діапазон відносних величин є досить великий і незручний для сприйняття та застосування, використовують логарифми відношень однойменних величин. Десятковий логарифм відношення енергетичних величин, яке дорівнює 10, носить назву бел (Б). Часто використовується одиниця - децибел, яка дорівнює 0,1 Б.

У випадку, коли визначають значення десяткового логарифма, відношення «силових» величин (напруга, сила струму, напруженість тощо), бел визначається таким чином:  $1\text{Б}=2\lg(F_2/F_1)$ .

У випадку оцінки відношень фізичних величин натуральним логарифмом використовується одиниця непер (Нп). Для «силових» величин  $1 \text{ Нп} = \ln(F_2/F_1)$ , для енергетичних величин  $1 \text{ Нп} = 0,5 \ln(P_2/P_1)$ . Співвідношення між непером та белом є таким:  $1 \text{ Нп} = 0,8686 \text{ Б}$ .

У рішеннях XI і XII Генеральних конференцій по мірах і вагах прийнято 33 похідні одиниці СІ. Приклади похідних одиниць, що мають власні найменування, приведені в табл.1.2.

Важливим принципом, який дотриманий в Міжнародній системі одиниць, є її когерентність (узгодженість). Так, вибір основних одиниць системи забезпечив повну узгодженість механічних і електричних одиниць. Наприклад, *ват* — одиниця механічної потужності (рівний джоулю в секунду) дорівнює потужності, що виділяється електричним струмом силою 1 ампер при напрузі 1 вольт.

У СІ, подібно іншим когерентним системам одиниць, коефіцієнти пропорційності у фізичних рівняннях, що визначають похідні одиниці, рівні безрозмірній одиниці.

Когерентні похідні одиниці Міжнародної системи утворюються за допомогою найпростіших рівнянь зв'язку між величинами (визначальних рівнянь), в яких величини прийняті рівними одиниці СІ.

Розмірність похідної фізичної величини ( $\dim$  — скорочення від слова dimension — розмірність) визначається добутком розмірностей основних величин з такими показниками ступенів, які відповідають показникам ступенів цих величин в рівняннях між цими величинами згідно законів фізики. Степені символів основних величин, що входять в одночлен, можуть бути цілими, дробовими, позитивними і негативними.

Розмірність величин позначають знаком  $\dim$ . В системі *LMT* розмірність величини *X* буде:

$$\dim X = L^l M^m T^t,$$

де  $L, M, T$  — символи величин, прийняті за основні (відповідно довжини, маси, часу);  $l, m, t$  — цілі або дробові, позитивні або негативні дійсні числа, які є показниками розмірності.

В системі СІ розмірність величини  $X$  буде:

$$\dim(x) = L^\alpha \cdot M^\beta \cdot T^\gamma \cdot I^\varepsilon \cdot \theta^\eta \cdot J^\lambda \cdot N^\mu$$

Наприклад, швидкість визначається як відношення  $\Delta l / \Delta t$ . Тоді розмірність швидкості буде мати такий вигляд:

$$\dim(V) = \dim(\Delta l) / \dim(\Delta t) = L / T = L \cdot T^{-1}$$

Розмірність прискорення відповідно буде такою:

$$\dim(a) = \dim(\Delta V) / \dim(\Delta t) = L \cdot T^{-1} / T = L \cdot T^{-2}$$

У всіх випадках, коли розмірність фізичної величини визначається за допомогою рівняння фізики, яке включає похідні величини, що включають одні і ті ж основні величини, кінцевий вираз розмірності отримується таким чином, що кожна основна фізична величина входить у нього тільки один раз з показником степеня, який дорівнює сумі показників степенів цієї основної величини у виразі.

Розмірність фізичної величини є більш загальною характеристикою, ніж визначальне величину рівняння, оскільки одна і та ж розмірність може бути властива величинам, що мають різну якісну сторону.

Наприклад, робота сили  $F$  визначається рівнянням  $A = Fl$ ; кінетична енергія рухомого тіла – рівнянням  $E_k = mV^2/2$ , а розмірності першої і другої – однакові.

Над розмірностями можна проводити різні дії: множення, ділення, піднесення до степеня і добування кореня.

Показник розмірності фізичної величини — показник степеня, в який зведена розмірність основної фізичної



величини, що входить у розмірність похідної фізичної величини.

Розмірності широко використовують при утворенні похідних одиниць і перевірки однорідності рівнянь. Похідні фізичні величини, показники степенів основних фізичних величин, у кінцевому виразі розмірностей яких дорівнюють нулю, носять назву безрозмірних фізичних похідних величин. Такі величини є безрозмірними в будь-якій системі фізичних величин. Наприклад, коефіцієнт корисної дії, число Рейнольдса\*, відносна діелектрична проникливість тощо.

Всі відносні величини (відношення однойменних величин) є безрозмірними.

Поняття розмірності широко використовується при перевірці правильності складних розрахункових формул, для визначення залежності між відповідними фізичними величинами (при аналізі розмірностей).

При визначенні розмірності похідних величин керуються наступними правилами:

1. Розмірності лівої і правої частин рівнянь співпадають, оскільки порівнюватися між собою можуть тільки однакові властивості. Об'єднуючи ліві і праві частини рівнянь, можна прийти до висновку, що алгебраїчно сумувати можна тільки величини, що мають однакові розмірності.

2. Розмірність є мультиплікативною, складається з однієї дії множення.

2.1. Розмірність добутку декількох величин рівна добутку їх розмірностей. Так, якщо залежність між значеннями величин Q, A, B, C має вид  $Q = A \cdot B \cdot C$ , то

$$\dim Q = \dim A \cdot \dim B \cdot \dim C.$$

2.2. Розмірність величини, отриманої при діленні однієї величини на іншу, рівна відношенню їх розмірностей, тобто якщо  $Q = A/B$ , то

$$\dim Q = \dim A / \dim B.$$

2.3. Розмірність будь-якої величини в певній степені рівна її розмірності в тій самій степені. Так, якщо  $Q = A^n$ , то

$$\dim Q = \prod_1^n \dim A = \dim^n A.$$

Наприклад, якщо сила за другим законом Ньютона\*  $F = ma$ , де  $a = V/t$  - прискорення тіла, то  $\dim F = \dim m \cdot \dim a = M^1 / T^2 = MT^{-2}$ .

Кожен з показників розмірності може бути додатнім або від'ємним, цілим або дробовим числом, нулем. Якщо всі показники розмірності рівні нулю, то така величина називається безрозмірною. Вона може бути відносною, визначається відношенням однойменних величин (наприклад, відносна діелектрична проникність), і логарифмічною, визначена як логарифм відносної величини (наприклад, логарифм відношення потужностей або напруги).

Вимірювання (порівняння невідомого з відомим) відбувається під впливом безлічі випадкових і не випадкових, аддитивних (що додаються) і мультиплікативних (що перемножуються) чинників, точне врахування яких неможливе, а результат сумісної дії непередбачуваний.

### 3.3 Принципи побудови Міжнародної системи одиниць

Перша система одиниць фізичних величин, хоча вона і не була ще системою одиниць в сучасному розумінні, була прийнята Національними зборами Франції в 1791 р. Вона включала одиниці довжини, площі, об'єму, ємності і маси, основними з яких були дві одиниці: метр і кілограм.

Систему одиниць як сукупності основних і похідних одиниць вперше в 1832 р. запропонував німецький математик К.Гаус. Ідея Гауса полягала в наступному: спочатку вибирається декілька величин, незалежних одна від одної. Ці

величини позиціонуються як основні одиниці системи. Основні величини вибираються так, щоб, користуючись формулами, що виражають зв'язок між фізичними величинами, можна було утворити одиниці інших величин. Одиниці, отримані з допомогою формул і виражені через основні одиниці, Гаус назвав похідними одиницями. Користуючись своєю ідеєю, Гаус побудував систему одиниць магнітних величин. Основними одиницями цієї системи були вибрані міліметр – одиниця довжини, секунда – одиниця часу; система отримала назву абсолютної. Ідеї Гауса виявилися плідними. Всі подальші системи одиниць будувалися на запропонованих ним принципах.

З розвитком фізики і техніки з'явилися інші системи одиниць фізичних величин, що базуються на метричній основі.

Всі вони були побудовані за принципом, розробленим Гаусом. Ці системи знайшли застосування в різних галузях науки і техніки. Розроблені у той час вимірювальні засоби градуйовані у відповідних одиницях, знаходять використання і в даний час (понад 20 систем).

Різноманіття одиниць вимірювання фізичних величин і систем одиниць ускладнювало їх використання.

Природні системи одиниць фізичних величин: система Планка\*, система Хартлі, система Людовича. Систему одиниць Планка деколи використовують при проведенні різних фізичних досліджень. Основними одиницями системи є гравітаційна стала, швидкість світла у вакуумі, стала Планка (Додаток А3). У цій системі одиниця довжини дорівнює приблизно  $4,02 \cdot 10^{-35}$  м, одиниця маси – приблизно  $5,43 \cdot 10^{-8}$  кг, одиниця часу – приблизно  $1,34 \cdot 10^{-43}$  с. Перевага такої системи одиниць полягає в сталій основі. До недоліків, які виникають при використанні даної системи одиниць, слід віднести практичну незручність вказаних вище одиниць фізичних величин, а також відносно низьку точність вибраних

універсальних констант, що, в свою чергу, приводить до низької точності одиниць похідних фізичних величин [17].

Система атомних одиниць Хартлі передбачає такі основи одиниці: заряд електрона, масу електрона, радіус першої борівської орбіти атома водню і постійну Планка. В цій системі

одиниць одиниця енергії дорівнює приблизно  $4,359 \cdot 10^{-11}$  ерг, одиниця часу дорівнює приблизно  $2,419 \cdot 10^{-17}$  с. При аналізі атомних об'єктів за допомогою такої системи одиниць звільняються від зайвих числових коефіцієнтів, в результаті чого закони фізики описуються більш зручними залежностями.

При використанні системи одиниць Людовича передбачається використання таких чотирьох основних одиниць: гравітаційної сталої, дії електричної проникності вільного простору, магнітної проникності вільного простору і електричного заряду електрона. Це дозволяє цій системі одиниць бути постійною в часі, бути незалежною від місця знаходження і універсальною. В цій системі одиниця довжини дорівнює приблизно  $4,88 \cdot 10^{-35}$  м, одиниця маси - приблизно  $6,6 \cdot 10^{-9}$  кг.

Система СГС побудована на основі системи величин LMT. Основні одиниці системи СГС: сантиметр – одиниця довжини, грам – одиниця маси, секунда – одиниця часу. У системі СГС з використанням вказаних трьох основних одиниць встановлені похідні одиниці механічних і акустичних величин. З використанням одиниці термодинамічної температури (кельвіна) і одиниці сили світла (кандели) система СГС розповсюджується на область теплових і оптичних величин [29].

Система МКС. Основні одиниці системи МКС: метр – одиниця довжини, кілограм – одиниця маси, секунда – одиниця часу. Так само як і система СГС, система МКС побудована на основі системи величин LMT. Ця система

одиниць була запропонована в 1901 р. італійським інженером Джорджі і містила, окрім основних, похідні одиниці механічних і акустичних величин. Шляхом додавання як основних одиниць термодинамічної температури (кельвіна) і сили світла (кандели), систему МКС можна було розповсюдити на область теплових і світлових величин.

Система МТС. Система одиниць МТС побудована на основі системи величин LMT. Основні одиниці системи: метр – одиниця довжини, тонна – одиниця маси, секунда – одиниця часу. Система МТС була розроблена у Франції і узаконена її урядом у 1919 р. Система МТС була прийнята і в СРСР і відповідно до державного стандарту, застосовувалася більше 20 років (1933– 1955). Одиниця маси цієї системи – тонна – за своїм розміром виявилася зручною у ряді галузей виробництва, що мають справу з порівняно великими масами. Система МТС мала і ряд інших переваг. По-перше, числові значення густини речовини при виразі її в системі МТС співпадали з числовими значеннями цієї величини при виразі її в системі СГС (наприклад, в системі СГС густина заліза  $7,8 \text{ г/см}^3$ , в системі МТС –  $7,8 \text{ т/м}^3$ ).

По-друге, одиниця роботи системи МТС – кілоджоуль – мала просте співвідношення з одиницею роботи системи МКС ( $1 \text{ кДж} = 1000 \text{ Дж}$ ). Але розміри одиниць переважної більшості похідних величин у цій системі виявилися незручними на практиці. У СРСР система МТС була скасована в 1955 р.

Система МКГСС. Система одиниць МКГСС побудована на основі системи величин LFT. Основні одиниці її: метр – одиниця довжини, кілограм-сила – одиниця сили, секунда – одиниця часу. Кілограм-сила – сила, рівна вазі тіла масою  $1 \text{ кг}$  при нормальному прискоренні вільного падіння  $g_0 = 9,80665 \text{ м/с}^2$ . Ця одиниця сили, а також деякі похідні одиниці системи МКГСС виявилися зручними при застосуванні їх в техніці. Тому система набула широкого

поширення в механіці, теплотехніці і ряді інших галузей виробництва. Основний недолік системи МКГСС – вельми обмежені її можливості застосування у фізиці. Істотним недоліком системи МКГСС є також те, що одиниця маси в цій системі не має простого десяткового співвідношення з одиницями маси інших систем. З введенням Міжнародної системи одиниць система МКГСС втратила своє значення.

Системи одиниць електромагнітних величин. Відомі два способи побудови систем електричних і магнітних величин на основі системи СГС: на трьох основних одиницях (сантиметр, грам, секунда) і на чотирьох основних одиницях (сантиметр, грам, секунда і одна одиниця електричної або магнітної величини). Першим способом, тобто з використанням трьох основних одиниць на основі системи СГС, отримано три системи одиниць: електростатична система одиниць (система СГСЕ), електромагнітна система одиниць (система СГСМ), симетрична система одиниць (система СГС). Розглянемо ці системи.

Електростатична система одиниць (система СГСЕ). При побудові цієї системи першою похідною електричною одиницею вводиться одиниця електричного заряду з використанням закону Кулона\* як визначального рівняння. При цьому абсолютна діелектрична проникність розглядається безрозмірною електричною величиною. Як наслідок цього, в деяких рівняннях, що зв'язують електромагнітні величини, з'являється в явному вигляді корінь квадратний з швидкості світла у вакуумі.

Електромагнітна система одиниць (система СГСМ). При побудові цієї системи першою похідною електричною одиницею вводиться одиниця сили струму з використанням закону Ампера як визначального рівняння. При цьому абсолютна магнітна проникність розглядається безрозмірною електричною величиною. У зв'язку з цим, в деяких рівняннях,

що зв'язують електромагнітні величини, з'являється в явному вигляді корінь квадратний з швидкості світла у вакуумі [24].

Симетрична система одиниць (система СГС). Ця система є сукупністю систем СГСЕ і СГСМ. У системі СГС в якості одиниць електричних величин використовуються одиниці системи СГСЕ, а як одиниці магнітних величин – одиниця системи СГСМ. У результаті комбінації двох систем у деяких рівняннях, що зв'язують електричні і магнітні величини, з'являється в явному вигляді корінь квадратний з швидкості світла у вакуумі.

Одиниці вимірювань встановлювались довільно, що підтверджує історія метрології, якій відомо безліч прикладів, коли одиниці довжини, площі, об'єму вибирались незалежно одна від одної. Проте в практичній діяльності людини це не викликало серйозних труднощів. Найбільш раціональним виявився вибір зв'язаних між собою одиниць вимірювань, серед яких тільки деякі одиниці вибираються довільно, а інші одиниці – на підставі закономірних зв'язків між фізичними величинами.

В подальшому в різних країнах були введені системи ОФВ, які відрізнялися основними одиницями, але вони мали обмежене застосування в окремих галузях науки – механіці, електротехніці тощо. Зараз переважне розповсюдження у світі знаходить Міжнародна система одиниць – The International System of Units, скорочено SI.

Одні і ті ж рівняння між величинами мали різні коефіцієнти пропорційності. Властивості матеріалів, процесів виражалися різними числовими значеннями. Міжнародний комітет мір і ваг виділив зі свого складу комісію по розробці єдиної Міжнародної системи одиниць. Комісія розробила проект Міжнародної системи одиниць, яка рекомендована Міжнародною організацією законодавчої метрології, що був затверджений XI Генеральною конференцією з мір і ваг у 1960

р. Прийнята система була названа Міжнародною системою одиниць, скорочено СІ (SI — початкові букви найменування System International - затверджений перелік шести основних, двох додаткових та перший список 27 похідних одиниць, а також приставки для утворення кратних та дільних одиниць) [20].

Враховуючи необхідність застосування Міжнародної системи одиниць у всіх областях науки і техніки, у ній як основні вибрано сім одиниць. У механіці такими є одиниці довжини, маси і часу, в електриці додається одиниця сили електричного струму, в теплоті — одиниця термодинамічної температури, в оптиці — одиниця сили світла, в молекулярній фізиці, термодинаміці і хімії — одиниця кількості речовини. Ці сім одиниць, відповідно: метр, кілограм, секунда, ампер, Кельвін\*, кандела і моль — і вибрані як основні одиниці СІ (табл.1.1). Її застосування в Україні обов'язкове. За рішенням Держстандарту України можуть бути допущені до застосування в Україні одиниці вимірювань, які не входять до SI.

Таблиця 1.1 – Основні одиниці СІ

Величина		Одиниця		
Назва	Розмірність	Назва	Позначення	
			Укр	Міжнародне
Довжина	L	метр	м	m
Маса	M	кілограм	кг	kg
Час	T	секунда	с	s
Сила електричного струму	I	ампер	A	A



Термодинамічна температура	Θ	Кельвін	К	K
Сила світла	J	кандела	кд	cd
Кількість речовини	N	моль	моль	mol
Додаткові одиниці СІ				
Плоский кут	-	радіан	рад	rad
Тілесний кут	-	стерадіан	ср	sr

Одиниці довжини (метр). Наприкінці XVIII століття при введенні метричної системи мір був прийнятий перший еталон одиниці довжини — метр. За метр прийняли одну десятимільйонну частину Паризького меридіана.

У 1799 році на основі вимірної частини дуги меридіана був виготовлений еталон метра у вигляді платинової лінійки шириною 25мм, товщиною 4мм та довжиною в 1 м. Пізніше платиновий метр передали на збереження до Національного архіву Франції, який одержав назву "метра Архіву".

Повторні вимірювання дуги меридіана показали, що довжина метра дещо коротша за дійсний "природний" метр, проте Міжнародна комісія з прототипів метричної системи у 1872 році вирішила відмовитись від "природного" еталона метра і за одиницю довжини прийняла "метр Архіву" [17].

За рішенням цієї комісії був виготовлений 31 прототип метра у вигляді штрихової міри з платино-іридієвого сплаву. Серед них прототип № 6 при температурі 0 °С виявився найбільш тотожним "метру Архіву", і в 1889 р. на I Генеральній конференції з мір та ваги був ухвалений за міжнародний еталон метра. Решта 30 прототипів були

розподілені між державами-учасниками, які у 1875 році підписали Метричну конвенцію.

Еталон метра — це платино-іридієва фігурна лінійка довжиною 102 см з поперечним перерізом у формі X, вписаним в увійний квадрат, сторона якого дорівнює 20 мм. На верхніх площинах X-форми на обох кінцях лінійки проведено по 3 штрихові лінії, а одиниця довжини в 1 метр розташована між середніми штриховими лініями.

Росія у 1889 році одержала платино-іридієвий прототип метра № 28, який пізніше був затверджений як державний еталон метра в СРСР.

У 1927 році VII Генеральна конференція з мір та ваги ухвалила таке визначення метра: "Одиниця довжини метр визначається відстанню при 0 °С між осями двох середніх штрихів, нанесених на платино-іридієвому бруску, який зберігається у Міжнародному бюро мір та ваги і прийнятий за еталон метра I Генеральною конференцією з мір та ваги, за умови, що ця лінійка зберігається при нормальному атмосферному тиску і підтримується двома роликками діаметром не менше 1 см, розміщеними симетрично в одній горизонтальній площині на відстані 571 мм один від одного".

Науково-технічний прогрес потребує підвищення точності еталона одиниці довжини, тому що платино-іридієвий прототип метра неспроможний забезпечити необхідну високу точність відтворення, вищу за 0,1—0,2 мкм. До того ж назріла необхідність розроблення природного неруйнівного еталона, що обумовлює встановлення нового природного еталона метра.

У 1960 році XI Генеральною конференцією з мір та ваги було ухвалено новий хвильовий еталон метра, який виражається у довжинах світлових хвиль у вакуумі оранжевої лінії спектру криптону-86. Відповідно до рішення конференції "метр — це довжина, що дорівнює 1 650 763,73 довжин хвиль

випромінювання у вакуумі й відповідає переходу між рівнями  $2p_{10}$  та  $5d_5$  атома криптону-86".

Новий еталон метра можна відтворити у метрологічних лабораторіях з точністю, яка на порядок вища від платино-іридієвого його прототипу, хоча на конференції підкреслювалося, що точність нового еталона є недостатньою через несиметричність випромінювання монохроматичного джерела. Вчені світу працюють над розробленням нових монохроматичних джерел випромінювання, що дасть змогу максимально підвищити точність одиниці довжини.

Місце зберігання еталона метра у колишньому СРСР — Всесоюзний науково-дослідний інститут метрології ім. Д.І. Менделєєва (ВНДІМ) (м. Санкт-Петербург). В Україні еталон метра зберігається у Харківському науково-виробничому об'єднанні "Метрологія" [29].

За рішенням останньої Генеральної конференції з мір і ваги ухвалене таке визначення одиниці довжини метр: метр — довжина шляху, який проходить світло у вакуумі за  $1/299792458$  частину секунди.

Одиниця маси (кілограм). При встановленні метричної міри за одиницю маси прийнято масу одного кубічного дециметра чистої води при температурі, що забезпечує її найбільшу густину ( $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ ).

Виготовлений на основі точних зважувань перший прототип кілограма є платиновою циліндричною гирею висотою 39мм, що дорівнює діаметру циліндра. Як і прототип метра, кілограм передано на зберігання у Національний архів Франції.

При виготовленні платино-іридієвих еталонів кілограма за міжнародний прототип було прийнято той, маса якого менше за все відрізнялася від маси "кілограма Архіву". Міжнародний прототип кілограма — це гиря у вигляді прямого циліндра із заокругленими ребрами діаметром і висотою 39 мм.

Оскільки прийнятий умовний прототип одиниці маси — літр — також не був абсолютно тотожним кубічному дециметру ( $1 \text{ л} = 1,000028 \text{ дм}^3$ ) і невідповідність між ними становила різницю між масою міжнародного прототипу кілограма і масою кубічного дециметра води, то у 1964 році XII Генеральна конференція з мір та ваг ухвалила рішення про прирівняння об'єму 1 літра до  $1 \text{ дм}^3$ .

Зазначимо, що у період встановлення метричної системи мір не було чіткого розуміння маси та ваги, тому міжнародний прототип кілограма приймали як еталон одиниці ваги. Проте уже при затвердженні міжнародного прототипу в 1889 р. кілограм був прийнятий як прототип маси. Чітке розмежування між кілограмом маси та кілограмом сили було здійснене за рішенням III Генеральної конференції з мір та ваги.

З розвитком наукових робіт щодо створення нових природних еталонів одиниць фізичних величин, що базувалися на атомних постійних величинах (метр — на довжині світлових хвиль; секунда — на частоті коливань атомів та молекул), виникло питання про зв'язок одиниці маси з атомними константами. Цим пояснюється пропозиція щодо використання для метрологічних цілей такої константи, як маса нейтрона. Можна припустити, що це дасть можливість з високою точністю ув'язати сучасний умовний еталон маси з природними константами маси атомних часток [24].

Державним первинним еталоном кілограма в колишньому СРСР був платино-іридієвий прототип № 12 — гиря у вигляді прямого циліндра з заокругленими ребрами, діаметром та висотою 39мм. Густина платино-іридієвого сплаву —  $21548,1 \text{ кг/м}^3$ , вміст іридію у сплаві —  $10,08\text{—}10,09\%$ , об'єм кілограма при  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  становить  $46,408 \text{ см}^3$ .

У 1899 р. маса прототипу кілограма № 12 дорівнювала  $1,000000068 \text{ кг}$ . За результатами звіряння його з міжнародними

еталонами у 1948—1954 рр. маса прототипу № 12 стала дорівнювати 1,00000085кг.

Одиниця часу (секунда). Ще в стародавні часи відлік часу ґрунтувався на обертанні Землі навколо своєї осі. До недавнього часу секунда визначалась як  $1/86400$  частини середньої сонячної доби. За середню сонячну добу прийнято інтервал часу між двома послідовними однойменними кульмінаціями середнього Сонця. Під середнім Сонцем розуміли уявне Сонце, яке рівномірно рухається по небесному екватору і здійснює один оберт по небосхилу за той проміжок часу, що й істинне Сонце, яке рухається нерівномірно за екліптикою. Проте спостереження показали, що обертанню Землі властиві нерегулярні коливання, а це не дозволяє вважати його природною стабільною основою визначення одиниці часу. Середня сонячна доба визначається з похибкою 10-7. Ця точність недостатня для сучасного стану техніки частот.

Потрібен був новий природний еталон часу, який забезпечував би високу точність відтворення одиниці часу — секунди. У 1960 році було прийняте нове астрономічне визначення одиниці часу, в основу якого покладено не обертання Землі навколо своєї осі, а рух Землі навколо Сонця. Це забезпечувало підвищення точності вимірювання одиниці часу на три порядки (у 1000 разів).

За секунду прийняли  $1/31556925,9747$  частини тропічного року на 0 січня 1900 року о 12-й годині ефемеридного часу. Тропічний рік сам по собі не є постійним, тому дата "0 січня 1900 р. 12 годин" виражена у прийнятому астрономами відліку часу і відповідає полудню 31 грудня 1899 р. Під ефемеридним часом розуміють час у системі рахунку, де тривалість одиниці дорівнює ефемеридній секундi, визначеній через тропічний рік на 0 січня 1900 р.

Практично точна одиниця часу стала доступною завдяки сигналам точного часу, що передаються по радіо з кварцових годинників, які є мірами частоти.

Останнім часом створені нові молекулярні та атомні еталони частоти і часу, які ґрунтуються на здатності молекул та атомів випромінювати і поглинати енергію під час переходу між двома енергетичними рівнями в діапазоні радіочастот [20].

У 1967 р. XIII Генеральна конференція з мір та ваги ухвалила нове визначення секунди як інтервалу часу, протягом якого відбувається 9 192 631 770 коливань. Такі коливання відповідають резонансній частоті енергетичного переходу між рівнями надтонкої структури основного стану атома цезію-133 за відсутності збурень зовнішніми полями.

Стабільність цезієвих еталонів дорівнює 10-11, що дозволяє використовувати їх службам часу та частоти.

Одиниця сили електричного струму (ампер\*).  
Виходячи з визначення сили струму як фізичної величини, яка дорівнює кількості електрики, що проходить крізь поперечний переріз провідника за одиницю часу, слід було б за основну одиницю прийняти певний заряд, який, наприклад, був би рівний заряду електрона. Проте сьогодні це не можна реалізувати з достатньою точністю, тому довелося відмовитися від одиниці кількості електрики як основної електричної одиниці і прийняти за еталонну одиницю силу струму ампер.

У 1893 р. Міжнародний конгрес електриків у Чикаго затвердив перший еталон сили електричного струму — ампер, установивши так званий міжнародний ампер. Ампер відтворювався за допомогою срібного вольтметра і визначався так: "Міжнародний ампер — незмінний струм, який, проходячи через водний розчин азотнокислого срібла за дотримання прикладеної інструкції і специфікації, виділяє 0,001118 грама срібла за 1 с".

У 1948 р. при переході на абсолютну практичну систему електричних одиниць міжнародний ампер було відмінено, а в основу сучасного еталона ампера покладено закон взаємодії електричних струмів [24].

IX Генеральна конференція з мір та ваги у 1948 р. ухвалила таке визначення ампера: "Ампер — сила незмінного струму, який, проходячи по двох паралельних прямолінійних провідниках нескінченної довжини і занадто малого круглого перерізу та розміщених на відстані 1 метра один від одного у вакуумі, при силі струму в провідниках в 1 А утворював би між провідниками силу взаємодії у  $2 \cdot 10^{-7}$  Н на кожний метр довжини".

Державний первинний еталон ампера — це комплекс вимірювальних засобів у складі струмових ваг електродинамічної системи, ваг з дистанційним управлінням та апаратури для передачі розміру одиниці. Похибка відтворення розміру одиниці сили струму державним первинним еталоном ампера не перевищує  $1 \times 10^{-3}\%$ .

Досягнення сучасної фізики в галузі дослідження атомного ядра розкривають нові можливості для розробки досконаліших еталонів одиниці електричного струму та заряду.

Одиниця температури (кельвін). Вимірювання температури з моменту винаходу термометра Галілеєм у 1598 р. ґрунтувалося на використанні властивостей термометричної речовини (газу, рідини) і пов'язано з іменами таких вчених, як Фаренгейт\*, Реомюр\*\*, Цельсій\*\*\*, Томсон (Кельвін) та ін.

У середині XVIII століття У. Томсон (Кельвін) показав, що можна встановити термодинамічну температурну шкалу, яка б не залежала від термометричної речовини.

Винайдення термодинамічної температурної шкали ґрунтується на II законі термодинаміки. Якщо в оберненому циклі Карно тіло, що здійснює цикл, поглинає теплоту  $Q_1$  при температурі  $T_1$  і віддає тепло  $Q_2$  при температурі  $T_2$ , то

відношення абсолютних температур  $T_1/T_2$  дорівнює відношенню кількості тепла  $Q_1/Q_2$ . Згідно з положенням термодинаміки, це відношення не залежить від властивостей термодинамічної речовини.

Вимірюючи кількість теплоти з достатньою точністю, можна визначити співвідношення температур та температуру конкретного об'єкта.

Встановлена таким чином термодинамічна температурна шкала, яка незалежна від властивостей термометричної речовини, називається шкалою Кельвіна.

При встановленні термодинамічної температурної шкали для збереження наступності числового вираження її зі стоградусною температурною шкалою Цельсія температурний проміжок між точками танення льоду та кипіння води прийняли за  $100\text{ }^\circ\text{C}$ .

Томсон і незалежно від нього Д.І. Менделєєв довели доцільність побудови термодинамічної шкали температур за однією реперною точкою — точкою абсолютного нуля. Така шкала має значні переваги і дозволяє визначити абсолютну температуру точніше, ніж шкала з двома реперними точками.

Похибка відтворення точки кипіння води становить  $0,002\text{--}0,01\text{ }^\circ\text{C}$ , точки танення льоду —  $0,0002\text{--}0,001\text{ }^\circ\text{C}$ , потрійної точки води —  $0,0001\text{ }^\circ\text{C}$ .

X Генеральна конференція з мір та ваги у 1954 році ухвалила рішення про термодинамічну температурну шкалу з однією реперною точкою — потрійною точкою води, яка вища за точку танення льоду на  $0,01\text{ }^\circ\text{C}$  ( $273,16\text{ K}$ ).

Таким чином, термодинамічна температура є основною і позначається символом  $T$ . Її одиницею служить кельвін —  $1/273,16$  частини потрійної точки води.

Температура у градусах Цельсія позначається символом  $t$  і визначається таким чином:

$$t = T - T_0.$$

де  $T_0 = 273,15\text{ K}$ .



Градус Цельсія дорівнює кельвіну.

Вимірювання температури за термодинамічною шкалою шляхом прямої її реалізації за допомогою газових термометрів пов'язане з серйозними труднощами, тому була прийнята Міжнародна практична температурна шкала, яка ґрунтується на відтворенні 11 рівноважних станів речовин (водню, неону, кисню, води, цинку, золота та ін.).

Одиниці сили світла (кандела) — сила світла в заданому напрямі джерела, що випромінює монохроматичне випромінювання частотою  $540 \cdot 10^{12}$  Гц, енергетична сила світла якого в цьому напрямі складає  $1/683$  Вт/ср.

У минулому столітті різні держави використовували різні еталонні джерела одиниці сили світла — свічки.

На Міжнародному конгресі електриків у 1881 р. був прийнятий еталон світла — одиниця Віоля. За одиницю Віоля визнавалася сила світла, яка випромінювалася квадратним сантиметром поверхні твердіючої платини у нормальному напрямку до цієї поверхні. Пізніше спосіб відтворення одиниці Віоля одержав назву "абсолютного еталона сили світла". У 1889 році конгресом за практичну одиницю світла була прийнята одна двадцята одиниці Віоля.

З огляду на труднощі реалізації еталона одиниці Віоля Міжнародний конгрес у 1893 році приймає за еталон лампу Гефнера — Альтенека, а пізніше — керамічні трубки та інші джерела світла [17].

Лише у 1967 році Генеральна конференція з мір та ваги визначила за одиницю сили світла канделу. Це світло, яке випромінюється з площини перерізом  $1/600000$  м<sup>2</sup> повного випромінювача у перпендикулярному до цього перерізу напрямку при температурі твердіння платини і тиску в  $101\,325$  Па.

Державний первинний еталон одиниці світла – кандела – складається з двох взаємозамінних повних випромінювачів та апаратури вимірювання. Повний випромінювач являє

собою тонкостінною трубку з оксиду торію, занурену у розплавлену платину. Нагрівання платини проводиться у високочастотній індукційній печі, а вимірювання сили світла — за допомогою фотоелектричного фотометра.

Середнє квадратичне відхилення результату відтворення та передачі одиниці сили світла державним еталоном не перевищує  $2 \cdot 10^3$ .

Одиниця кількості речовини (моль) — кількість речовин системи, що містить стільки ж структурних елементів, скільки атомів міститься у вуглеці-12 масою 0,012кг.

Основні одиниці Міжнародної системи зручні на практиці і широко застосовуються у відповідних областях вимірювань.

Міжнародна система одиниць містить також дві додаткові одиниці: для плоского кута — радіан і для тілесного кута — стерадіан (табл.1.2).

Радіан (рад) — одиниця плоского кута, рівна куту між двома радіусами кола, довжина дуги між якими рівна радіусу. В градусному численні  $1 \text{ рад} = 57^\circ 17' 44,8''$ .

Стерадіан (ср) — одиниця, рівна тілесному куту з вершиною в центрі сфери, що вирізує на поверхні сфери площу, рівну площі квадрата зі стороною, рівною радіусу сфери. Тілесний кут  $\Omega$  вимірюють опосередковано — шляхом вимірювання плоского кута  $\alpha$  при вершині конуса з подальшим обчисленням за формулою:

$$\Omega = 2\pi \left[ 1 - \cos \frac{\alpha}{2} \right].$$

Тілесному куту 1 ср відповідає плоский кут, рівний  $65^\circ 32'$ , куту  $\pi$  ср - плоский кут  $120^\circ$ , куту  $2\pi$  ср — плоский кут  $180^\circ$ . Додаткові одиниці використовуються тільки для теоретичних розрахунків і утворення похідних одиниць, наприклад кутової швидкості, кутового прискорення. Для

вимірювання кутів застосовують кутові градуси, хвилини і секунди. Приладів для вимірювання кутів у радіанах немає.

Кутові одиниці не можуть бути введені в число основних, оскільки це викликало б утруднення в трактуванні розмірностей величин, пов'язаних з обертанням (дуги кола, площі круга, роботи пари сил і т. д.). Разом з тим кутові одиниці не можна рахувати і похідними, оскільки вони не залежать від вибору основних одиниць. Дійсно, при будь-яких одиницях довжини розміри радіана і стерadiana залишаються незмінними.

З семи основних одиниць і двох додаткових як похідні виводять одиниці для вимірювань фізичних величин у всіх областях науки і техніки.

Розмірність не повністю відображає всі якісні особливості величин. Зустрічаються різні величини, що мають однакову розмірність. Наприклад, робота і момент сили, сила струму і магніторухійна сила та ін. [17].

Розмірність грає важливу роль при перевірці правильності складних розрахункових формул у теорії подібності і теорії розмірностей.

У міжнародну систему одиниць входять наступні похідні одиниці, що мають власне найменування (табл.1.2).

Таблиця 1.2 – Похідні одиниці СІ, що мають власне найменування

Величина	Одиниця		Вираз похідної одиниці	
	Назва	Позначення	Через другі одиниці СІ	
Частота	герц	Гц	-	$\text{с}^{-1}$
Сила	ньютон	Н	-	$\text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$
Тиск	паскаль	Па	$\text{Н}/\text{м}^2$	$\text{м}^{-1} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$
Енергія, робота, кількість	джоул	Дж	Нм	$\text{М}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$
Потужність, потік енергії	ват	Вт	Дж/с	$\text{М}^1 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3}$
Кількість електрики,	кулон	Кл	Ас	сА
Електрична напруга, електричний потенціал	вольт	В	Вт/А	$\frac{\text{М}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3}}{\text{А}}$
Електрична місткість	фарад	Ф	Кл/В	$\frac{\text{М}^{-2} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-4}}{\text{А}^2}$
Електричний опір	ом	Ом	В/А	$\frac{\text{М}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3}}{\text{А}^2}$
Електрична провідність	сіменс	См	А/В	$\frac{\text{М}^{-2} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^3}{\text{А}^2}$
Потік магнітної індукції	вебер	Вб	Вс	$\text{М}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$
Магнітна індукція	тесла	Т	$\text{Вб}/\text{м}^2$	$\frac{\text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1}}{\text{м}^2}$
Індуктивність	генрі	Гн	$\text{Вб}/\text{А}$	$\frac{\text{М}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}}{\text{А}}$
Світловий потік	люмен	лм		$\text{кд} \cdot \text{ср}$
Освітленість	люкс	лк		$\frac{\text{лм}}{\text{м}^2}$
Активність нукліда	беккерель	Бк	Вq	$\text{с}^{-1}$
Доза випромінювання	грей	Гй	Gy	$\text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$

Приклад утворення десяткових кратних і частинних одиниць фізичних величин, їх найменування та позначення

слід утворювати за допомогою множників і префіксів, які наведено у табл.1.3.

Таблиця 1.3 – Утворення десяткових кратних і частинних одиниць фізичних величин

Множник	Префікс		
	Найменування	Переклад	Міжнародні позначення
$10^{24}$	Йота	вісім разів по $10^3$	Y
$10^{21}$	зета	сім разів по $10^3$	Z
$10^{18}$	екса	шість разів по $10^3$	E
$10^{15}$	пета	п'ять разів по $10^3$	P
$10^{12}$	тера	величезний	T
$10^9$	гіга	гігант	G
$10^6$	мега	великий	M
$10^3$	кіло	тисяча	k
$10^2$	гекто	сто	h
10	дека	десять	da
$10^{-1}$	деци	десять	d
$10^{-2}$	санти	сто	c
$10^{-3}$	мілі	тисяча	m
$10^{-6}$	мікро	малий	μ
$10^{-9}$	нано	карлик	n
$10^{-12}$	піко	маленький (пікколо)	p
$10^{-15}$	фемто	п'ятнадцять	f
$10^{-18}$	атто	вісімнадцять	a
$10^{-21}$	зепто	двадцять один	z
$10^{-24}$	йокто	двадцять чотири	y

### 3.4 Вимірювані величини

Враховуючи, що вимірювання є інструментом пізнання об'єктів і явищ навколишнього світу, метрологія є частиною теорії пізнання і носить гносіологічний характер.

Об'єктами вимірювань є фізичні і нефізичні величини (у економіці, медицині, інформатиці, управлінні якістю і ін.).

Вимірювання фізичних величин поділяються на наступні види:

1. Вимірювання геометричних величин: довжин, відхилень форми поверхонь, параметрів складних поверхонь, кутів.

2. Вимірювання механічних величин: маси, сили, пружність моментів, напруги і деформацій; параметрів руху, твердості [17].

3. Вимірювання параметрів потоку, витрати, рівня, об'єму речовин: масової і об'ємної витрати рідин в трубопроводах; витрати газів; місткості; параметрів відкритих потоків; рівня рідини.

4. Вимірювання тиску, вакуумні вимірювання: надлишкового тиску; абсолютного тиску; змінного тиску; вакууму.

5. Фізико-хімічні вимірювання: в'язкість; густина; вміст (концентрації) компонентів в твердих, рідких і газоподібних речовинах; вологості газів, твердих речовин; електрохімічні вимірювання.

6. Теплофізичні і температурні вимірювання: температури; теплофізичних величин.

7. Вимірювання часу і частоти: методи і засоби відтворення і зберігання одиниць і шкал часу і частоти; вимірювання інтервалів часу; вимірювання частоти періодичних процесів; методи і засоби передачі розмірів одиниць часу і частоти.

8. Вимірювання електричних і магнітних величин на постійному і змінному струмі: сили струму, кількості електрики, електрорушійної сили, напруги, потужності і енергії, кута зсуву фаз; електричного опору, провідності, ємності, індуктивності електричних ланцюгів; параметрів магнітних полів; магнітних характеристик матеріалів.

9. Радіоелектронні вимірювання: інтенсивності сигналів; параметрів форми і спектру сигналів; властивостей речовин і матеріалів радіотехнічними методами.

10. Вимірювання акустичних величин: акустичні - в повітряному середовищі і в газах; акустичні - у водному середовищі; акустичні - в твердих тілах; аудіометрія і вимірювання рівня шуму.

11. Оптичні і оптико-фізичні вимірювання: світлові, вимірювання оптичних властивостей матеріалів у видимій області спектру; енергетичних параметрів некогерентного оптичного випромінювання; енергетичних параметрів просторового розподілу енергії і потужності безперервного й імпульсного лазерного і квазімонохроматичного випромінювання; спектральних, частотних характеристик, поляризації лазерного випромінювання; параметрів оптичних елементів, оптичних характеристик матеріалів; характеристик фотоматеріалів і оптичної густини.

12. Вимірювання іонізуючих випромінювань і ядерних констант: дозиметричних характеристик іонізуючого випромінювання; спектральних характеристик іонізуючого випромінювання; активності радіонуклідів; радіометричних характеристик іонізуючого випромінювання.

У кваліметрії, зокрема, не прийнято поділ показників якості на основні і похідні. Виділяються одиничні і комплексні показники якості. При цьому одиничні відносяться до однієї з властивостей продукції, а комплексні характеризують відразу декілька властивостей.

У теорії вимірювань прийнято, в основному, розрізняти п'ять типів шкал: найменувань, порядку, різниць (інтервалів), відношень і абсолютні.

Шкали найменувань характеризуються тільки відношенням еквівалентності. Прикладом такої шкали є поширена класифікація (оцінка) кольору по найменуваннях (атласи кольорів до 1000 найменувань) [58].

Шкали порядку розташовані в порядку зростання або зменшення розміру вимірюваної величини. Розстановка розмірів у порядку їх зростання або спадання з метою отримання вимірювальної інформації за шкалою порядку називається ранжируванням. Для полегшення вимірювань за шкалою порядку деякі точки на ній можна зафіксувати як опорні (реперні). Недоліком шкал реперів є невизначеність інтервалів між реперними точками. Тому результати не можна додавати, обчислювати, перемножувати, ділити і тому подібне. Прикладами таких шкал є: знання студентів по балах, землетруси по 12 бальній системі, сила вітру за шкалою Бофорта, чутливість плівок.

Шкали різниць (інтервалів) відрізняються від шкал порядку тим, що за шкалою інтервалів можна вже судити не тільки про те, що розмір більший від іншого, але і на скільки більший. Зі шкалою інтервалів можливі такі математичні дії як віднімання і додавання. Характерним прикладом є шкала інтервалів часу, оскільки інтервали часу можна сумувати або віднімати.

Шкали відношень описують властивості з безліччю самих якісних проявів, які застосовані відносно еквівалентності, порядку і сумування, а отже, віднімання і множення. У шкалі відношення існує нульове значення показника властивості. Прикладом є шкала довжин. Будь-яке вимірювання за шкалою відношень полягає в порівнянні невідомого розміру з відомим і виразі першого через другий у кратному або частинному відношенні.



Абсолютні шкали мають всі ознаки шкал відношень, але в них додатково існує природне однозначне визначення одиниці вимірювання. Такі шкали відповідають відносним величинам (відношень однойменних фізичних величин, що описують шкали відношень). До таких величин відносяться коефіцієнт посилення, ослаблення і тому подібне. Серед цих шкал існують шкали, значення яких знаходяться в межах від 0 до 1 (коефіцієнт корисної дії, і т.д.).

## ЛЕКЦІЯ №4 ВИДИ І МЕТОДИ ВИМІРЮВАНЬ

### 4.1 Вимірювальний сигнал і перетворення вимірювальної величини

Сучасні системи автоматизації реалізують керування процесами технологічних об'єктів. До кожного технологічного процесу зазвичай ставиться низка вимог стосовно його реалізації для досягнення певної мети. Сукупність правил, що однозначно визначають, як і в якій послідовності слід виконувати окремі прості операції для розв'язання загальної задачі, називають алгоритмом (на честь середньоазійського математика, астронома та географа ал-Хорезмі Мухаммеда бен Муса, родом із м. Хорезма, який ще у 825 р. сформулював загальні правила виконання чотирьох арифметичних дій над багатозначними числами. За наших часів поняття «алгоритм» набуло широкого значення).

Керування технологічним процесом має забезпечити виконання заданого алгоритму цього процесу на основі інформації про стан об'єкта. Загальну структурну схему будь-якої системи керування зображено на рис.1.6, де ОК – об'єкт керування;  $\lambda$  – вплив зовнішнього фактора на об'єкт, унаслідок чого порушується заданий перебіг технологічного процесу (так зване «збурення»); ПІ – повідомча інформація про стан об'єкта; КІ – керуюча інформація, спрямована на забезпечення виконання заданого алгоритму технологічного процесу; Р – розпорядча ланка, яка виробляє керуючу інформацію на основі аналізу інформації, що повідомляється.

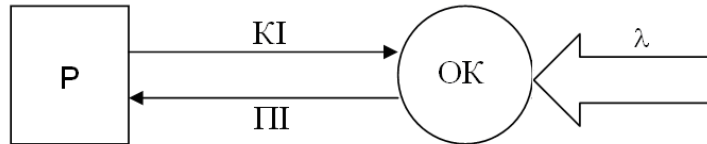


Рисунок 1.6 – Структурна схема системи керування

Стан об'єкту характеризується сукупністю фізичних величин, саме які і оцінюють в якісному і кількісному відношенні.

Згідно з ДСТУ 2681-94, вимірювання є відображенням вимірюваних величин їх значеннями шляхом експерименту та обчислень за допомогою спеціальних технічних засобів. Під значенням  $x$  фізичної величини  $X$  розуміють оцінку її розміру у вигляді:

$$x = N \cdot 1x,$$

де  $N$  – абсолютне число, яке називають числовим значенням величини при прийнятому розмірі її одиниці  $1x$ , наприклад  $x = 5A$ .

Тут під терміном "значення" розуміють дійсне значення (ще умовно істинне значення) величини, тобто знайдене експериментальним шляхом значення фізичної величини, яке настільки наближене до її істинного значення (значення, яке ідеально відображало би певну властивість об'єкта), що його можна використати замість істинного.

Вимірювальною інформацією називають інформацію про значення вимірюваних фізичних величин.

Матеріальними носіями вимірювальної інформації вважаються є сигнали, що є енергетичним процесом. Вимірювальний сигнал як енергетичний процес може характеризуватися декількома параметрами. Наприклад, сигнал у вигляді синусоїдальної напруги має такі параметри: амплітуду, ефективне або середнє значення, частоту (період),

фазу. Один із параметрів вимірювального сигналу, який містить вимірювальну інформацію, називають інформативним параметром.

Отже, активна вимірювана величина сама є параметром енергетичного процесу, який несе вимірювальну інформацію про її розмір, тобто є вимірювальним сигналом. Під час вимірювання пасивної фізичної величини вимірювальний сигнал потрібно створити. Для цього використовують деякий енергетичний носій (процес), один із параметрів якого змінюється (модулюється) залежно від розміру цієї пасивної величини за певним законом, що називається кодом.

Для добування вимірюваної інформації вимірювальні сигнали піддаються відповідним перетворенням, що базуються на модуляції та кодуванні. Модулюються певні параметри носія інформації, а кодується вимірювальна інформація. Носіями інформації можуть бути і пасивні величини, розміри яких модулюються активними величинами. Прикладом може бути модуляція опору терморезистивного перетворювача під дією температури. Модульований пасивний носій стає носієм вимірювальної інформації, але не є сигналом.

Модуляція та кодування органічно зв'язані між собою і лежать в основі всіх перетворень вимірювальних сигналів вимірювальної інформації, яка в них міститься. Вид модуляції визначається видом носія, характером модульованого параметра та видом кодування. Носієм вимірювальної інформації може бути величина із сталою інтенсивністю, гармонічне коливання або періодична послідовність імпульсів. Відповідно розрізняють пряму модуляцію, модуляцію гармонічних коливань та імпульсну модуляцію, присвоюючи їм назву за видом модульованого параметра (амплітудна, частотна, амплітудно-імпульсна і тд.) [17].

Кодування, що здійснюється, зокрема, для полегшення опрацювання вимірювальної інформації для забезпечення

кращої завадостійкості під час передавання вимірювальної інформації, може бути аналоговим або цифровим. Аналогове кодування полягає у відтворенні розмірів однієї фізичної величини розмірами іншої величини. Відображення інформації умовними знаками (символами), зокрема цифровими, називається цифровим кодуванням. Відповідно до цього, розрізняють аналогові та цифрові вимірювальні сигнали та аналогову і цифрову форми вимірювальної інформації. Аналоговий сигнал може бути неперервним, дискретизованим у часі, квантованим за рівнем, а також дискретизованим і квантованим.

Види аналогових сигналів – неперервний  $x(t)$ , дискретизований в часі  $x(t_k)$ , квантований за рівнем  $x = [x(t) + q/2]$  з кроком квантування  $q$  (квадратні дужки означають цілу частину числа), а також дискретизований та квантований  $x_k = [x(t) + q/2]$  – показані на рис.1.7.

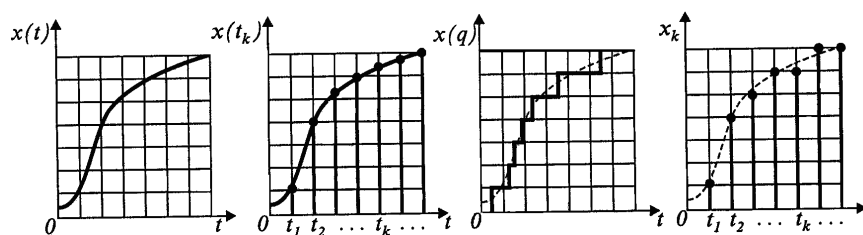


Рисунок 1.7 – Види аналогових сигналів

Отже, аналогові сигнали бувають неперервні або дискретні, а цифрові – тільки дискретні. Аналоговий сигнал при перетворенні в цифровий кодується.

#### 4.2 Види і методи вимірювань

Для вимірювання фізичної величини необхідно створити ряд умов: можливість виділення вимірюваної величини серед інших величин; можливість встановлення одиниці, необхідної для вимірювання виділеної величини; можливість матеріалізації (відтворення і зберігання) встановленої одиниці технічними засобами; можливість збереження незмінним розміру одиниці (в межах встановленої точності) як мінімум на термін, необхідний для вимірювань. Вимірювання можуть бути класифіковані таким чином (табл.1.4):

Таблиця 1.4 – Класифікація видів вимірювання

Ознака класифікації	Вид вимірювань
за характеристикою точності	рівноточні, нерівноточні
за числом вимірювань у ряді	одноноразові, багаторазові
за відношенням до зміни вимірюваної величини	статичні, динамічні
за метрологічним призначенням	технічні, метрологічні
за виразом результату	абсолютні, відносні
за загальними прийомами отримання результатів вимірювань	прямі, опосередковані, сумісні, сукупні

Рівноточні вимірювання — це ряд вимірювань фізичної величини, виконаних однаковими по точності засобами вимірювань і в одних і тих же умовах.

Нерівноточні вимірювання — це ряд вимірювань, виконаних різними по точності засобами вимірювань і (або) в дещо різних умовах.

Нерівноточні вимірювання обробляють з метою отримання результату вимірювань тільки у тому випадку, коли неможливо одержати ряд рівноточних вимірювань.

Однократне вимірювання — це вимірювання, виконане тільки один раз.

Багатократне вимірювання — це вимірювання одного і того ж розміру фізичної величини, результат якого одержаний з декількох послідовних вимірювань, тобто що складається з ряду однократних вимірювань. При чотирьох вимірюваннях і більше, що входять у ряд, вимірювання можна вважати багатократним. За результат багатократного вимірювання звичайно застосовують середнє арифметичне значення з окремих вимірювань [20].

Статичне вимірювання — це вимірювання фізичної величини, що приймається відповідно до конкретної вимірювальної задачі за незмінну впродовж часу вимірювання. Наприклад, вимірювання діаметру деталі при нормальній температурі.

Динамічне вимірювання — це вимірювання змінюваної за розміром фізичної величини і, можливо, її зміни в часі. Наприклад, вимірювання змінної напруги електричного струму.

Технічні вимірювання — це вимірювання за допомогою робочих засобів вимірювань. Застосовуються з метою контролю і управління. Наприклад, вимірювання діаметру деталей в ході технологічного процесу.

Метрологічні вимірювання — це вимірювання за допомогою еталонів і зразкових засобів вимірювань з метою відтворення одиниць фізичних величин для передачі їх розміру робочим засобам вимірювань.

Абсолютне вимірювання — це вимірювання, засноване на прямих вимірюваннях однієї або декількох основних величин і (або) використуванні значень фізичних констант. Наприклад, вимірювання сили  $F$  засновано на вимірюванні основної величини — маси ( $m$ ) і використування фізичної постійної  $g$  (в точці вимірювання маси).

Відносне вимірювання — це вимірювання відношення величини до однойменної величини, що виконує роль одиниці, або зміни величини по відношенню до однойменної величини, що приймається за початкову.

Прямі вимірювання — це вимірювання, що проводяться прямим методом, при якому шукане значення величини знаходять безпосередньо (наприклад, вимірювання довжини штангенциркулем або мікрометром, кута — кутоміром і т.п.)

У відношенні повноти оцінки точності виділяють категорії видів вимірювань: з апостеріорною і апіорною оцінкою похибок. До апостеріорних відносять вимірювання, які проводять при метрологічних дослідженнях. При цьому обробка даних спостережень здійснюється найбільш точно з урахуванням індивідуальних характеристик засобів вимірювання, а також результатів додаткових вимірювань, що здійснюються для контролю умов вимірювання.

Вимірювання з апіорною оцінкою похибок, які називаються технічними, виконують згідно стандартизованих методик. При цьому обробка експериментальних даних є мінімальною, а похибка вимірювань оцінюється наперед, в межах атестації методики проведення вимірювань. Середня категорія – вимірювання з наближеною апостеріорною оцінкою похибок на основі експериментальних даних включає в себе ряд контрольно-повірочних вимірювань, а також ряд вимірювань згідно стандартизованих методик, якщо один або декілька важливих факторів не задовольняють вимогам методики. При цьому обробка даних може бути більш складною, ніж при технічних вимірюваннях, з урахуванням даних про типові характеристики засобів вимірювань і про наближені оцінки основних впливаючих величин [24].

Важливим з точки зору методик обробки експериментальних даних є поділ вимірювань на прямі, опосередковані, сумісні і сукупні.



Опосередковані вимірювання — це вимірювання, що проводяться непрямим методом, при якому шукане значення фізичної величини визначається на підставі результатів прямих вимірювань інших фізичних величин, функціонально пов'язаних з шуканою величиною. Наприклад, визначення об'єму прямокутного паралелепіпеда за значеннями його ширини  $B$ , довжини  $L$  і висоти  $H$ . Як відомо, ці величини зв'язані між собою рівнянням  $V = BLH$ .

Сукупні вимірювання — це вимірювання декількох однойменних величин, при яких шукані значення величин визначають шляхом рішення системи рівнянь, які отримуються при вимірюваннях різних поєднань цих величин, що проводяться одночасно.

Наприклад, необхідно визначити розміри фізичних величин  $A_1$ ,  $A_2$  і  $A_3$ , але немає засобів, які дали б можливість виміряти безпосередньо ці величини, а є засоби, що дозволяють визначити суми будь-яких двох із вказаних величин. Тоді, вимірюючи різні поєднання величин, одержимо:

$$A_1 + A_2 = a; \quad A_1 + A_3 = b; \quad A_2 + A_3 = c,$$

де  $a$ ,  $b$  і  $c$  — результати вимірювання відповідних пар розмірів величини. Розв'язавши цю систему рівнянь, можна визначити величини  $A_1$ ,  $A_2$  і  $A_3$ .

Сумісні вимірювання — це вимірювання двох або декількох неоднойменних величин, що проводяться одночасно, для визначення залежності між ними. Наприклад, на підставі ряду одночасних вимірювань приросту довжини зразка залежно від змін його температури (одержаних в результаті вимірювань) визначають коефіцієнт лінійного розширення зразка.

За своєю суттю сумісні вимірювання нічим не відрізняються від непрямих вимірювань.

### 4.3 Методи вимірювань

Метод вимірювань — прийом або сукупність прийомів порівняння вимірюваної фізичної величини з її одиницею відповідно до реалізованого принципу вимірювань.

Тут під принципом вимірювань розуміється фізичне явище або ефект, покладений в основу вимірювання тим або іншим типом засобів вимірювань (наприклад, вживання ефекту Доплера для вимірювання швидкості, сили тяжкості при вимірюванні маси зважуванням. Метод вимірювань звичайно обумовлений пристроєм засобів вимірювань). Розрізняють наступні основні методи вимірювань: безпосередньої оцінки, порівняння з мірою, диференціальний, нульовий, контактний і безконтактний.

1) Безпосередній метод — метод вимірювань, в якому значення величини визначають безпосередньо по відліковому пристрою вимірювального приладу. Наприклад, вимірювання розміру за допомогою штангенциркуля або мікрометра, сили електричного струму – амперметром і т.п. Метод *порівняння з мірою* — метод вимірювань, в якому вимірювану величину порівнюють з величиною відтворюючої мірою. Наприклад, вимірювання маси на терезах важелів з урівноваженням гирями (заходами маси з відомими значеннями).

2) Нульовий метод вимірювань — метод порівняння з мірою, в якому результуючий ефект дії вимірюваної величини і міри доводять до нуля. Наприклад, вимірювання опору за допомогою моста опорів.

3) Метод вимірювання заміщенням — метод порівняння з мірою, в якому вимірювану величину заміщають відомою величиною, що відтворюється мірою. Наприклад, на чашку терезів, призначену для зважування маси, встановлюють повний комплект гирь і врівноважують терези

довільним вантажем. Потім на чашку з гирями поміщають зважувану масу і знімають частину гирь для відновлення рівноваги. Сумарне значення маси знятих гирь відповідає значенню зважуваної маси (спосіб Д.І. Менделєєва).

4) Метод вимірювань доповненням — метод порівняння з мірою, в якому значення вимірюваної величини доповнюється мірою цієї ж величини з таким розрахунком, щоб на прилад впливала сума, рівна наперед заданому значенню.

5) Диференціальний метод вимірювань — метод вимірювань, при якому вимірювана величина порівнюється з однорідною величиною, що має відоме значення, трохи відмінне від вимірюваної величини, при якому вимірюється різниця між цими двома значеннями. В цьому випадку відносна похибка  $\Delta x$  вимірюваної величини  $x$  буде рівна

$$\Delta x = \frac{a}{x} \Delta_i + \Delta_m,$$

де  $\Delta_m$  – відносна (віднесена до номінального значення міри  $x_m$ ) похибка калібрування міри;  $\Delta_i$  - інструментальна похибка приладу ( $a = x - x_m$ ).

При малих  $a$  вплив  $\Delta_i$  на точність результату вимірювань може бути зведена до нуля. Цей метод знайшов широке розповсюдження в перевірці.

6) Контактний метод вимірювань — метод, заснований на тому, що чутливий елемент приладу приводиться в контакт з об'єктом вимірювання. Наприклад, контроль температури термометром.

7) Безконтактний метод вимірювання — метод, заснований на тому, що чутливий елемент приладу не приводиться в контакт з об'єктом вимірювання. Наприклад, вимірювання температури пірометром.

Вибір того або іншого методу вимірювань визначається призначенням їх результатів і вимогами до точності [29].

#### 4.4 Поняття про точність вимірювань

Точність результату вимірювання — характеристика якості вимірювання, що відображає близькість до нуля похибку його результату. Ці похибки є наслідком багатьох причин: недосконалості засобів вимірювань, методу вимірювань, досвіду оператора, недостатньої ретельності проведення вимірювання, дії зовнішніх умов і т.д. Для зменшення похибок необхідно усунути або зменшити вплив кожної з причин їх появи. Точність вимірювання, звичайно, характеризується похибкою вимірювання. Вважається, що чим менша похибка вимірювання, тим більша його точність.

Кожний результат містить похибку, величину якої можна представити в наступному вигляді:

$$\Delta x_{\text{вим}} = x_{\text{вим}} - x_d,$$

де  $\Delta x_{\text{вим}}$  — похибка вимірювання;  $x_{\text{вим}}$  — результат вимірювання;  $x_d$  — дійсне (істинне) значення вимірюваної величини.

Оскільки істинне значення фізичної величини  $x_d$  невідоме, то для визначення похибки вимірювання замість нього приймають дійсне значення фізичної величини  $x_d$ , визначуване з точністю, достатньою для оцінки похибки вимірювання.

Для оцінки ступеня наближення результатів вимірювання до істинного значення вимірюваної величини використовуються методи теорії ймовірності і математичної статистики. Використання методів, розроблених у рамках теорії ймовірності і математичної статистики, дозволяє з певною достовірністю оцінити межі похибки, за які вони не виходять. Це дає можливість для кожного конкретного випадку вибрати засоби і методи вимірювання, що

забезпечують отримання результату, похибки якого не перевищують заданих меж з необхідним ступенем довір'я до результатів вимірювань (достовірністю).

#### 4.5 Еталони одиниць фізичних величин

Засіб вимірювань або комплекс засобів вимірювань, призначений для відтворення і зберігання одиниці і передачі її розміру, – еталон одиниці фізичної величини.

Еталон повинен володіти наступними істотними ознаками: незмінністю, відтворністю і співставленням.

Незмінність еталона — властивість еталона утримувати незмінним розмір відтворної ним одиниці протягом тривалого періоду часу, а всі зміни, залежні від зовнішніх умов (температура, вологість, тиск і т. п.), повинні бути строго описані функціями величин, доступних точному вимірюванню.

Відтворність еталона — можливість відтворення одиниці фізичної величини з якнайменшою похибкою для даного рівня розвитку вимірювальної техніки.

Співставленість еталона — можливість забезпечення зв'язу з еталоном інших засобів вимірювань, нижчестоячих по повірочній схемі, з щонайвищою точністю для даного рівня розвитку техніки вимірювань.

Еталонна база включає державні, первинні, вторинні, спеціальні еталони одиниць вимірювання, еталони-копії, еталони-порівняння; вихідні еталони, міжнародні еталони, еталони-свідки, еталони-копії; еталони-порівняння; робочі еталони; вихідні еталони, стандартні зразки складу та властивостей речовин і матеріалів, стандартні довідкові дані про фізичні сталі та властивості речовин і матеріалів [58].

Як спеціальний еталон використовується еталон, що забезпечує відтворення одиниці в особливих умовах і служить для цих умов первинним еталоном.

Державний еталон одиниці величини — офіційно затверджений еталон, який забезпечує відтворення одиниці вимірювань та передачу її розміру іншим еталонам з найвищою у країні точністю.

Для того щоб забезпечити відтворення одиниць з максимально можливою точністю, державні еталони постійно удосконалюються, а для забезпечення єдності вимірювань фізичних величин в міжнародному масштабі важливу роль відіграють міжнародні зіставлення національних державних еталонів (виявлення систематичних похибок відтворення одиниці національними еталонами, відповідність міжнародному рівню).

Відхилення маси еталонів, які були визначені при міжнародних звіреннях, показують достатній ступінь її стабільності (табл.1.5).

Таблиця 1.5 – Результати міжнародних звірень еталона маси

Країна	Номер еталона	Відхилення маси еталона, мг		Різниця маси еталонів
		Перше звірення	Друге звірення	
Міжнародний еталон	31	0,162	0,128	-0,034
Франція	35	0,191	0,183	-0,008
Росія	12	0,068	0,085	0,017
США	20	-0,039	-0,019	0,020
Японія	6	0,169	0,170	0,001
Італія	5	0,018	0,018	0,000
Швейцарія	38	0,183	0,214	0,031

Сукупність первинних еталонів складає еталонну базу країни і є основою забезпечення єдності вимірювань. Число

еталонів не є постійним, а змінюється залежно від потреб народного господарства країни. Звичайно простежується збільшення їх числа в часі, що обумовлене постійним розвитком робочих засобів вимірювань.

Як вторинний еталон використовується еталон, одержуючий розмір одиниці шляхом звірень з первинним еталоном даної одиниці.

Вторинний еталон є похідним по відношенню до первинного еталона.

Еталон-свідок — вторинний еталон, призначений для перевірки збереження і незмінності державного еталона і для заміни його у разі псування або втрати. В даний час тільки еталон кілограма має еталон-свідок.

Еталон-копія — це вторинний еталон, призначений для передачі розміру одиниці робочим еталонам. Такі еталони створюються у разі великого числа перевірочних робіт з метою запобігання первинного або спеціального еталона від передчасного зносу. Еталон-копія є копією державного еталона тільки по метрологічному призначенню і може не завжди бути фізичною копією державного еталона. При необхідності еталон-копія може замінити державний еталон.

Еталон-порівняння — це вторинний еталон, який застосовується для звірень еталонів, які з тих або інших причин не можуть бути безпосередньо звірені один з одним.

Робочий еталон — це вторинний еталон для передачі розміру одиниці зразковим засобам вимірювань, або для перевірки чи калібрування ЗВТ.

Вихідний еталон - робочий еталон, який має найвищі метрологічні властивості серед еталонів, що є на підприємстві чи в організації. За допомогою еталонів відтворюють і зберігають одну одиницю фізичної величини або декілька взаємозв'язаних одиниць фізичних величин (наприклад, одиниця часу і одиниця частоти відтворюються одним еталоном). В організаціях та на підприємствах

експлуатуються десятки тисяч вихідних та робочих еталонів. Тільки в Івано-Франківській області їх нараховується біля 8 тисяч одиниць. Нагляд за державними еталонами здійснюють спеціальні посадові особи - вчені-зберігачі.

Міжнародний еталон — це еталон, прийнятий за міжнародною угодою як первинний міжнародний еталон і служить для узгодження з ним розмірів одиниць, відтворених і збережених національними еталонами [20].

Підставою для створення державних еталонів є необхідність в еталоні для метрологічного забезпечення даного виду вимірювань; наявність значного парку ЗВТ, які градуйовані в цих одиницях фізичних величин; технічна можливість передачі розміру одиниці фізичної величини з потрібною точністю.

Створення еталонів здійснюється на підставі програм створення еталонної бази України, які розробляються головними організаціями та затверджуються Держстандартом України.

Еталони розробляються згідно технічного завдання, в якому встановлюються вимоги до метрологічних та технічних характеристик еталонів, а також етапи їх розроблення.

Еталонна база є науково-технічною основою забезпечення єдності вимірювання у державі, що сприяє розвитку наукової та виробничої сфер економіки, міжнародної торгівлі, захисту інтересів споживачів.

До Реєстру державних, первинних і вторинних еталонів одиниць вимірювань внесено 58 державних і 66 вторинних еталонів одиниць вимірювань, в тому числі 5 державних первинних еталонів для відтворення 5 (із 7) основних одиниць вимірювань системи SI: одиниць довжини, маси, температури, часу, сили світла. Для національної економіки необхідно згідно з проведеним аналізом близько 85 державних первинних та 100 вторинних еталонів. Близько 40 відсотків державних еталонів функціонує понад 10 років, ступінь їх



зносу становить 70 - 80 відсотків. Це зумовлено наявністю в їх складі електронних та електромеханічних високоточних приладів з обмеженим терміном експлуатації.

Державні еталони України відтворюють одиниці вимірювань в усіх 12 видах вимірювань:

- вимірювання геометричних величин – 4 еталони;
- вимірювання механічних величин – 5 еталонів;
- вимірювання параметрів потоку, витрати, рівня, об'єму речовин – 4 еталони;
- вимірювання тиску, вакуумні вимірювання – 3 еталони;
- вимірювання фізико-хімічного складу та властивостей речовин – 3 еталони;
- температурні та теплофізичні вимірювання – 6 еталонів;
- вимірювання часу і частоти – 1 еталон;
- вимірювання електричних і магнітних величин – 8 еталонів;
- радіоелектронні вимірювання – 6 еталонів;
- вимірювання акустичних величин – 1 еталон;
- оптико-фізичні вимірювання – 9 еталонів;
- вимірювання іонізуючих випромінень та ядерних констант – 8 еталонів.

Державні еталони України експлуатуються в національному науковому метрологічному центрі – ННЦ “Інститут метрології”, державних наукових метрологічних центрах – Укрметртестстандарті, ДП “НДІ „Система”, а також ДП “Івано-Франківськстандартметрологія”.

ННЦ “Інститут метрології” (м.Харків) – 48 державних еталонів;

ДП “Укрметртестстандарт” (м.Київ) – 8 державних еталонів;

ДП “НДІ „Система” (м.Львів) – 1 державний еталон;

ДП “Івано-Франківськстандартметрологія” (м.Івано-Франківськ) – 1 державний еталон.

Створені державні еталони представляють унікальні вимірвальні комплекси, в яких використані новітні досягнення світової науки та техніки і для функціонування яких обладнані спеціальні приміщення із забезпеченням необхідних умов для підтримання температури, вологості, вібрації та інших параметрів інженерної інфраструктури, що забезпечують задані умови експлуатації. Високий науково-технічний рівень еталонів підтверджено результатами їх звірень з національними еталонами Німеччини, Великобританії, Росії.

Враховуючи значення державних еталонів у розвитку нових напрямів науки і техніки, створенні новітніх технологій, підвищенні обороноздатності країни, поліпшенні якості промислової та сільськогосподарської продукції, Постановою Кабінету Міністрів України від 19 грудня 2001 р. № 1709 державні еталони віднесено до наукових об’єктів, що становлять національне надбання.

Впровадження еталонної бази сприяє [24]:

- підвищенню якості та конкурентоспроможності вітчизняної продукції, економії матеріальних витрат, у тому числі енергоресурсів;
- підвищенню якості контролю стану навколишнього природного середовища, продуктів харчування та лікарських препаратів, безпеки умов праці та робіт щодо захисту життя та здоров’я громадян країни;
- підвищенню довіри до України зарубіжних партнерів щодо торговельних операцій та науково-технічного співробітництва, сприянню приєднання України до Світової організації торгівлі (СОТ);
- захисту громадян і національної економіки від наслідків недостовірних результатів вимірювань;

- укріпленню позицій України на міжнародному ринку метрологічних послуг.

#### **4.6 Планування та організація вимірювань**

Вимірювання фізичних величин є основою як наукового експерименту, так і масових вимірювань в усіх галузях народного господарства. Досліджуючи об'єкт чи технологічний процес, доводиться враховувати ряд фізичних величин та параметрів технологічних процесів. Як експериментальне дослідження, вимірювання має певні стадії організації та виконання. Це, зокрема, формування мети; складання програми експерименту, методична та матеріальна підготовка експерименту; проведення експерименту; опрацювання результатів вимірювань та оцінка похибки вимірювань; аналіз отриманих результатів та формулювання оцінки проведених вимірювань.

Загалом процес вимірювання можна розділити на три етапи:

- 1) підготовка та планування вимірювань;
- 2) виконання вимірювань;
- 3) опрацювання та аналіз отриманих даних.

Основними питаннями, які потрібно вирішити на етапі підготовки та планування вимірювань, є:

- модель досліджуваного об'єкта, наприклад, під час вимірювання змінного струму здебільшого приймається його гармонічна модель, а у випадку несинусоїдних струмів модель ускладнюється вищими гармонічними складовими, сталою складовою;

- вимірювані параметри моделі, наприклад, для синусоїдного струму необхідно знати, який із параметрів вимірюватиметься: ефективне значення струму, амплітудне чи інший параметр (частота);

- мета вимірювання, яка встановлює потрібну точність вимірювань та значною мірою впливає на вибір моделі вимірюваної величини;
- залежності між величинами, значення яких необхідно визначити за безпосередньо вимірюваними величинами (при непрямих вимірюваннях);
- умови вимірювань та впливні фактори;
- допустимі похибки вимірювань, а при непрямих вимірюваннях – допустимі
- похибки вимірювань кожного із безпосередньо вимірюваних величин; необхідні методи вимірювань окремих величин;
- потрібні засоби вимірювальної техніки, їх метрологічні характеристики;
- способи корекції похибок вимірювань;
- форма подання результатів вимірювань;
- необхідні алгоритми та засоби опрацювання експериментальних даних та їх достовірності;
- необхідні затрати для виконання поставленого завдання;
- економічна ефективність вимірювань.

Досліджуваний об'єкт та мета досліджень здебільшого задаються. Важливим етапом підготовки до вимірювань є визначення на основі апріорних даних характеру та можливих значень досліджуваних величин з урахуванням властивостей досліджуваного об'єкта.

Для оцінки потрібної точності вимірювань враховують мету вимірювань. При масових вимірюваннях вимоги до точності диктуються економічними міркуваннями. Крім цього, чим точніші та чутливіші прилади, тим вони, звичайно, складніші, вимагають кваліфікованого обслуговування. Означення основних термінів з планування вимірювального експерименту дає ГОСТ 24026 – 80 "Исследовательские испытания. Планирование эксперимента". Згідно з цим

стандартом, план експерименту – це сукупність даних, що визначають кількість, умови та послідовність виконання дослідів. Мета планування – підвищення ефективності одержання інформації про об'єкт дослідження, що потрібно для побудови його моделі, яка виражає залежність його вихідних величин від вхідних факторів, або для оцінювання параметрів моделі, якщо вона заздалегідь вибрана. Вибір моделі визначається не тільки властивостями об'єкта, але й призначенням, вимогами адекватності, простоти та компактності.

Вимірювальні експерименти піділяють на пасивні та активні. Планування пасивних експериментів полягає в оптимізації збирання та опрацювання інформації про об'єкт дослідження без впливу дослідника на факторний простір. При активному експерименті дослідник задає рівні факторів. В однофакторному активному експерименті змінюють рівні одного фактора при фіксованих рівнях інших факторів. В багатофакторному експерименті змінюють рівні декількох факторів при однакових комбінаціях інших факторів.

## ЛЕКЦІЯ №5 ЗАСОБИ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ

### 5.1 Класифікація засобів вимірювальної техніки

Засіб вимірювальної техніки – технічний засіб, який застосовується під час вимірювань і має нормовані метрологічні характеристики. Згідно з ДСТУ 2681-94, до засобів вимірювальної техніки належать засоби вимірювань та вимірювальні пристрої. Засіб вимірювань призначений для зберігання або відтворення одиниці фізичної величини. Ці найважливіші чинники і обумовлюють можливість виконання вимірювання (зіставлення з одиницею). Якщо розмір одиниці в процесі вимірювань змінюється більше, ніж встановлено нормами, таким засобом не можна отримати результат з потрібною точністю. Це означає, що вимірювати можна лише тоді, коли технічний засіб, призначений для цієї мети, може зберігати одиницю, достатньо незмінну за розміром у часі. При оцінюванні величин за умовними шкалами шкали виступають як засоби вимірювань цих величин [29].

Засобами вимірювань є вимірювальні і реєструючі прилади, вимірювальні канали, вимірювальні установки, вимірювальні системи, кодові засоби вимірювань.

Вимірювальний прилад – це засіб вимірювань, в якому створюється візуальний сигнал вимірювальної інформації, а реєструючий прилад - засіб вимірювань, в якому реєструється сигнал вимірювальної інформації.

Вимірювальна установка – сукупність функціонально об'єднаних ЗВТ та допоміжних технічних засобів (стабілізуючих, перемикаючих, регулюючих), призначена для одержання вимірювальних сигналів, придатних для безпосереднього сприйняття вимірювальної інформації спостерігачем (установка для досліджень феромагнітних матеріалів).

Вимірювальний канал – сукупність ЗВТ, засобів зв'язку та інших технічних засобів для створення сигналу вимірювальної інформації про одну вимірювану фізичну величину.

Вимірювальна система – сукупність вимірювальних каналів, вимірювальних пристроїв, об'єднаних для створення сигналів вимірювальної інформації про декілька вимірюваних фізичних величин. Залежно від призначення, вимірювальні системи розділяють на:

- вимірювальні інформаційні;
- вимірювальні контролюючі;
- вимірювальні системи, що управляють, та ін.

Вимірювальну систему, що перебудовується залежно від зміни вимірювального завдання, називають гнучкою вимірювальною системою. Вимірювальна система теплоелектростанції дозволяє отримувати вимірювальну інформацію про ряд фізичних величин у різних енергоблоках. Вона може містити сотні вимірювальних каналів. Радіонавігаційна система для визначення місцеположення різних об'єктів складається з ряду обчислювально-вимірювальних комплексів, рознесених в просторі на значну відстань один від одного.

Вимірювальна інформаційна система (ВІС) – це сукупність ЗВТ, засобів контролю, діагностування та інших технічних засобів, об'єднаних для створення сигналів вимірювальної інформації та інших видів інформації.

За організацією алгоритму функціонування розрізняють системи:

- із заздалегідь заданим алгоритмом роботи, правила функціонування яких не міняються, тому вони можуть використовуватися тільки для дослідження об'єктів, що працюють в постійному режимі;

- програмовані, алгоритм роботи яких міняється за заданою програмою, що складається відповідно до умови функціонування об'єкту дослідження;

- адаптивні, алгоритм роботи яких, а іноді і структура, змінюються, пристосовуючись до змін вимірюваних величин і умов роботи об'єкту.

Найбільш перспективним методом розробки і виробництва ІВС є метод агрегатно-модульної побудови з порівняно обмеженого набору уніфікованих конструктивно-закінчених вузлів або блоків. При побудові агрегатних систем повинні бути вирішені завдання сумісності і сполучення блоків як між собою, так і із зовнішніми пристроями. Стосовно ІВС існує п'ять видів сумісності:

- інформаційна, яка передбачає узгодженість вхідних і вихідних сигналів за видами і номенклатурою, інформативними параметрами і рівнями;

- конструктивна, забезпечується узгодженістю естетичних вимог, конструктивних параметрів механічних сполучень, блоків при їх сумісному використанні;

- енергетична, припускає узгодженість напруги і струмів, що живлять блоки;

- метрологічна, яка забезпечує зіставлення результатів вимірювань, раціональний вибір і нормування метрологічних характеристик блоків, а також узгодження параметрів вхідних і вихідних ланцюгів;

- експлуатаційна, тобто узгодженість характеристик блоків за надійністю і стабільністю, а також характеристик, які визначають вплив зовнішніх чинників [20].

Зв'язок між блоками системи і їх сумісністю встановлюється за допомогою стандартних інтерфейсів.

Інтерфейс – сукупність механічних, електричних і програмних засобів, що дозволяють об'єднувати блоки в єдину систему.



Засіб вимірювань, в якому створюється кодовий сигнал вимірювальної інформації, називають кодовим засобом вимірювань або аналого-цифровим перетворювачем.

Вимірювальний пристрій, що реалізує відтворення та (або) зберігання фізичної величини заданого розміру є мірою цієї величини, а вимірювальний пристрій, що реалізує порівняння однорідних фізичних величин – компаратором.

Вимірювальний перетворювач – вимірювальний пристрій, що реалізує вимірювальне перетворення, тобто перетворення вхідної фізичної величини у функціонально з нею зв'язану вихідну величину.

Вимірювальний пристрій, що є сукупністю засобів обчислювальної техніки та програмного забезпечення і виконує обчислювальні операції під час вимірювань, називають обчислювальним компонентом (компонентом засобу вимірювань) або числовим вимірювальним перетворювачем. Вимірювальний перетворювач або входить до складу якого-небудь вимірювального приладу (вимірювальної установки, вимірювальної системи та ін.), або застосовується разом з яким-небудь засобом вимірювань.

За характером перетворення розрізняють аналогові, цифро-аналогові, аналого-цифрові перетворювачі. За місцем вимірювального ланцюга розрізняють первинні і проміжні перетворювачі. Виділяють також масштабні і передавальні перетворювачі.

Засоби вимірювальної техніки – узагальнене поняття, що охоплює технічні засоби, спеціально призначені для вимірювань. До засобів вимірювальної техніки відносять засоби вимірювань і їх сукупності (вимірювальні системи, вимірювальні установки), вимірювальні пристрої.

Робочий засіб вимірювань – засіб вимірювань, призначений для вимірювань, не пов'язаних з передачею розміру одиниці іншим засобам вимірювань.

Основний засіб вимірювань – засіб вимірювань тієї фізичної величини, значення якої необхідно набути у відповідності з вимірювальним завданням.

Допоміжний засіб вимірювань – засіб вимірювань тієї фізичної величини, вплив якої на основний засіб вимірювань або об'єкт вимірювань необхідно враховувати для отримання результатів вимірювань необхідної точності.

Стандартизований засіб вимірювань – засіб вимірювань, виготовлений і застосований відповідно до вимог державного або галузевого стандарту. Зазвичай стандартизовані засоби вимірювань піддають випробуванням і вносять до Держреєстру.

Нестандартизований засіб вимірювань – засіб вимірювань, стандартизація вимог до якого визнана недоцільною.

Міра фізичної величини – засіб вимірювань, призначений для відтворення або зберігання фізичної величини одного або декількох заданих розмірів, значення яких виражені у встановлених одиницях і відомі з необхідною точністю. Розрізняють наступні різновиди мір:

- однозначна міра – міра, яка відтворює фізичну величину одного розміру (наприклад, гиря 1 кг);

- багатозначна міра – міра, яка відтворює фізичну величину різних розмірів (наприклад, штрихова міра довжини);

- набір мір – комплект мір одного розміру однієї і тієї ж фізичної величини, призначених для застосування на практиці як окремо, так і в різних поєднаннях (наприклад, набір кінцевих мір довжини);

- магазин мір – набір мір, конструктивно об'єднаних в єдиний пристрій, в якому є пристосування для їх з'єднання в різних комбінаціях (наприклад, магазин електричних опорів).

При оцінюванні величин за умовними (неметричними) шкалами, що мають реперні точки, їх мірами нерідко

виступають речовини або матеріали з приписаними їм умовними значеннями величин.

За способом індикації значень вимірюваної величини вимірювальні прилади розділяють на показуючі та реєструючі.

За дією вимірювальні прилади розділяють на інтегруючі та підсумовуючі. Розрізняють також прилади прямої дії і прилади порівняння, аналогові і цифрові прилади, самописні і друкуючі прилади [24].

Давач – конструктивно відособлений первинний перетворювач, від якого поступають вимірювальні сигнали. Давач може бути винесений на значну відстань від засобу вимірювань, що приймає його сигнали. В області вимірювань іонізуючих випромінювань застосовують термін детектор. Давачі запущеного метеорологічного радіозонда передають вимірювальну інформацію про температуру, тиск, вологість та інші параметри атмосфери.

Засіб порівняння – технічний засіб або спеціально створюване середовище, за допомогою якого можна виконувати порівняння однієї з іншою мір однорідних величин або покази вимірювальних приладів. Іноді технічний засіб забезпечується засобом вимірювань, що забезпечує функцію порівняння. Наприклад, важільні ваги, на одну чашку яких встановлюється еталонна гиря, а на іншу (що повіряється), – засіб їх порівняння. Температурне поле, створюване термостатом для порівняння показів термометрів, є необхідним середовищем. Тиск середовища, що створюється компресором, може бути виміряний одночасно повірочним і еталонним манометрами. На підставі показів еталонного приладу градується прилад, що повіряється.

Компаратор – засіб порівняння, призначений для звірення мір однорідних величин.

Вимірювальний ланцюг – сукупність елементів засобів вимірювань, які створюють безперервний шлях проходження

вимірювального сигналу однієї фізичної величини від входу до виходу. Вимірювальний ланцюг вимірювальної системи називають вимірним каналом.

Вимірювальний пристрій – частина вимірювального приладу (установки або системи), пов'язана з вимірювальним сигналом, що має відособлену конструкцію і призначення. Вимірювальним пристроєм може бути реєструючий пристрій вимірювального приладу, що включає стрічку для запису, стрічкопротяжний механізм і пишучий елемент, вимірювальний перетворювач.

Індикатор – технічний засіб або речовина, призначена для встановлення наявності якої-небудь фізичної величини або перевищення рівня її порогового значення. Індикатором наявності (або відсутності) вимірювального сигналу може служити осцилограф. Індикатор близькості до нуля сигналу називають нульовим або нуль-індикатором. При хімічних реакціях в якості індикаторів застосовують лакмусовий папір або певні види речовин. В області вимірювань іонізуючих випромінювань індикатор часто дає світловий або звуковий сигнал про перевищення рівня радіації його порогового значення.

Чутливий елемент засобу вимірювань – частина вимірювального перетворювача у вимірювальному ланцюзі, що сприймає вхідний вимірювальний сигнал.

Вимірний механізм засобу вимірювань – сукупність елементів засобу вимірювань, які забезпечують необхідне переміщення покажчика (стрілки, світлової плями і так далі).

Вимірювальний механізм мілівольтметра складається з постійного магніта і рухомої рамки.

Показуючий пристрій засобу вимірювань – сукупність елементів засобу вимірювань, які забезпечують візуальне сприйняття значень вимірюваної величини або пов'язаних з нею величин.

Показчик засобу вимірювань – частина показуючого пристрою, положення якого щодо відміток шкали визначає покази засобу вимірювань. У барометра-анероїда показником є рухома стрілка; у ртутного термометра – поверхня стовпчика рідини.

Реєструючий пристрій засобу вимірювань – сукупність елементів засобу вимірювань, які реєструють значення вимірюваної або пов'язаної з нею величини.

Табло цифрового вимірювального приладу – показуючий пристрій цифрового вимірювального приладу.

Існує декілька класифікаційних ознак, що пояснюється різноманіттям засобів вимірювань і їх використанням у різних областях науки і техніки. За роллю в системі забезпечення єдності вимірювань засоби вимірювань поділяються на:

- метрологічні, призначені для відтворення одиниці, її зберігання або передачі розміру одиниці робочим засобам вимірювань;

- робочі, використані для вимірювань, не пов'язаних з передачею розміру одиниць.

Переважає більшість засобів вимірювань належить до другої групи. Метрологічні засоби вимірювань розробляються, впроваджуються і експлуатуються в спеціалізованих науково-дослідних центрах.

За рівнем автоматизації всі засоби вимірювань поділяються на три групи:

- неавтоматизовані;

- автоматизовані – проводять в автоматичному режимі одну або частину вимірювальної операції;

- автоматичні – проводять в автоматичному режимі вимірювання всі операції, пов'язані з обробкою їх результатів, реєстрацією, передачею даних або виробленням керувальних сигналів. У даний час більшого поширення набувають автоматизовані і автоматичні засоби вимірювань, що пов'язано з широким використанням в них електронної і

мікропроцесорної техніки. За відношенням до вимірюваної фізичної величини засоби вимірювань поділяються на:

- основні – засоби вимірювань тієї фізичної величини, значення якої необхідно отримати відповідно до вимірювальних завдань;

- допоміжні – засоби вимірювань тієї фізичної величини, вплив якої на основний засіб вимірювань або об'єкт вимірювання необхідно врахувати для отримання результатів вимірювання необхідної точності [58].

## 5.2 Структура засобів вимірювань

Засіб вимірювань є технічним засобом певної структури. Ступінь складності засобу вимірювань визначається характером та кількістю перетворень, необхідних для перетворення інформативного параметра вхідного сигналу в інформативний параметр вихідного сигналу. Принцип дії засобу вимірювань – фізичний принцип, покладений в основу його функціонування, що, як правило, відображається у назві засобу вимірювань (наприклад, електродинамічний амперметр, теплоелектричний вольтметр).

Вимірювальне коло – сукупність всіх відповідним чином з'єднаних елементів перетворення засобу вимірювань.

З точки зору чутливості важлива роль першого елемента перетворення у колі перетворення. Чутливий елемент – частина у колі перетворення, що перебуває під безпосереднім впливом вимірюваної чи перетворюваної величини (чутливим елементом терморезистивного термометра є терморезистор).

Вимірювальні кола засобів вимірювань зображують графічно структурними, функціональними і принциповими схемами.

Структурна схема вимірювального кола засобу вимірювань – схема, що відображає його основні

функціональні частини (структурні елементи), їх призначення та взаємозв'язки.

Функціональна схема - схема, яка поряд зі структурою вимірювального кола пояснює функціонування окремих його ділянок і відповідні процеси в них.

Принципова або повна схема засобу вимірювання - схема, що відображає повний склад елементів вимірювального кола, їх взаємозв'язки і дає уяву про принцип дії засобу вимірювань.

Структурні елементи вимірювального кола можуть бути з'єднані послідовно, паралельно, зустрічно-паралельно, змішано. Способом з'єднання елементів визначається метод вимірювального перетворення. Розрізняють методи прямого, зрівноважувального та комбінованого перетворень.

Пряме перетворення характерне тим, що передача вимірювальної інформації здійснюється тільки в одному напрямку – від входу до виходу без зворотного зв'язку між ними (рис.1.8,а) [49].

Результуючий коефіцієнт перетворення засобу вимірювань за такою структурною схемою за умови, що всі послідовно з'єднані перетворювальні елементи мають лінійні функції перетворення, буде дорівнювати добутку коефіцієнтів перетворення окремих перетворювачів

$$k = k_1 \cdot k_2 \cdot \dots \cdot k_n.$$

Зрівноважувальне перетворення полягає в тому, що вхідна величина зрівноважується іншою однойменною величиною. Існує два види зрівноважувального перетворення: слідкуюче (від'ємний зворотний зв'язок між виходом та входом) зі статичною або астатичною характеристикою та розгортальне. Структура засобу вимірювань статичного зрівноважувального перетворення наведена на рис.1.8,б. При статичному зрівноважувальному перетворенні вхідна величина  $X$  зрівноважується компенсуючою величиною, якою

є вихідна величина  $X_k = \beta Y$  кола зворотного перетворення ЗП (тут  $Y$  - вихідна величина кола прямого перетворення,  $\beta$  – коефіцієнт перетворення зворотного перетворювача). На вхід кола прямого перетворення, що складається здебільшого з перетворювача недокомпенсації ПН та підсилювача П з загальним коефіцієнтом перетворення  $k$ , надходить різниця  $\Delta X = X - X_k = X - \beta Y = X - k\beta \Delta X$ . Із останнього виразу матимемо:

$$\Delta X = \frac{X}{1 + k \cdot \beta}$$

Отже, при великому коефіцієнті перетворення  $k$  і завдяки глибокому від'ємному зворотному зв'язку,  $\Delta X$  буде малим, але не дорівнюватиме нулю.  $\Delta X$  завжди пропорційне до значення вимірюваної величини  $X$ .

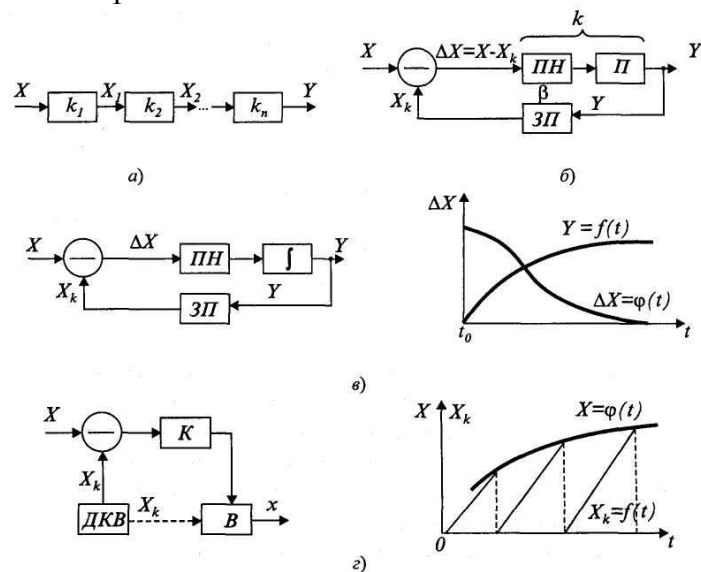


Рисунок 1.8 – Структурні схеми засобів вимірювань



Похибка результуючого коефіцієнта перетворення, викликана неточністю  $k_i$ -х коефіцієнтів перетворення, може бути визначена як:

$$dk = \frac{\partial k}{\partial k_1} dk_1 + \frac{\partial k}{\partial k_2} dk_2 + \dots + \frac{\partial k}{\partial k_n} dk_n =$$

$$= (k_2 \cdot \dots \cdot k_n) dk_1 + (k_1 \cdot k_3 \cdot \dots \cdot k_n) dk_2 + \dots + k_n (k_1 \cdot \dots \cdot k_{n-1}) dk_n,$$

або в скінчених приростах

$$\Delta k = (k_2 \cdot \dots \cdot k_n) \Delta k_1 + (k_1 \cdot k_3 \cdot \dots \cdot k_n) \Delta k_2 + \dots + k_n (k_1 \cdot \dots \cdot k_{n-1}) \Delta k_n,$$

а результуюча відносна похибка дорівнює сумі відносних похибок окремих перетворювальних елементів

$$\delta = \frac{\Delta k}{k} = \frac{\Delta k_1}{k_1} + \frac{\Delta k_2}{k_2} + \dots + \frac{\Delta k_n}{k_n} = \delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_n.$$

Результуючий коефіцієнт перетворення засобу статичного зрівноважувального перетворення

$$K = \frac{Y}{X} = \frac{k\Delta X}{X_k + \Delta X} = \frac{k\Delta X}{k\beta\Delta X + \Delta X} = \frac{k}{1 + k\beta}.$$

Похибка коефіцієнта перетворення  $K$ , викликана неточністю коефіцієнтів перетворення  $k$  та  $\beta$ , може бути визначена таким чином. Повний диференціал

$$dK = \frac{\partial K}{\partial k} dk + \frac{\partial K}{\partial \beta} d\beta = \frac{1}{(1 + k\beta)^2} dk - \frac{k}{(1 + k\beta)^2} d\beta,$$

а відносна похибка

$$\delta_k = \frac{dK}{K} = \frac{1}{1 + k\beta} \delta_k - \frac{k\beta}{1 + k\beta} \delta_\beta \approx -\delta_\beta,$$

оскільки  $k\beta \gg 1$ .

Отже, мультиплікативна складова похибки (похибка коефіцієнта перетворення) кола прямого перетворення буде мізерною. Що стосується адитивної складової похибки (похибки нуля) засобу статичного зрівноважувального

перетворення, то вона визначається сумою адитивних похибок як кола прямого перетворення, так і кола зворотного перетворення. Однак незмінні в часі систематичні складові адитивних похибок приводять до сталого зміщення нуля і можуть бути враховані під час градування або виключені корекцією нуля [49].

Структурна схема вимірювального кола засобу астатичного зрівноважувального перетворення відрізняється від схеми статичного зрівноважувального перетворення наявністю в колі прямого перетворення інтегруючого перетворювача. Завдяки інтегратору при закінченні зрівноваження, коли  $\Delta X = X - X_k = 0$ , вихідна величина інтегратора  $U$  досягає свого усталеного значення (рис.1.8,в), а значення вимірюваної величини може бути оцінене як  $X = X_k$ .

Важливою перевагою засобів зрівноважувального перетворення перед засобами прямого перетворення є практично незначне споживання енергії від дослідження об'єкта, і такий засіб вимірювань може використовуватись для вимірювань параметрів малопотужного досліджуваного об'єкта, не створюючи додаткової похибки від споживання енергії об'єкта дослідження (не даючи методичної похибки).

У випадку розгортального зрівноваження (рис.1.8,г) компенсуюча величина генерується автономним джерелом компенсуючої величини ДКВ, яка змінюється автоматично до моменту, коли  $\Delta X = X - X_k$  стає настільки малим, що реагує пристрій порівняння  $K$ , який подає сигнал на вихідний пристрій  $B$  про рівність  $X = X_k$  а ДКВ -інформацію про значення  $X_k$ .

Комбіноване перетворення відбувається, коли від'ємним зворотним зв'язком охоплена тільки частина кола прямого перетворення.

Структура вимірювальної інформаційної системи (ВІС), враховуючи склад технічних засобів, що створюють ВІС, а саме: засобів вимірювальної техніки, засобів контролю

та технічного діагностування, засобів розпізнавання образів, може бути зображена як на рис.1.9,

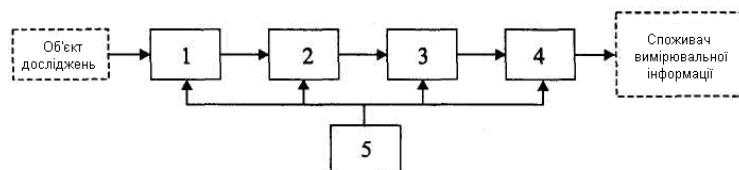


Рисунок 1.9 – Узагальнена структурна схема ВІС

де 1 – вимірювальна частина ВІС, до складу якої входять первинні вимірювальні перетворювачі, комутатори, міри і установки, компаратори, аналого-цифрові перетворювачі тощо; 2 – пристрій математичного опрацювання вимірювальної інформації; 3 – пристрій передачі та зберігання вимірювальної інформації; 4 – пристрій відображення вимірювальної інформації (індикація, друк, перфорація, графіки тощо); 5 – пристрій автоматичного керування роботою ВІС.

### 5.3 Параметри засобів вимірювань

Показ, відлік, стала та ціна поділки є основними параметрами, що характеризують засоби вимірювань.

**Показ** (засобу вимірювань) - значення вимірюваної величини, визначене за допомогою відлікового пристрою (подане сигналом вимірювальної інформації) і виражене в одиницях цієї величини. Показ може бути виражений як

$$x = NC \text{ або } x = nC_n,$$

де  $N$  – відлік (одержаний за відліковим пристроєм або лічбою послідовних відміток чи сигналів);  $C$  – стала засобу вимірювань (число, іменоване в одиницях вимірюваної величини);  $n$  – кількість поділок шкали аналогового

вимірювального приладу, відлічених за відліковим (показувальним пристроєм).

Поділкою шкали називають частину шкали між двома сусідніми позначками шкали, а ціна поділки  $C_{\Pi}$  - різниця значень величини, яка відповідає одній поділці (двом сусіднім позначкам) шкали.

Ціною найменшого розряду цифрового вимірювального приладу є різниця між двома найближчими показами цього засобу вимірювань.

Діапазон вимірювань - та частина інтервалу показів, для якого нормовані похибки засобу вимірювань. Найменше і найбільше значення діапазону вимірювань називають відповідно нижньою та верхньою границями вимірювань [49].

Крім цього, дамо визначення наступним поняттям:

Шкала засобу вимірювань – частина показуючого пристрою засобу вимірювань, що є впорядкованим рядом відміток разом з пов'язаною з ними нумерацією. Відмітки на шкалах можуть бути нанесені рівномірно або нерівномірно. У зв'язку з цим шкали називають рівномірними або нерівномірними.

Числова відмітка шкали – відмітка шкали засобу вимірювань, у якої проставлено число.

Ділення шкали – проміжок між двома сусідніми відмітками шкали засобу вимірювань.

Ціна ділення шкали – різниця значення величини відповідних двох сусідніх відміток шкали засобу вимірювань.

Довжина шкали – довжина лінії, що проходить через центри всіх найкоротших відміток шкали засобу вимірювань і обмежена початковою і кінцевою відмітками. Лінія може бути реальною або уявною, кривою або прямою. Довжина шкали виражається в одиницях довжини незалежно від одиниць, вказаних на шкалі.

Початкове значення шкали – найменше значення вимірюваної величини, яке може бути визначене за шкалою

засобу вимірювань. Для медичного термометра початковим значенням шкали є 34,3 °С.

Кінцеве значення шкали – найбільше значення вимірюваної величини, яке може бути визначене за шкалою засобу вимірювань. Для медичного термометра кінцевим значенням шкали є 42 °С.

Вимірювальна здатність і перетворення вимірюваної інформації в засобі вимірювання описується його статичною характеристикою і її параметрами.

Статична характеристика – функціональний зв'язок між усталеними значеннями вимірюваної величини  $x$  і вихідного сигналу  $y$ , тобто  $y = f(x)$  (кут повороту стрілки, лінійне переміщення індикатора або покази цифрового табло).

На рис.1.10 приведені форми статичних характеристик засобів вимірювань. Засіб вимірювань характеризується нижнім  $x_n$  і верхнім  $x_v$  значеннями вимірюваної величини, нижнім  $y_n$  і верхнім  $y_v$  значеннями вихідного параметру, які отримуються після перетворення вимірюваної фізичної величини засобом вимірювань.

Діапазон вимірювання – це різниця можливої зміни вхідної або вихідної величини, тобто

$$x_d = |x_v - x_n|.$$

Чутливістю засобу вимірювань при значенні вимірюваної величини  $x_1$  називається відношення приростів вихідної величини до приросту вхідної величини, якщо приріст вхідної величини прямує до нуля. Чутливість визначається таким чином:

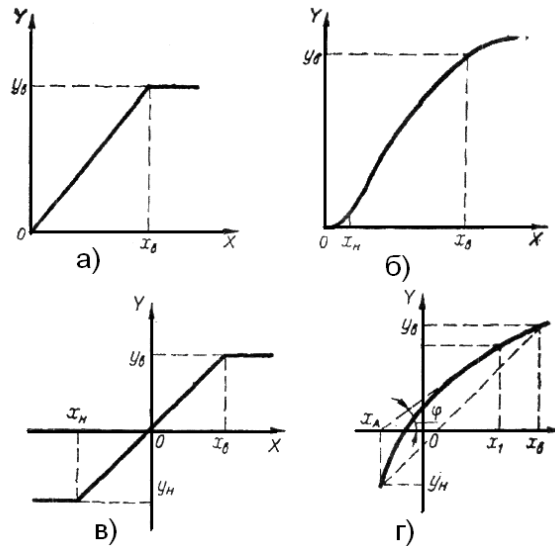


Рисунок 1.10 – Статичні характеристики засобів вимірювань

$$S = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (\Delta y / \Delta x)_{x_1} = (dy / dx)_{x_1} = (m_y / m_x) \cdot \operatorname{tg} \varphi, \quad (1.1)$$

де  $m_y$  і  $m_x$  – відповідно масштабні коефіцієнти по осях ОУ і ОХ графічного зображення статичної характеристики,  $\varphi$  – кут нахилу дотичної до характеристики в точці вимірювання.

Середня чутливість засобу вимірювань оцінюється відношенням абсолютних значень діапазонів вимірювання за вихідним і вхідним параметрами, тобто

$$S_{\text{сер}} = y_d / x_d = (m_y / m_x) \cdot \operatorname{tga}, \quad (1.2)$$

де  $\alpha$  – кут нахилу хорди до осі ОХ.

Поріг чутливості засобу вимірювань характеризується мінімальним приростом вимірюваної величини  $x$ , при якому відчутна зміна вихідної величини.

Для засобів вимірювань, які складаються з  $n$  послідовно з'єднаних функціональних перетворювачів статичну, характеристику можна виразити таким чином:

$$y = f_n \{f_{n-1} \dots f_2 [f_1(x)]\}.$$

Тоді загальна чутливість такого засобу вимірювань буде визначатися так:

$$S = \frac{dy}{dx} = \frac{dy_1}{dx} \cdot \frac{dy_2}{dy_1} \dots \frac{dy_n}{dy_{n-1}} = \prod_{i=1}^n S_i, \quad (1.3)$$

де  $S_i$  – чутливість  $i$ -го функціонального перетворювача засобу вимірювань.

Графічна побудова статичної характеристики такого з'єднання функціональних перетворювачів зводиться до послідовної побудови графічних залежностей в прямокутній системі координат.

При паралельному з'єднанні функціональних перетворювачів статична характеристика засобу вимірювань дорівнює сумі статичних характеристик окремих перетворювачів, тобто

$$y = y_1 + y_2 + \dots + y_n. \quad (1.4)$$

У цьому випадку загальна чутливість засобу вимірювань наступна:

$$S = S_1 + S_2 + \dots + S_n = \sum_{i=1}^n S_i. \quad (1.5)$$

При зустрічно-паралельному з'єднанні функціональних перетворювачів рівняння зв'язку між параметрами має наступний вигляд:

$$y = f_1(x_1), \quad x_2 = f_2(y), \quad x_1 = x \pm x_2. \quad (1.6)$$

Розв'язок системи рівнянь дає статичну характеристику вимірювальної системи. У наявному вигляді можна записати:

$$y = f_1[x \pm f_2(y)] \quad (1.7)$$

де знак «+» відповідає додатному зворотному зв'язку, знак «-» - від'ємному. Чутливість такого з'єднання функціональних перетворювачів визначається таким чином:

$$S = \frac{dy}{dx} = S_1 / (1 \mp S_1 S_2), \quad (1.8)$$

де знак «+» відповідає додатному зворотному зв'язку, а знак «-» - від'ємному.

Наприклад, розрахуємо чутливість автоматичного вимірювального приладу, структурна схема якого представлена на рис.1.11 при умові, що чутливості окремих його блоків у відносних одиницях є такими:  $S_{ВПП}=1,0$ ;  $S_{ПН}=10$ ;  $S_{ВС}=1,5$ ;  $S_{ВН}=1,0$ ;  $S_{ВРП}=2,0$ ;  $S_{ЗП}=1,0$ . Локальний зворотний зв'язок є від'ємним

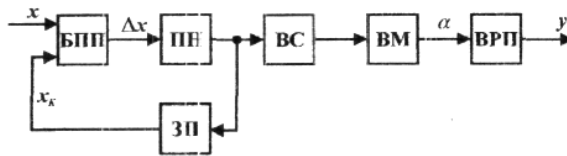


Рисунок 1.11 – Структурна схема автоматичного вимірювального приладу

Спочатку розглянемо ділянку структурної схеми, яка включає тільки блоки ВПП, ПН і ЗП. Чутливість  $S_1$  цієї ділянки з урахуванням знаку зворотного зв'язку і залежності (1.8) буде такою:

$$S_1 = S_{ВПП} \cdot S_{ПН} / (1 + S_{ВПП} \cdot S_{ПН} \cdot S_{ЗП}).$$

Замінивши перші три блоки блоком із чутливістю  $S_1$ , можна вважати тепер, що маємо послідовне з'єднання блока із чутливістю  $S_1$  і трьох інших блоків (ВС, ВН і ВРП). Тоді



$$S_{\Sigma} = S_1 \cdot S_{BC} \cdot S_{BH} \cdot S_{BPTI} = \frac{S_{BPII} \cdot S_{PII} \cdot S_{BC} \cdot S_{BH} \cdot S_{BPTI}}{1 + S_{BPII} \cdot S_{PII} \cdot S_{PII}}$$

Підставляючи числові значення чутливостей окремих блоків приладу, отримаємо, що загальна чутливість приладу буде такою:

$$S_{\Sigma} = \frac{1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.5 \cdot 1.0 \cdot 2.0}{1 + 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.0} = \frac{30}{11} \approx 2.73.$$

#### 5.4 Нормовані метрологічні характеристики засобів вимірювань

Здатність засобів вимірювань задовільняти вимоги, що ставляться до вимірювання фізичних величин, визначається їхніми метрологічними характеристиками. Єдність метрологічних характеристик забезпечує єдність вимірювань і, таким чином, розробку раціональних методів забезпечення заданої точності вимірювань. Єдність метрологічних характеристик засобів вимірювань дає змогу також порівнювати якість аналогічних вимірювальних засобів вимірювань.

За допомогою нормованих метрологічних характеристик засобів вимірювань можна розв'язувати такі задачі [17]:

а) визначати і порівнювати результати і похибки результатів вимірювання;

б) вибрати засоби вимірювань для вимірювальних систем за заданими вимогами щодо обробки вимірювальної інформації і необхідної точності вимірювань;

в) вибрати раціональну кількість метрологічних характеристик та обґрунтувати їх кількісне значення;

г) порівнювати метрологічні властивості різних засобів вимірювань за окремими критеріями: похибками вимірювань, впливом зовнішніх факторів, діапазоном вимірювання тощо;

д) оцінювати похибки інформаційно-виміральної системи з урахуванням похибок окремих засобів вимірювань, що входять до системи.

Номенклатуру нормованих метрологічних характеристик (МХ) встановлюється ГОСТами. Комплекси нормованих метрологічних характеристик засобів вимірювань можуть включати такі МХ:

1) номінальну статичну характеристику  $f_H(x)$ , що може бути виражена у вигляді формули, графіка, таблиці;

2) номінальне значення вимірюваної величини  $u_n$  у показах засобу вимірювань, що виражається іменованим числом;

3) найменшу ціну поділки нерівномірної шкали вимірального приладу або багатозначної міри із шкалою  $Z_m$ , що виражається іменованим числом;

4) вихідний код, кількість розрядів коду, номінальну ціну одиниці найменшого розряду коду цифрових засобів вимірювань;

5) комплекс характеристик систематичної складової  $\Delta_c$  похибки, що складається з границі  $\Delta_{с.д.}$  допустимої систематичної складової похибки, математичного сподівання систематичної складової похибки, середнього квадратичного відхилення цієї складової;

6) комплекс характеристик випадкової складової похибки, що складається з границі допустимого середнього квадратичного відхилення випадкової складової похибки, автокореляційної функції або спектральної густини випадкової складової похибки. Автокореляційна функція і спектральна густина повинні виражатися у вигляді номінальної функції (формули, графіку, таблиці) в одиницях квадрата інформативного параметра вхідного сигналу або в одиницях квадрата інформативного параметра вхідного сигналу, поділеного на його частоту. При цьому повинні

вказуватися границі допустимого відхилення цих функцій від номінального значення;

7) сумарну похибку  $\Delta$  засобу вимірювань, яка повинна нормуватися границею допустимого значення похибки засобу вимірювань цього типу. Допустимі значення похибки вимірювань можуть виражатися як у функції інформативного параметра вхідного сигналу у вигляді формул, графіків, таблиць в одиницях інформативного параметра вхідного (вихідного) сигналу або в частках поділки шкали, у відсотках вимірюваної величини або нормованого значення;

8) варіацію вихідного сигналу  $v$ , яка є середнім значенням різниці інформативного параметра вихідного сигналу при двох напрямках багаторазового вимірювання інформативного параметра вхідного сигналу в процесі підходу до даного значення вимірюваного параметра. Варіацію  $v$  оцінюють за такою формулою:

$$v = \left[ \sum_{i=1}^k (x_{in} - x_{il}) \right] / k \quad (1.9)$$

де  $x_{in}$  – результат вимірювання вхідної величини при її зміні справа наліво до вимірюваного значення  $x$ ,  $x_{il}$  – результат вимірювання вхідної величини при її зміні зліва направо до вимірюваного значення  $x$ ,  $k$  – кількість вимірювань. Варіація вихідного сигналу нормується допустимою границею  $v_d$ ;

9) вхідний опір  $Z_{вх}$  засобу вимірювань – це характеристика засобу вимірювань, яка визначає реакцію вхідного сигналу на приєднання засобу вимірювань до джерела вхідного сигналу з фіксованим вихідним опором. Вхідний опір нормується номінальним і допустимим значеннями;

10) вихідний опір  $Z_{вих}$  засобу вимірювань – це характеристика засобу вимірювань, що визначає реакцію його вихідного сигналу на приєднання до виходу фіксованого

навантаження. Вихідний опір нормується номінальним значенням і допустимим відхиленням;

11) динамічні характеристики засобу вимірювань, які відображають інерційні властивості засобу вимірювань. Для засобів вимірювань динамічними характеристиками є передавальна функція (або амплітудно-фазова характеристика), перехідна характеристика, імпульсна вагова функція тощо. Ці характеристики однозначно між собою пов'язані, тому нормувати треба одну, найзручнішу для оцінки. У системах автоматичного керування динамічні властивості описуються часом встановлення показів та амплітудно-частотною характеристикою. Динамічні характеристики нормуються прийнятою для опису динамічних властивостей функцією, номінальним її значенням і найбільш допустимим відхиленням від цього значення. Для окремих засобів вимірювань динамічні характеристики можуть нормуватися функцією залежності інформативного параметра вихідного сигналу від навантаження, що змінюється;

12) функції впливу  $\psi(\varepsilon)$ , які визначають залежність зміни інформативного параметра вихідного сигналу від зміни зовнішніх факторів. Зміна зовнішніх факторів повинна враховуватися тільки для робочих умов. Функції впливу нормуються для засобів вимірювань, метрологічні характеристики яких нормовані для нормальних умов експлуатації. Функції впливу можуть задаватися не тільки для передавальної функції, а й для характеристик похибки, варіації показів тощо. Функція впливу повинна нормуватися для кожного впливаючого фактора. При цьому треба вказувати найбільше допустиме відхилення метрологічних характеристик, спричинене зміною зовнішніх факторів;

13) інтенсивність  $\lambda_c$  виходів систематичної складової похибки засобу вимірювань за межі допустимих значень, яка є

похідною за часом ймовірності  $\overline{P_c}(t)$  того, що систематична складова перевищить межу встановлених значень, поділеною на цю ймовірність

$$\lambda_c = \frac{d\overline{P_c}(t)}{dt} \cdot \frac{1}{\overline{P_c}(t)} \quad (1.10)$$

Метрологічні характеристики нормуються для нормальних або робочих умов. В окремих випадках можуть нормуватися функції розподілу (густини розподілу) систематичної і випадкової складових похибки засобу вимірювань [20].

Клас точності ЗВТ – узагальнена характеристика, що визначається границями допустимої основної і додаткової похибок, а також іншими характеристиками, що впливають на його точність, значення яких регламентується. Клас точності засобу вимірювань, хоч і характеризує його властивості щодо точності, але не є безпосереднім показником точності вимірювань, які виконані з його допомогою.

Засобам вимірювань з двома чи більшою кількістю діапазонів вимірювань даної фізичної величини допускається присвоювати два і більше класів точності.

Границі допустимих основної і додаткової похибок засобів вимірювань встановлюють у формі абсолютних, зведених або відносних значень, залежно від характеру їх зв'язку з інформативним параметром вхідного чи вихідного сигналів.

Границі допустимої додаткової похибки засобів вимірювань можна встановлювати в формі, яка відрізняється від форми встановлення границь допустимої основної похибки. Їх встановлюють:

- у вигляді сталого значення для всього діапазону значень впливної величини або сталих значень для певних інтервалів цього діапазону;

- зазначенням відношення границі допустимої додаткової похибки, що відповідає регламентованому інтервалу значень впливної величини, до ширини цього інтервалу;

- наведенням граничної функції впливу як залежності границі допустимої додаткової похибки від впливних величин;

- наведенням функціональної залежності границь допустимих відхилень від номінальної функції впливу.

В табл.1.6 наведено класи точності засобів виміральної техніки

Таблиця 1.6 – Класи точності засобів виміральної техніки

Формула для границь допустимих похибок	Приклади границь допустимих похибок	Позначення класу точності		Примітка
		в документації	на засобах вимірювання	
$\Delta = \pm a$	-	Клас точності М	М	-
$\Delta = \pm(a+bx)$	-	Клас точності С	С	-
$\gamma = \frac{\Delta}{X_N} = \pm \rho$	$\gamma = \pm 1,5$	Клас точності 1,5	1,5	Якщо $X_N$ виражається в одиницях вимірюваної величини
	$\gamma = \pm 1,5$	Клас точності 1,5	1,5	Якщо $X_N$ визначається довжиною шкали
$\delta = \frac{\Delta}{x} = \pm q$	$\delta = 0,5$	Клас точності 0,5	0,5	-
$\delta = \pm \left[ c + d \left( \left  \frac{X_K}{x} \right  - 1 \right) \right]$	$\delta = \pm \left[ 0,02 + 0,01 \left( \left  \frac{X_M}{x} \right  - 1 \right) \right]$	Клас точності 0,02/0,01	0,02/0,01	-

Для конкретного засобу вимірювань, звичайно, застосовують не всі вказані вище метрологічні характеристики, а лише декілька, достатніх для вичерпної характеристики метрологічних властивостей даного засобу вимірювань, зображення математичної моделі зміни

вимірюваної фізичної величини, опису техніко-економічних характеристик досліджуваного за допомогою цього засобу вимірювань фізичного об'єкта, практичної перевірки в процесі виготовлення та експлуатації працездатності засобу вимірювань.

Вибір метрологічних характеристик засобів вимірювань здійснюють на основі досвіду, з врахуванням призначення засобу вимірювань та уніфікації техніко-економічних і інших характеристик.

Для встановлення класів точності в багатьох країнах використовуються загальні правила, згідно з якими здійснюється кількісна оцінка допустимих (гарантованих) границь сумарної похибки ЗВТ. У нашій країні такі правила містить ГОСТ 8.401-80. Класи точності не встановлюються на три групи ЗВТ:

- 1) в яких окремо нормуються систематична та випадкова складові основної похибки;
- 2) в яких динамічні похибки є переважаючими;
- 3) при використанні ЗВТ, для яких не передбачається вводити поправки в результати вимірювань з метою виключення додаткових похибок [24].

Присвоюються класи точності ЗВТ при їх розробці (за результатами випробувань). Оскільки в процесі експлуатації ЗВТ їх МХ звичайно погіршуються, то допускається знижувати клас точності окремого ЗВТ за результатами його перевірки (калібрування).

Дійсні значення основної повної похибки окремих екземплярів ЗВТ однакового типу можуть відрізнятися одне від одного як систематичними, так і випадковими складовими, але в цілому для даного типу ЗВТ вони не перевищують границі допустимої основної сумарної похибки. Таким чином, встановленням і заданням класу точності нормується основна статична похибка ЗВТ, а всі додаткові похибки й інші

метрологічні характеристики, що впливають на похибку ЗВТ, вказуються окремо.

Відповідність реального значення основної повної похибки ЗВТ приписаному йому класу точності підтверджується при періодичних повірках. Якщо значення залишається менше від нормовного, то ЗВТ придатний до експлуатації, якщо ж реальне значення основної сумарної похибки ЗВТ більше від нормовного, то ЗВТ підлягає ремонту та регулюванню.

Основна сумарна похибка (у подальшому просто «похибка») ЗВТ нормується чотирма різними способами, вибір яких обумовлений співвідношенням адитивної і мультиплікативної складових похибки ЗВТ даного типу.

1. Для ЗВТ, абсолютна похибка яких визначається адитивною складовою і її границі можна вважати практично незмінними для будь-яких значень вимірюваної величини, тобто мультиплікативною складовою похибки можна знехтувати, нормуються границі допустимої абсолютної основної похибки

$$\Delta_{od} = \pm a,$$

де  $a$  – постійна додатна величина, виражена в одиницях вимірюваної величини.

Проте нормування допустимої абсолютної основної похибки ЗВТ використовується рідко, бо для засобів з багатьма границями вимірювань вона різна в кожному піддіапазоні, що створює певні незручності і для вказання характеристик всіх границь похибок (необхідно було б подати значення похибок для всіх піддіапазонів), і для практичного застосування. Границі допустимих абсолютних похибок задають для ЗВТ тільки тих фізичних величин, похибки вимірювань яких прийнято виражати в одиницях вимірюваної величини або в поділках шкали, наприклад, для засобів вимірювань довжини, маси, фазового зсуву.



Для більшості ЗВТ з переважною адитивною похибкою нормують границі допустимої основної зведеної похибки ЗВТ, які визначають наступним чином:

$$\gamma = \pm \frac{\Delta_{\text{од}}}{X_N} 100 = \pm p, \quad (1.11)$$

Де  $p$  – стала додатна величина, виражена у відсотках. Її числове значення вибирається з ряду:  $[1; 1,5; 2; 2,5; 4; 5; 6] \cdot 10^l$ , де  $l = 1; 0; -1; -2$  і т.д. Наведений ряд чисел установлений відповідно до правила округлення значень похибок вимірювань. При тому самому показнику степеня  $l$  допускається встановлювати не більш ніж п'ять різних границь допустимої основної похибки для ЗВТ конкретного виду.

Слід пам'ятати, що і при такій формі нормування класу точності ЗВТ характеристикою точності вимірювань залишається відносна похибка. Границі допустимої відносної похибки вимірювань функції вимірюваної величини визначаються за формулою, одержаною з виразу (1.11):

$$\delta_{\text{од}} = \pm \gamma \frac{X_N}{X}. \quad (1.12)$$

З формули (1.12) випливає, що зменшення розміру вимірюваної величини  $X$  призводить до збільшення допустимої відносної похибки вимірювань даним ЗВТ. Зокрема, при  $X_N = X_K$  допустима відносна похибка  $\delta_{\text{од}}$  дорівнює класу точності ЗВТ лише на останній (кінцевій) відмітці діапазону вимірювань ( $X = X_K$ ). При зменшенні  $X$  допустима відносна похибка вимірювань  $\delta_{\text{од}}$  зростає і при  $X \rightarrow 0$  маємо  $\delta_{\text{од}} \rightarrow \infty$ , тому при виборі ЗВТ для проведення вимірювань необхідно враховувати не тільки їх класи точності, а й співвідношення  $X/X_N$ . З цією метою рекомендується границю вимірювань ЗВТ вибирати такою, щоб його покази знаходились у другій половині і (або) ближче до верхньої границі вибраного діапазону вимірювань.

Зважаючи на залежність відносної похибки вимірювань від значення  $X$ , для ряду ЗВТ обмежують діапазон вимірювань такими значеннями вимірюваної величини  $X$ , при яких допустима відносна похибка вимірювань не перевищує деякого, заздалегідь заданого значення, яке дорівнює, наприклад, 4, 10 або 20%. Поза діапазоном вимірювань, особливо в початковій частині діапазону показів для ЗВТ, в яких він починається з нуля, вимірювання не допустимі, оскільки тут адитивна похибка може бути порівняна з вимірюваним значенням  $X$  (або перевищувати його).

2. Для ЗВТ, в абсолютній похибці яких переважає мультиплікативна складова, границю допустимої основної похибки виражають у відносній формі через те, що у цьому випадку вона виявляється практично постійною величиною, не залежною від вимірюваної величини  $X$ . Границі допустимої відносної основної похибки ЗВТ установлюються за формулою:

$$\delta_{oo} = \pm \frac{\Delta_{oo}}{X} 100 = \pm q, \quad (1.13)$$

де  $\Delta_{oo} = |bX|$  – границя допустимої абсолютної мультиплікативної похибки ЗВТ;

$b$  – додатне безрозмірне число;

$q = b \cdot 100$  – постійна додатна величина, виражена у відсотках; вибирається з того самого ряду, що й величина  $p$ .

Таким способом нормуються похибки масштабних перетворювачів (подільників напруги, шунтів, вимірювальних трансформаторів струму і напруги та ін.). При умові сталого співвідношення (1.13) для всього діапазону можливих значень вимірюваної величини  $X$  – від 0 до  $X_k$ , вимірювальні перетворювачі були б досконалими, оскільки мали б широкий робочий діапазон, зокрема, забезпечували б з тією самою похибкою вимірювання необмежено малого значення  $X$ . Проте реально таких перетворювачів не існує, оскільки

неможливо створити перетворювачі, в яких повністю вилучена адитивна похибка в широкому діапазоні значень вимірюваної величини. Тому для реальних ЗВТ завжди вказується діапазон вимірювань ЗВТ, в якому оцінка (1.13) справедлива. Поза цим діапазоном вплив адитивної складової похибки ЗВТ зростає настільки, що нею нехтувати не можна і, як наслідок, не можна використати допустиму відносну похибку (1.13) як норму основної похибки ЗВТ.

3. Для ЗВТ, адитивна і мультиплікативна складові абсолютної похибки яких співрозмірні, тобто жодною з них знехтувати не можна, нормуються або границями допустимої абсолютної основної похибки, або границями допустимої відносної основної похибки. У цьому разі границі допустимої абсолютної основної похибки визначаються

$$\Delta_{oo} = \pm(a + bX).$$

Підставляючи це співвідношення в рівність (1.13), одержимо двочленну формулу для нормування границь допустимої відносної основної похибки, вираженої у відсотках:

$$\delta_{oo} = \frac{\Delta_{oo}}{X} 100 = \pm \frac{a + bX}{X} 100 = \pm \left( \frac{100a}{X} + h \right), \quad (1.14)$$

де  $h=100b$  і  $100a/X$  – адитивна і мультиплікативна складові відносної основної похибки відповідно.

Таким чином, особливість класифікації складових похибки ЗВТ полягає в тому, що при переході від абсолютної похибки до відносної форми її відображення адитивна і мультиплікативна складові похибки міняються місцями: відносне значення абсолютної адитивної похибки є мультиплікативною похибкою, а відносне значення абсолютної мультиплікативної похибки – адитивною похибкою [29].

Останній вираз звичайно представляють в іншій формі, яку одержують наступним чином. Нехай  $100a = d|X_k|$ , де  $|X_k|$  – модуль більшої з меж вимірювань ЗВТ, якщо він має двозначну шкалу. Додамо до правої частини виразу (1.14) і віднімемо від неї величину  $d$ . Тоді одержимо

$$\delta_{od} = \pm \left( \frac{d|X_k|}{X} + h + d - d \right) = \pm \left[ (h + d) + d \left( \left| \frac{X_k}{X} \right| - 1 \right) \right].$$

У цю рівність уведемо позначення  $h+d=c$ , отримаємо:

$$\delta_{od} = \pm \left[ c + d \left( \left| \frac{X_k}{X} \right| - 1 \right) \right], \quad (1.15)$$

де  $c$ ,  $d$  – постійні додатні величини, виражені у відсотках; вибираються з того самого ряду, що й величина  $p$ . Співвідношення між числами  $c$  і  $d$  встановлюються стандартами на конкретні ЗВТ, причому  $c/d > 1$  (звичайно  $2 < c/d < 20$ ).

Складові частини формули (1.15) формально схожі на адитивну і мультиплікативну складові похибки ЗВТ, але за своєю суттю вони не є такими, і тому використовувати ці терміни до даної формули не можна. Аналіз двочленної формули (1.15) показує, що границі допустимої відносної основної похибки при наявності адитивної і мультиплікативної складових звужуються із зростанням вимірюваної величини  $X$ , і при  $X=X_k$  вони набирають мінімального значення, яке дорівнює  $\delta_{од} = \pm c$  (рис.1.12).

Нормування зведеної похибки проводять за двочленною формулою, якщо в знаменник формули (1.14) замість  $X$  підставити  $X_N$ .

4. В окремих випадках границі допустимих абсолютної і відносної основної похибок ЗВТ встановлюються за більш складними, спеціальними формулами нормування, а також у вигляді графіка або таблиці (рис.1.12). Це зумовлено тим, що

похибки ряду ЗВТ не можуть бути нормовані за описаними вище способами, оскільки мають більш складний вигляд смуги похибок у порівнянні з розглянутими варіантами. Як приклад можна навести цифрові частотоміри, похибка яких залежить від часу вимірювання, параметрів вхідного сигналу і характеристик завад. Нормування похибок таких ЗВТ здійснюється за формулами, які мають дві і більше складових, причому кількість складових і їх суть можуть бути різними як для окремих типів ЗВТ, так і для різних режимів роботи того самого засобу.

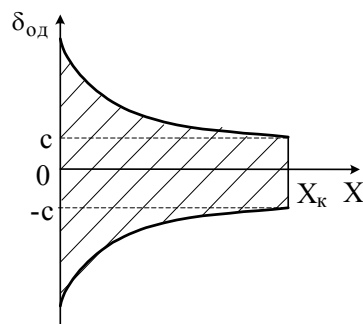


Рисунок 1.12 – Графік допустимої відносної похибки ЗВТ при нормуванні за двочленною формулою

Особливу групу складають ЗВТ (наприклад, мости постійного струму для вимірювання активних опорів), що мають не тільки нижній поріг чутливості (тобто таке мале значення вимірювального опору, коли похибка досягає 100%), але й верхній поріг чутливості (коли похибка при вимірюванні дуже великих опорів знову досягає 100%, зокрема через наближення вимірюваного опору до опору ізоляції між затискачами самого моста). В цьому випадку нормовна

відносна основна похибка визначається тричленною формулою вигляду:

$$\delta R = \pm \left( \frac{\Delta R_0}{R} + \delta R_m + \frac{R}{\Delta R_\infty} \right) \cdot 100, \quad \%$$

де  $R$  – результат вимірювання опору;

$\Delta R_0, \Delta R_\infty$  - нижня і верхня межі вимірюваного опору мостом;

$\delta R_m$  - відносне значення мультиплікативної похибки.

Нормування границь допустимих додаткових похибок ЗВТ здійснюється за однією з чотирьох форм:

- у вигляді сталого значення додаткової похибки від даної впливної величини для всієї робочої області або декількох постійних значень по інтервалах робочої області цієї впливної величини;

- формулюванням відношення границі допустимої додаткової похибки, яка відповідає заданому інтервалу впливної величини, до цього інтервалу;

- у вигляді залежності границі допустимої додаткової похибки від впливної величини, яку називають граничною функцією впливу;

- у вигляді функціональної залежності границь допустимих відхилень від номінальної функції впливу.

Перші дві форми нормування додаткових похибок не дозволяють визначити їх дійсні значення для будь-яких значень впливних величин, що є певним недоліком вказаних форм нормування. Цього недоліку можна уникнути, якщо нормування додаткових похибок здійснювати шляхом задання функції впливу (третя і четверта форми). За їх допомогою можуть бути визначені дійсні значення додаткових похибок для будь-яких конкретних значень впливних величин, що відповідають умовам виконання вимірювань. Проте задання функції впливу пов'язано з великими труднощами, і тому в

основному використовуються перші дві форми нормування додаткових похибок.

Нормуванню підлягає також границя допустимої варіації (або похибки, обумовленої гістерезисом) вихідного сигналу ЗВТ, яку задають у вигляді частинного або кратного значення границі основної похибки або в поділках шкали, як і границі допустимої додаткової похибки.

Норми метрологічних характеристик у вигляді границь допустимих основної і додаткових похибок наводяться в технічній документації на ЗВТ. Крім того, умовні позначення класів точності, що відбивають ці норми, наносять на шкалу або корпус ЗВТ. Клас точності інформує тільки про границі допустимої основної похибки. Дані про границі допустимих додаткових похибок вказують у технічній документації на ЗВТ.

Позначення класу точності дозволяється не наносити на високоточні міри і на ЗВТ, для яких діючими стандартами встановлені особливі зовнішні ознаки, що залежать від класу точності.

Позначення класів точності ЗВТ іноді супроводжується застосуванням додаткових умовних знаків, Так, наприклад, для вимірювальних приладів з суттєво нерівномірною шкалою використовують знак  $\surd$ . Для цих же приладів як додаткова інформація можуть задаватися границі допустимої відносної основної похибки для частини шкали, що знаходиться у межах, помічених спеціальними знаками (точками або трикутниками). В цьому випадку значення допустимої відносної похибки вказують у вигляді 1% , але цей знак не є позначенням класу точності.

Якщо ЗВТ має два і більше піддіапазонів вимірювань тієї самої фізичної величини, то для нього допускається встановлювати декілька класів точності – для окремих піддіапазонів вимірювань. Якщо ЗВТ призначений для

вимірювань декількох фізичних величин, то клас точності може встановлюватися для кожної з них окремо.

Якщо для ЗВТ однакових типу і класу точності встановлені різні робочі області впливних величин залежно від умов експлуатації, то граничні значення впливних величин також наносяться на ЗВТ.

Позначення класу точності звичайно не наносять на малогабаритні високоточні міри або на ті ЗВТ, для яких класи точності не встановлюються. Наприклад, для багатьох типів радіовимірювальних приладів (генератори високочастотні та низькочастотні, електронно-лічильні частотоміри, осцилографи тощо) в технічному описі, паспорті, технічних умовах вказують формули, які дозволяють визначити систематичну, випадкову або повну похибку у відповідному діапазоні вимірювань з урахуванням впливних величин і т.ін. На приладі клас точності в таких випадках не вказується.

Ще раз звернемо увагу на те, що границі допустимої додаткової похибки безпосередньо не враховуються при встановленні класу точності ЗВТ, але згідно з ГОСТ 8.009-84 і ГОСТ 8.401-80 передбачається їх нормування та вказівка (зادання) в технічній документації.

Границі допустимої додаткової похибки встановлюють звичайно у вигляді частинного або кратного значення допустимої основної похибки ЗВТ.

Наприклад, додаткова похибка, обумовлена тією чи іншою впливною величиною, не повинна перевищувати  $0,5\Delta_{од}$  або  $1,5\Delta_{од}$ .

Границі допустимих похибок, як і основної похибки, виражають не більш ніж двома значущими цифрами.

## **5.5 Експлуатаційні характеристики засобів вимірювальної техніки**



До основних експлуатаційних характеристик ЗВТ належать показники надійності, стійкості до кліматичних і механічних дій, електрична міцність і опір ізоляції.

Надійність ЗВТ – здатність зберігати метрологічні й інші характеристики в установлених границях за певних умов експлуатації і протягом заданого часу. Здатність зберігати тільки нормовані метрологічні характеристики називають метрологічною надійністю.

Надійність ЗВТ характеризується через два типи відмов: раптові і поступові. При раптових відмовах ЗВТ повністю втрачає свою працездатність внаслідок різкої зміни одного або кількох його параметрів. Поступові, так звані параметричні, відмови проявляються в тому, що НМХ ЗВТ з часом виходять за встановлені межі. Надійність ЗВТ закладається в процесі розробки і виробництва, а підтримується в процесі експлуатації суворим виконанням порядку зберігання, транспортування і застосування, проведенням планового технічного обслуговування (в тому числі періодичних перевірок) і ремонту. Дослідження показують, що до 30 % відмов ЗВТ виникають через неправильність їх експлуатації [49].

Надійність ЗВТ впливає на надійність технічних об'єктів, де вони застосовуються. Тому підвищення надійності ЗВТ є однією з першочергових проблем в області удосконалення метрологічного забезпечення складних технічних комплексів і систем.

Для ЗВТ здебільшого характерні поступові відмови, які визначають метрологічну надійність і вносять невизначеність у результат вимірювань, оскільки вони найчастіше мають прихований характер і можуть бути виявлені при періодичних перевірках. Визначити метрологічну надійність дає складно, враховуючи її нормування. Для ЗВТ, крім поняття справність у фізичному розумінні, введені поняття «метрологічна справність» і «метрологічна відмова».

Метрологічна справність ЗВТ – це стан ЗВТ, при якому всі його НМХ відповідають установленим вимогам.

Метрологічна надійність – це надійність ЗВТ відносно збереження його метрологічної справності.

Метрологічна відмова ЗВТ – це вихід будь-якої НМХ ЗВТ за встановлені границі, тобто втрата його метрологічної справності.

Наприклад, якщо зведена похибка вимірювального приладу класу 0,1 у процесі експлуатації стала перевищувати 0,1%, то це означає, що відбулася метрологічна відмова і цей прилад уже не відповідає встановленому класу точності. Для нього можуть бути усунені технічні несправності, що дозволить повернути прилад до заданого класу точності, або йому може бути присвоєно більш низький клас точності.

Метрологічні надійність, справність і відмова ЗВТ зв'язані із зміною їх метрологічних характеристик у часі. Для відображення цього показника якості ЗВТ використовують поняття «стабільність» ЗВТ.

Стабільність засобу вимірювальної техніки – це якісна характеристика ЗВТ, що відображає незмінність у часі його метрологічних характеристик.

Кількісною оцінкою стабільності ЗВТ є його нестабільність.

Нестабільність засобу вимірювальної техніки – це зміна метрологічних характеристик ЗВТ за встановлений інтервал часу. Нестабільність визначають за результатами тривалих досліджень ЗВТ, наприклад, на основі періодичних звірянь з більш стабільними ЗВТ того самого призначення. Нестабільність ЗВТ може вказуватися за різні проміжки часу, найчастіше за рік.

Надійність є складною, комплексною властивістю ЗВТ, яка, згідно з ДСТУ 2800-94 «Надійність техніки. Терміни та визначення», включає в себе такі загальні властивості технічних об'єктів, як безвідмовність, довговічність,

ремонтпридатність (для відновлюваних ЗВТ) і збережуваність.

Безвідмовністю називають властивість ЗВТ виконувати свої функції у певних умовах протягом заданого інтервалу часу чи наробітку.

Як показники безвідмовності ЗВТ частіш за все застосовують імовірність безвідмовної роботи і середній наробіток на відмову (між відмовами), рідше – середній наробіток до відмови і гамма-відсотковий наробіток на відмову.

Імовірність безвідмовної роботи ЗВТ визначається як імовірність того, що протягом заданого наробітку ЗВТ його відмова не виникає.

Довговічністю ЗВТ називають властивість виконувати потрібні функції до переходу у граничний стан при встановленій системі технічного обслуговування та ремонту.

Граничний стан ЗВТ – це такий стан ЗВТ, за яким його подальша експлуатація неприпустима чи недоцільна, або відновлення його працездатного стану неможливе чи недоцільне.

Як показники довговічності ЗВТ використовують технічний ресурс, термін служби.

Технічним ресурсом ЗВТ називають його сумарний наробіток від початку експлуатації чи поновлення після ремонту до переходу в граничний стан.

Термін служби – це календарна тривалість експлуатації ЗВТ від початку чи її поновлення після ремонту до переходу в граничний стан цього ЗВТ.

Технічний ресурс ЗВТ визначають, як правило, у годинах, а термін служби - у роках. Кількісно ці показники довговічності задають у вигляді усереднених значень для кожного типу ЗВТ.

Таким чином, технічний ресурс зв'язаний з безвідмовним функціонуванням ЗВТ у ввімкненому стані, а термін служби – з календарним часом функціонування ЗВТ до переходу в граничний стан, коли використовувати засіб економічно недоцільно. Показники ресурсу дозволяють планувати термін ремонту ЗВТ, показники терміну служби – тривалість експлуатації ЗВТ до списання. В окремих випадках показники терміну служби і ресурсу ЗВТ можуть збігатися.

Ремонтопридатністю ЗВТ називають його властивість бути пристосованим до підтримання та відновлення працездатного стану, в якому він здатний виконувати потрібні функції за допомогою технічного обслуговування і ремонту [58].

Середня тривалість відновлення ЗВТ – це математичне сподівання часу відновлення працездатного стану ЗВТ після відмови з урахуванням часу пошуку місця відмови.

Збережуваність ЗВТ – властивість зберігати в заданих межах значення параметрів, що характеризують здатність виконувати потрібні функції під час і після зберігання та (чи) транспортування. Необхідно розрізняти терміни: “вимірювання”, “контроль”, “випробування” і “діагностування”. Контроль – окремий випадок вимірювання, і він проводиться з метою встановлення відповідності вимірювальної величини заданому допуску. Контроль використовується також для настройки, регулювання і при установці (заміні) окремих блоків технічних засобів (ТЗ).

Складнішою метрологічною операцією є випробування, яке полягає у відтворенні в заданій послідовності певних дій, вимірюванні реакцій об'єкту на дану дію і їх реєстрації.

Діагностування системи – це процес розпізнавання стану елементів цієї системи в даний момент часу. За

висновками діагностування можна прогнозувати стан елементів системи при подальшій її експлуатації.

Для проведення вимірювання з метою контролю, діагностування або випробування ТЗ необхідно здійснювати заходи, що визначають так зване проектування вимірювань: аналіз вимірювального завдання із з'ясуванням можливих джерел похибок; вибір показників точності вимірювань; вибір числа вимірювань, методу і ЗВТ; формулювання початкових даних для розрахунку похибки; розрахунок окремих складових і загальної похибки; розрахунок показників точності і зіставлення їх з вибраними показниками.

В цілому всі ці питання повинні бути відображені в методиці виконання вимірювань (МВВ). При чому слід віддавати перевагу інженерним (спрощеним) методам розрахунку, але ступінь складності МВІ повинен бути адекватним можливому степеню неточності початкових даних.

### **5.6 Державна система промислових приладів та засобів автоматизації**

Великою різноманітністю вимірюваних величин та параметрів технологічних процесів, і універсальністю засобів вимірювальної техніки при проектуванні комплексних ЗВТ зумовлено принципом агрегатування. З цією метою створена Державна система промислових приладів та засобів автоматизації (ДСП).

Державна система приладів передбачає створення науково обґрунтованих рядів приладів та пристроїв з уніфікованими характеристиками та конструктивним виконанням.

Залежно від функціонального призначення засоби ДСП поділяють на групи:

- засоби для одержання інформації про стан процесу

чи об'єкта;

- засоби для прийому, перетворення та передавання інформації;

- засоби для перетворення, опрацювання та зберігання інформації і формування команд керування.

До першої групи належать вимірювальні перетворювачі та прилади. До двох інших належать вимірювальні комутатори, кодувальні та декодувальні пристрої, показуючі та реєструючі пристрої, а також комп'ютери. В основу побудови ДСП були покладені наступні системно-технічні принципи:

- мінімізація номенклатури та кількості технічних засобів;

- блоково-модульна побудова промислових приладів та пристроїв;

- агрегатна будова складних засобів вимірювальної техніки;

- сумісність засобів, що входять до ДСП.

Питання мінімізації номенклатури виробів ДСП є найскладнішими. Мінімізація починається з виділення деяких основних параметрів, що підлягають вимірюванням (тиск, переміщення) і визначення мінімально необхідної кількості приладів з відповідними діапазонами вимірювань, при розміщенні яких у ряд (параметричний) вдається повністю перекрити весь діапазон вимірювань основного параметра. Для реалізації принципу мінімізації застосовують також метод агрегування - вироби агрегатних комплексів розробляють у вигляді функціонально-параметричних рядів, які охоплюють необхідний діапазон вимірювань у різних умовах експлуатації [20].

Суть блочно-модульної будови засобів ДСП полягає в тому, що будь-які структурно- чи функціонально-складні системи збору інформації компонуються з обмеженої кількості простих стандартних блоків та модулів;

використовуючи стандартні вузли, можна створювати системи будь-якої складності, легко змінювати їх структури, надавати системам нові функціональні властивості.

Використовуючи системотехнічні принципи мінімізації номенклатури виробів, а також блочно-модульний принцип компоновання приладів та пристроїв ДСП, був сформований принцип агрегативання як спосіб побудови складних пристроїв та систем (агрегатних комплексів) із обмеженого набору простих уніфікованих виробів методом спряження (сполучення).

До виробів, які входять у агрегатні комплекси, ставляться певні вимоги: вони повинні легко спрягатись (сполучатись) один з одним без будь-яких додаткових пристроїв, не створювати помітного взаємного впливу, мати однакові умови експлуатації, тобто володіти сумісністю. Розрізняють такі види сумісності виробів агрегатних комплексів: енергетичну, функціональну, метрологічну, конструктивну, експлуатаційну та інформативну.

Енергетична сумісність передбачає використання одного виду енергії носія сигналів у вимірювальних пристроях. Це здебільшого електрична енергія. В особливих умовах експлуатації засобів ДСП, наприклад, у вибухонебезпечних приміщеннях використовують пневматичну і гідравлічну енергію.

Функціональна сумісність вимагає, щоб засоби ДСП були чітко розмежовані за функціональним призначенням і взаємопогоджені для забезпечення сумісної їх роботи у вимірювально-інформаційних системах, інформаційно-обчислювальних комплексах, автоматизованих системах керування.

Метрологічна сумісність забезпечує порівняльність метрологічних характеристик агрегатних засобів, їх стабільність в часі та під дією впливних величин, а також можливість розрахувати метрологічні характеристики всього

вимірювального тракту вимірювально-інформаційної системи за метрологічними характеристиками окремих функціональних вузлів, що створюють вимірювальний тракт.

Конструктивна сумісність передбачає узгодженість конструкцій та механічне спряження функціональних модулів, узгодженість естетичних вимог, що забезпечується нормуванням єдиних форм елементів конструкцій, з'єднувальних розмірів, застосування єдиної прогресивної технології виготовлення та складання конструкцій, дотриманням єдиного стилю оформлення.

Експлуатаційна сумісність досягається узгодженістю характеристик, що визначають вплив довкілля на агрегатні засоби в робочих умовах, а також характеристик надійності та стабільності функціонування. З цією метою всі засоби поділяються на групи за використанням залежно від умов довкілля, механічних дій і ін.

Експлуатаційна сумісність вимагає виконання єдиних правил до обслуговування, настроювання та ремонту технічних засобів, а також узгодженість вимог до параметрів джерел живлень та трас енергоживлення.

Інформаційна сумісність - узгодженість вхідних та вихідних сигналів за їх видом, діапазоном змін. Інформаційна сумісність визначається уніфікацією вимірювальних сигналів і застосуванням так званих стандартних інтерфейсів. Уніфікація вимірювальних сигналів означає, що їх параметри не можуть обиратись довільно, а повинні відповідати вимогам стандарту на ці сигнали. Уніфікація здійснюється за такими основними характеристиками:

- за інформативним параметром (напруга, струм, частота, цифровий код тощо);
- за робочим діапазоном: (0...10)В, (0...5)мА, (4...20)мА іт. д.;
- за функціональною залежністю між значенням вимірювальної величини та значенням інформативного



параметра вихідного сигналу; звичайно ця залежність повинна бути лінійною.

Електричні, логічні та конструктивні умови, які визначають вимоги до з'єднувальних функціональних вузлів і до зв'язків між ними, утворюють поняття інтерфейса. Електричні умови визначають вимоги до параметрів сигналів і способу їх передавання; логічні - номенклатуру сигналів; конструктивні - конструктивні вимоги до елементів інтерфейса: вид роз'ємів, місце їх розміщення, порядок розташування контактів і т.д.

## ЛЕКЦІЯ №6 СКЛАДОВІ ПОХИБОК ВИМІРЮВАННЯ

Отже, вимірювання реалізується як сукупність операцій у застосуванні технічного засобу, що зберігає одиницю ФВ, що забезпечують знаходження співвідношення (у явному або неявному вигляді) вимірюваної величини з її одиницею і отримання значення цієї величини (порівняння показів лінійки з розмірами деталі, де лінійка є «зберігачем» одиниці ФВ).

За характером зміни вимірюваної величини в часі вимірювання поділяються на статичні та динамічні.

Статичні вимірювання — це вимірювання, при яких протягом певного проміжку часу вимірювана величина майже не змінюється або ж її значення змінюється поступово відповідно до процесу виробництва. Статичні вимірювання використовуються, як правило, для встановлення взаємозв'язку між фізичними величинами одного і того самого об'єкта дослідження. Вони застосовуються у пасивних експериментах і забезпечують задовільний рівень наочності при зміні вимірюваних величин за певний проміжок часу (годину, зміну, добу). Таким, наприклад, є проведення пасивного експерименту на випарній установці для вимірювання основних її параметрів: температури, рівня, тиску, витрати пари тощо.

Динамічні вимірювання — вимірювання, які показують зміну вимірюваної величини в часі при різних збуреннях, що впливають на об'єкт дослідження або ж на засіб вимірювання. Динамічні вимірювання дають можливість вивчати динамічні властивості об'єкта і засобів вимірювальної техніки, особливо первинних перетворювачів (давачів).

Процес вимірювання, незалежно від умов, в яких його проводять, завжди супроводжується похибками, які унеможливають отримання дійсного значення вимірюваної величини [24].

Джерела похибок при вимірюваннях наступні: недосконалість конструкції засобів вимірювань або принципової схеми методу вимірювання, неточність виготовлення засобів вимірювань, недотримання зовнішніх умов при вимірюваннях, суб'єктивні похибки і т.д.

Похибка властива будь-якому вимірюванню і є важливим показником якості вимірювань. Вказуючи результат вимірювання, необхідно наводити характеристику похибки, з якою він отриманий. Адекватним похибці є інший показник якості вимірювань – точність вимірювання.

Практична цінність вимірювання визначається кількісно за оцінкою відхилення результату вимірювання від істинного значення вимірюваної фізичної величини, тобто визначенням похибки. Виникнення похибок вимірювань зумовлено впливом різноманітних за фізичною природою факторів, що супроводжують вимірювання. Аналітичний підхід до визначення похибок заключається в розподілі їх на складові, кожна з яких викликана певними факторами. Дослідження джерел складових похибки проводяться експериментально, визначаючи властивості похибки та з необхідною точністю оцінюючи її складові. Знаючи властивості й оцінки складових, можна правильно врахувати їх при оцінці сумарної похибки, а також при необхідності ввести поправку в результат вимірювання або організувати вимірювальний експеримент так, щоб звести окремі складові, а з ними й сумарну похибку, до допустимого значення. Для підвищення об'єктивності оцінки похибок вимірювань і визначення шляхів їх зменшення, з метою покращання якості вимірювань необхідно знати джерела виникнення різних складових сумарної похибки вимірювань і закономірності їх зміни.

Похибки вимірювань класифікують за такими ознаками (рис.1.13) [58]:

- 1) за джерелом виникнення;
- 2) за закономірністю або характером зміни;

3) за формою або способом відображення кількісних характеристик похибки вимірювань.

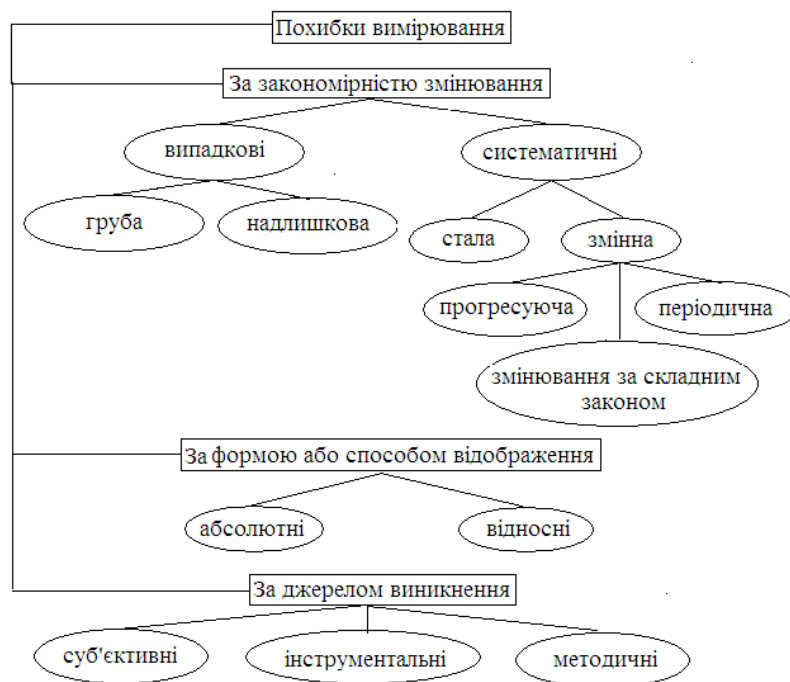


Рисунок 1.13 – Різновиди похибок вимірювання

### 6.1 Характеристика похибок вимірювань за джерелом виникнення

Складові похибок вимірювання та їх джерела групуємо у відповідності до основних структурних елементів процесу вимірювання та класифікуємо наступним чином.

Методична складова похибки вимірювання зумовлена недосконалістю методу вимірювання або деяких припущень

чи наближень у розрахункових формулах та не залежить від властивостей ЗВТ.

Неминуча поява методичної складової похибки також і в разі використання наближеної формули, що відображає функціональний зв'язок між опором резистора  $r_t$  та його температурою  $t$ . Застосування точнішої формули

$$r = r_0(1 + \alpha \cdot t + \beta \cdot t^2) \quad (1.16)$$

дає змогу зменшити методичну складову похибки, але не до нуля, оскільки і ця формула є наближеною.

Методичні похибки прямих вимірювань наступні:

1. Похибка, зумовлена неадекватністю фізичної моделі ОВ до реального об'єкта та задачі вимірювання. Дослідник чітко розмежує фактично вимірювану величину за прийнятою фізичною моделлю ОВ від тієї фізичної величини, що реально відтворює досліджувану властивість ОВ і підлягає вимірюванню.

Наприклад, при вимірюванні на виході будь-якого ОВ змінної напруги її форма прийнята синусоїдальною, у той час як реальний сигнал не є синусоїдним і містить вищі гармоніки. Тому якщо відповідно до прийнятої фізичної моделі ОВ для вимірювання амплітуди або змінної напруги на виході ОВ використати вольтметр, призначений для вимірювання синусоїдної напруги, то в результаті вимірювання буде внесена методична похибка, зумовлена дією вищих гармонік, присутніх у реальному сигналі ОВ.

Невідповідність прийнятої фізичної моделі ОВ (порогова невідповідність) викликає складову методичної похибки, яка обмежує точність вимірювання, оскільки фізична модель ОВ визначає вимірювану величину, а звідси – вибір методу вимірювання і засобу вимірювальної техніки [29].

2. Похибка, яка зумовлена зміною залежності між вимірюваною і проміжною величинами, якщо при вимірюваннях використовується проміжне перетворення ЗВТ.

3. Похибка передавання розміру вимірюваної величини від ОВ до ЗВТ, тобто фізичне з'єднання ЗВТ з ОВ не завжди здійснюється так, щоб розмір вимірюваної величини був однаковий на виході ОВ і на вході ЗВТ (похибка створена з'єднувальними проводами між ОВ і ЗВТ).

Методичні похибки непрямих вимірювань:

1. Похибка обчислень і похибка алгоритмів або програм обчислення.

2. Похибка, зумовлена тим, що функції обчислюються як неперервні, а реально вони є дискретними (вимірювання здійснюються при дискретних значеннях фізичної величини – аргументу).

Особливість методичних похибок вимірювань полягає в тому, що вони, як правило, неконкретні і тому не можуть бути одержані будь-які узагальнені кількісні оцінки. Причина виникнення є наслідком спрощень або допущень, застосування емпіричних формул і залежностей (вимірювання твердості металів різними методами Роквелла, Брінелля, Вікерса і ін. В кожному з цих методів твердість вимірюється в своїх умовних одиницях, а перевід результатів з однієї шкали в іншу проводиться приблизно). Враховуючи це, методичні похибки не нормуються і не вказуються в технічній документації, а оцінюються дослідником при реалізації вибраного методу вимірювань із врахуванням конкретних умов експлуатації ЗВТ. Така оцінка досить складна і часто потребує ґрунтового експериментального дослідження прийнятого методу вимірювань. Якщо метод апробований протягом тривалого часу, то його похибки можуть бути встановлені і записані в паспорт методу. Складання подібних атестаційних паспортів похибок стандартних методів вимірювань є одним з важливих завдань сучасної метрології.

Інструментальна складова похибки вимірювання зумовлена властивостями та недосконалістю засобів вимірювальної техніки, які використовуються при

вимірюванні, — якістю виготовлення та стабільністю мір вимірювальних приладів і перетворювачів, унаслідок зношення (розмір кінцевої міри довжини зменшується, величина зношення якої залежить від інтенсивності використання), способом градуювання та похибкою відліку та градуювання вимірювальних приладів (ціна поділки аналогових або одиниця найменшого розряду цифрових) та взаємодією тих засобів з об'єктом вимірювання (наприклад, у разі використання низькоомного вольтметра в схемі, зображеній на рис.1.14, відмикання його до точок *B* і *C* спричинить спад напруги па цій ділянці кола, тому прилад покаже неправильний результат вимірювання).

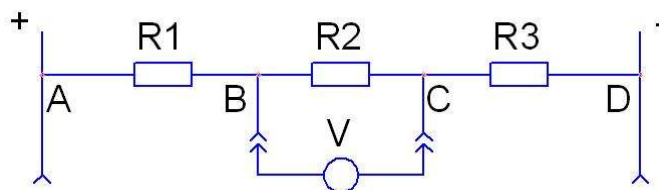


Рисунок 1.14 – Використання низькоомного вольтметра в схемі

Суб'єктивна складова похибки вимірювання може виникати через недосвідченість і неухважність спостерігача у момент відліку показу, тобто залежить від індивідуальних властивостей дослідника, що виконує вимірювання, від його психофізіологічних якостей, зокрема, від недосконалості органів чуття, які беруть участь у визначенні результату вимірювання (зору, слуху, швидкості реакції на сигнал), від здатності до концентрації уваги, від ступеня стомленості (швидкість реакції на сигнал різна у різних осіб (на звуковий сигнал швидкість реакції людини коливається в межах 0,082

— 0,195 с, а на світловий сигнал – 0,15—0,225 с). Велику роль відіграє кваліфікація експериментатора.

Суб'єктивна похибка вимірювання характерна для аналогових вимірювальних приладів і є двох видів.

Першим видом суб'єктивної похибки вимірювань є похибка відліку, яка зумовлена округленням показів під час їх відліку оператором зі шкали аналогового вимірювального приладу. Вона проявляється в тому, що однаковий показ приладу, який, наприклад, дорівнює 56,3 поділки, один оператор зчитує правильно, другий – як 56,0, третій – як 56,5 і т.д.

Другим видом суб'єктивної похибки вимірювань є похибка паралакса, обумовлена взаємним розташуванням ока експериментатора, стрілки вказівника і шкали аналогового вимірювального приладу.

Суб'єктивні похибки не можуть бути заздалегідь передбачені і вказані в технічній документації аналогових вимірювальних приладів. У цифрових вимірювальних приладах операція округлення виконується автоматично, а похибка округлення, що виникає при цьому, називається похибкою квантування, вона нормується і вказується в технічному описі приладу.

Виключення суб'єктивної складової похибки вимірювання досягають застосуванням спеціальних типів шкал, використанням цифрового відліку і автоматизацією одержання результату вимірювання.

Таким чином, суб'єктивні похибки вимірювань поки що не можуть бути оцінені кількісно, а тому вони не входять у математичну модель сумарної похибки вимірювань.



## 6.2 Характеристика похибок вимірювань за наявністю функціонального зв'язку з вимірною фізичною величиною

За наявністю або відсутністю функціонального зв'язку між похибкою вимірювання та значенням вимірюваної фізичної величини розрізняють адитивну та мультиплікативну складові похибок вимірювання.

Адитивна похибка (її ще називають похибкою нуля) не залежить від значення вимірюваної фізичної величини. Приклад систематичної адитивної похибки — зміщення нуля характеристики аналогового вимірювального приладу (рис.1.15,а: 1 — номінальна характеристика приладу; 2 — фактична його характеристика;  $X$  — істинне значення вимірюваної фізичної величини;  $x$  — показ приладу;  $\Delta_{x,s}$  - систематична складова похибки).

Прикладом випадкової адитивної похибки може бути похибка від тертя в опорах вимірювального механізму, граничні значення якої утворюють на характеристиці приладу смугу постійної ширини (рис.1.15,б:  $\Delta_{x,sp}^0$  - граничне значення випадкової похибки).

У разі суто адитивної смуги похибок абсолютна похибка  $\Delta_x$  залишається незмінною для будь-яких значень  $x$ .

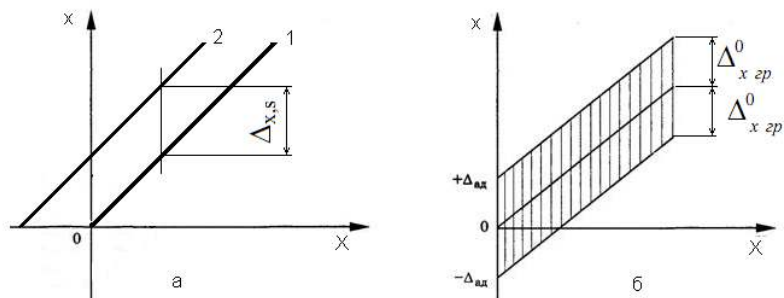


Рисунок 1.15 – Характеристики аналогового вимірювального приладу

Мультиплікативна похибка залежить від значення вимірюваної фізичної величини. Така похибка виникає, наприклад, у вимірювальній схемі (рис.1.16,а) внаслідок зміни температури навколишнього середовища: повний електричний струм  $I$  становить  $I = I_A(R_A/R_{III} + 1)$ ; за зміни температури опір шунта  $R_{III}$  залишається незмінним, а опір мідної котушки приладу  $R_A$  змінюється, отже відношення  $R_A/R_{III}$  теж залежить від температури навколишнього середовища. Тому вимірювання струму  $I$  відбуватиметься із систематичною похибкою, значення якої пропорційне значенню вимірюваної фізичної величини (рис1.16,б).

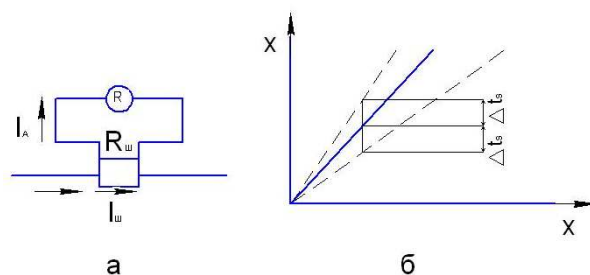


Рисунок 1.16 – Вимірювальна схема (а), що використовується для ілюстрації мультиплікативної похибки (б)

Оскільки в разі суто мультиплікативної смуги похибок абсолютна похибка  $\Delta_x$  збільшується прямопропорційно поточному значенню  $x$  вимірюваної фізичної величини, то відносна похибка  $\delta_x = \Delta_x / x$  є постійною величиною за будь-якого значення  $x$ .

### 6.3 Характеристика похибок вимірювань за закономірністю їх зміни

У процесі багаторазового проведення експерименту можлива поява окремих результатів спостережень, що різко відрізняються від інших. Ці спостереження призводять до появи випадкових похибок, які істотно перевищують очікувані за даних умов. Промахи слід виявити й відкинути як явно помилкові результати спостережень [48].

Випадкова складова похибки характеризує відхилення окремого результату спостереження від певного центра їх групування, систематична — зміщення цього центра групування відносно істинною значення вимірюваної величини.

Різні засоби вимірювальної техніки (засоби вимірювань, вимірювальні пристрої) мають похибки, характер прояву яких може істотно відрізнитися: в одних — похибка практично адитивна, в других — в основному мультиплікативна, в третіх — є і адитивна, і мультиплікативна; в кожному конкретному засобі вимірювальної техніки можуть бути і випадкові, і систематичні складові похибки. При цьому слід урахувувати також умови експлуатації засобів вимірювальної техніки.

Похибки за характером прояву при повторних вимірюваннях поділяються на випадкові та систематичні.

Якщо складові похибки вимірювання залишаються сталими або закономірно змінюються, то для їх розрахунку і сумування використовують методи функціонального аналізу. Якщо ж складові похибки вимірювання змінюються стохастично (випадково), то для їх розрахунку та сумування застосовують методи теорії ймовірностей і математичної статистики.

Випадкова похибка — це складова похибки вимірювання, що змінюється випадково (непередбачено за

значенням і знаком) при повторних вимірюваннях того самого розміру фізичної величини.

Поява випадкових похибок зумовлена, в основному, дією на метрологічні характеристики ЗВТ великої кількості внутрішніх і зовнішніх факторів, що змінюються випадково, тобто випадкові похибки є, як правило, інструментальними. Крім того, джерелом випадкової похибки може бути суб'єктивний фактор.

Випадкова складова похибки не може бути виключена з результату вимірювання, але може бути зменшена при статистичній обробці багаторазових спостережень.

Окремий вид випадкових похибок складають грубі похибки, що виникають як окремі результати спостережень, різко відрізняються від інших (такі похибки називають надмірними). До них належать ті похибки, реальні значення яких істотно перебільшують очікувані значення, відповідні основним компонентам процесу вимірювання (застосованим методу і ЗВТ, а також умовам вимірювання). Причинами грубих похибок є помилки оператора, несправність і неправильне застосування ЗВТ, короточасні і різкі зміни умов вимірювання (короточасна втрата живлення в будь-якому електричному колі, збій від імпульсних завад, механічний удар і т.д.). Особливо великі за значенням грубі похибки називають надлишковими, що виникають через дії оператора (порушенням правил експлуатації ЗВТ, помилками при відліку та записі результатів вимірювань). Грубі похибки доцільно виявляти і виключати з розгляду, для їх виявлення існують статистичні методи. Результат вимірювання, одержаний з надмірними похибками, називають промахом, або аномальним результатом вимірювання (вони можуть бути наслідком неправильного відліку за шкалою приладу, помилки під час визначення ціни поділки шкали або запису результату вимірювання, різкого поштовху в момент відліку показів, стрибка напруги живлення вимірювальної системи

тощо). Промахи настільки очевидні, що є досить помітними для досвідченого оператора на етапі попереднього аналізу результатів вимірювань. Вони повинні бути обов'язково вилучені з подальшого розгляду.

Систематична похибка – це складова похибки вимірювання, яка при повторних вимірюваннях того самого розміру фізичної величини залишається постійною або змінюється за певним законом.

Систематичні похибки за причинами, що їх викликають, можуть бути методичними, інструментальними і суб'єктивними. Окремі інструментальні похибки ЗВТ, будучи систематичними для конкретного зразка ЗВТ, переходять у розряд випадкових для групи однакових ЗВТ, наприклад, неточність градування їх шкал. Це стосується і методичних похибок вимірювань.

За характером зміни від вимірювання до вимірювання розрізняють сталі та змінні систематичні похибки вимірювань.

Сталі систематичні похибки – сталі за значенням у будь-який час вимірювань. До них належать методичні похибки, інструментальні похибки (неточність міри, вхідного подільника напруги і градування приладу) і суб'єктивні похибки досвідчених операторів.

Присутність у результатах вимірювань сталих систематичних похибок є найбільш небезпечною, оскільки їх важко виявити. Це пов'язано з тим, що така похибка, на відміну від випадкових та інших видів систематичних похибок, ніяк себе не проявляє при повторних вимірюваннях. Для її виявлення часто потрібно проводити спеціальні метрологічні дослідження (звірення показів робочого ЗВТ з показами зразкового ЗВТ, тобто повірка).

Особливістю сталих систематичних похибок є те, що вони можуть бути передбачені і усунуті введенням

відповідних поправок, знайдених один раз на весь термін служби або на міжповірочний інтервал даного ЗВТ.

Змінні систематичні похибки змінюються в процесі вимірювання за певним законом у функції часу (або від вимірювання до вимірювання), тобто детерміновано. За характером зміни їх поділяють на прогресуючі, періодичні та змінні за складним законом.

Прогресуючими (або дрейфуючими) називають систематичні похибки, які монотонно збільшуються або зменшуються в часі. Вони, як правило, викликаються процесами старіння тих чи інших вузлів і елементів ЗВТ: розрядженням автономних джерел живлення, старінням резисторів і конденсаторів, деформацією механічних деталей і т.д.

Особливістю прогресуючих похибок є можливість корекції шляхом введення поправок у результати вимірювань лише в задані моменти часу, тобто прогресуючі похибки потребують безперервної корекції і тим частіше, чим меншим повинно бути їх залишкове значення. Зміна величини прогресуючих похибок являє собою випадковий процес.

Періодичні систематичні похибки — похибки, значення яких є періодичною функцією часу або функцією переміщення вказівника вимірювального приладу. Такі похибки зустрічаються в індикаторах годинникового типу (приладах з круговою шкалою і стрілкою, якщо вісь стрілки індикатора зміщена щодо центру шкали на деяку величину, то похибка  $\Delta\varphi$  змінюється за синусоїдальним законом  $\Delta\varphi = e \times \sin\varphi$ , де  $e$  — ексцентриситет (зсув центру шкали);  $\varphi$  — кут повороту стрілки в процесі вимірювання, відлічуваний від прямої, що проходить через центр шкали і вісь повороту стрілки).

Систематичні похибки можуть змінюватися також за складним законом за рахунок сумісної дії декількох систематичних похибок (похибка міри довжини, яка виникає

при відхиленні температури, при якій виконуються вимірювання, від нормальної температури. Величина цієї похибки визначається за формулою:  $\Delta l_t = (\alpha \Delta t + \beta \Delta t^2) l_n$ , де  $\Delta l_t$  — похибка міри довжини, що виникає при зміні температури на  $\Delta t$ , °С,  $l_n$  — довжина міри при нормальній температурі;  $\Delta t = t_n - t_n$  — відхилення температури від нормальної;  $t_n$  — нормальна температура;  $t_n$  — температура при застосуванні міри довжини;  $\alpha$  і  $\beta$  — постійні коефіцієнти, визначені експериментально).

За складним законом систематична похибка змінюється в тому випадку, коли вона викликається декількома факторами, кожний з яких змінюється за певним законом, властивим цьому фактору.

Таким чином, у загальному випадку сумарна похибка результату вимірювання складається з систематичної і випадкової складових, тому її слід розглядати в цілому як випадкову величину. Математичне сподівання повної похибки вимірювань являє собою її абсолютну систематичну складову  $\Delta_c$ , центрована складова повної похибки вимірювань — її абсолютну випадкову складову  $\overset{\circ}{\Delta}$ .

Виправленим називається результат вимірювання  $\tilde{X}$ , з якого введенням поправки вилучена систематична складова похибки вимірювання.

$$\tilde{X} = X - \Delta_c. \quad (1.17)$$

Розглянуті види похибок наочно ілюструє рис.1.17, де зображено результати стрільби по мішені (відхилення кожного влучання від центра мішені можна вважати похибкою стрільби): а — наявність випадкових похибок за відсутності систематичних (чим ближче до центра мішені, тим більше влучань; окреме влучання ліворуч унизу — це промах); б — сукупність випадкових похибок та незмінної систематичної (неправильно встановлено приціл); в —

сукупність випадкових похибок та змінної систематичної (в процесі стрільби приціл зміщується по вертикалі).

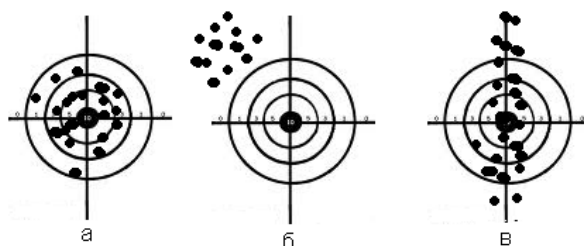


Рисунок 1.17 – Наочне зображення промахів

#### 6.4 Способи відображення кількісних характеристик похибок вимірювань

Кількісні характеристики похибок вимірювань відображають у абсолютній і відносній формі, відповідно розрізняють абсолютну і відносну похибки вимірювань.

Похибка вимірювання — це відхилення результату вимірювання фізичної величини від її істинного значення.

Абсолютна похибка вимірювання  $\Delta_x$  — це різниця між результатом вимірювання  $x$  та істинним значенням вимірюваної фізичної величини  $X$  («виміряне мінус істинне»):

$$\Delta_x = x - X, \quad (1.18)$$

виражена в одиницях вимірюваної фізичної величини.

Оскільки істинне значення вимірюваної величини  $X$  залишається невідомим (якби воно було відоме, то не було б потреби у вимірюванні), обчислити точне значення  $\Delta_x$  за формулою (1.18) неможливо. Для того щоб дістати хоча б наближені відомості про розмір похибки  $\Delta_x$ , можна в цю формулу, замість невідомого істинного значення  $X$ , підставити



його умовно - істинне значення або так зване дійсне  $x$ , яке знайдене експериментально з якнайвищою точністю й настільки наближається до істинного, що для поставленої вимірювальної задачі може бути використане замість нього. Тоді формула (1.18) матиме такий вигляд:

$$\Delta_x \approx \bar{x} - x_D \quad (1.19)$$

тобто абсолютна похибка вимірювання становить різницю між результатом вимірювання та умовно-істинним (дійсним) значенням вимірюваної фізичної величини.

Абсолютна похибка придатна для характеристики результату вимірювання, оскільки дає змогу відразу виявити в його числовому значенні вірогідні та невірогідні цифри (якщо за вимірювання електричного струму добуто результат 5,243 А з абсолютною похибкою 0,01 А, то очевидно, що цифра "3" в цьому результаті невірогідна і її треба відкинути). Абсолютна похибка вимірювання і поправка виражаються в одиницях вимірюваної фізичної величини.

Відзначимо, що стала систематична похибка "зеуває" всі результати вимірювань на однакову величину, що призводить до певних труднощів її виявлення і введення відповідної поправки.

На відміну від поправки як адитивної величини вводиться поняття "коригуючий коефіцієнт".

Коригуючий коефіцієнт – це числовий коефіцієнт, на який помножують не виправлений результат вимірювання  $X$  з метою вилучення мультиплікативної систематичної похибки:

$$\tilde{X} = k_k X,$$

де  $k_k$  – коригуючий коефіцієнт.

Абсолютна похибка  $\Delta x$  характеризує лише якість результату вимірювання, але не може бути мірою точності вимірювання. Так, абсолютна похибка вимірювання напруги, що дорівнює 0,1 В, ні про що не говорить, якщо її не

співвіднести з результатом вимірювання напруги, залежно від якого вона має різний зміст. Нехай, наприклад, маємо результати вимірювань двох значень напруги: 10 В і 100 В. Очевидно, при однаковій абсолютній похибці 0,1 В якість вимірювань при значенні напруги 100 В вища, ніж при значенні напруги 10 В, оскільки на рівні 100 В похибка в 0,1 В відбивається менше, ніж на рівні 10 В.

Таким чином, про точність вимірювань не можна говорити на основі порівняння абсолютних похибок результатів вимірювань. Для цього ще необхідно порівняти і значення вимірюваних фізичних величин, що є досить незручним для практики: порівняти дві кількісні характеристики – значення і похибку вимірюваної величини. Усунути цей недолік дозволяє перехід до похибки вимірювань, яка виражається у відносних одиницях і називається тому відносною похибкою вимірювань. Вона об'єднує обидві вказані вище кількісні характеристики вимірювань: результат вимірювання і абсолютну похибку [17].

Відносна похибка вимірювання  $\delta_x$  дорівнює відношенню абсолютної похибки  $\Delta_x$  до істинного або дійсного значення вимірюваної фізичної величини й виражається в частках одиниці:

$$\delta_x = \frac{\Delta_x}{X} \approx \frac{\Delta_x}{x_D} \quad (1.20)$$

або у відсотках:

$$\delta_{x\%} = 100 \frac{\Delta_x}{X} \approx 100 \frac{\Delta_x}{x_D} \quad (1.21)$$

Відносні похибки зручні для порівняння метрологічних характеристик кількох результатів. Справді, порівнюючи абсолютні похибки, важко відразу вирішити, в якому з двох вимірювань добуто вірогідніші результати: 5,24 А з похибкою

0,01 А або 0,0125 А з похибкою 0,0001 А. В цьому разі обчислення відносних похибок (відповідно 0,2 та 0,8 %) полегшує порівняння вірогідності цих двох результатів.

З відотною похибкою вимірювання пов'язане кількісне визначення точності вимірювань, яку іноді оцінюють величиною, зворотною модулю відотної похибки. Наприклад, відношій похибці вимірювань  $\pm 10^{-3}$  відповідає точність вимірювань  $10^3$ , тобто точність вимірювання тим вища, чим менша відносна похибка.

Одночасно при проведенні вимірювання обов'язково повинна обчислюватися його абсолютна похибка, бо вона потрібна для правильного запису результату вимірювання. Разом з тим, при необхідності провести порівняння точності результатів вимірювань, визначається відносна похибка вимірювань.

Похибку, яка виникає за нормальних умов експлуатації вимірювальної техніки, називають основною (наприклад, температура  $(20 \pm 5) ^\circ\text{C}$ , напруга живлення  $(220_{-15}^{+10}) \text{ В}$  тощо).

Експлуатація вимірювальної техніки в інших умовах, наприклад, за температури від  $-40$  до  $+50 ^\circ\text{C}$ , напруги живлення в межах  $\pm 20 \%$  від номінальної, в разі відхилення приладу від його робочого положення й т. д. призведе до появи похибок більших, ніж основні; ці похибки називаються додатковими.

Межі основної похибки, а також вплив умов експлуатації, що відрізняються від нормальних, вказують у паспорті кожного екземпляра засобу вимірювальної техніки.

Основною характеристикою, що визначає гарантовані межі значень основних і додаткових похибок, є клас точності засобу вимірювальної техніки. Основні засоби визначення меж допустимих похибок і позначення класів точності засобів вимірювальної техніки встановлено ГОСТ 8.401—80. Різниця в способах нормування класів точності зумовлена переважно

різним співвідношенням адитивної та мультиплікативної складових похибки засобів вимірювальної техніки.

За суто адитивного характеру похибок межі абсолютної похибки незмінні для будь-яких значень вимірюваної фізичної величини. Вказаними значеннями абсолютної похибки нормують класи точності для комплектів гир, лінійних мір, магазинів опорів та ємностей (наприклад, гарантована похибка  $\Delta_x$  гирі – не більше ніж  $\pm 1$  мі).

Для аналогових приладів за різних діапазонів вимірювання нормувати значення абсолютної похибки  $\Delta_x$  незручно; в цьому разі використовують різновид відносної похибки — зведену похибку  $\delta_{зв}$ .

Є два види оцінок похибок – апріорна (до вимірювання) і апостеріорна (після вимірювання).

Апріорну оцінку виконують у наступних випадках: при нормуванні метрологічних характеристик засобів вимірювань; при розробці методики виконання вимірювань; при виборі засобу вимірювання для вирішення конкретної вимірювальної задачі; при плануванні (підготовці) вимірювань, які повинні здійснюватися за допомогою конкретного (даного) засобу вимірювання.

Чітке формулювання будь-якої вимірювальної задачі передбачає необхідну точність вимірювань. При вимірюваннях по атестованій методиці задачу проведення конкретного вимірювального експерименту формулюють без конкретизації точності. Однак орієнтація на атестовану методику вже підкреслює, що точність, яка забезпечується цією атестованою методикою, достатня для досягнення мети вимірювання. Тоді апріорне оцінювання – це перевірка можливості забезпечення необхідної точності вимірювань, які здійснюватимуться в заданих умовах вибраним методом за допомогою конкретних засобів вимірювань.

Апостеріорну оцінку виконують тоді, коли апріорна оцінка є незадовільною; апріорна оцінка отримана на основі типових метрологічних характеристик засобів вимірювань, а на основі аналізу дослідних даних вимагається враховувати індивідуальні властивості засобів вимірювань.

В загальному випадку апостеріорну оцінку можна розглядати як корекцію апріорної оцінки похибки з переходом від корекції оцінки похибки до корекції оцінки вимірювальної величини (результату вимірювання). Корекція результату вимірювання – це введення в результат відповідних поправок

### **6.5 Показники якості вимірювань**

Для кількісної оцінки впливу повної похибки, а також її систематичної і випадкової складових на результат вимірювання використовують показники якості вимірювань: точність, правильність, збіжність, відтворюваність і достовірність.

Точність вимірювань характеризується відносною похибкою вимірювань (чим менша відносна похибка, тим вища точність вимірювань) і наближеністю до істинного значення.

Правильність вимірювань – показник якості вимірювань, що відбиває близькість до нуля систематичних похибок у результатах вимірювань. Правильність характеризує вплив систематичної похибки на результат вимірювання.

Збіжність вимірювань – показник якості вимірювань, що відбиває близькість між собою результатів вимірювань того самого розміру фізичної величини, які виконуються повторно тими самими методами вимірювань і засобами вимірювальної техніки в однакових умовах. Збіжність результатів вимірювань відображає близькість до нуля випадкової похибки.

Відтворюваність (повторюваність у встановлених границях похибки) *вимірювань* визначається близькістю між собою результатів вимірювань того самого розміру фізичної величини, які отримують у різних містах і в різний час виконання експерименту, різними методами вимірювань і засобами вимірювальної техніки, але приводять до однакових умов виконання вимірювань (температури, тиску, вологості та інших впливових величин) [58].

Збіжність і відтворюваність можуть бути оцінені кількісно дисперсією результатів вимірювань.

Достовірність вимірювань – показник якості вимірювань, що характеризує ступінь довіри до отриманого результату. Достовірність оцінки похибок визначають на основі законів теорії імовірності та математичної статистики. Це дає можливість для кожного конкретного випадку вибирати засоби і методи вимірювань, що забезпечують отримання результату, похибка якого не перевищує заданих меж з необхідною достовірністю.

У вітчизняних нормативних документах для оцінювання точності вимірювань зберігається традиційний підхід, що ґрунтується на «теорії похибок».

### **6.6 Поняття про ймовірнісні та статистичні характеристики похибок вимірювань та області їх використання**

Випадкові похибки у результатах вимірювання призводять до того, що при повторних вимірюваннях того самого розміру фізичної величини результати цих вимірювань будуть відрізнятися, а їх розсіювання (розкид) буде мати випадковий характер. При окремому вимірюванні випадкова похибка викликається численними причинами і врахувати їх при вимірюваннях неможливо.

Для оцінки випадкових похибок вимірювань як випадкових процесів чи величин використовується апарат теорії ймовірності або математичної статистики. Вводиться відмінність між цими групами характеристик похибок вимірювань: імовірнісними і статистичними.

Імовірнісні характеристики похибки вимірювань – це параметри функції розподілу ймовірностей похибки вимірювань, які відображають властивості генеральної сукупності похибок усіх результатів вимірювань, одержаних за даною методикою виконання вимірювань у відомих умовах. Область використання ймовірнісних характеристик похибок вимірювань – технічні вимірювання.

Статистичні характеристики похибки вимірювань – випадкові величини, які являють собою оцінки ймовірнісних характеристик параметрів розподілу ймовірностей похибки вимірювань. Їх визначають експериментально за деякою скінченною кількістю (серії, вибірці) результатів вимірювань (а не з генеральної сукупності) і є предметом вивчення математичної статистики.

Статистичні характеристики лише наближаються до характеристик генеральної сукупності похибки вимірювань. Чим більший об'єм вибірки (чим більша кількість вимірювань (спостережень) у серії), тим ближче обчислені статистичні характеристики до детермінованих імовірнісних характеристик генеральної сукупності. При нескінченній кількості вимірювань (спостережень) у серії статистичні характеристики стають такими, що дорівнюють імовірнісним характеристикам, тобто детермінованими, а не випадковими величинами.

Отже, статистичні характеристики похибки вимірювань відображають ступінь близькості до істинного значення вимірюваної величини тільки того єдиного результату вимірювання, який обчислено за даними

конкретної серії вимірювань. Область використання статистичних характеристик похибки вимірювань – лабораторні та експериментальні вимірювання.

Таким чином, імовірнісні характеристики похибки вимірювань справедливі для будь-якого результату вимірювання, а статистичні характеристики властиві конкретному результату вимірювання, одержаному для конкретного досліджуваного об'єкта за даних конкретних умов.



## ЛЕКЦІЯ №7 СИСТЕМАТИЧНІ ПОХИБКИ ВИМІРЮВАННЯ

Систематичні похибки при повторних вимірюваннях залишаються постійними або змінюються за певним законом. Ці похибки в деяких випадках можна визначити експериментально, а отже, одержаний результат вимірювання може бути уточнений шляхом введення поправки.

Ряд результатів вимірювань – значення однієї і тієї ж величини, послідовно отримані з наступних один за одним вимірювань.

До систематичних похибок відносять складову похибки вимірювань, яка залишається постійною або закономірно змінюється при повторних вимірюваннях однієї і тієї ж величини. Як правило, систематичні похибки можуть бути в більшості випадків вивчені до початку вимірювань, а результат вимірювання може бути уточнений за рахунок внесення поправок, якщо їх числові значення визначені, або за рахунок використання таких способів вимірювань, які дають можливість виключити вплив систематичних похибок без їх визначення. Систематичні похибки при повторних вимірюваннях залишаються сталими або змінюються за певним законом. Ці похибки в деяких випадках можна визначити експериментально, а, отже, одержаний результат вимірювання уточнюється шляхом введення поправки.

Відомий ряд способів виключення систематичних похибок, які поділяються на чотири основні групи:

- усунення джерел похибок до початку вимірювань;
- виключення похибок у процесі вимірювання способами заміщення, компенсації похибок по знаку, протиставлення, симетричних спостережень;
- внесення відомих поправок в результат вимірювання (виключення похибок шляхом обчислення);
- оцінка меж систематичних похибок, якщо їх не можна

виключити.

За характером прояву, як згадувалося раніше, систематичні похибки поділяються на сталі, прогресуючі і періодичні.

У групу систематичних похибок можна віднести такі: інструментальні похибки; похибки через неправильну установку вимірювального пристрою; похибки, що виникають унаслідок зовнішніх впливів; похибки методу вимірювання (теоретичні похибки); суб'єктивні похибки.

Навколишня температура, магнітні і електричні поля, атмосферний тиск, вологість повітря відносяться до зовнішніх умов, що приводять до виникнення похибок унаслідок їх зміни. Якщо значення окремих чинників виходять за межі встановлених меж, то це може виявитися причиною появи додаткових похибок.

### **7.1 Виявлення та вилучення систематичних похибок з результатів вимірювань**

Систематичні похибки, незалежно від характеру їх змінювання в часі при постановці і проведенні вимірювального експерименту, повинні бути виявлені і вилучені з результатів вимірювань або хоча б зменшені, для чого важливо знати джерела і причини їх виникнення. За цією ознакою розрізняють такі систематичні похибки: похибку через неадекватність об'єкта і фізичної моделі вимірювання; похибки методу вимірювання і ЗВТ; похибки, обумовлені дією впливних величин, і суб'єктивну похибку оператора. Систематичні похибки можуть бути викликані одночасно декількома причинами, які треба враховувати при організації вимірювального експерименту і виробленні заходів щодо їх вилучення [58].

Наведемо основні методи вилучення або зменшення систематичних похибок результатів вимірювань.

1. Застосування спеціальних конструктивних і схемотехнічних рішень, направлених на послаблення або усунення дії на систематичну похибку ЗВТ впливних величин. Наприклад, термостатування і теплоізоляція ЗВТ або окремих його вузлів з метою зменшення температурної похибки, екранування для захисту від зовнішніх електромагнітних полів, застосування спеціальних фундаментів і віброгасних пристроїв для ослаблення впливу механічних дій, застосування спеціальних схемотехнічних рішень при розробці найбільш критичних до дії зовнішніх факторів вузлів ЗВТ та їх виготовлення з високостабільних комплектуючих елементів.

2. Вилучення методичної систематичної похибки аналітичним шляхом на основі розрахунку її значення, виходячи з особливостей застосованого при експерименті методу вимірювань і характеристик ЗВТ.

3. Використання методу заміщення для виключення інструментальної похибки вимірювань, яка обумовлена вимірювальним приладом. При цьому вимірювання виконуються за два етапи. Спочатку на вхід вимірювального приладу подається вимірювана фізична величина і фіксується показ приладу. Потім до входу вимірювального приладу приєднується вихід регульованої зразкової міри, яка відтворює фізичну величину, однорідну з вимірюваною і, регулюючи міру, добиваються того ж показу приладу. Результат вимірювання, вільний від систематичної похибки, зчитується з відлікового пристрою міри.

Прикладом вилучення систематичної похибки за допомогою методу заміщення служить вимірювання активного опору  $R_x$  омметром, який має постійну систематичну похибку, в тому числі за рахунок з'єднувальних проводів. Результат вимірювання опору омметром подамо у вигляді  $\tilde{R} = R_x + \Delta R_c$ , де  $\Delta R_c$  – систематична похибка

омметра. Після цього замість вимірюваного опору  $R_x$  до омметра приєднується магазин опору, змінюванням опору  $R_m$  якого добиваються того ж показу омметра  $\tilde{R}$ . При постійній систематичній похибці омметра  $\Delta R_c$  для результатів двох вимірювань (а вони однакові й дорівнюють  $\tilde{R}$ ) виконується умова  $R_x + \Delta R_c = R_m + \Delta R_c$ , звідки  $R_x = R_m$ , тобто відлік результату вимірювання опору  $R_x$  здійснюється з магазину опору, а постійна систематична похибка омметра  $\Delta R_c$  вилучається.

4. Застосування методу компенсації систематичної похибки за знаком. Метод дозволяє вилучити постійну систематичну похибку, яка обумовлена впливною величиною і характеризується не тільки її значенням, але й напрямом. Для цього необхідно провести два вимірювання величини  $X$  таким чином, щоб систематична похибка  $\Delta X_c$ , залишаючись незмінною за модулем, увійшла в результати вимірювань  $X_1$  і  $X_2$  з різними знаками:  $X_1 = X + \Delta X_c$  і  $X_2 = X - \Delta X_c$ . Тоді результат вимірювання визначається середнім значенням

$$X = \frac{X_1 + X_2}{2}.$$

Такий варіант методу компенсації за знаком використовується, зокрема, для вилучення систематичних похибок, обумовлених впливом зовнішніх постійних магнітних полів або термоЕРС, у цифрових фазометрах двопівперіодної дії (з усередненням двох результатів вимірювань, виконаних через півперіоду вхідних сигналів). Різновидом методу компенсації є метод періодичних спостережень, який дозволяє вилучити періодичну систематичну похибку. Його суть зводиться до того, що вимірювання проводять парне число разів через інтервали часу, що дорівнюють півперіоду змінювання систематичної

похибки, а результат вимірювання знаходять усередненням одержаних результатів.

5. Застосування методу протиставлення, який також передбачає дворазове вимірювання розміру фізичної величини. При цьому умови експериментів повинні відрізнятися так, щоб за відомими закономірностями систематичної похибки можна було її вилучити. Прикладом цього методу може служити вимірювання активного опору  $R_x$  за схемою моста постійного струму (рис.1.18), для якої результат вимірювання визначається з умови рівноваги  $R_x = R_1 R_3 / R_2$ .

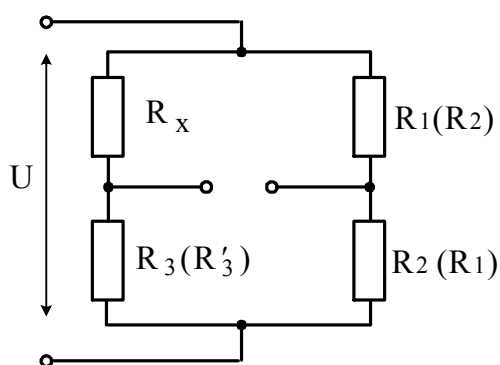


Рисунок 1.18 – Схема моста постійного струму

Результат вимірювання  $R_x$  може включати в себе систематичну похибку внаслідок відмінності опорів резисторів  $R_1$  і  $R_2$  від їх номінального значення. Цю похибку можна вилучити, якщо резистори  $R_1$  і  $R_2$  поміняти місцями і знову зрівноважити міст тільки резистором  $R_3$ . З умови рівноваги моста одержимо  $R_x = R_2 R'_3 / R_1$ , де  $R'_3$  – опір резистора  $R_3$  при новій рівновазі моста. Підставивши

відношення  $R_1/R_2$ , знайдене з однієї умови рівноваги моста в іншу умову його рівноваги, одержимо  $R_x = \sqrt{R_3 R_3'}$ . Таким чином, із результату вимірювання  $R_x$  виключається відношення опорів  $R_1/R_2$ , а отже, і систематична похибка, що вноситься резисторами  $R_1$  і  $R_2$ .

6. Проведення повірки ЗВТ з метою визначення систематичної похибки та її компенсації уведенням поправки в результат вимірювання. Цей метод застосовується для вилучення постійних у часі систематичних похибок, що мають ЗВТ, в окремих позначках шкали.

У сучасних ЗВТ, особливо в програмно-керованих, для визначення поправок або коригувальних коефіцієнтів усе ширше використовується калібрування від внутрішнього, інколи зовнішнього калібратора, який являє собою або джерело зразкового (опорного) сигналу з параметрами, заданими з високою точністю, або зразкові елементи (резистори, конденсатори). Калібрування здійснюється в декількох точках діапазону вимірювань, для кожної з них визначається поправка (або коригувальний коефіцієнт) і всі їх значення записують в ОЗП ЗВТ. Потім результат вимірювання уточнюється за допомогою поправки або коригувального коефіцієнта.

Таким чином, у принципі, систематичні похибки вимірювань можуть бути передбачені, виявлені і тому є можливість для їх повного вилучення з результату вимірювання, тобто переходу до виправленого результату вимірювання. Проте використовуючи на практиці описані методи вилучення систематичних похибок, слід пам'ятати, що повною мірою добитися цієї мети не можна. Отже, будь-який виправлений результат вимірювання має деякий залишок систематичної похибки, названий невилученою систематичною похибкою, що є випадковою величиною,

оцінювання характеристик якої ґрунтується на методах математичної статистики.

Інколи для підвищення правильності вимірювань, тобто зменшення систематичних похибок, використовують рандомізацію. Під рандомізацією розуміють штучне переведення систематичних похибок у випадкові (в перекладі з англійської термін "рандомізація" означає перемішування, створення хаосу). Для здійснення рандомізації процес вимірювання організується так, щоб фактори, які впливають на результати вимірювань, а точніше, на їх похибки, діяли випадково.

Метод рандомізації заснований на принципі переходу систематичних похибок у ранг випадкових. Цей метод дозволяє ефективно зменшувати систематичну похибку (методичну та інструментальну) шляхом вимірювання деякої фізичної величини однотипними приладами з подальшою оцінкою результату вимірювань у вигляді середнього арифметичного значення (математичного очікування) виконаного ряду спостережень. У даному методі при обробці результатів вимірювань використовуються випадкові зміни похибки від приладу до приладу. Зменшення систематичної похибки досягається і зміною випадковим чином методики і умов проведення вимірювань. Наприклад, деяка фізична величина вимірюється  $n$  разів (число  $n$  достатньо велике) однотипними приладами, що мають систематичні похибки однакового походження. Для одного приладу ця похибка – величина постійна, але від приладу до приладу вона змінюється випадковим чином. Тому, якщо виміряти невідому фізичну величину  $n$  приладами і потім обчислити математичне очікування всіх результатів, то значення похибки істотно зменшиться (як у разі усереднювання випадкової похибки) [17].

Похибки систематичні при одних умовах вимірювань, при інших – носять випадковий характер. Наприклад,

інструментальна похибка конкретного екземпляра вимірювального приладу є систематичною в усіх випадках використання його для здійснення вимірювань. У разі характеристики точності виготовлення певної партії таких приладів ця сама похибка є випадковою.

Цю обставину іноді можна використовувати для підвищення правильності вимірювань. Так, наприклад, неточне встановлення шкали вимірювального приладу спричиняє систематичні похибки, незмінні для даного приладу; якщо ж узяти кілька аналогічних приладів, то ці похибки змінюватимуться від одного приладу до іншого випадково. Вимірявши невідому фізичну величину кількома однотипними вимірювальними приладами, можна істотно зменшити систематичну складову похибки результату вимірювань.

Розглянемо наступні способи виявлення та усунення систематичних похибок.

Усунення джерел похибок до початку вимірювання – спосіб найраціональніший, оскільки він звільняє від необхідності усувати похибки в процесі вимірювання або обчислювати результат з урахуванням поправок. Так, для усунення температурної похибки необхідно забезпечити необхідну температуру навколишнього середовища з коливаннями, що допускаються. Коливання температури в заданих межах може бути забезпечено на рівні кліматичних камер. При вимірюванні за допомогою електронних вимірювальних пристроїв їх рекомендується прогрівати.

Для усунення впливу на точність вимірювань зовнішніх магнітних і електричних полів використовуються різні види екранів.

Вплив шкідливих вібрацій на точність вимірювань може бути усунений за рахунок використання різного роду амортизації.



Вплив вологості і тиску на точність вимірювань може бути виключений, якщо для вимірювань використовувати, наприклад, спеціальні камери.

Введення поправок базується на апріорній інформації про систематичну похибку і закономірності її зміни. В цьому випадку в результат вимірювання, що містить систематичні похибки, вносять поправки, рівні за величиною цим похибкам і протилежні за знаком. Алгебраїчно додається до результату вимірювання для вилучення систематичної похибки.

$$\nabla = -\Delta_x \quad (1.22)$$

До лінійних шкал універсального мікроскопа додається атестат, в якому вказані значення і знак поправки для кожного розподілу шкали. Проте необхідно відзначити, що як самі джерела, так і умови виникнення систематичних похибок в тій чи іншій мірі змінюються. Тому сталість значень систематичної похибки при повторних вимірюваннях дотримуватиметься в певних межах, за якими матимуть місце відхилення, що носять випадковий характер. Якщо, наприклад, систематичну похибку виключити введенням поправки, то випадкові відхилення значень похибки від значень поправки залишаться не виключеними.

Інструментальну систематичну похибку можна виявити перевіркою робочого засобу вимірювань за допомогою зразкового ЗВТ. Значення абсолютних похибок  $\Delta_x$  вимірювального приладу обчислюють за формулою:

$$\Delta_x = x - x_d \quad (1.23)$$

де  $x$  — показ приладу, що перевіряється;  $x_d$  — дійсне значення вимірюваної величини, встановлене за допомогою зразковою вимірювального приладу.

Для різних точок шкали приладу, що перевіряється, складають таблицю поправок, за допомогою яких виключають інструментальні систематичні похибки.

Методичну систематичну похибку можна виявити, проаналізувавши умови проведення досліду, після чого також внести відповідні поправки.

Наприклад, вимірюється опір резистора  $R$  за допомогою амперметра й вольтметра, покази яких — відповідно  $I_A$  та  $U_V$ .

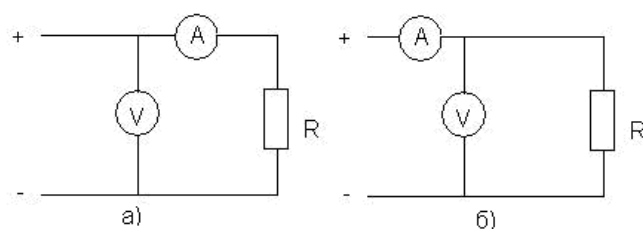


Рисунок 1.19 – Вимірювання опору резистора  $R$  за допомогою амперметра й вольтметра

Якщо вимірювання здійснюється за схемою рис.1.19,а, то показ амперметра відповідає значенню струму  $I$  в резисторі  $R$ , але показ вольтметра завищений на значення спаду напруги на амперметрі. Якщо внутрішній опір амперметра  $r_A$ , то спад напруги на ньому  $I_A r_A$ ; тому для обчислення напруги  $U$  на резисторі слід ввести поправку  $\nabla_V = -I_A \cdot r_A$ , тобто:  $U = U_V - I_V r_V$ .

У схемі рис.1.19,б показ вольтметра  $U_V = U$ , але показ амперметра завищений на значення струму  $I_V$ , що протікає крізь вольтметр. Якщо внутрішній опір вольтметра  $r_V$ , то для обчислення струму  $I$  в резисторі треба ввести поправку  $I = I_A - U_V / r_A$ .

Інструментальну похибку, яка виникає від взаємодії з об'єктом вимірювання, також можна виявити, проаналізувавши умови проведення експерименту.

Експериментальне виключення систематичних похибок здійснюють на основі методу заміщення. Для цього необхідно спершу виміряти невідому фізичну величину, в результаті чого отримують вираз:

$$x_{II} = X + \Delta_{x,s}, \quad (1.24)$$

де  $x_{II}$  – показ приладу;  $X$  – значення невідомої величини;  $\Delta_{x,s}$  – систематична складова похибки.

Нічого не змінюючи у вимірювальній установці, слід ввімкнути замість  $X$  регульовану міру  $X_M$  і дібрати таке її значення, при якому досягається попередній показ приладу. Тоді,

$$x_{II} = X_M + \Delta_{x,s}, \quad (1.25)$$

порівнюючи (1.24) та (1.25), отримаємо значення невідомої величини:

$$X = X_M \quad (1.26)$$

та обчислюємо значення систематичної складової похибки

$$\Delta_{x,s} = x_{II} - X_M. \quad (1.27)$$

Якщо джерело систематичної похибки має спрямовану дію, можна компенсувати її, здійснивши експеримент двічі, — так, щоб систематична похибка увійшла в результати вимірювань з протилежним знаком:

$$x_{II1} = X + \Delta_{x,s}, \quad x_{II2} = X - \Delta_{x,s}, \quad (1.28)$$

Звідси

$$X = (x_{II1} + x_{II2}) / 2; \quad \Delta_{x,s} = (x_{II1} - x_{II2}) / 2 \quad (1.29)$$

Спосіб симетричних спостережень є ефективним при виключенні прогресуючої похибки лінійною функцією відповідного аргументу (амплітуди напруги, часу, температури і т.д.). Вимірювання проводять послідовно через однакові інтервали зміни аргументу, а обробку отриманих

результатів здійснюють з урахуванням рівності середнього значення похибки будь-якої пари симетричних спостережень похибки, відповідній середній точці даного інтервалу. Так само вдається виключити похибки вимірювань, зумовлені поступовим падінням рівня напруги джерела живлення (акумулятора, батареї) [20].

Спосіб заміщення полягає в тому, що вимірюваний об'єкт замінюють відомою мірою, що знаходиться при цьому в тих же умовах (на шальку терезів, призначену для зважування маси, встановлюють повний комплект гирь і врівноважують терези довільним вантажем. Потім на чашку з гирями поміщають зважувану масу і знімають частину гирь для відновлення рівноваги. Сумарне значення маси знятих гирь відповідає значенню зважуваної маси (спосіб Д.І. Менделєєва). Такий спосіб не тільки усуває похибку, але і зберігає чутливість при зважуванні різних мас).

Спосіб заміщення використовується при вимірюванні електричних параметрів — опору, ємності, індуктивності. Об'єкт вимірювання ставлять у вимірювальну ланку. Врівноважують ланку (міст). Не змінюючи схеми, замінюють вимірюваний об'єкт, включаючи в ланку міру змінного значення. Знову врівноважують ланку. Визначають значення вимірюваної величини.

Спосіб компенсації похибки по знаку полягає в тому, що вимірювання проводять двічі так, щоб невідома за розміром похибка входила в результати з протилежними знаками (з метою виключення похибки вимірювання кута конуса на інструментальному мікроскопі, зв'язану із зсувом осі центрів, в яких встановлюється конус, проводять вимірювання кута) спочатку по одній утворюючій (суміщаючи горизонтальну лінію штрихової вимірювальної головки із утворюючої конуса), а потім з другого боку. Хай  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$  — результати двох вимірювань;  $\Delta$  — систематична похибка (зсув осі центрів), значення якої невідоме;  $\alpha_d$  —

значення кута конуса, вільне від даної похибки. Тоді, наприклад,  $\alpha_1 = \alpha_0 + \Delta$ , а  $\alpha_2 = \alpha_0 - \Delta$  (середнє значення кута)

$$\alpha_0 = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} = \frac{(\alpha_0 + \Delta) + (\alpha_0 - \Delta)}{2} = \alpha_0$$

Спосіб протиставлення схожий із способом компенсації по знаку. Він полягає в тому, що вимірювання проводять двічі, причому так, щоб причина, що викликала похибку, при першому вимірюванні надавала протилежну дію на результат другого (при зважуванні на рівноплечих терезах для виключення похибки від залишкової нерівноплечості при першому зважуванні масу  $x$  поміщають на одну шальку терезів, врівноважують гирями із загальною масою  $m_1$

поміщеними на іншу шальку. Тоді  $x = \frac{l_1}{l_2} m_1$ , де  $\frac{l_2}{l_1}$  — дійсне

відношення плечей. Потім зважувану масу переміщують на ту шальку, де знаходилися гирі, а гирі — на ту, де знаходилася маса. Оскільки відношення плечей  $\frac{l_2}{l_1}$  не точно рівно одиниці,

рівновага досягається при використуванні гирь загальною масою й  $m_2 : m_2 = \frac{l_2}{l_1} x$ . Розділивши першу рівність на другу,

одержимо  $x = \sqrt{m_1 m_2}$  або якщо  $m_1$  і  $m_2$  відрізняються один від одного трохи),  $x = \frac{m_1 + m_2}{2}$ .

Спосіб застосовується в тих випадках, коли порівнюється вимірювана величина з мірою приблизно рівного значення.

Результати вимірювання, з яких виключено згадані систематичні похибки, називають виправленими. Однак виявити всі систематичні похибки неможливо. Навіть після виключення інструментальних і методичних похибок у

результатах вимірювань знаходять залишки систематичних похибок (так звані невиключені залишки систематичних похибок); виявити їх можна па основі аналізу умов проведення експерименту. Треба визначити, в яких межах  $\pm\theta$  відносно результату вимірювання з певною ймовірністю Р можна очікувати знаходження істинного значення Х вимірюваної величини залежно від невиключених залишків систематичної похибки.

Інструментальна похибка, що залежить від неточності аналогового вимірювального приладу, обчислюється за формулою:

$$\theta = kN/100 \quad (1.30)$$

Величина  $\theta$  називається надійною межею невиключених залишків систематичних похибок. Якщо таких залишків кілька ( $\theta_1, \theta_2, \dots$ ), то

$$\theta = 1,1 \sqrt{\sum_{i=1}^m \theta_i^2} \quad (1.31)$$

де  $\theta_i$  – межа  $i$ -ї невиключеної систематичної похибки;  $m$  — число цих похибок ( $1 < m < 4$ ).

Формула (1.31) відповідає ймовірності Р=95%.

Наприклад, неточне градування шкали вимірювального приладу призводить до появи систематичних похибок для даного приладу. Якщо ж вимірювання самої фізичної величини провести декількома приладами даного типу, то ці похибки будуть змінюватися від приладу до приладу випадково. Піддаючи одержані результати спостережень статистичній обробці, можна істотно зменшити систематичну складову результату вимірювання.

## **ЛЕКЦІЯ №8**

### **ВИПАДКОВІ ПОХИБКИ ВИМІРЮВАННЯ**

У появі випадкових похибок не спостерігається якої-небудь закономірності. Випадкові похибки неминучі і їх неможливо усунути, вони завжди присутні в результаті вимірювання, викликаючи розсіювання результатів при багатократному і достатньо точному вимірюванні однієї і тієї ж величини за незмінних умов, викликаючи відмінність їх в останніх значущих цифрах (результати багатократних вимірювань однієї і тієї ж постійної величини в одних і тих же умовах за допомогою одного і того ж вимірювального пристрою одним і тим же оператором можуть відрізнятися один від одного).

Кожна випадкова похибка виникає в результаті дії багатьох чинників, кожний з яких сам по собі не має значного впливу на результат.

Оскільки випадкові похибки не піддаються виключенню з результатів вимірювань, то при дослідженні їх впливу на результат вимірювань задача зводиться до вивчення властивостей сукупностей результатів окремих спостережень.

Природа і фізична суть випадкових і систематичних складових похибок вимірювань різна. Проте оцінки невиключених залишків систематичних похибок і випадкових похибок здійснюються на основі обробки статистичного матеріалу, що є сукупністю результатів вимірювань.

Для вивчення випадкових похибок використовуються методи теорії вірогідності і математичної статистики. Ці методи застосовні і для невиключених систематичних складових.

## 8.1 Розподіли випадкових величин

По своїй фізичній природі вимірювані величини можуть бути детермінованими і випадковими.

Дискретною називають випадкову величину, окремі значення якої можна пронумерувати.

Прикладами дискретних випадкових величин є число виробів, що відмовили в процесі випробувань, кількість бракованих деталей в партії і т.д.

Безперервною називають випадкову величину, можливі значення якої безперервно заповнюють деякий проміжок (величин: відхилення розміру виготовленої деталі від номіналу, похибка вимірювання, величина відхилення форми деталі, висота мікронерівностей в даній точці поверхні і т.д.). Випадкова величина не може характеризуватися якимсь одним значенням. Для неї необхідно обов'язково вказати множину можливих значень і характеристики ймовірності, задані на цій множині [24].

Для характеристики частоти появи різних значень випадкової величини  $X$  (похибки приладу або результату вимірювання з обчисленнями її систематичної складової) на основі теорії ймовірності використовуємо закони розподілу ймовірностей різних значень цієї величини. При цьому розрізняють два види опису законів розподілу: інтегральний і диференціальний.

Інтегральним законом, або функцією розподілу ймовірностей  $F(X)$  випадкової величини  $X$ , називають функцію, значення якої для кожного  $x$  є ймовірністю події, яка полягає в тому, що випадкова величина  $X$  приймає значення, менші  $x$ , тобто функцію  $F(x) = P[X < x]$ . Це зростаюча функція  $x$ , що змінюється від  $F(-\infty) = 0$  до  $F(+\infty) = 1$ . Вона існує для усіх випадкових величин, як дискретних, так і безперервних.



Для випадкової величини з безперервною і диференційованою функцією розподілу  $F(x)$  можна знайти диференціальний закон розподілу ймовірностей, що виражається як похідна від  $F(x)$ , тобто як  $p(x) = F'(x)$ . Ця залежність називається кривою густини розподілу ймовірностей. Вона завжди від'ємна і підлягає умові нормування у виді

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(x)dx = 1,$$

що безпосередньо впливає з властивостей інтегральної функції розподілу  $F(x)$ . Наведемо більш практичну реалізацію методу ймовірнісного опису похибок.

Питаннями статистичних методів визначення ймовірності займається математична статистика. Ймовірність будь-якого значення вимірюваної величини нескінченно мала. Щоб виявити розподіл ймовірностей, розглядають ряд інтервалів значень величини і підраховують частоти від попадання значень величини на кожний інтервал, отримуючи, таким чином, статистичний ряд.

Інтервал	$x_1$ - $x_2$	$x_3$ - $x_3$	$x_3$ - $x_4$	$x_4$ - $x_5$
Частота $m_i$	$m_1$	$m$ 2	$m$ 3	$m$ 4

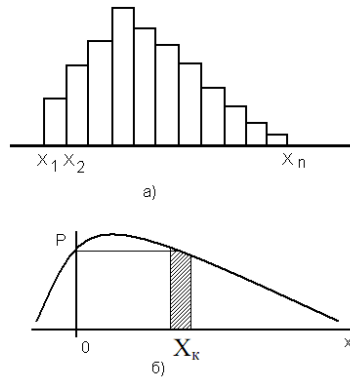


Рисунок 1.20 – Графічне подання статистичного ряду

Статистичний ряд графічно подається у вигляді гістограми (рис.1.20,а). Площі прямокутників гістограми дорівнюють частотам відповідних інтервалів. Повна площа гістограми дорівнює одиниці.

При інтегруванні гістограма приймає вигляд плавної кривої (рис.1.20,б), її називають графіком густини розподілу ймовірностей, а рівняння, що описує його, - законом розподілу випадкової величини. Ордината кривої (наприклад, ордината  $P_k$  в точці  $X_k$ ) називається щільністю ймовірності в даній точці. Площа під всією кривою дорівнює ймовірності появи будь-якого з можливих значень  $x_i$ , тобто 1.

Нехай є тільки два прилади для вимірювання довжини того ж предмета – цифровий мікрометр і аналоговий мікрометр, ціна поділки яких 0.01мм. Виміряємо 100 разів одним і другим приладом даний предмет. Результати цих вимірювань занесемо в табл.1.7:

Таблиця 1.7 – Результати вимірювань

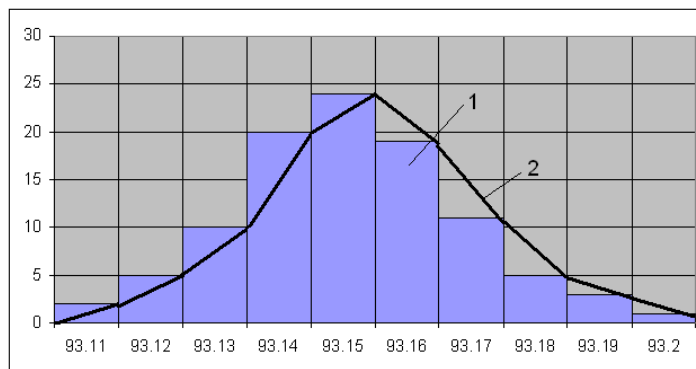
Кількість однакових результатів	$X_i$ цифрового ЗВТ	$Y_i$ аналогового ЗВТ	$P(X_i)$	$F(Y_i)$
2	93.11	93.10-93.11	0.02	0.02
5	93.12	93.11-93.12	0.05	0.07
10	93.13	93.12-93.13	0.10	0.17
20	93.14	93.13-93.14	0.20	0.37
24	93.15	93.14-93.15	0.24	0.61
19	93.16	93.15-93.16	0.19	0.80
11	93.17	93.16-93.17	0.11	0.91
5	93.18	93.17-93.18	0.05	0.96
3	93.19	93.18-93.19	0.03	0.99
1	93.2	93.19-93.2	0.01	1.00
$Z=100=n$				

де:

$$P(X_i) = \frac{m_i}{n}$$

$$F(X_i) = \sum_{X=X_{\min}}^{X_i} P(X_i)$$

На основі отриманих результатів побудуємо такі графіки:  $P(X_i)$  і  $F(X_i)$  в залежності від найменшого і найбільшого вимірюваного значення.



1 - полігон розподілу ймовірностей;  
 2 - густина розподілу ймовірностей.  
 Рисунок 1.21 – Графік розподілу ймовірностей

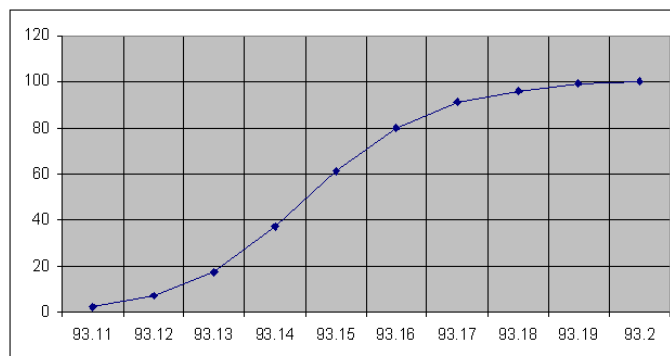


Рисунок 1.22 - Графік функції розподілу ймовірностей.

Графік залежності  $F(X_i)$  називають густиною розподілу ймовірностей, фізичний зміст якої є таким: величина  $P(X_i)$  характеризує, яка доля від всієї кількості вимірювань буде відповідати значенням  $X$  [29].

Графік залежності  $P(X_i)$  називають функцією розподілу ймовірностей, тобто величиною, яка характеризує ймовірність

того, що випадкова величина  $X$  буде знаходитись в діапазоні  $[-\infty, X_i]$ . Крива 2 називається в математиці кривою Гауса, а закон розподілу ймовірностей, що описується цією кривою, називається нормальним, або Гауса.

Найбільша густина ймовірності (найбільша ордината) відповідає похибці, що рівна 0. При зміні похибки як в бік додатніх, так і в бік від'ємних значень ординати кривої зменшуються, тобто чим більшою є похибка, тим меншою є густина ймовірностей появи (тим рідше можна сподіватися її появи). Знижуючись, крива асимптотично наближається до осі абсцис. Це означає, що густина ймовірності появи дуже великих похибок мінімальна. Симетричне розташування кривої відносно осі ординат свідчить про те, що похибки однакові, але з різними знаками, мають однакову густина ймовірності.

Серед законів розподілу нормальний закон (розподіл Гауса) займає провідне місце, особливо для оцінки похибок вимірювання. Річ у тому, що похибка вимірювання визначається великим числом часткових складових, що носять випадковий характер, а з центральної граничної теореми ймовірностей випливає, що розподіл похибок вимірювання буде близьким до нормального, якщо результати спостережень формуються під впливом великої кількості незалежно діючих часткових похибок випадкового характеру, кожна з яких є незначною за значенням порівняно із загальною випадковою похибкою вимірювання. Густина ймовірності описується виразом (спадає в міру видалення від  $x=0$  ще швидше, ніж при законі розподілу Лапласа. Інтегральний закон цього розподілу показаний на рис.1.21, а крива густини – на рис.1.22)

$$p(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \cdot e^{\left(\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2}\right)}, \quad (1.35)$$

де  $\bar{x}, \sigma_x$  – відповідно середнє арифметичне і СКВ результатів спостережень.

Графічно ця функція показана на рис.1.23 для різних значень СКВ ( $\sigma_{x_1} < \sigma_{x_2}$ ). Можна встановити, що:

1) густина ймовірності має максимум при  $x = \bar{x} = M[x]$ ,

2) із збільшенням похибки  $\Delta = x - \bar{x}$  незалежно від знаку (функція парна) густина ймовірності наближається до нуля;

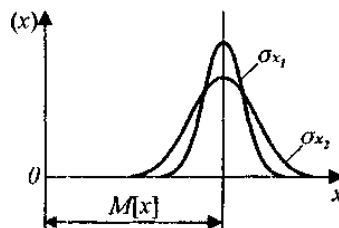


Рисунок 1.23 – Диференціальні функції нормального закону розподілу

Наприклад, при вимірюванні відхилень від співвісності циліндрів валика було отримано 200 результатів: від 0,01 до 0,25мм. При обробці цих результатів було вибрано 12 інтервалів, для яких були визначені  $m_{x_i}$  (табл.1.8). Визначаємо по формі диференціальної функції розподілу закон розподілу результатів спостережень.

Гістограма розподілу результатів спостережень приведена на рис.1.24 (крива 1). Розрахуємо параметри розподілу  $a_1 = \bar{x} = M[x], \sigma = +\sqrt{D[x]}$

Таблиця 1.8 – Результати вимірювань і результати їх попередньої обробки згідно прикладу.

Номер інтервалу, $i$	Границі інтервалів, мм		Середина інтервалу, $x_i$ , мм	тх1;	$\bar{P}_i$
	хн	хв			
1	0,00	0,02	0,01	10	0,05
2	0,02	0,04	0,03	35	0,175
3	0,04	0,06	0,05	38	0,19
4	0,06	0,08	0,07	33	0,165
5	0,08	0,10	0,09	24	0,12
6	0,10	0,12	0,11	25	0,125
7	0,12	0,14	0,13	17	0,085
8	0,14	0,16	0,15	5	0,025
9	0,16	0,18	0,17	7	0,035
10	0,18	0,20	0,19	3	0,015
11	0,20	0,22	0,21	2	0,01
12	0,22	0,24	0,23	1	0,005
Всього:				200	1,00

$$x = \sum_{i=1}^n x_i \cdot \bar{P}_i = 0,078 \text{ мм}, \quad (1.36)$$

$$\sigma = + \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \bar{P}_i} = 0,04 \text{ мм} \quad (1.37)$$

де  $n$  – кількість інтервалів ( $n = 12$ )

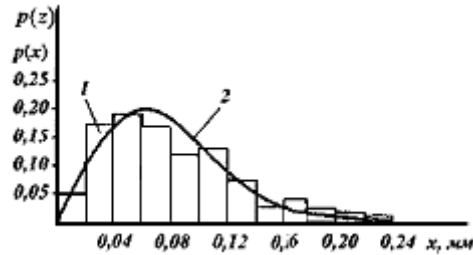


Рисунок 1.24 – Гістерезис (1) і теоретична функція розподілу (2) до прикладу

Аналізуючи гістограму, а також враховуючи, що відхилення відносності є значно достатньою величиною, допускаємо, що закон розподілу результатів спостережень – це закон Релея, для якого вираз для диференціальної функції розподілу є таким:

$$p(y) = \frac{y}{\sigma_1^2} e^{-y^2/(2\sigma_1^2)} = \frac{x}{0,061^2} \cdot e^{-x^2/(2 \cdot 0,061^2)}, \quad (1.38)$$

де  $\sigma_1 = \sigma / \sqrt{2 - \pi/2} = 0,061 \text{ мм}$ ;  $y = x$ , так як вимірювання діаметру відбулося в радіальному напрямку.

Тоді теоретична функція розподілу буде мати вигляд кривої 2 (рис.1.24).

3) із збільшенням СКВ  $\sigma_x$  ймовірність великих відхилень збільшується, тобто значення  $x$  розсіюються в більш широкому діапазоні.

Необхідно відмітити, що, незважаючи на широке застосування нормального розподілу, він тим не менше є лише моделлю реальних розподілів. Тому нормально



розподілена випадкова величина, хоча і з малими ймовірностями, може приймати які завгодно великі значення. Очевидно, що всі вимірювані фізичні величини завжди обмежені по абсолютному значенню.

Функція розподілу нормальної випадкової величини (інтегральна функція розподілу) має такий вид:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2}} dx. \quad (1.39)$$

Як вже було сказано, крива розподілу буде змінюватися залежно від СКВ результатів спостережень. Але якщо похибку виразити деяким безрозмірним параметром  $z$  середнього квадратичного відхилення, то отримаємо криву нормованого нормального закону розподілу (ННЗР) з аргументом

$$z = \frac{(x - \bar{x})}{\sigma_x}, \quad (1.40)$$

яка має наступний вираз:

$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{z^2}{2}} dz. \quad (1.41)$$

На рис.1.25 показаний графік нормованої диференціальної функції ННЗР, який може бути використаний для будь-яких значень, відхилень при умові, що при  $z = 1$   $(x - \bar{x}) = \sigma_x$ . Вираз для інтегральної функції нормованого нормального розподілу є таким:

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{z^2}{2}} dz. \quad (1.42)$$

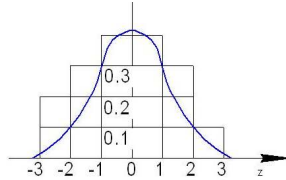


Рисунок 1.25 – Диференціальна функція ННЗР

Вигляд інтегральної функції  $\Phi(z)$  показаний на рис.1.26, а конкретні значення  $\Phi(z)$  для  $z = -3.5, \dots, +3.5$  приведені в додатку Д.

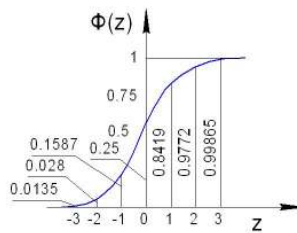


Рисунок 1.26 – Інтегральна функція ННЗР

За допомогою інтегральної функції ННЗР  $\Phi(z)$  можна визначити довірчу ймовірність  $\bar{D}$  попадання однократного спостереження  $x$  в заданій границі  $(M[x] - z_p \cdot \sigma_x) \dots (M[x] + z_p \cdot \sigma_x)$ . Це здійснюють таким чином:

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \bar{P}\{(M[x] - z_p \cdot \sigma_x) < x \leq (M[x] + z_p \cdot \sigma_x)\} = \bar{P}\{-z_p < z \leq +z_p\} = \\ &= \int_{-z_p}^{+z_p} p(z_p) dz = \Phi(+z_p) - \Phi(-z_p) = 2\Phi(+z_p) - 1. \end{aligned} \tag{1.43}$$

Аналогічним чином можна визначити довірчу ймовірність  $\bar{P}$  попадання однократного спостереження  $x$  і в несиметричну відносно осі  $Oz$  зону. В цьому випадку

$$\bar{P} = \Phi(z_g) - \Phi(z_n), \quad (1.43)$$

де  $z_g$  і  $z_n$  – відповідно верхня і нижня границі несиметричної зони;  $\Phi(z_g)$  і  $\Phi(z_n)$  – значення інтегральної функції для  $z = z_g$  і  $z = z_n$

Вказані вище граничні значення випадкової величини  $(M[x] - z_p \cdot \sigma_x)$  і  $(M[x] + z_p \cdot \sigma_x)$  називаються довірчими границями результату спостереження  $x$  з довірчою ймовірністю  $\bar{P}$ .

Природно, що з ймовірністю  $(1 - \bar{P})$  результат однократного спостереження  $x$  може бути за межами вказаних довірчих границь.

Визначимо значення довірчих ймовірностей  $\bar{P}$  для найбільш розповсюджених значень  $z_p$ , які використовуються в практиці оцінок похибок вимірювань при нормальному законі розподілу:

$|z_p| = 1$ ,  $|z_p| = 2$ , і  $|z_p| = 3$ , тобто визначимо довірчі ймовірності знаходження істинного значення вимірюваної величини (при повному виключенні систематичних похибок із результатів спостереження) в межах, обмежених відповідно похибками  $\pm 1\sigma_x$ ,  $\pm 2\sigma_x$ ,  $\pm 3\sigma_x$ .

Для довірчих границь відхилень, які дорівнюють  $\pm 1\sigma_x$ , тобто  $|z_p| = 1$ , довірна ймовірність буде такою:

$$\bar{P} = \Phi(z = +1) - \Phi(z = -1) = 0,8413 - 0,1587 = 0,6826.$$

Тобто  $\bar{P} \approx 68\%$ . Цей результат слід вважати таким правилом: результати спостереження з відхиленнями  $\pm 1\sigma_x$  мають 68%-ву довірчу ймовірність. Для довірчих границь відхилень, які дорівнюють  $\pm 2\sigma_x$ , тобто  $|z_p| = 2$ , довірна ймовірність  $\bar{P} = 0,9772 - 0,0228 = 0,9544$ . Тобто  $\bar{P} \approx 95\%$ .

Для довірчих границь відхилень, які дорівнюють  $\pm 3\sigma_x$ , тобто  $|z_p| = 3$ , довірна ймовірність  $\bar{P} = 0,99865 - 0,00135 = 0,9973$ . Тобто  $\bar{P} \approx 99,73\%$ .

Подальше розширення довірчих границь не приводить до суттєвого збільшення довірчої ймовірності. Так, для  $|z_p| = 4$  довірна ймовірність  $\bar{P} = 0,999936$ .

На рис.1.27 показані довірчі ймовірності для всіх трьох вище розглянутих випадків, що наглядно ілюструють ймовірність попадання результату спостереження в певну зону при нормальному законі розподілу результатів спостережень.

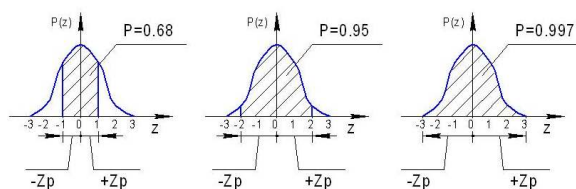


Рисунок 1.27 – Нормовані відхилення і ймовірність випадкових вимірювань з цими відхиленнями

Ймовірність  $\bar{P}$  попадання результату спостереження  $x$  в симетричний інтервал  $(\bar{x} - z_p \cdot \sigma_x) \dots (\bar{x} + z_p \cdot \sigma_x)$  для нормального закону розподілу результатів спостережень також може бути визначена ще таким чином:

$$\bar{P} = \Phi(+z_p) - \Phi(-z_p) = 2\Phi(+z_p) - 1 = 2\Phi_0(z_p), \quad (1.44)$$

де функції  $\Phi_0(z_p)$  – це нормована функція Лапласа (інтеграл Лапласа), яка в свою чергу визначається так:

$$\Phi_0(z_p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{+z} e^{-\frac{z^2}{2}} dz. \quad (1.45)$$

Значення  $\Phi_0(z_p)$  приведені в додатку Е, а також можуть бути визначені згідно (1.45) таким чином:

$$\Phi_0(z_p) = \Phi(+z_p) - 0,5, \quad (1.46)$$

$\Phi(+z_p)$  – значення нормованої інтегральної функції.

Нерівність у перших фігурних дужках виразу (1.43) легко може бути перетворена ще до такого виду:

$$\bar{P} = \bar{P} \{M[x] - z_p \cdot \sigma_x < x \leq M[x] + z_p \cdot \sigma_x\} = \bar{P} \{\bar{x} - z_p \cdot \sigma_x < M[x] \leq \bar{x} + z_p \cdot \sigma_x\} \quad (1.47)$$

Це означає, що істинне значення вимірюваної величини знаходиться в межах довірчого інтервалу  $(\bar{x} - z_p \cdot \sigma) \dots (\bar{x} + z_p \cdot \sigma)$  з відповідною довірчою ймовірністю  $\bar{P}$ .

Довірчою границею випадкового відхилення результатів спостережень, що відповідає довірчій ймовірності  $\bar{P}$ , називається половина довірчого інтервалу  $(-z_p \cdot \sigma \dots + z_p \cdot \sigma)$ .

Таким чином, результат вимірювання, визначений на основі однократного спостереження, записується:

$$x = x_1 \pm z_p \cdot \sigma_x, \quad \bar{P} = 2 \cdot \Phi(+z_p) - 1 = 2 \cdot \Phi_0(+z_p), \quad (1.48)$$

де  $\sigma_x$  – СКВ даного виду вимірювань, яке повинно бути наперед відомим або вказаним в нормативній

документації (атестаті) на даний вид вимірювання;  $z_p$  - коефіцієнт довіри, яким задаються і який визначає вибрану довірчу ймовірність відхилень.

Наприклад, запишемо отриманий результат однократного вимірювання діаметра стержня за допомогою вертикального товщиноміра  $D_1 = 50,0048 \text{ мм}$ . Середнє квадратичне відхилення такого виду вимірювань  $\sigma_x$  є наперед визначеним, вказане в атестаті і дорівнює  $0,4 \text{ мкм}$ . [17]

Для  $z_p = \pm 2$  результат такого однократного вимірювання для  $\bar{P} = 95\%$  може бути записаний таким чином:

$$P = (50,0048 \pm 2 \cdot 0,0004) \text{ мм} = (50,0048 \pm 0,0008) \text{ мм}, \bar{P} = 0,95.$$

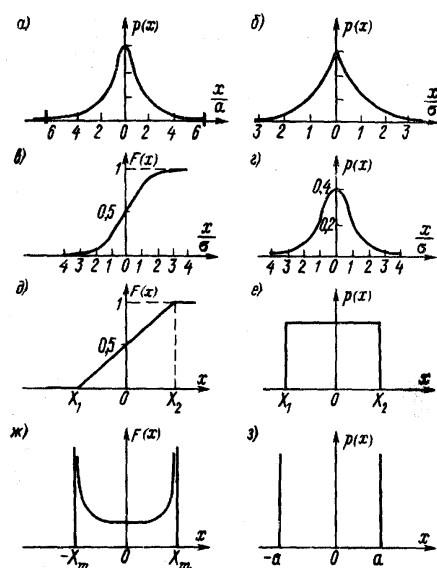


Рисунок 1.28 – Приклади розподілів

Відомий частинний випадок трапецеїдного закону розподілу, але більш поширеним є трикутний закон розподілу (або закон Сімпсона). Таким розподілом характеризується сумарна похибка двох незалежних похибок з однаковим рівномірним законом розподілу, наприклад, похибка квантування для методу дискретного (послідовного) підрахунку вимірювання часових інтервалів у цифрових вимірювальних приладах [58]. Аналітичне співвідношення для трикутного закону розподілу повної похибки вимірювань має вигляд (рис.1.29):

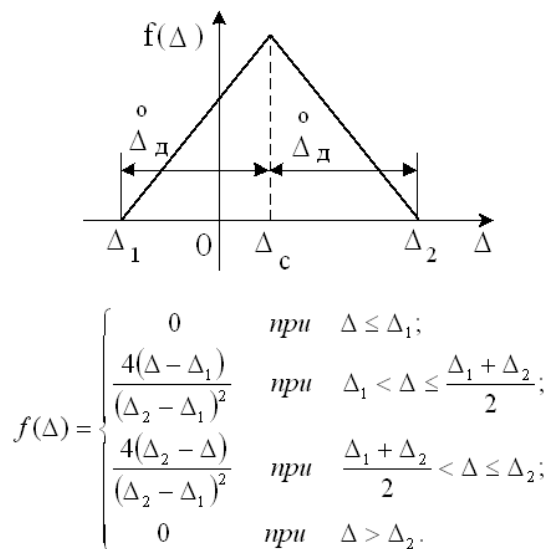


Рисунок 1.29 – Трикутний закон розподілу повної похибки вимірювань

Основні кількісні характеристики трикутного закону розподілу

$$\Delta_c = \frac{\Delta_1 + \Delta_2}{2};$$

$$D[\Delta] = \frac{(\Delta_2 - \Delta_1)^2}{24} = \frac{\varepsilon^2}{24} = \frac{\Delta_o^2}{6}; \quad \sigma_{\Delta} = \frac{\Delta_o}{\sqrt{6}}.$$

Одним з найпростіших законів розподілу є розподіл Коші\*, густина ймовірностей для якого

$$p(x) = \frac{a}{\pi(a^2 + x^2)} = \frac{1}{a\pi[1 + (\frac{x}{a})^2]}.$$

Іншим законом розподілу, з більш швидкоспадною щільністю при відхиленні  $x$  від центра розподілу, є розподіл Лапласа\*\* (рис.1.28,б) із густиною

$$p(x) = \frac{1}{2} e^{-|x|},$$

тобто двосторонній експонентний розподіл.

Якщо безперервна випадкова величина приймає значення лише в межах деякого кінцевого інтервалу від  $X_1$  до  $X_2$  з постійною щільністю імовірностей, то такий закон розподілу називають рівномірним.

Його функція розподілу (рис.1.28,д) на ділянці від  $-\infty$  до  $X_1$  дорівнює нулю, на ділянці від  $X_1$  до  $X_2$  лінійно зростає від 0 до 1, а на ділянці від  $X_2$  до  $+\infty$  дорівнює 1. Густина ймовірностей такого розподілу представлена на рис.1.28,е і записується як

$$\begin{cases} p(x) = 1/(X_2 - X_1) = const & \text{при } X_1 < x < X_2; \\ p(x) = 0 & \text{при } x > X_2. \end{cases}$$

Розподіл відліків синусоїдно змінюється в часі величини  $x=Xt\sin\omega t$ , якщо моменти цих відліків рівномірно розподілені в часі, і називається арксинусоїдальним. Його густина описується виразом



$$p(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{X_m^2 - x^2}}$$

і представлена на рис.1.28,ж.

Розподіл, при якому зустрічаються з рівними ймовірностями тільки два дискретних значення випадкової величини  $+a$  і  $-a$ , називається дискретним двозначним розподілом. Його густина розподілу ймовірностей представлена на рис.1.28,з і описується аналітично:

$$p(x) = \frac{1}{2}\delta(x-a) + \frac{1}{2}\delta(x+a),$$

де  $\delta$  — дельта-функція Дірака\*.

## 8.2 Числові характеристики випадкових похибок

Якщо припустити, що причини, які викликають похибки вимірювань, проявляються тільки випадковим чином, то такі похибки (як додатні, так і від'ємні) мають однакову ймовірність. Це дає право прийняти за оцінку істинного значення вимірюваної величини на основі нескінченної множини результатів спостережень значення, яке відповідає центру ваги площі фігури, обмеженої кривою розподілу  $p(x)$  і віссю абсцис  $x$ . Координата, яка відповідна центру ваги, називається математичним сподіванням  $M[x]$ .

Математичне сподівання  $M[x]$  визначається як початковий момент першого порядку кривої розподілу:

$$M[x] = a_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot p(x) dx. \quad (1.49)$$

Таким чином, математичне сподівання  $M[x]$  випадкової величини  $x$  є деяким постійним числом, яке в свою чергу є

параметром розподілу. Числове значення вимірюваної величини, яке відповідає математичному сподіванню, приймають за істинне значення  $Q$ , тобто

$$Q = M[x]. \quad (1.50)$$

Однак при отриманні емпіричної кривої розподілу, як правило, не отримують співпадання математичного сподівання з істинним значенням вимірюваної величини. Це викликано тим, що крім випадкових похибок, мають місце і систематичні похибки. Криву розподілу випадкової величини, яка відповідає цьому більш загальному випадку, показано на рис.1.30. На цьому рисунку показано, що оцінка істинного значення  $M[x]$  відрізняється від істинного значення  $Q$  на деяку величину  $\Delta_m$ , що, в свою чергу, є математичним сподіванням похибки вимірювання. Вираз для математичного сподівання похибки вимірювань є таким:

$$\begin{aligned} M[\Delta] &= M[(x - Q)] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - Q) \cdot p(x) dx = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot p(x) dx - \int_{-\infty}^{+\infty} Q \cdot p(x) dx = M[x] - Q \int_{-\infty}^{+\infty} p(x) dx = M[x] - Q = \Delta_m. \end{aligned} \quad (1.51)$$

Математичне сподівання похибки вимірювання – це деяка середня постійна похибка, яка повторюється в кожному  $i$ -му спостереженні. Ця похибка  $\Delta_m$  і є систематичною похибкою. Таким чином, систематична похибка визначається як відхилення математичного сподівання результатів спостережень від істинного значення вимірюваної величини [58]:

$$\Delta_m = M[x] - Q, \quad (1.52)$$

а випадкова похибка – це різниця між результатом однократного спостереження і математичним сподіванням результатів:

$$\Delta_{p_i} = x_i - M[x], \quad (1.53)$$

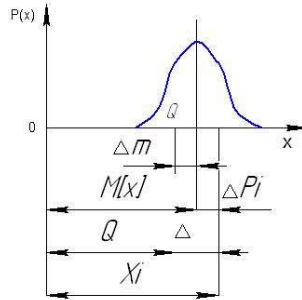


Рисунок 1.30 – Характеристики систематичної і випадкової похибок

Будь-яка похибка однократного спостереження може бути представлена як сума систематичної і випадкової похибок, тобто

$$\Delta_i = \Delta_m + \Delta_{p_i}. \quad (1.54)$$

Істинне значення вимірюваної величини може бути визначено за допомогою такого виразу:

$$Q = x_i - \Delta_m - \Delta_{p_i}. \quad (1.55)$$

Враховуючи те, що систематична похибка є постійною для деякої сукупності результатів спостережень, а випадкова похибка змінюється по величині і знаку для кожного однократного спостереження, істинне значення вимірюваної величини визначається таким чином:

$$Q = (x_i - \Delta_m) \pm \Delta_{p_i}. \quad (1.56)$$

Значення  $(x_i - \Delta_m)$  називається виправленим результатом, якщо значення  $\Delta_m$  вдається визначити на основі аналізу результатів експерименту. Випадкова похибка  $\Delta_{p_i}$  залишається невідомою і її бажано більш чітко обмежити,

можливо, з врахуванням законів розподілу. В загальному випадку, коли в результаті однократного спостереження невідомі обидві складові похибки вимірювання, результат вимірювання може бути представлений тільки в такому вигляді:

$$Q = x_i \pm \Delta, \quad (1.57)$$

де  $\Delta$  - границя похибки вимірювання, яка дорівнює максимальному значенню суми  $\Delta_m$  і по  $\Delta_{p_i}$  модулю.

### 8.3 Параметри розподілу випадкових похибок

Опис випадкових похибок за допомогою функцій розподілу результатів спостережень є найбільш універсальним і найбільш правильним. Однак визначення цих функцій пов'язано із значними експериментальними дослідженнями, що викликає необхідність встановлення певного виду розподілу ймовірностей для результатів спостережень. Крім того, при вирішенні деяких задач зокрема при нормуванні похибок, бажано мати більш компактний метод, який би обмежувався визначенням однієї або декількох числових величин на основі отриманих результатів спостережень. Такими числовими величинами є початкові і центральні моменти.

Початковим моментом  $r$ -го порядку випадкової величини  $x$  є число, яке визначається таким чином:

$$a_r = \int_{-\infty}^{+\infty} x^r \cdot p(x) dx, \quad (1.58)$$

яке ще можна назвати математичним сподіванням  $r$ -ої степені випадкової величини  $x$ .

Найчастіше як параметр розподілу випадкових величин використовується початковий момент першого порядку

$$a_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot p(x) dx = M[x], \quad (1.59)$$

який називається математичним сподіванням випадкової величини. Для дискретної випадкової величини математичне сподівання (вибірковий початковий момент першого порядку) визначається так [17]:

$$a_1 = \sum_{i=1}^n x_i \cdot \bar{P}_i = M[x], \quad (1.60)$$

де  $\bar{P}_i$  – ймовірність появи випадкового значення  $x_i$  яку визначають як  $1/n$ , якщо  $n$  – загальна кількість спостережень, або як відношення кількості однакових спостережень в кожній із  $n$  таких груп до загальної кількості спостережень.

В практиці визначення параметрів розподілу в деяких випадках використовують початковий момент другого порядку

$$a_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot p(x) dx, \quad (1.61)$$

який для дискретних величин має назву вибіркового моменту другого порядку і який визначають таким чином:

$$a_2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot \bar{P}_i, \quad (1.62)$$

Початкові моменти вищих порядків практично не використовуються для характеристики розподілу випадкових величин.

Центральним моментом k-го порядку (k-им центральним моментом) випадкової величини x називається математичне сподівання k-ої степені її відхилення від математичного сподівання  $M[x]$ :

$$m_k = M[x - M[x]]^k = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - M[x])^k \cdot p(x) dx. \quad (1.63)$$

Перший центральний момент завжди дорівнює нулю:

$$m_1 = M[x - M[x]] = M[x] - M[x] = 0.$$

В практиці визначення параметрів розподілу широко використовується центральний момент другого порядку, який ще називається дисперсією:

$$m_2 = D[x] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - M[x])^2 \cdot p(x) dx. \quad (1.64)$$

Для дискретних величин вибірковий центральний момент другого порядку визначають так:

$$m_2 = D[x] = \sum_{i=1}^n (x_i - M[x])^2 \cdot \bar{P}_i. \quad (1.65)$$

Дисперсією називається математичне сподівання квадрату відхилення випадкової величини від математичного сподівання цієї величини. Дисперсія є характеристикою розсіювання значень результатів спостережень відносно математичного сподівання  $M[x]$ . Однак дисперсія є незручною для оцінки розсіювання як міра розсіювання, так як має розмірність квадрату випадкової величини. Мірою розсіювання значень відносно математичного сподівання використовують середнє квадратичне відхилення (СКВ)  $\sigma$ , за яке приймають додатне значення кореня квадратного від дисперсії, тобто

$$\sigma = +\sqrt{D[x]}. \quad (1.66)$$

За допомогою середнього квадратичного відхилення у можна оцінити ймовірність того, що при однократному

спостереженні випадкова похибка  $\Delta$  по абсолютному значенню не буде більшою від деякого наперед заданого значення  $\varepsilon$ . Це можна здійснити за допомогою нерівності П.Чебишева, яка має такий вигляд:

$$\bar{P}\{|\Delta| < \varepsilon\} \geq 1 - \sigma^2 / \varepsilon^2. \quad (1.67)$$

Допустимо, наприклад, що  $\varepsilon = 3\sigma$ . Тоді ймовірність того, що при однократному спостереженні випадкова похибка не буде більшою від  $3\sigma$ , буде такою:

$$\bar{P}\{|\Delta| < \varepsilon\} \geq 1 - \sigma^2 / (3\sigma)^2 \approx 0,89 = 89\%.$$

Нерівність П.Чебишева дозволяє визначити тільки нижню границю ймовірності  $\bar{P}\{|\Delta| < \varepsilon\}$ , меншою від якої вона не може бути при будь-якому розподілі випадкових величин. Так, наприклад, вже при нормальному розподілі ця ймовірність для  $\varepsilon=3\sigma$  становить 99,73% (всі можливі похибки, розподілені за нормальним законом, не перевищують за абсолютним значенням  $3\sigma$  правило “трьох сігм”).

Нерівність П.Чебишева дозволяє оцінити ймовірність значних відхилень випадкової величини від її математичного сподівання.

Для малих відхилень ( $\varepsilon \leq \sigma$ ) нерівність П.Чебишева\* є неінформативною і її використовувати не рекомендується [24].

Використання дисперсії ще обумовлено тим, що для випадкових процесів вона має чіткий фізичний зміст, а саме: дисперсія є середньою потужністю флуктуацій випадкового процесу відносно математичного сподівання.

Розмахом результатів вимірювань називають оцінку  $R_n$  розсіювання результатів окремих (одиничних) вимірювань тієї самої фізичної величини, що утворюють серію (ряд, групу, виборку із  $n$  вимірювань). Розмах обчислюють за формулою

$$R_n = X_{\max} - X_{\min},$$

де  $X_{\max}$ ,  $X_{\min}$  – найбільше і найменше значення фізичної величини в даній серії вимірювань.

При обробці результатів експериментальних досліджень часто допускають, що результати спостережень описуються нормальним законом розподілу, хоча сам цей факт вимагає перевірки. Строге вирішення задачі перевірки гіпотез про форму кривих розподілу може бути досягнутим відповідними методами математичної статистики. Для орієнтованої оцінки подібності розподілу результатів спостережень з нормальним законом розподілу використовують ще третій і четвертий центральні моменти [49].

Третій центральний момент  $m_3$  розраховується таким чином:

$$m_3 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - M[x])^3 \cdot p(x) dx, \quad (1.68)$$

а для дискретної випадкової величини вибірковий центральний момент третього порядку визначають так:

$$m_3 = \sum_{i=1}^n (x_i - M[x])^3 \cdot \bar{P}_i, \quad (1.69)$$

і використовують для оцінки асиметрії кривої розподілу за допомогою коефіцієнта асиметрії

$$k_{ac} = m_3 / \sigma^3. \quad (1.70)$$

Для симетричних розподілів центральний момент будь-якого непарного порядку дорівнює нулю. Якщо крива розподілу асиметрична, то інтервал більш пологої і розтягнутої частини кривої буде більшим, ніж крутішої частини цієї кривої. Тому центральний момент третього порядку для такої кривої розподілу буде відмінним від нуля. На рис.1.31 показані три



криві розподілу: крива розділу з пологою частиною додатних відхилень ( $k_{ас}>0$ ), крива розподілу з пологою частиною від'ємних відхилень ( $k_{ас}<0$ ) і симетрична крива розподілу ( $k_{ас} = 0$ )

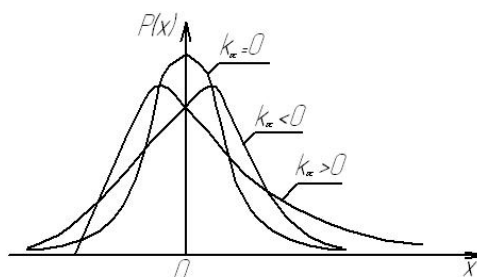


Рисунок 1.31 – Залежність форми кривих розподілу від коефіцієнта асиметрії

Центральний момент четвертого порядку визначається таким чином:

$$m_4 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - M[x])^4 \cdot p(x) dx, \quad (1.71)$$

а для дискретної випадкової величини так:

$$m_4 = \sum_{i=1}^n (x_i - M[x])^4 \cdot \bar{P}_i, \quad (1.72)$$

і використовують для оцінки плосковершинності або гостровершинності кривої розподілу за допомогою коефіцієнта ексцесу, який, в свою чергу, розраховують так:

$$k_{екс} = m_4 / \sigma^4 - 3. \quad (1.73)$$

Для нормального закону розподілу  $k_{екс}=0$ , для гостровершинної кривої розподілу  $k_{екс}>0$ , а для плосковершинної  $k_{екс}<0$  (рис.1.32).

Між центральними і початковими моментами є такі залежності, які мають практичне застосування:

$$\begin{aligned}
 m_2 &= a_2 - a_1^2, \\
 m_3 &= a_3 - 3a_1a_2 + 2a_1^3, \\
 m_4 &= a_4 - 4a_1a_3 + 6a_1^2a_2 - 3a_1^4,
 \end{aligned}
 \tag{1.74}$$

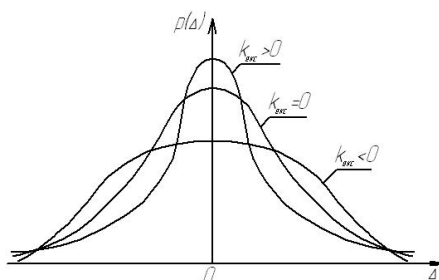


Рисунок 1.32 – Залежність форми кривої розподілу від коефіцієнта ексцесу

Слід відмітити, що всім початковим і центральним моментам властива така важлива якість: всі вказані моменти є характеристиками випадкових чисел, але самі вони не є випадковими [20].

При підсумовуванні випадкових величин відбувається деформація законів розподілу. Особливість законів розподілу таких випадкових величин як похибки приладів і результатів вимірювань базується на їхній великій відмінності. Це викликано тим, що результуюча похибка приладу або результату вимірювання складається з ряду складових. Якщо ці складові розглядати як випадкові величини, то підсумовування похибок зводиться до підсумовування випадкових величин. Але при підсумовуванні випадкових величин закони їхнього розподілу різко змінюють свою форму.

Закон розподілу суми незалежних випадкових величин  $p(x) = p(x_1 + x_2)$ , що мають розподіли  $p_1(x)$  і  $p_2(x)$ , називається композицією і виражається інтегралом згортки:

$$p(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_1(z)p_2(x-z)dz$$

Зміна форми законів розподілу при утворенні композиції показана на рис.1.33.

Так, при сумуванні двох рівномірно розподілених похибок(рис.1.33,а) з шириною розподілів  $a > b$  результуюча похибка має розподіл у формі трапеції з верхньою  $a-b$  і нижнім  $a+b$ . Цю деформацію можна уявити собі більш наочно як «розмив» різко обмежених кінців більш широкого розподілу (шириною  $a$ ) на величину довжини  $b$  менш широкого розподілу, як це показано штриховими лініями на рис.1.33,а.

Композицією двох однакових (із шириною  $a$ ) рівномірних розподілів є трикутний (так званий розподіл Сімпсона), тому що в цьому випадку верхня основа трапеції перетворюється в нуль, а нижня — у  $2a$ .

Подібним же чином утвориться композиція рівномірного і нормального розподілів (рис.1.33,б), лише з тією відмінністю, що підйом і спад на краях результуючого розподілу відбувається по кривій інтегрального закону нормального розподілу, аналогічно тому, як на рис.1.33,а він відбувався по кривій інтегрального закону рівномірного розподілу (по прямій лінії).

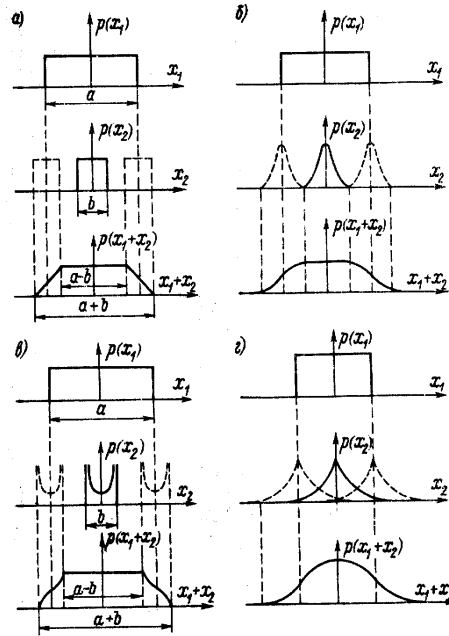


Рисунок 1.33 – Зміна форм законів

Утворення композиції рівномірного розподілу шириною  $a$  і арксинусоїдального розподілу шириною  $b$  показано на рис.1.33,в. Композиція являє собою криволінійну трапецію з верхньою основою  $a-b$ , нижньою  $a+b$  і спадами по кривих інтегрального закону арксинусоїдального розподілу (функції арксинуса).

Композиція рівномірного розподілу і розподілу Лапласа показана на рис.1.33,ж і має довгі, пологі спадаючі «хвости» кривої результуючого розподілу.

Розподіли, показані на рис.1.33, побудовані без дотримання відносного масштабу кривих по вертикалі. Цей масштаб визначається щоразу тим, що площа під кожною з кривих густини повинна бути рівною одиниці.

#### 8.4 Точкові та інтервальні ймовірнісні характеристики похибок і результатів вимірювань

Найбільш повним описом властивостей похибки вимірювань (і ЗВТ) як випадкової величини є вказання її закону (функції) розподілу ймовірностей, причому для цієї мети можуть бути використані обидва види законів розподілу: інтегральний і диференціальний, але у більшості випадків перевага віддається диференціальному закону (функції густини розподілу ймовірностей або функції ймовірностей) похибки у зв'язку з більш простим його практичним використанням.

Тому зупинимося на основних видах диференціальних законів розподілу (у подальшому – просто закон розподілу) випадкових похибок вимірювань. Водночас підкреслимо, що вони однозначно визначають закони розподілу результатів вимірювань.

У практиці вимірювань зустрічаються різні закони розподілу похибок (і результатів) вимірювань. Найчастіше використовується нормальний закон (або закон Гауса, нормальний розподіл, гаусів розподіл). Це пояснюється наступними обставинами:

- значна частина похибок вимірювань і ЗВТ може бути описана нормальним законом розподілу [24];

- якщо сумарна похибка вимірювань або ЗВТ утворюється кількома ( $\geq 5$ ) незалежними складовими, які породжуються різноманітними джерелами (причинами), то, при довільних законах (функціях густини) розподілу цих складових, згідно центральної граничної теореми, можна вважати, що така сумарна похибка має приблизно нормальний розподіл;

- порівняно проста аналітична залежність густини розподілу в функції кількісних характеристик (параметрів) закону – математичного сподівання (або середнього

арифметичного) і дисперсії (або СКВ) випадкової величини результату вимірювання;

- тільки нормальний розподіл володіє властивістю лінійності: якщо незалежні випадкові величини мають нормальні розподіли, то будь-яка їх лінійна комбінація також має нормальний розподіл, тобто сумарна похибка вимірювань або ЗВТ декількох незалежних складових, кожна з яких підкоряється нормальному розподілу, має нормальний розподіл.

З урахуванням широкого використання нормального розподілу [58] у вимірюваннях наведемо всі три форми його запису для результатів і похибок вимірювань з відповідними графіками (рис.1.34):

- для результатів вимірювань (рис.1.34,а)

$$f(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{-\frac{(X-M[X])^2}{2\sigma_x^2}},$$

де  $M[X]$ ,  $\sigma_x$  – математичне сподівання і СКВ результатів вимірювань  $X$ ;

- для повної похибки вимірювань (рис.1.34,б)

$$f(\Delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\Delta} e^{-\frac{(\Delta-\Delta_c)^2}{2\sigma_\Delta^2}},$$

де  $\Delta_c = M[\Delta]$ ,  $\sigma_\Delta$  – математичне сподівання і СКВ повної похибки вимірювань  $\Delta$ ;

- для випадкової похибки вимірювань (рис.1.34,в)

$$f(\overset{o}{\Delta}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\overset{o}{\Delta}}} e^{-\frac{\overset{o}{\Delta}^2}{2\sigma_{\overset{o}{\Delta}}^2}},$$

де  $\sigma_{\Delta}^o$  – СКВ випадкової похибки. При цьому

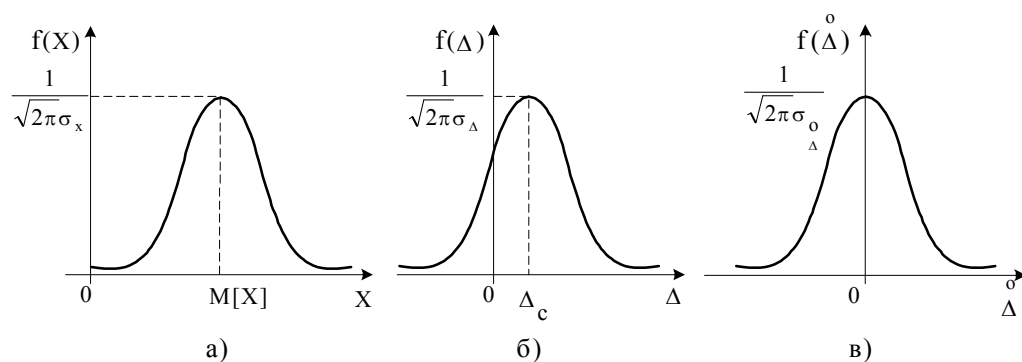
$$\sigma_x = \sigma_{\Delta} = \sigma_{\Delta}^o.$$


Рисунок 1.34 – Нормальний закон розподілу: а – для результатів вимірювань  $X$ ; б – для повної похибки вимірювань  $\Delta$ ; в – для випадкової похибки вимірювань  $\Delta^o$ .

Рівномірний (або прямокутний) закон розподілу (рис.1.35) використовується, наприклад, для описання похибок тертя в опорах електромеханічних приладів, похибки квантування в цифрових вимірювальних приладах, похибки заокруглення при зчитуванні показів зі шкал аналогових вимірювальних приладів, для оцінки похибок, закони розподілу яких невідомі, зокрема невиключеної систематичної похибки, і т.д. Його аналітичне співвідношення:

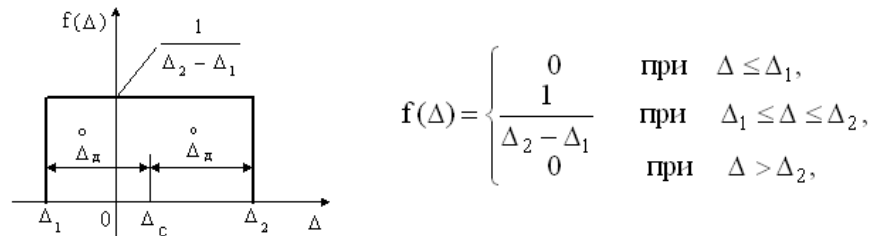


Рисунок 1.35 – Рівномірний закон розподілу похибок вимірювань

де  $\Delta_1, \Delta_2$  – границі, в яких похибка  $\Delta$  з однаковою ймовірністю може приймати будь-яке значення (рис.1.35).

При цьому густина імовірності випадкової похибки  $f(\overset{\circ}{\Delta})$  у цих границях є постійною  $1/(\Delta_2 - \Delta_1)$ , а поза ними дорівнює нулю.

Основні кількісні характеристики рівномірного закону розподілу похибок:

- систематична похибка

$$\Delta_c = M[\Delta] = \frac{\Delta_1 + \Delta_2}{2};$$

- дисперсія похибки

$$D[\Delta] = D[\overset{\circ}{\Delta}] = \frac{(\Delta_2 - \Delta_1)^2}{12} = \frac{(\Delta_2 - \Delta_1)^2}{2\sqrt{3}} = \frac{\varepsilon^2}{2\sqrt{3}} = \frac{\overset{\circ}{\Delta}_o^2}{3},$$

де  $\varepsilon = \Delta_2 - \Delta_1$ ,  $\overset{\circ}{\Delta}_o$  – довірчий інтервал і довірчі границі відповідно. Для симетричних границь ( $\Delta_2 = \Delta_1$ ),  $\Delta_c = 0$ .

Якщо похибка вимірювань утворюється із двох незалежних складових, кожна з яких має рівномірний закон розподілу, але ширина  $\varepsilon$  інтервалів цих законів відрізняється,



то така сумарна похибка описується трапецеїдним законом розподілу.

Іноді, в окремих випадках похибок, можуть зустрічатися інші закони розподілу, наприклад, арксинусний, Коші, Лапласа, двомодальний, Релея тощо [24].

Точні види законів розподілу результатів і похибок вимірювань ЗВТ, природно, не відомі. Вони можуть бути установлені шляхом статистичної обробки результатів вимірювань (звичайно з використанням гістограм). Але таке експериментальне визначення законів розподілу є надмірно складною і досить трудомісткою процедурою, як і їх практичне використання.

Тому не тільки в прикладній, але і в теоретичній метрології звичайно намагаються не застосовувати ці функції, а замість них для кількісної оцінки похибок використовують, як правило, кількісні числові характеристики, або параметри, – невипадкові величини законів розподілу, які називають ймовірнісними, що істотно спрощує методи оцінки похибок.

Ймовірнісні кількісні характеристики функцій густини ймовірностей випадкових похибок поділяють на дві групи: точкові й інтервальні.

Точковою оцінкою випадкової похибки називають значення похибки, виражене одним числом. Зокрема, до точкових оцінок належать характеристики, які є параметрами функцій густини ймовірностей або моментами випадкових похибок. Найважливішими точковими характеристиками похибок є їх математичне сподівання, дисперсія або середнє квадратичне відхилення (СКВ), автокореляційна функція і спектральна густина потужності. Рідше використовують більш високі моменти випадкових похибок, причому вони зустрічаються в основному в теоретичних працях, але не в прикладних методах аналізу похибок. До точкових належать також максимальна, або гранична, оцінка похибок.

Гранична оцінка випадкової похибки теоретично правомірна тільки для обмежених функцій густини ймовірностей, а саме: для тих функцій густини, для яких дійсно існує значення похибки, що обмежує з обох боків можливі її значення (рівномірна, трапецеїдна, трикутна, арксинусна функції і т.п.). Проте ці функції густини є лише теоретичною ідеалізацією, а реальні функції густини ймовірностей похибок їм ніколи не відповідають. Криві реальних функцій густини ймовірностей похибок (нормальний розподіл і його композиції з будь-яким іншим розподілом, розподіли Коші, Лапласа та ін.) за деяким винятком не мають чітко виражених границь. І тому завдання для них граничних значень не зовсім правомірне. На практиці така оцінка є найбільшим за модулем значенням похибки, що зустрілась у даній, обмеженій серії вимірювань (спостережень). Її головним недоліком є безглуздість підсумовування таких граничних значень, оскільки одержана сумарна похибка може значно перевищувати дійсні похибки і ймовірність її появи дуже мала. У зв'язку з цим граничні похибки використовують дуже рідко, тільки для грубих оцінок похибок вимірювань.

Автокореляційна функція випадкової похибки  $\overset{\circ}{\Delta}(t)$  є її часовою характеристикою. Звичайно використовують оцінку автокореляційної функції, яка визначається виразом

$$R_{\Delta}(\tau) \approx \hat{R}_{\Delta}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T \overset{\circ}{\Delta}(t) \overset{\circ}{\Delta}(t + \tau) dt ,$$

де  $T$  – час вимірювання (аналізу);

$\tau$  – часовий інтервал зсуву миттєвих значень функції

$\overset{\circ}{\Delta}(t)$ .

При нульовому значенні  $\tau$  ( $\tau = 0$ ) автокореляційна функція дорівнює дисперсії випадкової похибки:

$$R_{\Delta}^o(0) = D_{\Delta}^o$$

Якщо для практичного використання важливий спектральний склад випадкової похибки, то задається її спектральна густина потужності, зв'язана з автокореляційною функцією співвідношенням Хінчина-Вінера

$$S_{\Delta}^o(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{\Delta}^o(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau,$$

або її оцінка  $\hat{S}_{\Delta}^o(\omega)$ .

Замість оцінки автокореляційної функції за характеристику випадкової похибки  $\hat{\Delta}(t)$  частіш за все приймають оцінку нормалізованої автокореляційної функції (або коефіцієнт кореляції)

$$r_{\Delta}^o = \frac{R_{\Delta}^o(\tau)}{\sigma_{\Delta}^2},$$

де  $\sigma_{\Delta}^o = +\sqrt{D_{\Delta}^o}$  – оцінка СКВ випадкової похибки.

Проте найбільш розповсюдженою точковою характеристикою випадкової похибки залишається її СКВ  $\sigma_{\Delta}^o$

або дисперсія  $D_{\Delta}^o$ , причому

$$D_{\Delta}^o = D_{\Delta} = D_X;$$

$$\sigma_{\Delta}^o = \sigma_{\Delta} = \sigma_X,$$

де  $D_{\Delta}$ ,  $\sigma_{\Delta}$  – дисперсія і СКВ повної похибки вимірювань  $\Delta$ ;

$D_X, \sigma_X$  – дисперсія і СКВ результатів вимірювань величини  $X$ .

Основною перевагою цієї характеристики є її універсальність при визначенні дисперсії (або СКВ) суми статистично незалежних похибок безвідносно до різноманітності функцій густини ймовірностей кожної із сумованих величин і деформації функції густини (законів розподілу) ймовірностей похибок при створенні їх композицій.

Суттєвим недоліком застосування точкових оцінок є те, що немає можливості вказати, в скількох відсотках випадків похибка і результат вимірювання вийдуть за задані (допустимі) границі. Тому точкові оцінки можна застосовувати при прецизійних вимірюваннях, похибки яких досить малі і результати повторних вимірювань того самого розміру фізичної величини не відрізняються значно один від одного. Проте при технічних вимірюваннях ця відмінність може бути досить істотною, щоб на неї не звертати уваги. В такому випадку зовсім недостатньо одержати результат вимірювання як числове значення вимірюваної фізичної величини, але й необхідно визначити ступінь його вірогідності, тобто кількісно оцінити ступінь близькості між кожним випадковим результатом вимірювання  $X$  та істинним значенням  $X_i$  фізичної величини. Цю задачу вирішують інтервальні ймовірносні оцінки похибки вимірювань [29].

Інтервальною оцінкою випадкової похибки вимірювань називають характеристику функції густини ймовірностей випадкової похибки, що являє собою інтервал, в якому з відомою довірчою ймовірністю знаходиться ця похибка.

Перед тим як перейти до методики одержання інтервальної оцінки похибки і її фізичної суті, розглянемо так звані квантильні оцінки випадкової похибки вимірювань, з якими нерозривно пов'язані інтервальні оцінки.

Як відомо, площа під кривою густини ймовірностей випадкової похибки  $f(\overset{\circ}{\Delta})$ , як і будь-якої випадкової величини, згідно з правилом нормування, дорівнює одиниці, тобто відображає ймовірність усіх можливих значень випадкової похибки (вважаємо, що систематична похибка дорівнює нулю, хоча правило нормування справедливе і при  $\Delta_c \neq 0$ ).

Цю площу, наприклад, нормального закону (рис.1.36), можна поділити на деякі частини вертикальними лініями (однією або декількома). Абсциси таких ліній (наприклад,  $\overset{\circ}{\Delta}_1$ ,  $\overset{\circ}{\Delta}_2$ ,  $\overset{\circ}{\Delta}_3$ ) називають односторонніми квантилями і виражають їх у відносних одиницях або у відсотках відрізаної площі під кривою  $f(\overset{\circ}{\Delta})$  ліворуч від вертикальної лінії, проведеної через даний квантиль. Так,  $\overset{\circ}{\Delta} = \overset{\circ}{\Delta}_1$  є 5%-м квантилем, якщо площа під кривою  $f(\overset{\circ}{\Delta})$  ліворуч від неї складає 5% усієї площі під цією кривою. Очевидно,  $\overset{\circ}{\Delta}_2$  – це 50 %-й квантиль, він є медіаною кривої  $f(\overset{\circ}{\Delta})$ , яка ділить площу під кривою густини  $f(\overset{\circ}{\Delta})$  на дві рівні частини. Припустимо, що  $\overset{\circ}{\Delta}_3 = \overset{\circ}{\Delta}_{0,95}$ , тобто  $\overset{\circ}{\Delta}_3$  – це 95%-й квантиль. Квантилі позначають так:  $\overset{\circ}{\Delta}_1 = \overset{\circ}{\Delta}_{0,05}$ ;  $\overset{\circ}{\Delta}_2 = \overset{\circ}{\Delta}_{0,50}$ ;  $\overset{\circ}{\Delta}_3 = \overset{\circ}{\Delta}_{0,95}$ , тобто значення квантиля вказується у відносних одиницях у нижньому індексі похибки. Індекс квантиля виражає ймовірність  $P$  того, що випадкова похибка  $\overset{\circ}{\Delta}$  не перевищує її значення  $\overset{\circ}{\Delta}_P$ . Квантилі для різних законів густини розподілу випадкових величин нормуються і задаються таблицями.

Поряд з квантилями кривої густини розподілу при розв’язанні практичних задач використовується показник, названий рівнем значущості. У загальному випадку під рівнем значущості будь-якої статистичної гіпотези розуміють найбільшу ймовірність  $\alpha$ , з якою ця гіпотеза може дати помилковий результат. Рівнем значущості характеризують критичну область: якщо знайдена оцінка тієї чи іншої статистичної величини потрапляє в критичну область, дана гіпотеза не приймається [58].

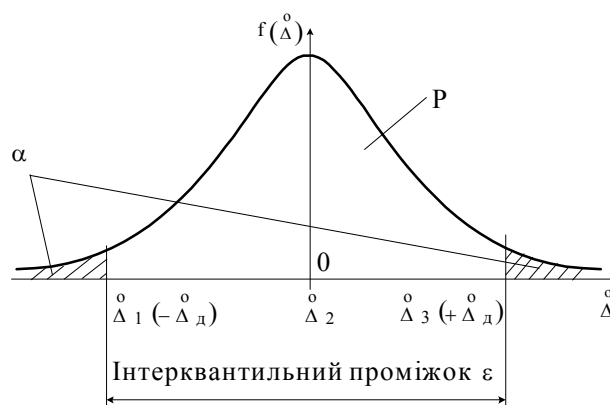


Рисунок 1.36 – До пояснення поняття “інтерквантильний проміжок”

Стосовно вимірювань рівень значущості – це ймовірність того, що випадкова похибка вимірювання  $\Delta$  (або результат вимірювання  $X$ ) не знаходиться в діапазоні від  $-\infty$  до  $\Delta_P$  (або  $X_P$  для результату вимірювання), тобто, навпаки, перевищує значення  $\Delta_P$  (або  $X_P$ ) і знаходиться між

значеннями  $\overset{\circ}{\Delta}_P$  (або  $X_P$ ) і  $+\infty$ . Наприклад, рівень значущості  $\alpha$  випадкової похибки вимірювань

$$P[\overset{\circ}{\Delta} > \overset{\circ}{\Delta}_P] = \alpha = 1 - P[\overset{\circ}{\Delta} \leq \overset{\circ}{\Delta}_P].$$

Квантиль (імовірність) і рівень значущості, запроваджені вище, називають однобічними.

Інтервал значень між двома квантилями називають інтерквантильним проміжком з певною ймовірністю.

Наприклад, симетричний інтервал значень між  $\overset{\circ}{\Delta}_1 = \overset{\circ}{\Delta}_{0,05}$  і  $\overset{\circ}{\Delta}_3 = \overset{\circ}{\Delta}_{0,95}$  (рис.1.36) охоплює 90% усіх можливих значень випадкової похибки  $\overset{\circ}{\Delta}$  і називається інтерквантильним проміжком з 90%-ю ймовірністю. Його ширина  $\varepsilon_{0,9} = \overset{\circ}{\Delta}_{0,95} - \overset{\circ}{\Delta}_{0,05}$ .

На основі такого підходу вводиться поняття квантильних оцінок випадкової похибки, тобто значень похибок із заданою довірчою ймовірністю  $P_d$ , надалі просто  $P$ . Вони є симетричними границями двобічного інтервалу  $\varepsilon$  невизначеності ( $\overset{\circ}{\Delta}_d = \varepsilon/2$ ), в якому знаходиться  $P$  відсотків усіх значень похибки (незаштрихована площа під кривою  $f(\overset{\circ}{\Delta})$  на рис.1.36), а  $\alpha = 1 - P$ , або  $\alpha \% = 100 - P\%$ , загальної кількості значень похибки залишаються за межами цього інтервалу (заштрихована площа під кривою  $f(\overset{\circ}{\Delta})$  на рис.1.36).

Для того, щоб підкреслити фізичний зміст заданих інтервалу  $\varepsilon$  і ймовірності  $P$ , їх називають довірчим інтервалом і довірчою ймовірністю випадкової похибки, а разом вони складають інтервальну оцінку випадкової похибки. Величину  $\overset{\circ}{\Delta}_d$  називають границями довірчого інтервалу, або довірчими границями похибки вимірювань, або довірчою похибкою.

Саме вона визначається при розрахунках і входить до запису результату вимірювання.

Фізичний зміст інтервальної оцінки похибки вимірювань пояснимо за допомогою рис.1.37, де позначено:  $X, X_i$  - виміряне та істинне значення фізичної величини;  $X_{нж}$  і  $X_в$  - нижня і верхня границі (квантили) результату вимірювання  $X$  [58].

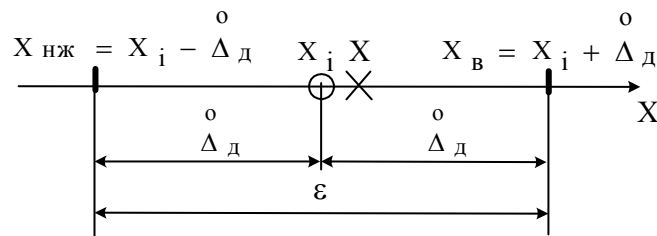


Рисунок 1.37 – Числові характеристики інтервальної оцінки результату і випадкової похибки вимірювань

Очевидно, чим ширший довірчий інтервал  $\overset{\circ}{\Delta}_d$  (або більші довірчі границі  $\overset{\circ}{\Delta}_d$ ), тим з більшою довірчою ймовірністю  $P$  у нього буде потрапляти значення вимірюваної величини  $X$ . Але при цьому, природно, допускається більше значення модуля випадкової похибки вимірювань  $|\overset{\circ}{\Delta}| = |X - X_i| \leq \overset{\circ}{\Delta}_d$ .

Отже, задання границь довірчого інтервалу  $\overset{\circ}{\Delta}_d$  зв'язано із заданням імовірності  $P$ , з якою значення  $X$  вимірюваної величини потрапляє в інтервал її значень  $[X_i - \overset{\circ}{\Delta}_d, X_i + \overset{\circ}{\Delta}_d]$ . Аналітичний зв'язок між інтервальними характеристиками результату вимірювання  $X$  визначається виразом



$$P[X_i - \overset{\circ}{\Delta}_\delta < X \leq X_i + \overset{\circ}{\Delta}_\delta] = P_\delta = P. \quad (1.75)$$

Ця ймовірність зображена незаштрихованою площею під кривою  $f(X)$  на рис.1.38.

Ймовірність попадання результату вимірювання  $X$  у заданий інтервал  $[X_{нж}, X_в]$  називається двобічною. Ймовірність непопадання результату вимірювання  $X$  в інтервал між  $X_{нж}$  і  $X_в$  являє собою двобічний рівень значущості (Додаток 6)

$$\alpha = 1 - P[X_{нж} < X \leq X_в].$$

При графічному відображенні рівень значущості  $\alpha$  результату вимірювання  $X$  відповідає сумарній площі заштрихованих ділянок під кривою  $f(X)$  (рис.1.38) [58].

Співвідношення, аналогічне (1.75), справедливе і для випадкової похибки:

$$P[-\overset{\circ}{\Delta}_\delta < \overset{\circ}{\Delta} \leq \overset{\circ}{\Delta}_\delta] = P_\delta = P, \quad (1.76)$$

звідки виходить, що інтервал  $[-\overset{\circ}{\Delta}_\delta, \overset{\circ}{\Delta}_\delta]$  є також довірчим інтервалом  $\varepsilon$  випадкової похибки вимірювань  $\overset{\circ}{\Delta}$  з довірчими границями  $\pm \overset{\circ}{\Delta}_\delta$ .

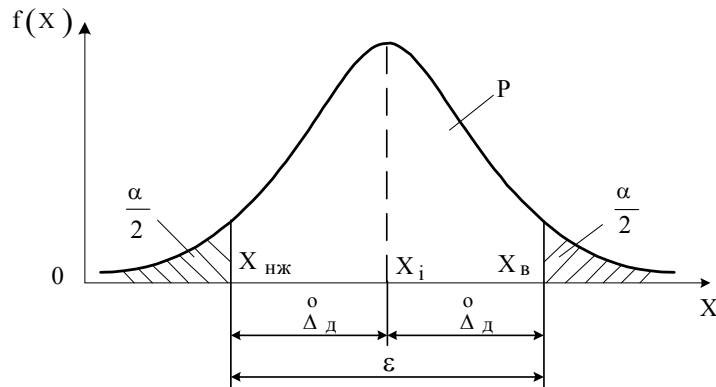


Рисунок 1.38 – До пояснення інтервальної оцінки результатів вимірювання

Вираз (1.76) означає, що випадкова похибка  $\overset{\circ}{\Delta}$  знаходиться в довірчому інтервалі  $[-\overset{\circ}{\Delta}_\delta, \overset{\circ}{\Delta}_\delta]$  з довірчою ймовірністю P. Між виразами (1.75) і (1.76) є принциповий зв'язок: попадання випадкової похибки  $\overset{\circ}{\Delta}$  в довірчий інтервал  $[-\overset{\circ}{\Delta}_\delta, \overset{\circ}{\Delta}_\delta]$  відповідає попаданню значення вимірюваної величини X у довірчий інтервал  $[X_i - \overset{\circ}{\Delta}_\delta, X_i + \overset{\circ}{\Delta}_\delta]$ , при цьому  $\varepsilon = 2\overset{\circ}{\Delta}_\delta$ .

Використовуючи довірчі границі випадкової похибки, необхідно мати на увазі таке, що ці границі розташовуються симетрично ( $\pm\overset{\circ}{\Delta}_\delta$ ) лише при відсутності систематичної складової похибки:  $\Delta_c = 0$ . Якщо ж  $\Delta_c \neq 0$ , то довірчі границі похибки вимірювань стають несиметричними:  $\Delta_{\text{нж}} = \Delta_c - \overset{\circ}{\Delta}_\delta, \Delta_{\text{в}} = \Delta_c + \overset{\circ}{\Delta}_\delta$ . Проте знак похибки  $\Delta_c$  частіш за

все невідомий, а отже, ввести поправку на  $\Delta_c$  неможливо. Крім того, користуватися при розрахунках такими несиметричними довірчими границями похибок дуже незручно. Тому на практиці замість використання несиметричних довірчих границь указують симетричні довірчі границі, тобто замість “похибка знаходиться в границях від  $-0,3\%$  до  $+0,5\%$ ” вказують “похибка знаходиться в границях  $\pm 0,5\%$ ”, тим самим розширюючи довірчий інтервал (Додаток А7). Імовірність виходу похибки за симетричні довірчі границі звичайно менша, ніж за несиметричні довірчі границі, тому що такий вихід відбувається практично тільки з одного боку (там, де модуль границі менший), а не з обох боків довірчого інтервалу [17].

Оскільки значення  $P$  може бути різним, то інколи, як і для квантиля, довірчі границі записують з індексом, що чисельно дорівнює  $P$ , наприклад,  $\overset{\circ}{\Delta}_{0,9}$  при  $P = 0,9$ ;  $\overset{\circ}{\Delta}_{0,95}$  при  $P = 0,95$ .

У різних галузях знань використовують різні значення довірчої імовірності, зокрема,  $0,8$ ;  $0,9$ ;  $0,95$  і  $0,99$ . Похибка  $\overset{\circ}{\Delta}_{0,9}$  (при  $P = 0,9$ ) характеризується тим, що для широкого класу функцій густини розподілу похибок тільки вона має однозначне співвідношення із СКВ у вигляді  $\overset{\circ}{\Delta}_{0,9} = 1,6\sigma_{\Delta}$ . Тому при відсутності даних про вид функцій густини розподілу для визначення довірчих границь рекомендується використовувати довірчу ймовірність  $P = 0,9$  (якщо немає обов’язкових більш жорстких вимог).

Якщо довірчі границі  $\overset{\circ}{\Delta}_P$  випадкової похибки вимірювань нормовані при довірчій імовірності  $P \approx 1,0$ , наприклад,  $P = 0,997$  або  $P = 0,999$ , то їх можна називати границями допустимих значень випадкової похибки або

граничною похибкою результату вимірювання і при цьому ймовірність  $P$  не вказувати. Ці границі визначаються найбільшим за модулем довірчим інтервалом, в якому повинна знаходитися випадкова похибка з довірчою ймовірністю  $P \approx 1,0$ , тобто жодна з реалізацій випадкової похибки не повинна виходити за границі даного інтервалу.

Таким чином, інтервальна оцінка містить інформацію не тільки про точність вимірювань (довірчий інтервал або границі довірчого інтервалу), але й про надійність вимірювань (довірча ймовірність).

Довірча ймовірність  $P$  випадкової похибки вимірювань  $\overset{\circ}{\Delta}$  визначається виразом

$$P[-\overset{\circ}{\Delta}_o < \overset{\circ}{\Delta} \leq \overset{\circ}{\Delta}_o] = P = 2 \int_0^{\overset{\circ}{\Delta}_o} f(\overset{\circ}{\Delta}) d \overset{\circ}{\Delta}. \quad (1.77)$$

Границі довірчого інтервалу  $\overset{\circ}{\Delta}_o$  випадкової похибки  $\overset{\circ}{\Delta}$  у загальному випадку обчислюють за формулою

$$\overset{\circ}{\Delta}_o = \pm k_p \sigma_{\overset{\circ}{\Delta}}, \quad (1.78)$$

де  $k_p$  – квантильний коефіцієнт переходу або коефіцієнт довіри. Він залежить від виду функції густини ймовірностей випадкової похибки вимірювань, довірчої ймовірності  $P$  (що підкреслюється нижнім індексом коефіцієнта) та кількості спостережень  $n$  при багаторазових вимірюваннях.

При статистичній обробці результатів багаторазових вимірювань, розподілених за нормальним законом, для визначення коефіцієнта переходу  $k_p$ , залежно від числа вимірювань  $n$  використовують або нормальний (гаусів) розподіл, або розподіл Стьюдента\*. Це пояснюється тим, що визначення вказаних вище інтервальних оцінок результатів і

похибок вимірювань із використанням нормального закону розподілу виявляється тим менше вірогідним, чим менша кількість вимірювань (спостережень)  $n$ . Не можна при таких розрахунках користуватися формулами і таблицями нормального розподілу (ще раз підкреслимо: навіть коли результати вимірювань розподілені за нормальним законом) при малій кількості результатів (менше 30 або 20 залежно від точності розрахунків), якщо відсутня можливість теоретично, на основі попереднього експерименту з достатньою кількістю результатів, визначити їх СКВ для даного методу вимірювань. На можливість визначення інтервальних оцінок результатів і похибок вимірювань з більшою вірогідністю при малій кількості спостережень, тобто коли не відомі СКВ результатів вимірювань, указав Стюдент. Отже, при визначенні інтервальних оцінок результатів і похибок вимірювань, розподілених за нормальним законом, необхідно використовувати або нормальний закон при  $n \geq 20$  (іноді  $n \geq 30$ ), або розподіл Стюдента при  $n < 20$  (або  $n < 30$ ). Для нормального закону замість коефіцієнта  $k_p$  в (1.78) вводять позначення  $z$ , а для розподілу Стюдента – позначення  $t_p$  (іноді  $t_s$ ) (Додаток А4).

Для зручності практичного застосування нормальний закон нормують, тобто приводять його до однієї змінної  $y = \Delta / \sigma_{\Delta}$ . Інтегральна  $\Phi(z)$  і диференціальна  $f(y)$  функції нормованого нормального розподілу частіш за все задаються у вигляді:

$$P = \Phi(z) = \int_0^z f(y) dy = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy, \quad (1.79)$$

$$\text{де } z = \Delta / \sigma_{\Delta};$$

$$f(y) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right). \quad (1.80)$$

Стандартний інтеграл (1.80) у закордонній літературі називають функцією похибок або нормальним інтегралом похибок, а у вітчизняній літературі – інтегралом імовірностей. Функції  $\Phi(z)$  та  $f(y)$  обчислені й зведені в спеціальних таблицях. Підкреслимо, що функція  $\Phi(z)$  використовується при визначенні інтервальних характеристик симетричного довірчого інтервалу.

У літературі зустрічаються й дві інші форми табличного задання інтегралу ймовірностей:

$$\Phi'(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy;$$

$$\Phi''(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy.$$

Функції  $\Phi(z)$ ,  $\Phi'(z)$ , і  $\Phi''(z)$ , зв'язані між собою рівняннями:

$$\Phi'(z) = 0,5\Phi(z);$$

$$\Phi''(z) = 0,5 + \Phi'(z) = 0,5[1 \pm \Phi(z)],$$

де знак «+» при  $z > 0$ , знак «-» при  $z < 0$ .

Таким чином, при використанні таблиці інтегральної функції нормованого нормального розподілу при обчисленні інтервальних оцінок необхідно в першу чергу звернути увагу на те, який вид функції вона відтворює:  $\Phi(z)$ ,  $\Phi'(z)$  чи  $\Phi''(z)$ . Якщо заданими таблично є функції  $\Phi'(z)$  чи  $\Phi''(z)$ , то від них необхідно перейти до функції  $\Phi(z)$  [49].

При вимірюваннях, залежно від їх мети і відповідальності, задаються або довірчою ймовірністю  $P$ , або границями довірчого інтервалу  $\overset{\circ}{\Delta}_\Delta$  випадкової похибки. Довірча ймовірність може задаватися у відносній формі або у відсотках, а границі довірчого інтервалу – в абсолютних одиницях або у відносній формі (чи у відсотках) (Додаток А8).

Якщо вихідною є довірча ймовірність  $P$ , то, наприклад, при нормальному законі розподілу похибки за таблицею функції  $\Phi(z) = P$  знаходять відповідне значення аргументу  $z$ , ( $k_p = z$ ) для обчислювання границь довірчого інтервалу  $\overset{\circ}{\Delta}_\Delta$ . Значення СКВ  $\sigma_\Delta$  випадкової похибки визначають попередньо за результатами спостережень або ним задаються.

При технічних вимірюваннях, припускаючи, що їх похибки підпорядковуються нормальному закону розподілу, часто користуються довірчим інтервалом від  $-3\sigma_\Delta$  до  $+3\sigma_\Delta$  ( $\overset{\circ}{\Delta}_\Delta = \pm 3\sigma_\Delta$ ), для якого довірча ймовірність  $P = 0,9973$ , або 99,73 %. Це означає, що, наприклад, при 10000 вимірюваннях тільки в 27 з них (або одне вимірювання із 370) випадкова похибка  $\overset{\circ}{\Delta}_\Delta$  перевищує за модулем значення  $3\sigma_\Delta$ , а випадкові похибки останніх 9973 вимірювань не вийдуть за допустимі границі  $\overset{\circ}{\Delta}_{0,9973} = \pm 3\sigma_\Delta$ . Проте, якщо очікувані втрати дозволяють мати меншу довірчу ймовірність результатів вимірювань, але треба одержувати їх з більшою точністю, то границі довірчого інтервалу звужують, наприклад, до  $\overset{\circ}{\Delta}_\Delta = \pm 2\sigma_\Delta$  ( $P = 0,95$ ) або навіть більше

(зокрема, границям  $\overset{\circ}{\Delta}_o = \pm\sigma_{\Delta}$  відповідає  $P = 0,68$ ). У тих випадках, коли поява похибки, яка виходить за границі довірчого інтервалу, може призвести до істотних втрат, їх розширюють до  $\overset{\circ}{\Delta}_o = \pm 4\sigma_{\Delta}$ , для яких  $P = 0,999936$  (99,9936 %). У цьому разі випадкова похибка, більша за  $4\sigma_{\Delta}$ , трапляється в середньому один раз на кожні 15625 вимірювань. Для довірчих границь  $\overset{\circ}{\Delta}_o = \pm 5\sigma_{\Delta}$   $P = 0,9999994$ , тобто один несприятливий випадок припадає в середньому на 1666666 вимірювань. При великих значеннях довірчої імовірності зручніше користуватися ймовірністю (рівнем значущості) несприятливих результатів. Так, рівень значущості того, що випадкова похибка вийде за границі  $\overset{\circ}{\Delta}_o = \pm 4\sigma_{\Delta}$  складає  $\alpha = 6,4 \cdot 10^{-5}$ , а для границь  $\overset{\circ}{\Delta}_o = \pm 5\sigma_{\Delta}$  маємо  $\alpha = 6 \cdot 10^{-7}$ .

Як було вказано вище, при кількості спостережень  $2 < n < 20$  для визначення границь довірчого інтервалу середнього арифметичного результатів вимірювань, які підпорядковуються нормальному розподілу, використовується розподіл Стюдента. У цьому випадку границі довірчого інтервалу (1.79) виражаються через коефіцієнт Стюдента (формально величина  $k_p$  замінюється величиною  $t_p$ ), який, на відміну від параметра  $z$  нормованого нормального розподілу, залежить не тільки від довірчої імовірності  $P$ , але й від кількості спостережень  $n$ . Для розподілу Стюдента ймовірність  $P$  і коефіцієнт  $t_p$  зв'язані виразом [17]:



$$P[-t_p < t \leq t_p] = P = 2 \int_0^{t_p} s(t, k_s) dt, \quad (1.81)$$

$$\text{де } t = \frac{\bar{X} - M_X}{\hat{\sigma}_{\bar{X}}} = \frac{\bar{X} - X_i}{\hat{\sigma}_{\bar{X}}} = \sqrt{n} \frac{\bar{X} - X_i}{\hat{\sigma}_X} \text{ – відношення, яке}$$

названо дробом або коефіцієнтом Стьюдента.

Величини  $\bar{X}$  і  $\hat{\sigma}_{\bar{X}}$  (або  $\hat{\sigma}_X$ ) обчислюються на основі експериментальних даних (результатів спостережень). Вони являють собою точкові оцінки математичного сподівання  $M_X$  і СКВ  $\sigma_X$  результатів спостережень або СКВ середнього арифметичного  $\sigma_{\bar{X}}$ ;

$s(t, k_s)$  – густина розподілу Стьюдента, вперше передбачена Стьюдентом і пізніше доведена Фішером; вона визначається виразом

$$s(t, k_s) = \frac{\Gamma\left(\frac{k_s + 1}{2}\right)}{\sqrt{\pi k_s} \Gamma\left(\frac{k_s}{2}\right)} \left(1 + \frac{t^2}{k_s}\right)^{-\frac{k_s + 1}{2}};$$

де  $\Gamma(\cdot)$  – гамма-функція;

$k_s$  – число степенів вільності розподілу Стьюдента, воно дорівнює  $k_s = n - 1$ .

Графік розподілу Стьюдента аналогічний за формою нормальному розподілу, але, на відміну від сталого графіка нормального розподілу, який не залежить від кількості спостережень  $n$ , форма графіка розподілу Стьюдента залежить від  $n$  (без змінювання положення графіка). Із збільшенням кількості спостережень  $n$  він наближається до нормального розподілу все більше (можна вважати, що при  $n > 30$  обидва графіки практично збігаються).

Інтеграл  $2 \int_0^{t_p} s(t, k_s) dt$  табулюється і використовується

для визначення величини  $t_p$  для різних значень довірчої імовірності  $P$ . За значенням  $t_p$  знаходять границі довірчого інтервалу випадкової похибки середнього арифметичного  $\overset{o}{\Delta_{\bar{X}}}$  за формулою (1.79), приймаючи в ній  $k_p = t_p$ . Вхідними даними до таблиці розподілу Стьюдента є довірна ймовірність  $P$  і число степенів вільності  $k_s$ . За його допомогою визначають довірчу ймовірність того, що відхилення середнього арифметичного  $\bar{X}$  результатів вимірювань від істинного значення  $X_i$  (або математичного сподівання  $M_X$ ) вимірюваної величини  $X$  не виходить за границі довірчого інтервалу:

$$\overset{o}{\Delta_{\bar{X}}} = \pm t_p \sigma_{\bar{X}},$$

тобто  $X_i = \bar{X} \pm t_p \sigma_{\bar{X}}$ ;  $P = \dots$

Розподіл Стьюдента у порівнянні з нормованим нормальним розподілом призводить до розширення довірчого інтервалу при тій самій довірчій імовірності.

Наведемо значення коефіцієнта  $k_p$  для інших розповсюджених при оцінках похибок законів розподілу:

- для рівномірного закону

$$k_p = 1,73;$$

- для трикутного закону

$$k_p = 2,45;$$

- для трапецеїдного закону

$$k_p = 2,3.$$

Для визначення границь довірчого інтервалу випадкової похибки  $\overset{o}{\Delta_{\bar{X}}}$  необхідно знати не тільки коефіцієнт

$k_p$  ( $z$  або  $t_p$ ), але й СКВ  $\sigma_{\Delta}$ . Його знаходять або за функцією густини ймовірностей  $f(\Delta)$ , якщо вона відома, або експериментально (оцінка СКВ  $\hat{\sigma}_{\Delta}$ ) – проведенням багаторазових незалежних спостережень вимірюваної фізичної величини і статистичною обробкою одержаного ряду спостережень.

Таким чином, точкові й інтервальні оцінки випадкової похибки вимірювань являють собою імовірнісні характеристики – детерміновані величини. Проте, якщо СКВ випадкової похибки визначається за вибіркою результатів вимірювань, то в цьому випадку правильно було б говорити про довірчий інтервал як про його ймовірнісно-статистичну характеристику, що має деякий розкид значень [30].

### **8.5 Статистичні оцінки характеристик вимірювань**

Імовірнісні методи опису характеристик випадкових похибок і результатів вимірювань, що містять у собі випадкові похибки, можуть бути використані тільки в тому випадку, коли масив результатів багаторазових спостережень фізичної величини постійного розміру являє собою генеральну сукупність. Поняття генеральної сукупності є математичною абстракцією, оскільки вона передбачає нескінченне число результатів вимірювань, які можуть бути виконані при заданих умовах, що, певна річ, нереально. При практичних вимірюваннях ставиться задача оцінки випадкових похибок і результатів вимірювань на основі обмеженого об'єму даних, за якими визначити істинне значення кількісних характеристик (параметрів) законів розподілу неможливо. Тому ймовірнісні характеристики взагалі є деякою ідеалізацією, а замість них визначають статистичні оцінки точкових й інтервальних характеристик результатів вимірювань. Статистичні оцінки

(статистичні характеристики) точкових ймовірнісних характеристик похибки вимірювань, в свою чергу, можуть бути точковими й інтервальними.

Статистичні оцінки ймовірнісних інтервальних характеристик похибки можуть бути тільки інтервальними.

У зв'язку з тим, що статистичні оцінки в загальному випадку є лише певним наближенням оцінюваних параметрів, то для визначення ступеня цього наближення вводяться три показники якості статистичних оцінок: обґрунтованість, незміщеність і ефективність.

Обґрунтованою називається статистична оцінка, яка при збільшенні об'єму вибірки результатів спостережень наближається до істинного значення оцінюваної величини.

До незміщених належать статистичні оцінки, математичне сподівання яких дорівнює істинному значенню оцінюваної величини.

Для оцінки тієї самої випадкової величини можуть бути використані різні статистичні оцінки. В силу обмеженості об'єму вибірки результатів спостережень, ці оцінки також будуть випадковими величинами, розсіювання (розкид) яких відносно математичного сподівання характеризується дисперсією відповідної оцінки. Статистична оцінка, дисперсія якої у порівнянні з іншими статистичними оцінками є найменшою, називається ефективною.

Наведемо статистичні оцінки математичного сподівання, дисперсії і СКВ результатів спостережень і вкажемо, які показники якості вони задовольняють для різних законів густини розподілу. Вони визначені за методом максимальної правдоподібності.

Оцінкою математичного сподівання  $\hat{M}_x$  результатів багаторазових рівноточних вимірювань величини  $X$ , представлених серією (рядом, групою, вибіркою)  $X_q$ ,  $q = \overline{1, n}$ , є середнє арифметичне

$$\hat{M}_x = \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{q=1}^n X_q . \quad (1.82)$$

Ця оцінка є точковою, обґрунтованою і незміщеною при будь-якому симетричному законі розподілу результатів одиничних (окремих) вимірювань або спостережень. Для нормального закону розподілу вона до того ж ефективна. Проте ці показники якості середнього арифметичного  $\bar{X}$ , як оцінки істинного значення вимірюваної величини, проявляються при  $n \rightarrow \infty$ . На практиці здебільшого мають справу з рядами незалежних результатів спостережень обмеженого об'єму, внаслідок чого оцінка  $\bar{X}$  є випадковою величиною. Її розсіювання відносно істинного значення вимірюваної величини  $X_\mu$  характеризується оцінкою дисперсії  $\hat{D}_{\bar{X}}$ , для якої, використовуючи властивості дисперсії незалежних випадкових величин, одержимо

$$\hat{D}_{\bar{X}} = \hat{D} \left[ \frac{1}{n} \sum_{q=1}^n X_q \right] = \frac{1}{n^2} \sum_{q=1}^n \hat{D}[X_q] = \hat{D}_x / n, \quad (1.83)$$

де  $\hat{D}_x$  – оцінка дисперсії одиничних (окремих) незалежних результатів у серії рівноточних вимірювань однієї і тієї самої фізичної величини, що характеризує розсіювання окремих результатів спостережень  $X_q$  відносно їх середнього арифметичного  $\bar{X}$ .

Звідси для оцінки СКВ середнього арифметичного  $\bar{X}$  маємо

$$\hat{\sigma}_{\bar{X}} = +\sqrt{\hat{D}_{\bar{X}}} = \hat{\sigma}_x / \sqrt{n}. \quad (1.84)$$

Вказане співвідношення свідчить, що розсіювання середнього арифметичного  $\bar{X}$  відносно істинного значення  $X_\mu$  вимірюваної величини  $X$  в  $\sqrt{n}$  разів менше, ніж

розсіювання окремих результатів вимірювань  $X_q$  відносно їх середнього арифметичного  $\bar{X}$ . Це зумовлює доцільність використання багаторазових вимірювань як одного з основних шляхів зменшення впливу випадкових похибок на результат вимірювань, тобто підвищення точності вимірювань. Так, теоретично оцінка СКВ випадкової похибки результату багаторазових вимірювань  $\bar{X}$  зменшується в 10 разів при збільшенні кількості  $n$  спостережень  $X_q$  у 100 разів [20].

Довірчі границі інтервальної оцінки похибки результату багаторазових вимірювань  $\overset{o}{\Delta}_{\bar{X}}$  знаходять за формулою (1.78), яка для даного випадку має вигляд

$$\overset{o}{\Delta}_{\bar{X}} = \pm k_p \hat{\sigma}_{\bar{X}},$$

де коефіцієнт  $k_p$  (для нормального закону  $z$ , для розподілу Стьюдента  $t_p$ ) визначається.

Точкову оцінку дисперсії розсіювання одиничних результатів вимірювань у серії рівноточних вимірювань  $X_q$ ,  $q = \overline{1, n}$ , однієї і тієї самої фізичної величини  $X$  відносно їх середнього арифметичного  $\bar{X}$ , можна обчислити за формулою

$$\hat{D}_X^* = \frac{1}{n} \sum_{q=1}^n (X_q - \bar{X})^2, \quad (1.85)$$

а оцінку СКВ – за формулою

$$\hat{\sigma}_X^* = +\sqrt{\hat{D}_X^*} = +\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{q=1}^n (X_q - \bar{X})^2}. \quad (1.86)$$

Ці оцінки характеризують збіжність результатів багаторазових рівноточних вимірювань, тобто ступінь їх концентрації відносно оцінки центра розподілу  $\bar{X}$ , і вважаються обґрунтованими. При малих об'ємах вибірки, що

досить часто мають місце в практиці вимірювань, оцінки  $\hat{D}_x^*$  і  $\hat{\sigma}_x^*$  є зміщеними. Незміщену оцінку дисперсії можна одержати, помноживши оцінку (1.85) на коефіцієнт  $\frac{n}{n-1}$ , звідси незміщена точкова оцінка дисперсії результатів багаторазових вимірювань

$$\hat{D}_x = \frac{1}{n-1} \sum_{q=1}^n (X_q - \bar{X})^2, \quad (1.87)$$

а відповідна їй оцінка СКВ (формула Бесселя\*)

$$\hat{\sigma}_x = +\sqrt{\hat{D}_x} = +\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{q=1}^n (X_q - \bar{X})^2}. \quad (1.88)$$

Величини  $\hat{\sigma}_x^*$  і  $\hat{\sigma}_x$  називають також стандартними відхиленнями.

Під відхиленням, згідно з формулами (1.86) і (1.88), розуміють відхилення окремих (одиночних) результатів  $X_q$  у серії вимірювань від їх середнього арифметичного значення  $\bar{X}$ . У метрології це відхилення також називають похибкою вимірювань. Якщо в результати багаторазових вимірювань уведені поправки на систематичні похибки, то відхилення представляють собою випадкові похибки. При цьому термін СКВ співпадає з терміном «середня квадратична похибка» результатів одиночних вимірювань у даній серії.

Відзначимо, що оцінка СКВ (1.88) є все-таки дещо зміщеною, бо операція отримання квадратного кореня нелінійна і тому призводить до деякого додавкового зміщення оцінки СКВ  $\hat{\sigma}_x$ . Для його виправлення при дуже точних обчисленнях у формулі (1.88) або змінюють у знаменнику  $(n-1)$  на  $(n-1,5)$ , або вводять поправочний коефіцієнт. Проте в інженерній практиці достатньо користуватися оцінкою СКВ за формулою (1.88).

Оскільки оцінка СКВ  $\hat{\sigma}_x$  через обмежений об'єм вибірки є випадковою величиною, то її розсіювання також характеризується оцінками дисперсії і СКВ  $\hat{\sigma}_x$ , які визначаються відповідно виразами

$$\hat{D}[\hat{\sigma}_x] = \frac{\hat{\sigma}_x^2}{2n};$$

$$\hat{\sigma}[\hat{\sigma}_x] = \frac{\hat{\sigma}_x}{\sqrt{2n}}.$$

Відносна похибка визначення оцінки СКВ  $\hat{\sigma}_x$  (у %) за результатом обробки серії багаторазових вимірювань [24]

$$\frac{\hat{\sigma}[\hat{\sigma}_x]}{\hat{\sigma}_x} 100 = \frac{100}{\sqrt{2n}}.$$

Для реальних значень  $n$  ця похибка досить велика. Наприклад, при  $n = 50$  вона складає 10 %, а для надійного судження про точність вимірювань її необхідно зменшити ще мінімум у два рази.

Оцінки  $\hat{D}_x$  і  $\hat{\sigma}_x$  не є ефективними. Вони, як і оцінка  $\hat{M}_x$ , ефективні асимптотично, інакше кажучи, статистичні оцінки  $\hat{D}_x$ ,  $\hat{\sigma}_x$  і  $\hat{M}_x$  прямують відповідно до ймовірнісних характеристик  $D_x$ ,  $\sigma_x$  і  $M_x$  при необмежено великому числі  $n$ , тобто власне розсіювання кожної з оцінок  $\hat{D}_x$ ,  $\hat{\sigma}_x$  і  $\hat{M}_x$  прямує до мінімуму при необмеженому збільшенні числа  $n$  результатів спостережень  $X_q$  в серії. Але навіть у цьому випадку відносна похибка визначення  $\hat{\sigma}_x$  є значною і при дуже великих  $n$  (близько тисячі) складає декілька відсотків. Тому значення  $\hat{\sigma}_x$  при обчисленнях більш як з двома значущими цифрами не записують.



Крім оцінок СКВ і довірчих границь похибки, близькість результатів двох і більше серій багаторазових рівноточних вимірювань іноді характеризують розмахом або середньою арифметичною похибкою (за модулем).

Під розсіюванням результатів у серії (ряду, групі) вимірювань розуміють незхід результатів рівноточних вимірювань тієї самої фізичної величини, який, як правило, обумовлений дією випадкових похибок. Кількісну оцінку розсіювання отримують після введення поправок на систематичні похибки.

Середня арифметична похибка обчислюється за формулою, аналогічною (1.82), тільки для серії повних похибок результатів вимірювань у даній серії, взятих за модулем.

Наведені вище статистичні оцінки значення вимірюваної величини (середнього арифметичного  $\bar{X}$ ) і характеристик її випадкової похибки (оцінок дисперсії і СКВ) здебільшого знаходять застосування в практиці технічних вимірювань, при яких загальноприйнятими є припущення про нормальність розподілу похибок вимірювань. Разом з тим слід пам'ятати: якщо розподіл похибок вимірювань відповідає деяким іншим видам, то значення вимірюваної величини відрізняється від середнього арифметичного, одночасно відрізняються і вирази для оцінок дисперсії та СКВ.

Тут доцільно зіставити наведені класичні оцінки випадкових похибок вимірювань з оцінками стандартної невизначеності типів А і В.

Оцінка  $\hat{\sigma}_x$ , обчислена за формулою (1.88), визначає стандартну невизначеність типу А одиничного вимірювання фізичної величини X.

Стандартна невизначеність вимірювань типу В залежить від закону розподілу вимірюваної величини X. За умови неповного знання про можливі значення вимірюваної

величини найчастіше припускають, що вони розподіляються за рівномірним (прямокутним) законом у заданих границях  $\Delta_1, \Delta_2$  відносно оцінки цієї величини. Якщо границі  $\Delta_1, \Delta_2$  є несиметричними, то стандартна невизначеність типу В дорівнює оцінці СКВ

$$\hat{\sigma}_x = \frac{\Delta_2 - \Delta_1}{\sqrt{12}} = \frac{\Delta_2 - \Delta_1}{2\sqrt{3}},$$

де  $\Delta_1, \Delta_2$  – нижня і верхня границі розподілу, які мають фізичний зміст абсолютних повних похибок.

При симетричних границях ( $\Delta_2 = \overset{\circ}{\Delta}_o, \Delta_1 = -\overset{\circ}{\Delta}_o$ ) можливих значень вимірюваної величини оцінка СКВ, а отже, і стандартна невизначеність типу В обчислюється за формулою

$$\hat{\sigma}_x = \overset{\circ}{\Delta}_o / \sqrt{3}.$$

У випадку інших законів розподілу можливих значень вимірюваної величини формули для обчислення стандартної невизначеності типу В, як і для обчислення оцінки СКВ, будуть інакшими.

Статистична оцінка результату і випадкової похибки багаторазових вимірювань на основі вибірки обмеженого об'єму передбачає розв'язання ряду задач, до яких належать такі:

- перевірка гіпотези про вид функції густини розподілу результатів спостережень;
- вилучення грубих результатів (похибок) вимірювань;
- виявлення і вилучення (або зменшення) систематичних похибок вимірювань.

Розглянемо методики розв'язання цих задач [29].

## 8.6 Перевірка гіпотези про вид функції густини розподілу результатів вимірювань

Задача перевірки гіпотези про вид функції густини розподілу результатів багаторазових вимірювань формулюється так: існує серія (група, ряд) результатів вимірювань фізичної величини того самого розміру, яка отримана експериментально, і висловлюється гіпотеза про те, що ці результати можна вважати реалізаціями випадкової величини з певною, передбачуваною формою функції густини розподілу.

У найпростішому випадку вид цієї функції можна встановити по виду гістограми, побудованої за результатами багаторазових вимірювань. Проте такий суб'єктивний підхід дає досить грубе уявлення про закон густини розподілу. Тому для перевірки гіпотези про вид функції густини розподілу результатів багаторазових вимірювань необхідно користуватися методами математичної статистики. Відомо декілька так званих критеріїв згоди, зокрема, критерій К. Пірсона ( $\chi^2$  – хі-квадрат), критерій Мізеса-Смирнова (критерій  $\omega^2$ ), критерій Колмогорова і складений критерій, за допомогою яких перевіряються гіпотези про відповідність експериментальних даних тій чи іншій функції густини розподілу ймовірностей. Найбільш розповсюдженим з них є критерій Пірсона, або критерій  $\chi^2$ , а для перевірки гіпотези щодо нормального розподілу широко застосовується складений критерій. Розглянемо ці два критерії.

Критерій  $\chi^2$  використовується для перевірки узгодженості теоретичного та експериментального розподілів різних видів при числі результатів вимірювань у серії

(спостережень)  $n \geq 50$ , які повинні проводитися практично в однакових умовах (Додаток А5).

Суть критерію  $\chi^2$  полягає в оцінці відхилення гістограми експериментальних даних від гістограми з тим самим числом інтервалів, побудованої на основі теоретичного розподілу. Для кожного інтервалу гістограми визначають значення теоретичної і дослідної частотей (кількості спостережень, що потрапляють у даний інтервал) і знаходять показник різниці частотей. Як такий показник Пірсон запропонував величину  $\chi^2$ , що має три форми запису (і обчислення) за експериментальними даними (результатами вимірювань):

$$\tilde{\chi}^2 = \sum_{l=1}^r \frac{n}{P_l} (P_l^* - P_l)^2 = \sum_{l=1}^r \frac{(m_l^* - nP_l)^2}{nP_l} = \sum_{l=1}^r \frac{(m_l^* - m_l)^2}{m_l}, \quad (1.89)$$

де  $P_l$  – теоретична ймовірність попадання результатів спостережень у  $l$ -й інтервал гістограми;

$P_l^*$  – дослідна (статистична) оцінка ймовірності попадання результатів спостережень у  $l$ -й інтервал, або частість, причому

$$P_l^* = m_l^*/n;$$

$m_l^*$  – експериментальне (дослідне) число результатів спостережень, що попадають у  $l$ -й інтервал гістограми;

$m_l = nP_l$  – теоретичне (очікуване) число результатів у  $l$ -му інтервалі;

$r$  – число інтервалів гістограми з постійною шириною  $h$ .

Розподіл частот по інтервалах створює статистичний розподіл результатів спостережень.

Значення  $\chi^2$  залежить від довірчої імовірності  $P$  (або рівня значущості  $\alpha = 1 - P$ ) і числа степенів вільності  $k_s = r - s$ , де  $s$  – число незалежних зв'язків, накладених на частоти  $P_1^*$ . Якщо перевіряється гіпотеза про нормальний розподіл, то до числа цих зв'язків належать:

- рівність середнього арифметичного математичному сподіванню передбачуваного нормального розподілу;
- рівність точкової оцінки дисперсії і дисперсії передбачуваного нормального розподілу;
- рівність одиниці суми частот усіх інтервалів.

Теоретична величина  $\chi^2$  для нормально розподілених результатів вимірювань визначається за формулою

$$\chi^2 = \frac{1}{\sigma_x^2} \sum_{q=1}^n (X_q - \bar{X})^2 .$$

Густина розподілу цієї величини:

$$f(\chi^2) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right) 2^{n/2}} (\chi^2)^{\frac{n-2}{2}} e^{-\frac{\chi^2}{2\sigma_x^2}} & \text{при } 0 \leq \chi^2 \leq \infty; \\ 0 & \text{при } \chi^2 < 0. \end{cases}$$

Інтегральна функція  $F(\chi^2)$  - табульована.

Отже, при перевірці гіпотези про нормальність розподілу результатів спостережень з використанням критерію  $\chi^2$  беруть  $s=3$  і число степенів вільності  $k_s = r - 3$ . Для цих значень складені таблиці, вхідними даними яких є рівень значущості  $\alpha$  (або довірна ймовірність  $P$ ) і число степенів вільності  $k_s = r - 3$ . За таблицями знаходять нижню  $\chi_{k_s; \alpha/2}^2$  (для рівня значущості  $\alpha/2$ ) і верхню  $\chi_{k_s; 1-\alpha/2}^2$  (для рівня значущості  $1 - \alpha/2$ ) границі критичної області значень  $\chi^2$  (рис.1.39) [49].

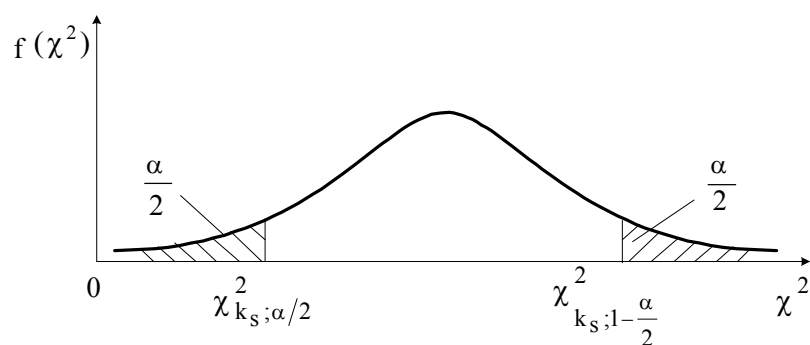


Рисунок 1.39 – Функція  $\chi^2$  з довірчим інтервалом

Гіпотеза про нормальність розподілу результатів спостережень приймається, якщо виконується нерівність

$$\chi_{k_s; \alpha/2}^2 \leq \tilde{\chi}^2 \leq \chi_{k_s; 1-\alpha/2}^2. \quad (1.90)$$

У протилежному разі (якщо дана нерівність не задовольняється) гіпотеза про нормальність розподілу відкидається.

Підкреслимо ще раз, що цей та інші критерії згоди не дозволяють установити вид розподілу експериментальних даних, а лише дозволяють перевірити, чи допустимо одержані результати спостережень (їх функцію густини розподілу) віднести до відомого виду розподілу, здебільшого до нормального [58].

Наведемо методика застосування критерію  $\chi^2$  для перевірки гіпотези про нормальність розподілу результатів спостережень.

1. Для серії  $n$  результатів спостережень  $X_q, q=\overline{1,n}$ , обчислюють середнє арифметичне і незміщену оцінку СКВ за формулами (1.80) і (1.86) відповідно.

2. Визначають дослідні значення частот  $m_1^*$  аналогічно побудові гістограми результатів спостережень. Для цього результати спостережень  $X_q$  розміщують у варіаційний ряд (у порядку зростання)  $X_1 \leq X_2 \leq \dots \leq X_n$  і здійснюють групування даних. Варіаційний ряд від найменшого значення  $X_{\min} = X_1$  до найбільшого значення  $X_{\max} = X_n$  (розмах  $X_{\max} - X_{\min} = X_n - X_1$ ) розбивається на  $r$  рівних інтервалів. Вибір числа інтервалів проводиться залежно від числа спостережень, що входять у серію. Існують різні рекомендації щодо такого вибору, наведемо одну з них – табл.1.9.

Таблиця 1.9 – Вибір числа інтервалів

Число результатів спостережень, $n$	Рекомендоване число інтервалів, $r$
40 – 100	15 – 20
100 – 500	20 – 30
500 – 1000	30 – 40
1000 – 10000	40 – 55

Ширину інтервалу  $h$  визначають за формулою

$$h = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{r} = \frac{X_n - X_1}{r}.$$

Для кожного інтервалу гістограми підраховують число  $m_1^*$  результатів спостережень, що потрапили в нього. Якщо виявиться, що число  $m_1^*$  для одного або декількох інтервалів менше від 5, то роблять нову розбивку на інтервали, зменшуючи їх число  $r$ .

3. Розраховують теоретичні ймовірності  $P_1$  або теоретичне (сподіване) число  $m_1$  результатів спостережень для кожного з інтервалів.

Ймовірності  $P_1$  попадання результатів спостережень  $X_q$  у  $l$ -й інтервал знаходять або за загальною формулою (1.77), або приблизно як добуток густини теоретичного розподілу в середині  $l$ -го інтервалу  $X_{l_0}$  на його ширину:

$$P_1 = f_x(X_{l_0})h,$$

$$\text{де } X_{l_0} = (X_l + X_{l+1})/2.$$

Для визначення числа  $m_1$  переходять від середин інтервалів  $X_{l_0}$  до нормованих значень  $y_1$ :

$$y_1 = (X_{l_0} - \bar{X})/\hat{\sigma}_x.$$

Для кожного значення  $y_1$  за таблицею диференціальної функції нормованого нормального розподілу знаходять значення  $f(y_1)$  і обчислюють

$$m_1 = nP_1 = nhf_x(y_1)/\hat{\sigma}_x.$$

4. За одержаними значеннями  $m_1^*$  і  $m_1$  (або  $P_1$ ) обчислюють значення показника  $\tilde{\chi}^2$  із співвідношення (1.89). За таблицею знаходять граничні значення  $\chi_{k_s; \alpha/2}^2$  та  $\chi_{k_s; 1-\alpha/2}^2$  і перевіряють справедливість гіпотези за критерієм  $\chi^2$  згідно з умовою (1.90).

Складений критерій включає два незалежні критерії і використовується при перевірці гіпотези про нормальність розподілу вибірки результатів спостережень при їх кількості  $10 \leq n \leq 50$ . На відміну від критерію  $\chi^2$ , який є інтегральним (тобто він ґрунтується на перевірці інтегрального відхилення теоретичного й експериментального законів розподілу в усьому діапазоні результатів спостережень), складений



критерій забезпечує перевірку відповідності поблизу центра розподілу (критерій I) і на краях розподілу (критерій II). Якщо хоча б один із двох критеріїв не підтверджується, то гіпотеза про нормальність розподілу результатів спостережень відкидається.

Для кожного з двох критеріїв задається свій рівень значущості  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$ , причому вони повинні задовольняти умову  $\alpha \leq \alpha_1 + \alpha_2$ , де  $\alpha$  – заданий рівень значущості результатів спостережень [17].

Критерій I ґрунтується на показнику (параметрі, статистиці)  $d$ , який визначається співвідношенням

$$d = \frac{\sum_{q=1}^n |X_q - \bar{X}|}{n \hat{\sigma}_X^*} = \frac{\sum_{q=1}^n |X_q - \bar{X}|}{\sqrt{n \sum_{q=1}^n (X_q - \bar{X})^2}},$$

де  $\hat{\sigma}_X^*$  – зміщена оцінка СКВ результатів спостережень за формулою (1.86).

Гіпотеза про нормальність розподілу за критерієм I підтверджується, якщо виконується нерівність

$$d_{1-\alpha_1/2} < d < d_{\alpha_1/2},$$

де  $d_{1-\alpha_1/2}$  і  $d_{\alpha_1/2}$  – квантилі розподілу значень показника  $d$ , які знаходять за таблицями значень  $\alpha$  - відсоткових точок розподілу  $d$ , виходячи з об'єму вибірки  $n$  і прийнятого для критерію I рівня значущості  $\alpha_1$ .

За критерієм II гіпотеза про нормальність розподілу підтверджується, якщо не більше ніж  $m$  різниць  $|X_q - \bar{X}|$  перевищили значення добутку  $\hat{\sigma}_X \cdot z_{P_2/2}$ , де  $z_{P_2/2}$  – це  $P_2/2$ -відсотковий квантиль нормованої інтегральної функції  $\Phi(z)$ . При цьому довірна ймовірність  $P_2$  є функцією  $n$  і  $\alpha_2$ , тобто

$P_2 = f(n, \alpha_2)$ . Значення  $P_2$  і  $m$  знаходять за таблицею. При цьому для задання числа  $m$  досить однієї координати – кількості спостережень  $n$ . Так, при  $10 \leq n \leq 20$  приймають  $m = 1$ , при  $21 \leq n \leq 50$  беруть  $m = 2$ . Для задання значення  $P_2$ , крім числа  $n$ , використовують ще й другу координату – рівень значущості  $\alpha_2$  (звичайно 1, 2 або 5 %).

При  $n < 10$  складений критерій для перевірки нормальності розподілу результатів спостережень не застосовують, оскільки цей об'єм вибірки недостатній, або, як ще кажуть, непоказовий.

Через неможливість строгого визначення статистичними методами, з використанням експериментальних даних, функцій їх розподілу все більше розповсюдження знаходить вибір апроксимуючих функцій. У теперішній час розроблено чимало методик апроксимації функцій розподілу похибок вимірювань, з яких найбільшу увагу привертають методики, що ґрунтуються на методі з використанням функцій Йордана. Проте тут вони, зважаючи на обмеженість об'єму, не розглядаються.

### **8.7 Виявлення грубих результатів вимірювань**

При використанні статистичних методів для оцінки результату і характеристик випадкових похибок вимірювань за вибіркою (серією, рядом) результатів спостережень обмеженого об'єму повинна виконуватися вимога однорідності цієї вибірки, тобто приналежність усіх її членів до однієї генеральної сукупності. Проте на практиці дана вимога часто порушується, оскільки до складу вибірки можуть входити результати спостережень, які мають грубі похибки і промахи, що може призвести до істотного викривлення результату вимірювань і його похибки.

При попередньому перегляді результатів спостережень експериментатор повинен діяти наступним чином. Якщо є результати спостережень (зазвичай один-два), які різко відрізняються від інших, то слід уважно проаналізувати, чи не допущена помилка при знятті показів ЗВТ або їх записі. Коли експериментатор переконався, що дані результати є промахами, то вони вилучаються з подальшого розгляду. В протилежному випадку, тобто якщо не вдається підтвердити, що підозрілі результати належать до промахів, необхідно перевірити, чи не викликані сумнівні результати спостережень грубими похибками. Така сама перевірка необхідна і в тому випадку, коли експериментальні дані одержані автоматично, а також за умови, що їх обробка виконується через деякий час після закінчення експерименту [58].

Для виявлення грубих результатів (похибок) вимірювань використовують статистичні критерії.

При умові, що вимоги до точності результатів прямих вимірювань невисокі, можна користуватися найпростішим критерієм, яким є “правило  $3\sigma$ ”. Його сутність полягає в тому, що для вибірки  $X_q, q=1, n$ , обчислюється оцінка СКВ  $\hat{\sigma}_x$  і всі результати спостережень, які задовільняють умову  $|X_q - \bar{X}| > 3\hat{\sigma}_x$ , визнаються такими, що мають грубі похибки. Дане правило в ряді випадків є надмірно «жорстким». Так, якщо для нормального розподілу поява результату спостереження  $|X_q| > |\bar{X}| + 3\hat{\sigma}_x$  свідчить про наявність у ньому грубої похибки, то для рівномірного розподілу аналогічний висновок відповідає умові  $|X_q| > |\bar{X}| + 1,8\hat{\sigma}_x$ . Це означає, що критерій виявлення грубих похибок повинен враховувати не тільки степінь розсіювання результатів вимірювань, який характеризується значенням СКВ  $\hat{\sigma}_x$ , але й вид розподілу випадкових похибок.

Для виявлення грубих похибок результатів вимірювань, які підпорядковуються нормальному розподілу, широке розповсюдження знаходить критерій, що ґрунтується на порівнянні теоретичного (або граничного) і експериментального (або фактичного) значень параметра  $t$ , який характеризує найбільше відхилення результатів спостережень  $X_q$  від середнього арифметичного  $\bar{X}$ .

Методика застосування цього критерію така[20]:

1. Складають впорядкований (варіаційний) ряд результатів спостережень, розмістивши вихідні елементи ряду в порядку зростання (зменшення) і виконавши їх перенумерування, наприклад,  $X_1 \leq X_2 \leq \dots \leq X_n$ .

2. Для початкового ряду результатів спостережень обчислюють значення середнього арифметичного  $\bar{X}$  і незміщеної оцінки СКВ  $\hat{\sigma}_x$  згідно з формулами (1.80) і (1.86).

3. Для крайніх членів впорядкованого ряду, які найбільш віддалені від центра розподілу (визначається як середнє арифметичне  $\bar{X}$  цього ряду) і тому з найбільшою ймовірністю можуть мати грубі похибки, обчислюють відношення

$$t = \max |X_j - \bar{X}| / \hat{\sigma}_x,$$

де  $j=1$  та  $j=n$ .

4. За таблицею значень  $t_\Delta$ , входом якої є заданий рівень значущості  $\alpha$  і число елементів вибірки  $n$ , знаходять теоретичне значення  $t_T$  і порівнюють його з обчисленим значенням  $t$ . Якщо виявиться, що  $t > t_T$ , то відповідний результат спостереження  $X_j, j=1$  або  $j=n$ , повинен бути вилучений з подальшої обробки як грубий.

Потім пп. 2 - 4 повторюють для  $(n-1)$  елементів вибірки до тих пір, доки умова  $t > t_T$  не перейде в умову

$t \leq t_T$ . Проте при невеликій кількості спостережень, принаймні при  $n < 10$ , указана методика може призвести до невірної оцінки грубої похибки і, як наслідок, до помилкового вилучення результату спостереження  $X_j$ , який насправді не є грубим.

### **8.8 Методи виявлення і вилучення систематичних похибок з результатів вимірювань**

Систематичні похибки, незалежно від характеру їх змінювання в часі при постановці і проведенні вимірювального експерименту, повинні бути виявлені і вилучені з результатів вимірювань або хоча б зменшені, для чого важливо знати джерела і причини їх виникнення. За цією ознакою розрізняють такі систематичні похибки: похибку через неадекватність об'єкта і фізичної моделі вимірювання; похибки методу вимірювання і ЗВТ; похибки, обумовлені дією впливних величин, і суб'єктивну похибку оператора. Систематичні похибки можуть бути викликані одночасно декількома причинами, які треба враховувати при організації вимірювального експерименту і виробленні заходів щодо їх вилучення.

Методи виявлення систематичних похибок вимірювань. Виявлення систематичної похибки та її визначення являє собою складну і не завжди розв'язувану задачу в процесі вимірювань. Якщо знання дисперсії або СКВ дає досить повне уявлення про випадкові похибки і дозволяє при відомому законі розподілу визначити їх інтервальні оцінки, то знання математичного сподівання ще не дає впевності в тому, що воно достатньо точно відповідає істинному значенню вимірюваної величини. Отже, систематична похибка, яка визначається рівністю

$$\Delta_c = \hat{M}[X] - X_i = \bar{X} - X_i,$$

залишається невідомою після знаходження оцінки математичного сподівання  $\hat{M}[X]$  або середнього арифметичного результатів вимірювань  $\bar{X}$ , тому залишається невідомим їх істинне значення  $X_i$ .

Похибку  $\Delta_c$  можна знайти, використовуючи для вимірювання величини  $X$  ЗВТ більш високої точності, показ якого приймають за істинне значення  $X_i$ .

Систематична складова інструментальної похибки вимірювань може вказуватися в свідоцтвах про атестацію ЗВТ або в протоколах повірки.

Але можливе виявлення систематичної похибки в процесі вимірювань, причому це залежить від характеру похибки: постійна чи змінна. Пояснимо ознаки присутності кожної з похибок у не виправлених результатах вимірювань.

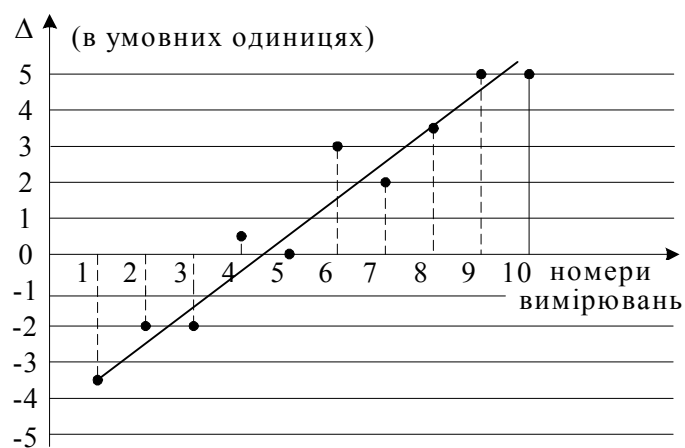
Якщо не виправлені результати вимірювань (або їх повні похибки) різко змінюються при змінюванні умов експерименту, то такі результати (повні похибки) вміщують постійну систематичну похибку, яка залежить від умов вимірювань. Проілюструємо цю ознаку або правило якісним графіком змінювання повної похибки вимірювань деякої величини від вимірювання до вимірювання (рис.1.40,а), де число вимірювань прийнято  $n=10$ . Із графіка видно, що результати перших п'яти вимірювань (з першого по п'яте) групуються біля одного середнього арифметичного значення і мають постійну систематичну похибку  $\Delta_{c1}$ , а результати наступних п'яти вимірювань (з шостого по десяте) – біля іншого середнього арифметичного значення, для якого характерна постійна систематична похибка  $\Delta_{c2}$ . Висновок можна зробити такий: в результатах вимірювань є систематична похибка, та невідомо, для якої із двох груп вимірювань середнє арифметичне результатів вимірювань ближче до істинного значення. Але зрозуміло, що необхідно

добре проаналізувати умови вимірювань і спробувати з'ясувати причину отакого різкого змінювання результатів вимірювань.

На рис.1.40,б ілюструється наявність лінійної прогресуючої систематичної похибки з явною тенденцією до додатних значень[58].



a)



б)

Рисунок 1.40 – До пояснення виявлення систематичних похибок вимірювань: а – постійної; б – лінійної прогресуючої

Аналогічно можуть бути виявлені змінні систематичні похибки, що змінюються за більш складними законами в часі (або від вимірювання до вимірювання). Для цього також застосовують статистичні методи, зокрема Стьюдента і Фішера, а також кореляційний аналіз.

### **8.9 Методи сумування похибок вимірювань**

Постановка задачі сумування похибок вимірювань і ЗВТ при їх аналізі:

- 1) кількісна оцінка окремих складових систематичної і випадкової похибок;
- 2) сумування кількісних характеристик складових похибки одного виду (систематичних або випадкових);
- 3) сумування кількісних характеристик систематичної і випадкової складових з метою одержання сумарної похибки [24].

Вирішення цих задач у сукупності дозволяє отримати кількісні оцінки характеристик похибки, тобто оцінити похибку. Перш за все зауважимо, що термін «сумування» використовують при оцінюванні похибок в узагальненому значенні, а не як найменування конкретної математичної операції. Більше того, в останній час замість терміну «сумування» все частіше застосовують термін – накопичення.

Сумарна похибка вимірювань, як і ЗВТ, у загальному випадку створюється рядом складових (систематичних і випадкових), оцінку кожної з яких знаходять розрахунковим або експериментальним шляхом. Метод сумування складових похибки визначається природою і взаємозв'язком їх джерел.



Суть задачі визначення розрахунковим шляхом сумарної похибки вимірювань або ЗВТ полягає в об'єднанні її окремих складових за встановленим, загальноприйнятим правилом, що є одним із заходів забезпечення єдності вимірювань. Для визначення похибки окремого вимірювального пристрою необхідно просумувати всі його складові похибки, викликані різними чинниками. При створенні вимірювальних приладів, установок і систем має місце задача оцінки похибки вимірювальних каналів, яка зводиться до сумування похибок ряду вимірювальних пристроїв, що створюють даний вимірювальний канал. Для визначення похибок будь-яких видів вимірювань необхідно підсумовувати різні складові методичних, інструментальних і суб'єктивних похибок, а також похибку обчислювання при опосередкованих, сукупних і сумісних вимірюваннях.

Таким чином, задача аналітичного визначення похибок – одна з основних задач як при створенні ЗВТ, так і при оцінюванні похибок результатів вимірювань. Причому необхідні якомога простіші методи сумування похибок.

Складність сумування похибок полягає в тому, що всі складові похибки треба розглядати як випадкові величини з найрізноманітнішими значеннями в кожній конкретній реалізації. Найбільш повно вони можуть бути описані своїми законами розподілу, а їх спільна дія – композицією цих законів. Проте вирішення задачі сумування похибок у такій постановці пов'язане з великими труднощами. По-перше, одержання композиції законів розподілу похибок уже для 3–4 складових вимагає значного об'єму обчислень, які часто можуть бути виконані тільки на ЕОМ. По-друге, при виконанні технічних і більшості контрольно-повірочних вимірювань експериментатор, як правило, не має інформації про закони розподілу складових сумарної похибки. Ці труднощі викликають необхідність застосування для

оцінювання похибок спрощених правил сумування їх складових, які дозволяють з достатнім ступенем вірогідності оцінити сумарну похибку в умовах неповної початкової інформації.

Найпоширенішими методами оцінювання випадкових похибок є методи математичної статистики. Основні труднощі складають оцінювання і сумування систематичних похибок. Звичайно їх характеризують границями, які оцінюють приблизними методами, в тому числі близькими до статистичних.

Для оцінювання похибок використовуються три методи (правила, види, форми) сумування складових похибок: арифметичне, алгебраїчне і геометричне (квадратичне, статистичне) сумування.

#### **8.10 Визначення сумарної систематичної похибки вимірювань**

При точних вимірюваннях систематичні похибки виключаються або відповідною постановкою експерименту, або введенням поправок. Як правило, це легше зробити для змінних похибок, які так чи інакше проявляються у вимірювальних сигналах (показах) ЗВТ. Трудніше виключення постійних систематичних похибок. Для цього потрібен аналіз даних про об'єкт, засоби і умови вимірювань, як апіорних, так і одержаних під час експерименту. Це є однією з основних задач при проведенні вимірювань. Методи їх вирішення не достатньо формалізовані і потребують високої метрологічної культури.

Сталі систематичні похибки можна поділити на строго і умовно постійні, причому способи оцінювання і сумування для них різні. Для строго сталих складових придатний лише детермінований підхід і відповідно алгебраїчне та арифметичне сумування. Для умовно сталих складових

систематичної похибки придатні, залежно від умов, різні квазістатистичні способи сумування, як і для невиключених систематичних похибок.

Для визначення систематичної складової повної похибки, інакше кажучи, при сумуванні сталих систематичних складових похибки, коли відомі їх значення і знаки, використовують алгебраїчне сумування. Це правило є наслідком однієї з основних властивостей математичного сподівання випадкових величин, згідно з яким математичне сподівання суми випадкових величин (похибок) дорівнює сумі математичних сподівань цих випадкових величин (похибок). Враховуючи, що математичне сподівання повної похибки являє собою її систематичну складову, маємо алгебраїчну суму

$$\Delta_{c\Sigma} = \sum_{j=1}^m \Delta_{c_j},$$

де  $\Delta_{c\Sigma}$  – сумарна систематична похибка

$\Delta_{c_j}$  – складові систематичної похибки,  $j = \overline{1, m}$ ;  $m$  – їх кількість.

Для визначення невилучених систематичних похибок (НСП) застосовується арифметичне і статистичне сумування.

Попередньо відзначимо, що характеристиками НСП є:

- граничні значення  $\pm \theta$  (точкова оцінка);

- довірчі границі  $\theta(P)$ , які залежать від імовірності  $P$  (інтервальна оцінка);

- оцінка СКВ  $\hat{\sigma}_\theta$  (точкова характеристика).

Через ці характеристики визначають сумарну НСП результату вимірювань.

Якщо для строго сталих НСП задані їх допустимі значення (або границі змінювання)  $\theta_j$ , а їх знаки невідомі, то визначається допустиме значення сумарної систематичної

похибки як арифметична сума (за модулем) допустимих значень складових

$$\theta_a = \sum_{j=1}^m |\theta_j|,$$

тобто границя сумарної НСП  $\theta_a$  визначається як сума граничних значень  $\theta_j$  складових. Величину  $\theta_a$  називають арифметичними границями систематичної похибки.

На практиці нерідко буває відома додаткова інформація про поведінку НСП, зокрема, відомо, що вони змінюються нерегулярно, залишаючись у границях  $\theta_j$ . Тоді при сумуванні такі похибки умовно розглядають як випадкові величини і звичайно вважають, що вони рівномірно розподілені в заданих границях. Це припущення ґрунтується на тому, що для випадкової величини, яка змінюється в заданих границях, рівномірному розподілу відповідає максимальна ентропія (невизначеність). Тому таке припущення є досить обережним і на практиці приводить до реалістичної оцінки похибок [29].

Зрозуміло, цей умовний прийом не є єдино можливим, проте він досить простий і широко застосовується на практиці. Можна використовувати і «нестатистичні» методи, які базуються, наприклад, на інтервальному аналізі або теорії нечітких множин, проте ці методи не є строго обґрунтованими і містять певні припущення.

При квазістатистичному методі границі  $\theta_\delta$  довірчого інтервалу сумарної невилученої систематичної похибки  $\Delta_{c\sigma}$  називають статистичними і знаходять за формулою

$$\theta_\delta = \pm k_\theta \sqrt{\sum_{j=1}^m \theta_j^2}, \quad (1.91)$$

де  $k_\theta$  – коефіцієнт, що залежить від числа  $m$  складових невилученої систематичної похибки і від співвідношення їх

границь, а також від довірчої імовірності  $P$ . Формула (1.91) є приблизною, вона одержана шляхом побудови композиції рівномірних розподілів складових  $\Delta_{cj}$  на відповідних інтервалах  $\pm \theta_j$ . Значення коефіцієнта  $k_\theta$  для трьох поширених значень  $P$  наведено в табл.1.10.

При значеннях довірчої імовірності  $P = 0,90$  та  $P = 0,95$  та  $m \geq 2$  залежність коефіцієнта  $k_\theta$  від числа складових  $m$  незначна, тому рекомендується брати середні значення коефіцієнта  $k_\theta$ :  $k_{0,90} = 0,95$ ;  $k_{0,95} = 1,12$ . При  $P = 0,99$  залежність коефіцієнта  $k_\theta$  від числа складових  $m$  та їх співвідношення істотні, тому при  $m \geq 4$  рекомендується брати значення  $k_{0,99} = 1,42$ , а при  $m \leq 4$  можна уточнювати значення  $k_{0,99}$  за графіком (наводиться в окремих працях) або за допомогою табл.1.11. Як приклад на рис.1.41 наведено графік залежності коефіцієнта  $k_\theta$  від величин  $\lambda$  і  $m$  при  $P = 0,99$ .

Таблиця 1.10 – Значення коефіцієнта  $k_\theta$  для трьох поширених значень  $P$

Довірча ймовірність, $P$	Значення коефіцієнта $k_\theta$ при числі складових $m$ , що дорівнює:						
	2	3	4	5	...	$\infty$	Середнє
0,90	0,97	0,96	0,95	0,95	...	0,95	0,95
0,95	1,10	1,12	1,12	1,12	...	1,13	1,13
0,99	1,27	1,37	1,41	1,42	...	1,49	1,4

Таблиця 1.11 – Залежність коефіцієнта  $k_\theta$  від числа складових  $m$

Число склад	Значення коефіцієнта $k_\theta$ при співвідношенні границь $\lambda$ , що дорівнює:
-------------	---

ОВИХ, m	0	1/2	1	2	3	4	5	6	7
2	0,9 8	1,15	1,2 7	1,22	1,15	1,1 2	1,08	1,0 7	1,0 5
3	1,2 7	1,32	1,3 7	1,32	1,24	1,1 8	1,15	1,1 2	1,0 8
4	1,3 8	1,40	1,4 1	1,36	1,28	1,2 3	1,18	1,1 5	1,1 1

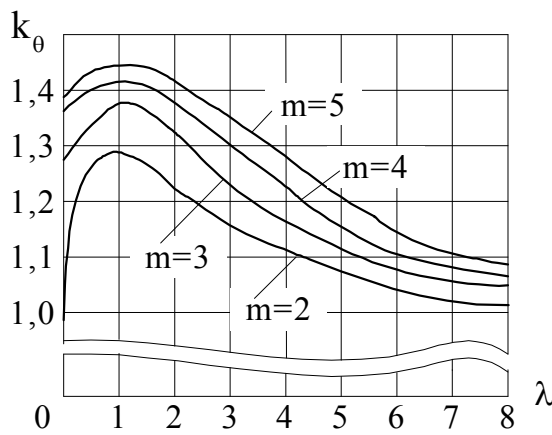


Рисунок 1.41 – Графік залежності коефіцієнта  $k_\theta$  від величин  $m$  і  $\lambda$  при  $P = 0,99$

Параметр  $\lambda$ , який характеризує співвідношення складових невилученої систематичної похибки, дорівнює найменшому із співвідношень границь  $\lambda_1 = \theta_2/\theta_1$  та  $\lambda_2 = \theta_m/\theta_{m-1}$ , при цьому  $\theta_1 \leq \theta_2 \leq \dots \leq \theta_{m-1} \leq \theta_m$ .

При малому числі складових ( $m \leq 4$ ) після знаходження статистичної границі  $\theta_d$  необхідно порівняти її з арифметичною границею  $\theta_a$  і прийняти як остаточну найменшу з двох границь. Слід зазначити, що для малого

числа складових арифметичні границі  $\theta_a$  звичайно незначно перевищують статистичні  $\theta_d$  — не більше як на 30%, що в багатьох випадках цілком припустимо.

Але звичайно оцінку  $\theta_a$  використовують при  $m \leq 3$ , а оцінку  $\theta_d$  при  $m \geq 4$ .

Якщо невилучені систематичні складові похибки задані своїми довірчими границями  $\theta_{oj}$ , обчисленими за формулою (1.91), то довірчу границю сумарної систематичної похибки знаходять із виразу

$$\theta_o = \theta(P) = \pm k_\theta \sqrt{\sum_{j=1}^m \theta_{oj}^2 / k_{Pj}^2},$$

де  $\theta_{oj} = \theta_{oj}(P_j)$  — довірчі границі  $j$ -ї невилученої систематичної складової похибки, що відповідають довірчій ймовірності  $P_j$ ;

$k_{Pj}$  — квантильний коефіцієнт переходу, що відповідає довірчій ймовірності  $P_j$ .

Оцінку СКВ  $\hat{\sigma}_\theta$ , ураховуючи припущення про прямокутний закон розподілу НСП, визначають за формулою  $\hat{\sigma}_\theta = \theta / \sqrt{3}$ .

### 8.11 Визначення сумарної випадкової похибки вимірювань

В основу сумування випадкових складових похибок вимірювань покладена властивість дисперсії для суми залежних випадкових величин, яка стосовно похибок записується так:

$$D_\Sigma = \sum_{j=1}^n D_j + 2 \sum_{j<l}^n R_{jl}, \quad (1.92)$$

де  $D_\Sigma$  – дисперсія суми  $n$  випадкових похибок;  
 $D_j$  – дисперсія  $j$ -ї складової випадкової похибки,  
 $j = \overline{1, n}$ ;

$R_{jl}$  – взаємна кореляційна функція, або взаємний кореляційний момент  $j$ -ї та  $l$ -ї складових випадкової похибки, причому запис  $j < l$  означає, що сумування розповсюджується на всі можливі попарні сполучення складових, для яких  $j < l$ . Взаємна кореляційна функція  $R_{jl}$  визначається рівнянням [49]

$$R_{jl} = r_{jl} \sigma_j \sigma_l, \quad (1.93)$$

де  $\sigma_j, \sigma_l$  – відповідно СКВ (або їх оцінки  $\hat{\sigma}_j, \hat{\sigma}_l$ )  $j$ -ї та  $l$ -ї складових випадкової похибки:

$$\sigma_j = +\sqrt{D_j}; \quad \sigma_l = +\sqrt{D_l};$$

$r_{jl}$  – нормована взаємна кореляційна функція, або коефіцієнт кореляції:

$$r_{jl} = R_{jl} / \sqrt{D_j D_l}.$$

Переходячи у формулі (7.18) до СКВ випадкових похибок з урахуванням (1.93), одержимо вираз для обчислення СКВ сумарної випадкової похибки за її складовими

$$\sigma_\Sigma = \sqrt{\sum_{j=1}^n \sigma_j^2 + 2 \sum_{j<l}^n r_{jl} \sigma_j \sigma_l}. \quad (1.94)$$

Звернемо увагу на те, що ця формула сумування випадкових похибок є універсальною, оскільки СКВ (і дисперсія) не залежить від закону розподілу похибок.

Відзначимо, що строго врахувати всі кореляційні зв'язки, а отже, і точно визначити коефіцієнт кореляції між похибками досить складно і не завжди можливо. Так,



коефіцієнт кореляції між величинами  $X_j$  і  $X_1$  визначається виразом

$$r_{j1} = \frac{\sum_{q=1}^n (X_{jq} - \bar{X}_j)(X_{1q} - \bar{X}_1)}{(n-1)\hat{\sigma}_{X_j}\hat{\sigma}_{X_1}} = \frac{\sum_{q=1}^n X_{jq} X_{1q} - \frac{\sum_{q=1}^n X_{jq} \sum_{q=1}^n X_{1q}}{n}}{\sqrt{\sum_{q=1}^n (X_{jq} - \bar{X}_j)^2 \sum_{q=1}^n (X_{1q} - \bar{X}_1)^2}}$$

де  $X_{jq}, X_{1q}$  – результати  $q$ -го спостереження величин  $X_j, X_1$  відповідно,  $q=1, n$ ;

$$\sum_{q=1}^n (X_{jq} - \bar{X}_j)(X_{1q} - \bar{X}_1) = \sum_{q=1}^n X_{jq} X_{1q} - \frac{\sum_{q=1}^n X_{jq} \sum_{q=1}^n X_{1q}}{n};$$

$$\hat{\sigma}_{X_j} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{q=1}^n (X_{jq} - \bar{X}_j)^2};$$

$$\hat{\sigma}_{X_1} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{q=1}^n (X_{1q} - \bar{X}_1)^2}.$$

Коефіцієнт кореляції відіграє важливе значення не тільки при обробці результатів вимірювань, але й при конструктивній або схемно-технічній компенсації систематичних похибок вимірювань і ЗВТ, показує, наскільки добре результати вимірювань  $X_i, X_j$  апроксимуються графічно прямою лінією. Якщо в площині координат нанести спільно розподіл пар  $X_i, X_j$ , то можливі чотири види графіків (рис.1.84). Вони відображають різний фізичний зміст взаємного змінювання величин  $X_i, X_j$ .

Якщо кореляція позитивна, тобто  $r_{ij} > 0$  (рис.1.84,а), то величини (аргументи)  $X_i$ ,  $X_j$  змінюються в одному напрямку: збільшення однієї з них веде до збільшення іншої. Ця тенденція показана точками і прямою лінією, що є їх середніми значеннями. Чим ближче значення коефіцієнта кореляції  $r_{ij}$  до +1, тобто  $r_{ij} \approx 1$ , тим щільніше (ближче) будуть розміщуватися точки вздовж прямої лінії (рис.1.84,б), яка визначає взаємодію величин  $X_i$ ,  $X_j$ . Для негативної кореляції величин  $X_i$ ,  $X_j$ , тобто при  $r_{ij} < 0$  (рис.1.84,в), збільшення однієї величини супроводжується зменшенням іншої величини. При  $r_{ij} \approx -1$  точки будуть тісніше групуватися біля прямої – аналогічно рис.1.84,б. Якщо  $r_{ij} \approx 0$  (рис.1.84,г), то величини  $X_i$ ,  $X_j$  є некорельованими, або незалежними одна від одної.

Компенсація систематичних похибок ґрунтується на використанні граничної негативної кореляції ( $r_{ij} \approx -1$ ). Наприклад, для компенсації температурної похибки добиваються, щоб температура впливала на два джерела температурних похибок в протилежні сторони. Аналогічно і для інших впливних величин.

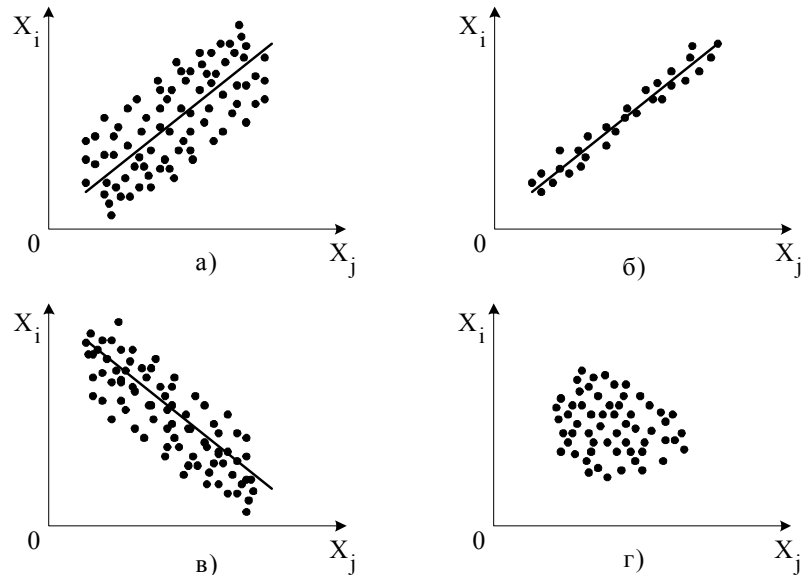


Рисунок 1.42 – Графічне пояснення кореляційних зв'язків величин  $X_i, X_j$

а –  $r_{ij} > 0$ ;    б –  $r_{ij} \approx 1$ ;    в –  $r_{ij} < 0$ ;    г –  $r_{ij} \approx 0$

Повернемося до формули (1.94) обчислення СКВ сумарної випадкової похибки. Її застосування потребує ускладнення експерименту і обчислень. Тому вона не знаходить широкого практичного застосування, а для її спрощення користуються нижчевказаними рекомендаціями щодо задання коефіцієнта кореляції  $r_{j1}$ .

За ступенем корельованості випадкові похибки слід розділити лише на два види: сильно корельовані і слабо корельовані. Умовною границею між сильною і слабкою кореляціями випадкових похибок вважають умову  $|r_{j1}| = 0,7$ .

Враховуючи це, до сильно корельованих належать похибки, для яких  $r_{j1} = \pm(0,7 \dots 1,0)$ , і для них приймають  $r_{j1} = \pm 1,0$ . Прикладами сильно або жорстко корельованих похибок є похибки, викликані однаковою причиною (загальним джерелом живлення, майже однаковим впливом змінювання температури і т.п.), і в інших випадках, коли тісні кореляційні зв'язки між похибками явно проглядаються. До слабо корельованих належать похибки, для яких  $r_{j1} = \pm(0 \dots 0,7)$ , і для них приймають  $r_{j1} = 0$ . Такі похибки звичайно викликаються різними причинами, причому такими, що не мають між собою явного зв'язку. Вони також називаються незалежними. Проміжні значення коефіцієнта кореляції, тобто крім  $r_{j1} = \pm 1,0$  або  $r_{j1} = 0$ , при оцінюванні випадкової похибки, як правило, не використовуються.

У практиці вимірювань здебільшого мають справу з незалежними випадковими похибками, для яких  $r_{j1} = 0$ , і формула (1.94) набуває широко розповсюдженого вигляду

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{\sum_{j=1}^n \sigma_j^2}. \quad (1.95)$$

Якщо СКВ похибки  $\sigma_{\Sigma}$  визначити у відносних одиницях, то

$$\delta\sigma_{\Sigma} = \frac{\sigma_{\Sigma}}{X} = \sqrt{\sum_{j=1}^n (\delta\sigma_j)^2}, \quad (1.96)$$

де  $\delta\sigma_j = \sigma_j / X$  – відносне СКВ  $j$ -ї складової похибки.

Іноколи для спрощення розрахунків переходять від сумування дисперсій (або СКВ) випадкових похибок до сумування максимальних (допустимих) значень абсолютних похибок  $\overset{\circ}{\Delta}_{j \max}$ . Тоді аналогічно формулам (1.91) і (1.95) маємо

$$\begin{aligned} \overset{o}{\Delta}_{\Sigma \max} &= \sum_{j=1}^n \left| \overset{o}{\Delta}_{j \max} \right|; \\ \overset{o}{\Delta}_{\Sigma} &= \sqrt{\sum_{j=1}^n \overset{o}{\Delta}_{j \max}^2}. \end{aligned} \quad (1.97)$$

Формула для СКЗ сумарної випадкової похибки  $\overset{o}{\Delta}_{\Sigma}$  дає завищену оцінку в порівнянні з (1.95), але ця оцінка більш вірогідна, ніж «оцінка зверху»  $\overset{o}{\Delta}_{\Sigma \max}$  [58].

Таким чином, арифметичне сумування використовується для грубої оцінки сумарної похибки, названої «оцінкою зверху» (або за максимумом), і при випадковому характері похибок. Воно зводиться до сумування максимальних значень окремих складових похибок. При такому підході передбачається, що всі складові випадкової похибки мають одночасно і максимальне значення, і однаковий знак. Очевидно, ймовірність такого збігу дуже мала, тому арифметичне сумування дає завищену оцінку сумарної випадкової похибки, і похибка цієї оцінки буде тим істотніша, чим більше число складових підсумовується. Тому арифметичне сумування випадкових похибок можливе при грубій оцінці сумарної похибки, коли вона містить 2–3 складових.

Переходячи в формулі (1.97) до відносних похибок, дістаємо

$$\begin{aligned} \delta_{\Sigma \max} &= \sum_{j=1}^n \left| \delta_{j \max} \right|; \\ \delta_{\Sigma} &= \sqrt{\sum_{j=1}^n \delta_{j \max}^2}, \end{aligned}$$

де  $\delta_{j \max} = \overset{o}{\Delta}_{j \max} / X$ .

При умові  $r_{j1} = \pm 1$ , формула (1.94) набуває вигляду

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{\sum_{j=1}^n \sigma_j^2 \pm 2 \sum_{j<1}^n \sigma_j \sigma_1} = \left| \sum_{j=1}^n (\pm \sigma_j) \right|, \quad (1.98)$$

де знак «+» означає, що для складових з позитивною кореляцією ( $r_{j1} = 1$ ) СКВ  $\sigma_j$  треба брати зі знаком «+», а для складових з негативною кореляцією  $r_{j1} = -1$  брати зі знаком «-». Знак модуля належить до  $r_{j1} = -1$ .

Зокрема, при сумуванні двох складових випадкової похибки, СКВ яких  $\sigma_1$  і  $\sigma_2$  ( $n=2$ ), з (1.98) маємо

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{\sigma_1^2 \pm 2\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} = \sqrt{(\sigma_1 \pm \sigma_2)^2} = |\sigma_1 \pm \sigma_2|,$$

тобто наявність жорсткої кореляції ( $r_{j1} = \pm 1$ ) між випадковими складовими похибки приводить до переходу від геометричного їх сумування до алгебраїчного.

Таким чином, при виборі того або іншого методу (правила) сумування складових похибки визначальною ознакою є не розподіл їх на систематичні і випадкові, а рівень кореляційних зв'язків.

Якщо для складових випадкової похибки задано границі довірчих інтервалів і довірчі ймовірності  $P_j$ , то СКВ кожної із складових знаходять за формулою

$$\sigma_j = \overset{\circ}{\Delta}_{\sigma j} / k_{P_j}.$$

Якщо всі складові випадкової похибки підлягають однаковому закону розподілу і мають однакову довірчу ймовірність  $P$ , тоді  $k_{P_j} = k_P$  і  $\sigma_j = \overset{\circ}{\Delta}_{\sigma j} / k_P$ .

При нормальному законі розподілу всіх складових або при кількості складових  $n \geq 5$  сумарна випадкова похибка має нормальний закон розподілу. Отже, її границі довірчого

інтервалу з довірчою ймовірністю Р можна визначити так:

$$\overset{\circ}{\Delta}_{\Sigma\theta} = \pm z\sigma_{\Sigma}.$$

### 8.12 Визначення повної похибки прямих багаторазових вимірювань

Після того, як одержані оцінки систематичної і випадкової похибок, важливим є їх сумування, тобто обчислення допустимого значення сумарної похибки. З цим пов'язана також задача оцінки нехтування однієї з її складових: систематичної або випадкової. Припустимо, що обидві ці складові – похибки одного порядку і повинні бути враховані у сумарній похибці. При прямих багаторазових вимірюваннях критерій порівняння систематичної і випадкової складових повної похибки ґрунтується на відношенні границі  $\theta_{\circ}$  невилученої систематичної похибки до СКВ випадкової похибки  $\hat{\sigma}_{\bar{X}}$  результату багаторазових вимірювань (або середнього арифметичного  $\bar{X}$ ):

$$\rho = \theta_{\circ} / \hat{\sigma}_{\bar{X}}.$$

Обидві складові  $\theta_{\circ}$  і  $\hat{\sigma}_{\bar{X}}$  сумарної похибки вимірювань необхідно враховувати при умові  $0,8 \leq \rho \leq 8$ .

Для знаходження повної похибки необхідно побудувати композицію розподілу випадкових і невилучених систематичних похибок вимірювань. Проте побудова композиції складна, тому використовують емпіричну формулу розрахунку довірчої повної похибки результату вимірювань

$$\Delta_{\theta\bar{X}} = \pm k_{\Sigma\bar{X}}^{(1)} \hat{\sigma}_{\Sigma\bar{X}} = \pm \frac{\theta_{\circ} + \overset{\circ}{\Delta}_{\theta\bar{X}}}{\hat{\sigma}_{\bar{X}} + \frac{\theta_{\circ}}{\sqrt{3}}} \sqrt{\hat{\sigma}_{\bar{X}}^2 + \frac{\theta_{\circ}^2}{3}},$$

(1.99)

$$\text{де } k_{\Sigma\bar{X}}^{(1)} = \frac{\theta_o + \overset{o}{\Delta}_{\partial\bar{X}}}{\hat{\sigma}_{\bar{X}} + \frac{\theta_o}{\sqrt{3}}} - \text{ коефіцієнт, який залежить від}$$

співвідношення невилученої систематичної і випадкової похибок результату вимірювань  $\bar{X}$ , а також довірчої імовірності P;

$$\hat{\sigma}_{\Sigma\bar{X}} = \sqrt{\hat{\sigma}_{\bar{X}}^2 + \frac{\theta_o^2}{3}} - \text{ оцінка сумарного СКВ}$$

композиції випадкових і невилучених систематичних похибок результату вимірювань  $\bar{X}$ ;

$\theta_o^2/3$  (або  $\theta_o/\sqrt{3}$ ) – дисперсія (або СКВ) невилученої систематичної похибки результату вимірювань  $\bar{X}$ , для якої прийнято рівномірний закон розподілу.

Для спрощення розрахунків формулу (1.99) зображають у вигляді [17]:

$$\Delta_{\partial\bar{X}} = \pm k_{\Sigma\bar{X}} \left( \theta_o + \overset{o}{\Delta}_{\partial\bar{X}} \right),$$

$$\text{де } k_{\Sigma\bar{X}} = \frac{\sqrt{\hat{\sigma}_{\bar{X}}^2 + \frac{\theta_o^2}{3}}}{\hat{\sigma}_{\bar{X}} + \frac{\theta_o}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{1 + \frac{\theta_o^2}{3\hat{\sigma}_{\bar{X}}^2}}}{1 + \frac{\theta_o}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{1 + \frac{\rho^2}{3}}}{1 + \frac{\rho}{\sqrt{3}}} -$$

коефіцієнт, який залежить від довірчої імовірності P і співвідношення  $\rho$  невилученої систематичної і випадкової складових повної похибки результату вимірювань  $\bar{X}$ .

Для уточнення значень коефіцієнта  $k_{\Sigma\bar{X}}$  були побудовані композиції нормального розподілу випадкових похибок і рівномірного розподілу невилучених систематичних



похибок, а також композиції двох нормальних розподілів похибок при різних відношеннях  $\rho = \theta_o / \hat{\sigma}_{\bar{X}}$  (за умови, що число складових невилученої систематичної похибки значне) [58]. Усереднені значення коефіцієнта  $k_{\Sigma\bar{X}}$  за результатами побудованих розподілів похибок для довірчої імовірності  $P = 0,95$  і  $P = 0,99$  наведено в табл.1.12.

Таблиця 1.12 – Значення коефіцієнта  $k_{\Sigma\bar{X}}$  за результатами побудованих розподілів похибок для довірчої імовірності  $P = 0,95$  і  $P = 0,99$

P	Значення коефіцієнта $k_{\Sigma\bar{X}} = k_p$ для відношення $\rho$ , що дорівнює:								
	0,8	1	2	3	4	5	6	7	8
0,95	0,76	0,74	0,71	0,73	0,76	0,78	0,79	0,80	0,81
0,99	0,84	0,82	0,80	0,81	0,82	0,83	0,83	0,84	0,85

У більшості практичних випадків досить використати значення  $k_{0,95} = 0,8$  при  $P = 0,95$  і  $k_{0,99} = 0,85$  при  $P = 0,99$ .

Зауважимо, що наведені правила сумування систематичної і випадкової похибок орієнтовані на квазістатистичні методи оцінки систематичних похибок. У той же час за умови, що систематичні похибки можуть бути прийняті постійними ( $\sigma_\theta = \theta_o / \sqrt{3} = 0$ ), з формули (1.99) одержимо

$$\Delta_{\Delta\bar{X}} = \pm \left( \theta_o + \overset{o}{\Delta_{\Delta\bar{X}}} \right),$$

тобто границі невилученої систематичної  $\theta_0$  і випадкової  $\Delta_{\bar{X}}$  складових повної похибки результату вимірювань  $\bar{X}$  сумуються арифметично.

При підсумовуванні похибок допускається не враховувати малі похибки, які виявляють за відповідними критеріями.

### **8.13 Критерії нехтуваності малих складових похибки вимірювань**

При оцінці й аналізі похибок вимірювань і ЗВТ актуальним є прийняття рішення про те, якими складовими похибки можна знехтувати, що практично неможливо при технічних вимірюваннях, оскільки ускладнюються розрахунки при відсутності помітного ефекту. Загального рішення ця задача поки що не знайшла. Для одержання практичних рекомендацій приймають певні моделі похибок і рівні точності оцінки границь похибок (принцип рівнозначності, однаковості похибок). Звичайно, невизначеність оцінки границь похибок («похибка похибки») не повинна перевищувати 10...15 %. У теперішній час використовуються декілька критеріїв нехтовності складових похибок.

При підсумовуванні систематичних і випадкових складових похибки для оцінки нехтувано малих значень окремих з цих складових використовують найпростіший критерій, а саме: якщо одна похибка приблизно на порядок (у десять разів) менша від іншої, то при визначенні їх суми першою похибкою можна знехтувати в порівнянні з другою. У класичній метрології і вимірвальній техніці (та в інших галузях, де мають справу з оцінкою похибок) цей критерій використовується безпосередньо при арифметичному і алгебраїчному підсумовуванні похибок, а для геометричного сумування випадкових похибок на його основі формулюється

інше правило. Проілюструємо його на прикладі сумування СКВ  $\sigma_1$  і  $\sigma_2$  двох незалежних випадкових похибок

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}. \quad (1.100)$$

Згідно з цим критерієм вважають: якщо, наприклад, дисперсія  $\sigma_1^2$  приблизно в 10 разів більша, ніж дисперсія  $\sigma_2^2$ , тобто  $\sigma_2^2 = 0,1\sigma_1^2$  ( $\sigma_2 = 0,35\sigma_1$ ), то можна знехтувати  $\sigma_2$  і вважати  $\tilde{\sigma}_{\Sigma} = \sigma_1$ . Разом з тим, з врахуванням співвідношення  $\sigma_2^2 = 0,1\sigma_1^2$ , одержимо:  $\sigma_{\Sigma} = 1,05\sigma_1$ . Порівнюючи СКВ  $\tilde{\sigma}_{\Sigma}$  і  $\sigma_{\Sigma}$ , бачимо, що при нехтуванні другою складовою похибки (з СКВ  $\sigma_2$ ) СКВ  $\tilde{\sigma}_{\Sigma}$  сумарної похибки зменшиться лише на 5%. Навряд чи з такою малою похибкою можуть визначатися похибки (як сумарні, так і їх складові) більшості вимірювань, особливо технічних. Тому слід визнати, що розглянутий критерій (або правило) – занадто жорсткий. При його дотриманні треба буде враховувати і такі складові похибки, вплив яких на сумарну похибку є невідчутним на фоні похибок визначення самих похибок вимірювань або ЗВТ. Тому при практичних розрахунках приймають більш “м’яке” правило і допускають, щоб сумарне значення неврахованих складових похибки не перевищувало (25...30%) сумарного значення похибки [49].

Розглянемо критерій, який регламентує правило встановлення нехтуваності малого значення невилученої систематичної похибки прямих багаторазових вимірювань у порівнянні з випадковою похибкою і навпаки. У нормативних документах рекомендується критерій порівняння систематичної і випадкової похибок, що ґрунтується на співвідношенні границі невилученої систематичної похибки  $\theta_0$  і оцінки СКВ випадкової похибки  $\hat{\sigma}_{\bar{X}}$  результату вимірювань  $\bar{X}$ :  $\rho = \theta_0 / \hat{\sigma}_{\bar{X}}$ . При формулюванні даного

критерію за характеристику невилученої систематичної похибки, яка порівнюється з дисперсією випадкової похибки, прийнята дисперсія невилученої систематичної похибки. Для визначення цієї дисперсії за заданим значенням  $\theta_0$  допускають, що невилучена систематична похибка розподілена за рівномірним законом і її дисперсія  $\theta_0^2/3$ .

Тоді при одноразовому вимірюванні СКВ повної похибки результату вимірювань

$$\hat{\sigma}_{\Sigma X} = \sqrt{\hat{\sigma}_X^2 + \frac{\theta_0^2}{3}},$$

а її допустиме значення визначається виразом

$$\Delta_{\Delta X} = \pm k_{\Sigma X} \sqrt{\hat{\sigma}_X^2 + \frac{\theta_0^2}{3}}, \quad (1.101)$$

де  $\hat{\sigma}_X^2$ ,  $\theta_0^2/3$  – оцінки дисперсії випадкової та невилученої систематичної похибок при одноразових вимірюваннях.

Якщо складова випадкової похибки значно перевищує невилучену систематичну похибку, то для її зменшення до рівня невилученої систематичної похибки доцільно виконати багаторазові вимірювання. Допустиме значення повної похибки результату багаторазових вимірювань визначається з формули (1.99) з урахуванням виразу (1.43) або (1.44):

$$\Delta_{\sigma \bar{X}} = \pm k_{\Sigma \bar{X}} \sqrt{\frac{\hat{\sigma}_X^2}{n} + \frac{\theta_0^2}{3}}. \quad (1.102)$$

Для оцінки змінювання похибки багаторазових вимірювань у порівнянні з похибкою одноразових вимірювань того самого розміру фізичної величини у функції числа вимірювань  $n$  використовується відношення (1.65) до (1.66):

$$G(n) = \frac{\Delta_{\bar{\sigma}}}{\Delta_{\sigma}} = \frac{k_{\Sigma\bar{X}} \sqrt{\frac{\hat{\sigma}_X^2}{n} + \frac{\theta_\sigma^2}{3}}}{k_{\Sigma X} \sqrt{\hat{\sigma}_X^2 + \frac{\theta_\sigma^2}{3}}} = \frac{\sqrt{\frac{\rho^2}{3} + \frac{1}{n}}}{\sqrt{\frac{\rho^2}{3} + 1}},$$

(1.103)

звідки

$$\Delta_{\bar{\sigma}} = G(n)\Delta_{\sigma}. \quad (1.104)$$

У цих виразах прийнято  $k_{\Sigma\bar{X}} = k_{\Sigma X}$ , не дивлячись на те, що коефіцієнти  $k_{\Sigma\bar{X}}$  і  $k_{\Sigma X}$  дещо відрізняються внаслідок різниці композиції розподілів випадкової і невилученої систематичної складових повних похибок, обчислених за формулами (1.99) і (1.102), але цією відмінністю в рамках даної задачі можна знехтувати. Графік залежності  $G(n)$  наведено на рис.1.43.

Аналіз графіка (рис.1.43) і залежностей (1.103), (1.104) при різних значеннях  $n$  показує, що похибка результату багаторазових вимірювань  $\Delta_{\bar{\sigma}}$  при збільшенні числа спостережень  $n$  спочатку різко зменшується, а потім, при певному  $n$ , стабілізується. При цьому можна виділити характерні інтервали  $\rho$ , в яких поведінка функції  $G(n)$  і похибки  $\Delta_{\bar{\sigma}}$  підлягають певним закономірностям. Границями таких інтервалів є значення  $\rho$ : верхнє  $\rho > 8,0$  і нижнє  $\rho < 0,8$ . За умови  $\rho > 8,0$  функція  $G(n)$  практично не залежить від  $n$ , що відповідає перевазі невилученої систематичної похибки і, отже, в цьому випадку проведення багаторазових вимірювань не доцільне. При умові  $\rho < 0,8$  похибка вимірювань при збільшенні числа спостережень  $n$  до п'яти різко зменшується, що свідчить про перевагу випадкової похибки вимірювань, а отже, і про необхідність проведення багаторазових вимірювань[58].

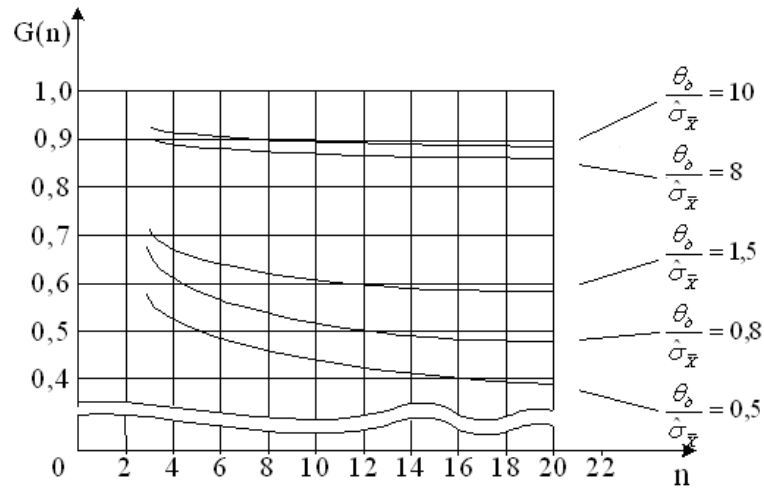


Рисунок 1.43 – Графік залежності  $G(n)$  для різних співвідношень  $\theta_0 / \hat{\sigma}_{\bar{x}}$

Очевидно, за умови

$$0,8 \leq \frac{\theta_0}{\hat{\sigma}_{\bar{x}}} \leq 8,0$$

забезпечується порівняння невилученої систематичної і випадкової складових похибки вимірювань, тобто необхідно враховувати обидві складові при обчисленнях сумарної похибки.

На основі наведених положень здійснюється вибір числа спостережень  $n$  при багаторазових вимірюваннях і визначення довірчих границь сумарної похибки вимірювань за відомими границями довірчого інтервалу випадкової і невилученої систематичної похибок вимірювань. Так, за умови  $\theta_0 / \hat{\sigma}_{\bar{x}} > 8,0$ , коли можна знехтувати випадковою похибкою вимірювань, для інтервальної оцінки похибки

вимірювань використовується довірчий інтервал  $\theta_d$  невилученої систематичної похибки. За умови  $\theta_o/\hat{\sigma}_{\bar{X}} < 0,8$ , коли невилучена систематична складова нехтовно мала в порівнянні з випадковою складовою, інтервальну оцінку похибки вимірювань можна характеризувати довірчими границями  $\overset{o}{\Delta}_{\bar{X}}$  її випадкової складової. Якщо обидві складові мають числові значення одного порядку, тобто  $0,8 \leq \theta_o/\hat{\sigma}_{\bar{X}} \leq 8,0$ , то границі довірчого інтервалу повної похибки багаторазових вимірювань  $\Delta_{\bar{X}}$  знаходять або побудовою композиції функцій розподілів обох складових, або за формулою (1.102).

За кутом нахилу кривих на рис.1.43 до горизонталі знаходять приблизний вибір числа вимірювань  $n$ . Так, при  $\theta_o/\hat{\sigma}_{\bar{X}} = 1,5$  достатньо взяти  $n = 10$ . Це дає зменшення повної похибки на 20%. Подальше збільшення числа вимірювань  $n$  недоцільне, тому що дає незначне зменшення похибки результату вимірювань  $\bar{X}$ .

Виявляється доцільним прийняти деякий загальний підхід до формування критеріїв нехтовності складових похибки, що придатний для вирішення будь-яких задач, пов'язаних з об'єднанням складових у сумарну похибку.

Розглянемо один з таких критеріїв. Введемо позначення:  $\Delta_{\max}$  – максимальне з можливих (наприклад, одержаних за різних умов вимірювань) значення повної похибки, яка включає в себе всі відомі (які вдалось виявити або припустити) складові незалежно від їх співвідношення;  $\tilde{\Delta}_{\max}$  – максимальне значення сумарної похибки, що включає в себе тільки ті складові, що істотно на неї впливають, тобто без урахування складових, якими вирішено знехтувати. Повинна бути задана (прийнята) деяка частка  $\xi$  повної

похибки  $\Delta_{\max}$ , тобто  $\xi\Delta_{\max}$ , яка вважається неістотною (нехтовно малою) при визначенні похибки  $\tilde{\Delta}_{\max}$ . Тоді можна записати

$$\Delta_{\max} - \tilde{\Delta}_{\max} \leq \xi\Delta_{\max}, \quad (1.105)$$

або в іншій формі

$$\tilde{\Delta}_{\max} \geq (1 - \xi)\Delta_{\max}. \quad (1.106)$$

Аналогічні нерівності можуть бути записані і для відносних похибок.

Умови (1.105) і (1.106) інтерпретуються таким чином: якщо задана частка  $\xi$  похибки  $\Delta_{\max}$ , якою допускається знехтувати, то можна з похибки  $\Delta_{\max}$  вилучити всі ті складові, що не призводять до порушення нерівностей (1.105) або (1.106). Наприклад, якщо взяти  $\xi = 0,1$ , то можна не враховувати при сумуванні такі складові похибки  $\Delta_{\max}$ , після вилучення яких буде виконуватися нерівність:  $\tilde{\Delta}_{\max} \geq 0,9\Delta_{\max}$ , тобто найбільше значення залишеної сумарної похибки  $\tilde{\Delta}_{\max}$  перевищує 0,9 найбільшого значення повної похибки  $\Delta_{\max}$ , що враховує всі складові. Цей підхід можна застосовувати при аналізі похибок будь-яких технічних вимірювань і засобів ЗВТ.

Рекомендації щодо правил нехтовної малості при об'єднанні невилучених систематичних і випадкових незалежних складових похибки.

Найбільше можливе, або граничне, значення такої повної похибки визначається виразом

$$\Delta_{\max} = \sum_{j=1}^m |\Delta_{cj}| + k_{\sigma} \sqrt{\sum_{q=1}^n \hat{\sigma}_{\Delta q}^2}, \quad (1.107)$$



де  $|\Delta_{cj}|$  – модуль  $j$ -ї складової невилученої систематичної похибки;

$\hat{\sigma}_{\Delta q}^o = \hat{\sigma} \left[ \Delta_q^o \right]$  – оцінка СКВ  $q$ -ї складової випадкової похибки;

$k_\sigma$  - коефіцієнт. Для найбільш типових вимірювань рекомендується приймати  $k_\sigma = 2,0$ . Але, залежно від конкретних умов задачі, може вживатися інше значення цього коефіцієнта.

Розставивши складові невилученої систематичної і випадкової похибок у порядку збільшення модулів  $|\Delta_{cj}|$  і значень оцінки СКВ  $\hat{\sigma}_{\Delta q}^o$ , запишемо з врахуванням (1.107) вираз для граничного значення тієї частини повної похибки, якою можна знехтувати:

$$\xi \Delta_{\max} = \Delta_{\max} - \tilde{\Delta}_{\max} = \sum_{j=1}^l |\Delta_{cj}| + k_\sigma \sqrt{\sum_{q=1}^r \hat{\sigma}_{\Delta q}^o{}^2}, \quad (1.108)$$

де  $l < m$  і  $r < n$ ;  $l, r$  – номери найбільших з тих малих складових систематичної і випадкової похибок відповідно, якими можна знехтувати.

Граничне значення суми тих складових похибок, якими вирішено знехтувати (вірніше, тих складових, допустимість знехтування якими повинна бути перевірена), не обов'язково визначається формулою (1.108). За різних причин буде доцільним залишити, тобто врахувати у формулі (1.108) суму деяких малих складових (систематичних або випадкових), так що сумування у формулі (1.108) не обов'язково повинно йти за порядком номерів. Але порушення порядку номерів у (1.108), здається, треба розглядати як винятковий випадок,

наприклад, коли деякі систематичні складові можуть взаємно компенсуватися або коли переважають систематичні чи випадкові похибки і т.д [24].

Питання про вибір значення  $\xi$  є самостійним. Як мінімум, значення  $\xi$  повинно бути однаковим для вимірювань, що проводяться при розв'язанні будь-якої однієї вимірювальної задачі або за однакових умов. Бажано взагалі, якщо це можливо, вибрати одне певне значення  $\xi$ . Проте вирішувати цю задачу науково обґрунтовано для загального випадку проблематично. Більш реально розв'язати її методом експертних оцінок, тобто вибирати значення  $\xi$  узгоджено з зацікавленими сторонами. Деякими фахівцями рекомендується приймати приблизно  $\xi = 0,1 \dots 0,15$ . Це відповідає похибці визначення повної похибки десь біля 15...30 % залежно від різних умов. Навряд чи можна сподіватися, що похибки, особливо при технічних вимірюваннях, будуть визначатися з більш високою точністю.

На основі вказаного критерію розроблена методика вирішення задачі при встановленні комплексу нормованих метрологічних характеристик ЗВТ, яка рекомендується ГОСТ 8.009-84.

#### **8.14 Нормування характеристик похибок вимірювань**

Використання результатів вимірювань як початкових даних (початкової інформації) для прийняття відповідальних рішень можливе тільки в тому випадку, коли оцінки похибок вимірювань досить повно і вірогідно характеризують якість вимірювань, забезпечують можливість зіставлення результатів вимірювань, виконаних різними методами та ЗВТ і за різних умов. Те саме стосується й вимог до якості вимірювань, оскільки некоректна оцінка похибок вимірювань може

призвести до негативних технічних наслідків, до економічних втрат, до загрози життю людей. Для узгодженого, системного розв'язання цих задач необхідно встановлення єдиних правил нормування характеристик похибок вимірювань.

У теперішній час номенклатура характеристик похибок вимірювань, форми і засоби їх нормування регламентуються методичними вказівками МИ 1317-86, якими визначені три групи характеристик похибок вимірювань: норми характеристик похибок (норми похибок) вимірювань, приписані характеристики похибок вимірювань і статистичні оцінки характеристик (статистичні оцінки) похибок вимірювань.

Норми похибок вимірювань – це характеристики похибок, що задаються як потрібні або припустимі.

Приписані характеристики похибок вимірювань – це характеристики похибок, що приписуються сукупності вимірювань, які виконуються за певною (стандартизованою або атестованою) методикою вимірювань.

Статистичні оцінки похибок вимірювань – це характеристики похибок, що відображають близькість окремого, експериментально одержаного результату вимірювань до істинного значення вимірюваної величини.

Норми похибок вимірювань і приписані характеристики похибок вимірювань застосовуються в основному при технічних вимірюваннях і являють собою ймовірнісні характеристики (характеристики генеральної сукупності) випадкової похибки вимірювань. Статистичні оцінки похибок вимірювань найчастіше використовуються при вимірюваннях, які виконуються при наукових дослідженнях та високоточних метрологічних роботах і являють собою статистичні (вибіркові) характеристики похибки вимірювань.

Кожна з груп характеристик похибок може задаватися однією з трьох форм:

- середнім квадратичним відхиленням похибки вимірювань;

- характеристиками випадкової складової похибки вимірювань, до яких належать їх середнє квадратичне відхилення, нормалізована автокореляційна функція і характеристики цієї функції, наприклад, інтервал кореляції;

- характеристиками невилученої систематичної складової похибки вимірювань: середнім квадратичним відхиленням і границями, в яких невилучена систематична складова похибки знаходиться з даною ймовірністю.

Середні квадратичні відхилення випадкової і (або) невилученої систематичної складових похибки вимірювань при необхідності супроводжуються вказанням введеної апроксимації закону розподілу ймовірностей похибки або його якісним описом (наприклад, симетричний, одномодальний і т.д.).

Точкові оцінки похибок (середнє квадратичне відхилення) слід застосовувати в тих випадках, коли результати вимірювань не мають самостійного значення і використовуються спільно з іншими результатами вимірювань при розрахунку значень величин, функціонально з ними зв'язаних, наприклад, при розрахунку результатів непрямих вимірювань, при обчисленні критеріїв ефективності втрат, техніко-економічних показників.

Інтервальні характеристики похибки (границі, де похибка знаходиться із заданою ймовірністю) застосовуються в основному при вимірюваннях, результати яких є остаточними і безпосередньо використовуються для вирішення певної задачі. Як приклад можна навести визначення меж технологічного захисту, що спрацьовує, коли результат однократного вимірювання виходить за ці межі.

При поданні (записі) числових значень характеристик, що належать до норм похибок вимірювань і до приписаних характеристик похибок вимірювань, повинні вказуватися умови, за яких ці значення характеристик дійсні. Для статистичних оцінок похибок вимірювань дана вимога не обов'язкова, але припустима.

Виражаються всі характеристики похибок вимірювань або в одиницях вимірюваної похибки (абсолютні похибки), або у відсотках відносно результатів вимірювань (відносні похибки), а їх числові значення повинні мати одну або дві значущі цифри.

### **8.15 Форми подання результатів вимірювань**

Згідно з МИ 1317-86, спільно з результатом вимірювання, поданим іменованим чи неіменованим, треба вказувати характеристики його похибок (норми чи приписані) або їх статистичні оцінки й умови, при яких ці характеристики та оцінки дійсні. До складу таких умов можуть входити: діапазони значень і частотні спектри вимірюваних величин, діапазони значень усіх величин, що істотно впливають на похибки вимірювань, та інші фактори.

Конкретні форми подання результатів вимірювань визначаються тим, за якою методикою виконання вимірювань вони проводяться: атестованою чи неатестованою. В тому і в іншому випадках можливі дві форми подання результатів.

При використанні атестованої методики виконання вимірювань форми подання їх результатів такі:

а) вказуються результат вимірювання, значення характеристик похибки й умови вимірювань;

б) вказується результат вимірювання, при цьому замість запису характеристик похибки можна посилатися на методику або на інший документ, що засвідчує

характеристики похибок, які одержують при використанні даної методики, і умови її застосування [29].

Якщо вимірювання проводяться за неатестованою методикою, а характеристики похибки вимірювань оцінюються експериментатором у процесі самих вимірювань або безпосередньо перед тим, то використовуються такі форми подання результатів вимірювань:

а) спільно з результатом вимірювання вказуються статистичні оцінки характеристик похибки вимірювань;

б) допускається також результат вимірювання представляти довірчим інтервалом, а статистичні оцінки характеристик похибки вимірювань окремо не вказувати.

Якщо результат вимірювання одержано за такою методикою, при якій характеристики похибки вимірювання оцінювалися в процесі самого вимірювання або безпосередньо перед ним, то результат вимірювання супроводжують статистичними оцінками характеристик похибки вимірювання. У цьому разі допускається представляти результат вимірювання тільки довірчим інтервалом, що «накриває» із заданою довірчою ймовірністю істинне значення фізичної величини.

У всіх наведених випадках результат вимірювання округлюється до того самого десяткового розряду, яким закінчується округлене значення абсолютної похибки вимірювань.

## ЛЕКЦІЯ №9 ДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТА ПОХИБКИ ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ

### 9.1 Загальні відомості про динамічні властивості ЗВТ

Динамічні похибки зумовлені інерційними властивостями ЗВТ – невідповідністю їх справжніх динамічних властивостей ідеальним. Ці похибки виникають при вимірюванні змінних в часі величин чи параметрів змінних сигналів і проявляються в тому, що при подачі на вхід ЗВТ вхідного сигналу  $x(t)$  його вихідний  $y(t)$  змінюється в часі інакше, ніж мав би змінюватися при ідеальних динамічних властивостях  $y_n(t)$ . Тобто динамічна похибка на виході ЗВТ [62].

$$\Delta_o(t) = y(t) - y_n(t).$$

Розглядаючи статичні характеристики ЗВТ, зазначимо їх відповідність статичному режиму вимірювань, за якого припускається ідеалізована умова про безінерційність ЗВТ. Для такого режиму значення вихідної величини ЗВТ повинні бути пропорційними відповідним значенням вхідної величини в будь-який момент часу, тобто вихідна величина ЗВТ відображає його вхідну величину в процесі її зміни (або певному масштабі). Проте таке явище спостерігається не у всіх ЗВТ, особливо при збільшенні швидкості зміни вхідної (вимірюваної) величини (в електромеханічних вимірювальних приладах), їх інерційність призводить до запізнення переміщення вказівника щодо зміни вимірюваної величини.

Запізнення, або часова затримка показів вимірювального приладу в загальному вигляді проявляється в тому, що при миттєвій подачі на його вхід вимірюваної величини постійного значення  $x(t) \equiv X$  у момент часу  $t_0$  має

місце перехідний процес, внаслідок чого вихідна величина (відгук, реакція)  $y(t)$  ЗВТ є змінною і відлік результату вимірювання  $Y$  зі шкали приладу затримується практично до завершення перехідного процесу — до моменту часу  $t_y$  відліку або встановлення показу (рис.1.44).

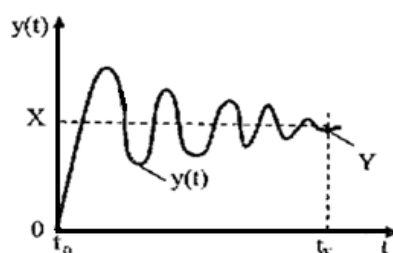


Рисунок 1.44 – Діаграма перехідного процесу у вимірювальному приладі

У даному прикладі перехідний процес в інтервалі часу  $t_0 - t_y$  має згасаючий коливний характер, тобто залежність вихідної величини  $y(t)$  ЗВТ від вхідної величини  $x(t)$  є нелінійною. Подібний перехідний процес властивий багатьом засобам вимірювальної техніки. Так, у механічних та електромеханічних ЗВТ коливання виникають під впливом сил пружності та демпфірування, в теплових ЗВТ — як наслідок теплоємності, в електричних й електронних ЗВТ коливання зумовлені наявністю паразитних ємнісних та індуктивних електричних кіл тощо.

Пряма пропорційність між значеннями вихідної  $y(t)$ , і вхідної  $x(t)$  величин ЗВТ особливо необхідна в тих випадках, коли за умовами вимірювального процесу необхідно визначати функцію зміни вимірюваної величини в часі. З іншого боку, при подачі на вхід ЗВТ вимірюваної величини  $x(t)$ , на яку накладена високочастотна завада  $\zeta(t)$  (рис.1.45) [62], такий ЗВТ, навпаки, виконують інерційним, завдяки



чому завада  $\zeta(t)$  згладжується (усереднюється) і сигнал вимірювальної інформації на виході ЗВТ буде згладженим, тобто без завади  $\zeta(t)$  – подібно вхідному (вимірному) сигналу  $x(t)$ .

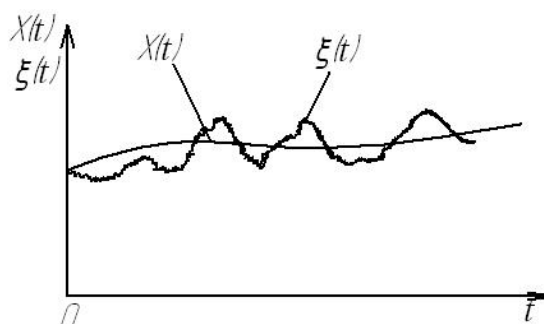


Рисунок 1.45 – Криві зміни вимірювальної величини  $x(t)$  і накладеної на неї завади  $\zeta(t)$

Як і будь-який процес, динамічні властивості ЗВТ найбільш повно можна описати відповідним диференціальним рівнянням, яке відображає функціональну залежність вихідної величини  $y(t)$  ЗВТ від вхідної величини  $x(t)$ . Якщо ЗВТ є безінерційним, то в кожен момент часу величини  $y(t)$  і  $x(t)$  є пропорційними, то в диференціальному рівнянні відсутні похідні за часом. Тоді це рівняння прямої лінії, яка відображає статичну характеристику ЗВТ:

$$y(t) = k \cdot x(t) \quad (1.109)$$

де  $k$  – статистичний коефіцієнт передачі (перетворення) ЗВТ.

В інерційних ЗВТ відбувається часова затримка зміни вихідної величини  $y(t)$  відповідно до зміни вхідної величини  $x(t)$  і в рівнянні (1.109) з'являються члени, що містять похідні вихідної величини  $y(t)$  за часом. Найвища степінь похідної визначається порядком часової затримки вхідного сигналу  $x(t)$

у вимірювальному каналі ЗВТ. Так, якщо ЗВТ має коло затримки другого порядку, то воно описується диференціальним рівнянням другого порядку

$$a_2 \cdot y''(t) + a_1 \cdot y'(t) + a_0 \cdot y(t) = k \cdot x(t) \quad (1.110)$$

де  $a_0$ ,  $a_1$  і  $a_2$  — постійні коефіцієнти з певними розмірностями.

Всі члени цього рівняння повинні мати однакову розмірність (dim). Якщо  $\dim a_0 = 1$ , то з похідної  $y'(t) = dy/dt \approx \Delta y / \Delta t$  випливає, що  $\dim y'(t) = \dim y(t) T^{-1}$ , де  $T$  — умовне позначення розмірності часу. Отже, коефіцієнт  $a_1$  має розмірність часу, тобто  $\dim a_1 = T$ . Аналогічно для коефіцієнта  $a_2$  отримуємо розмірність  $\dim a_2 = T^{-2}$ . Тому однією з можливих форм опису динамічних властивостей ЗВТ є задання постійних часових коефіцієнтів  $a_1$ ,  $a_2$  у диференціальному рівнянні (1.110).

Час затримки ЗВТ можна визначити теоретично, якщо відомі його параметри та всі впливні величини (фактори). Крім того, час затримки ЗВТ залежить не тільки від його схеми та конструкції, але й від фізичних зв'язків з об'єктом вимірювання та зовнішніми засобами. Більше того, час затримки відрізняється навіть для ЗВТ одного типу. Звичайно всі ці дані невідомі в повному обсязі та з необхідною точністю, тому час затримки ЗВТ визначають, як правило, експериментально.

Динамічні властивості ЗВТ описують динамічними характеристиками, які належать до метрологічних характеристик ЗВТ і підлягають нормуванню.

Комплекс динамічних характеристик (ДХ) ЗВТ, їх визначення та способи нормування встановлюються ГОСТ 8.009-84.

Динамічна характеристика ЗВТ — це метрологічна характеристика властивостей ЗВТ, які виявляються в тому, що на вихідний сигнал цього ЗВТ впливають значення вхідного сигналу та будь-які зміни цих значень у часі.

Динамічні характеристики ЗВТ поділяють на повні та часткові.

Повна ДХ ЗВТ — це динамічна характеристика, яка повністю описує прийнятну математичну модель динамічних властивостей ЗВТ.

До часткових ДХ ЗВТ належать будь-які функціонали або параметри повних ДХ ЗВТ.

Повні ДХ уводять тільки для аналогових ЗВТ, які можна розглядати як лінійні, а часткові ДХ уводять як для лінійних аналогових ЗВТ, так і для цифрових вимірювальних приладів (ЦВП), аналого-цифрових перетворювачів (АЦП) і цифро-аналогових перетворювачів (ЦАП).

Повну динамічну характеристику лінійного аналогового ЗВТ вибирають з теорії автоматичного регулювання [62]:

- з перехідної характеристики  $h(t)$ ;
- імпульсної перехідної або вагової характеристики  $g(t)$ ;
- передавальної функції  $G(p)$ ;
- амплітудно-фазової характеристики (АФХ), або частотної (комплексної) передавальної функції, або комплексного коефіцієнта передачі (підсилення)  $G(j\omega)$ ;
- амплітудно-частотної характеристики  $A(\omega)$  — для мінімально-фазових ЗВТ;
- сукупності амплітудно-частотної (АЧХ) і фазово-частотної (ФЧХ) характеристик.

Наведемо визначення цих ДХ ЗВТ [49].

Перехідна характеристика ЗВТ — часова характеристика ЗВТ, яку отримують при ступінчатому тест-сигналі, що подається на його вхід.

Часова характеристика ЗВТ — динамічна характеристика, яка є функцією часу й описує зміни вихідного сигналу ЗВТ у часі при подачі на його вхід типового тест-сигналу.

Імпульсна перехідна (вагова) характеристика ЗВТ — часова характеристика ЗВТ, яку отримують при подачі на його вхід тест-сигналу, близького за формою до дельта-функції (або функції Дірака).

Передавальна функція ЗВТ — це відношення перетворення Лапласа вихідного сигналу лінійного ЗВТ  $Y(p)$  до перетворення Лапласа вхідного синусоїдного сигналу  $X(p)$  при нульових початкових умовах, тобто

$$G(p) = \frac{Y(p)}{X(p)},$$

де  $p$  – оператор Лапласа або «операторна» частота.

Амплітудно-фазова характеристика, або частотна (комплексна) передавальна функція ЗВТ — це залежне від кругової частоти вхідного синусоїдного сигналу відношення перетворення Фур'є вихідного сигналу лінійного ЗВТ до перетворення Фур'є його вхідного сигналу при нульових початкових умовах.

Амплітудно-частотна характеристика ЗВТ — це залежність від кругової частоти вхідного синусоїдного сигналу відношення амплітуди вихідного сигналу лінійного ЗВТ до амплітуди його вхідного сигналу в усталеному режимі. Амплітудно-частотну похибку ЗВТ носить характер відносної похибки ЗВТ.

Фазово-частотна характеристика ЗВТ — це залежність від кругової частоти вхідного синусоїдного сигналу різниці фаз між вихідним сигналом і вхідним сигналом лінійного ЗВТ в усталеному режимі.

Повні ДХ лінійних аналогових ЗВТ однозначно пов'язані між собою такими співвідношеннями:

- перехідна характеристика  $h(t)$  з імпульсною перехідною характеристикою  $g(t)$ :

$$h(t) = \int_0^t g(t) d(t), \quad (1.111)$$

і навпаки,

$$g(t) = \frac{dh(t)}{dt}; \quad (1.112)$$

- передавальна функція  $G(p)$  з імпульсною перехідною характеристикою  $g(t)$ :

$$G(p) = \int_0^{\infty} g(t) e^{-pt} dt, \quad (1.113)$$

тобто перетворенням Лапласа;

- амплітудно-фазова характеристика або частотна (комплексна) передатна функція  $G(j\omega)$  з імпульсною перехідною характеристикою  $g(t)$ :

$$G(j\omega) = \int_0^{\infty} g(t) e^{-j\omega t} dt, \quad (1.114)$$

і навпаки,

$$g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(j\omega) e^{j\omega t} d\omega, \quad (1.115)$$

тобто прямим і зворотним перетвореннями Фур'є;

- амплітудно-фазова характеристика  $G(j\omega)$  з АЧХ і ФЧХ:

$$G(j\omega) = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)}, \quad (1.116)$$

де  $A(\omega) = \text{mod } G(j\omega) = |G(j\omega)| = Y_m / X_m$ ;

- АЧХ ЗВТ, яка являє собою залежність від кругової частоти  $\omega$  відношення амплітуди  $Y_m$  вихідної синусоїдної величини  $y(t)$  до амплітуди  $X_m$  вхідної синусоїдної величини  $x(t)$  ЗВТ;

- ФЧХ ЗВТ:

$$\varphi(\omega) = \arg G(j\omega). \quad (1.117)$$

Отже, АФХ, або частотна комплексна передавальна функція  $G(j\omega)$  ЗВТ, являє собою комплексне число, модуль якого дорівнює відношенню амплітуди  $Y_m$  вихідної величини  $y(t)$  до амплітуди  $X_m$  вхідної синусоїдної величини  $x(t)$ , а аргумент – зсуву фаз  $\varphi(\omega)$  вихідної величини  $y(t)$  відносно вхідної величини  $x(t)$ .

Розповсюдженим різновидом лінійних аналогових ЗВТ є ЗВТ з амплітудно фазовою характеристикою мінімально-фазового типу або мінімально-фазові ЗВТ.

До мінімально-фазових належать ЗВТ, для яких корені чисельника та знаменника передавальної функції  $G(p)$  розташовані в лівій півплощині, при цьому корені чисельника та знаменника частотної передатної функції  $G(j\omega)$  розташовані у верхній півплощині. У таких ЗВТ зсуви фаз за модулем між вихідною  $y(t)$  і вхідною  $x(t)$  величинами є меншими в порівнянні із ЗВТ, для яких вказана умова не виконується[62].

У більш загальному формулюванні для вхідної величини  $x(t)$  ЗВТ будь-якого виду АФХ можна відобразити відношенням зображень Фур'є (частотних зображень) вихідної  $y(t)$  та вхідної  $x(t)$  величин ЗВТ:

$$G(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}, \quad (1.118)$$

що впливає безпосередньо при переході від зображення Лапласа до зображення Фур'є підстановкою  $p=j\omega$ , тобто

$$G(j\omega) = G(p) \Big|_{p=j\omega} = \frac{Y(p)}{X(p)} \Big|_{p=j\omega}. \quad (1.119)$$

Зв'язок між вимірюваною величиною  $x(t)$  на вході ЗВТ і його вихідною величиною  $y(t)$  у загальному вигляді описують

диференціальним рівнянням з постійними коефіцієнтами  $a_i$ ,  $j = \overline{1, n}$ ,  $b_l$ ,  $l = \overline{1, m}$ :

$$\begin{aligned} b_m \frac{d^m y(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} y(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dy}{dt} + y(t) = \\ = a_n \frac{d^n x(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dx(t)}{dt} + a_0 x(t). \end{aligned} \quad (1.120)$$

Для будь-яких сигналів  $x(t)$  розв'язання цього рівняння може бути досить складним. Тому для визначення динамічних властивостей ЗВТ беруть найбільш прості тест-сигнали  $x(t)$ , зокрема синусоїдний сигнал. У цьому випадку передатна функція  $G(p)$  й АФХ  $G(j\omega)$  ЗВТ мають дробово-раціональне зображення з тими самими коефіцієнтами, що й диференціальне рівняння:

$$G(p) = \frac{a_0 + \sum_{i=1}^n a_i p^i}{1 + \sum_{l=1}^m b_l p^l}; \quad (1.121)$$

$$G(j\omega) = \frac{a_0 + \sum_{i=1}^n a_i (j\omega)^i}{1 + \sum_{l=1}^m b_l (j\omega)^l}. \quad (1.122)$$

Отже, передавальна функція  $G(p)$  ЗВТ може бути зображена амплітудно-фазовою характеристикою  $G(j\omega)$ , яка, в свою чергу, дозволяє перейти до більш наочних частотних характеристик ЗВТ – АЧХ  $A(\omega)$  і ФЧХ  $\varphi(\omega)$  згідно з виразами (1.116), (1.117), (1.118).

АФХ  $G(j\omega)$  ЗВТ відображається на комплексній площині та являє собою геометричне місце кінців векторів (годограф), що відповідає такому запису:

$$G(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega) \quad (1.123)$$

при змінюванні кругової частоти  $\omega$  вихідного синусоїдного сигналу  $x(t)$  від 0 до  $\infty$  (рис.1.46).

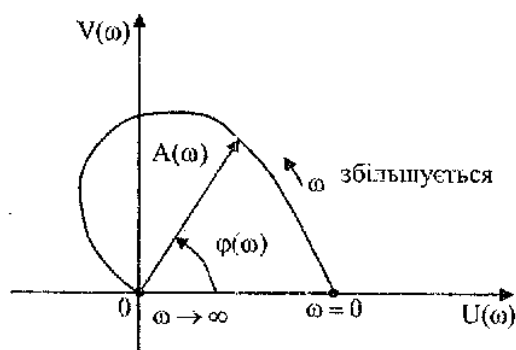


Рисунок 1.46 – Якісний приклад АФХ ЗВТ

По осі абсцис відкладається дійсна частина  $U(\omega)=\text{Re}G(j\omega)$ , а по осі ординат – уявна частина  $V(\omega)=\text{Im}G(j\omega)$ . Для кожного значення кругової частоти  $\omega$  на комплексній площині наноситься точка, а всі нанесені точки з'єднуються плавною кривою (це й є годограф АФХ).

Іноді на практиці більш наочним є зображення замість однієї АФХ двох окремих частотних характеристик — дійсної  $U(\omega)$  і уявної  $V(\omega)$  (рис.1.47).

З графіків (рис.1.47 а, б) випливає, що АЧХ  $A(\omega)$  ЗВТ показує, як цей засіб пропускає сигнали різної частоти. Оцінка пропускання здійснюється за відношенням амплітуд вихідної та вхідної синусоїдних величин ЗВТ, тобто  $A(\omega)=Y_m/X_m$  [62].

ФЧХ  $\varphi(\omega)$  ЗВТ відображає фазові зсуви, які вносить цей засіб на різних частотах.

Для компактного зображення АЧХ і ФЧХ зручніше користуватися логарифмічним масштабом, коли АЧХ і ФЧХ



відображають у десяткових логарифмах. Так, для побудови АЧХ знаходять величину

$$L(\omega) = 20 \lg |G(j\omega)| = 20 \lg A(\omega). \quad (1.124)$$

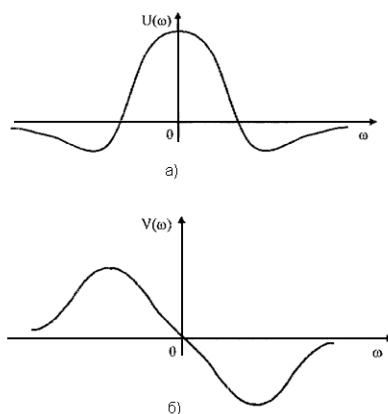


Рисунок 1.47 – Якісний приклад дійсної (а) та уявної (б) частотних характеристик

Розмірністю цієї величини є безрозмірна одиниця «децибел» - часткова від одиниці «бел». Один бел (1Б) - логарифмічна одиниця, що відповідає десятиразовому збільшенню потужності, а отже, 2 Б — збільшенню потужності в 100 раз, 3 Б — в 1000 раз і т. д.

Один децибел (1 дБ) дорівнює одній десятій частині бела. Якби АЧХ  $A(\omega)$  була відношенням потужності, то перед логарифмом у правій частині рівності (1.120) необхідно було б поставити множник 10.

Часткові динамічні характеристики засобів вимірювальної техніки (частковими ДХ), що найбільш розповсюджені є:

- час реакції  $t_p$  (або  $t_r$ );

- відносний коефіцієнт затухання або коефіцієнт демпфірування  $d$ ;

- значення АЧХ на резонансній частоті  $\omega_0 - A(\omega_0)$ ;

- значення резонансної власної кругової частоти  $\omega_0$ .

Вибір часткових ДХ ЦВП, АЦП і ЦАП для нормування залежить від співвідношення їх часу реакції та інтервалу часу між двома вимірюваннями, що відповідає максимально можливій для даного типу ЗВТ частоті  $f_{max}$  або швидкодії вимірювань. При цьому можливі два варіанти [17].

Для першого варіанта, коли час реакції ЗВТ не перевищує вказаного вище інтервалу часу між двома вимірюваннями, до часткових ДХ, що можуть бути вибрані для нормування, належать:

- час реакції  $t_p$  (або  $t_r$ );

- похибка датування  $t_d$  (або  $t_d$ ) відліку;

- максимальна частота  $f_{max}$  або швидкодія вимірювань.

Для другого варіанта, коли час реакції ЗВТ перевищує вказаний вище інтервал часу між двома вимірюваннями, до часткових ДХ ЗВТ, що можуть бути вибрані для нормування, належать:

- повні ДХ еквівалентної аналогової частини аналогоцифрових ЗВТ;

- похибка датування  $t_d$  (або  $t_d$ ) відліку;

- максимальна частота  $f_{max}$  або швидкодія вимірювань.

У нормативно-технічній документації (НТД) на ЦВП конкретних видів або типів поряд з установленням часу реакції або похибки датування відліку можна встановлювати їх окремі складові, наприклад, час затримки запуску, час очікування, час перетворення, час затримки видачі результату і т. п.

Наведемо визначення тільки тих часткових ДХ ЗВТ що потребують пояснення.

Час реакції для різних видів ЗВТ має такі визначення:

- час реакції показувального вимірювального приладу  
— це час установлення його показів;

- час реакції аналогового вимірювального перетворювача — це час установлення його вихідного сигналу;

- час реакції ЦАП або багатозначної міри – це інтервал часу від моменту подачі на нього керуючого сигналу або сигналу запуску до моменту часу, починаючи з якого вихідний сигнал ЦАП або міри відрізняється від усталеного значення не більш ніж на заданий допуск;

- час реакції АЦП або ЦВП – це інтервал часу від моменту стрибкоподібного зміни вимірюваної величини в бік зростання й одночасної подачі сигналу запуску до моменту, починаючи з якого показ ЦВП або вихідний код АЦП відрізняються відповідно від усталеного показу або усталеного вихідного коду не більш ніж на заданий допуск.

Відносний коефіцієнт затухання або коефіцієнт демпфірування ЗВТ — це коефіцієнт затухання в диференціальному рівнянні другого порядку, що описує відповідний лінійний аналоговий ЗВТ.

Похибка датування відліку АЦП або ЦВП — це інтервал часу від моменту початку циклу перетворення (запуску) АЦП або ЦВП до моменту, за якого в даному циклі перетворення значення змінної вимірюваної величини дорівнює значенню вихідного цифрового сигналу, вираженому в одиницях вимірюваної величини.

## **9.2 Методи дослідження динамічних характеристик ЗВТ**

Узагальнена схема дослідження динамічних характеристик ЗВТ наведена на рис.1.48.

За цією схемою на вхід ЗВТ діють відомим тестовим (випробувальним) сигналом (тест-сигналом)  $x(t)$ , який

формується генератором тестових сигналів і має певний закон зміни у функції часу. В якості тестових використовують детерміновані або випадкові сигнали, останні – з відомою функцією (законом) розподілу. Серед детермінованих тест-сигналів найбільше поширення отримують синусоїдний сигнал та деякі види аперіодичних сигналів, зокрема одиничний стрибок, дельта-функція та пилоподібний. Під впливом тест-сигналу  $x(t)$  на виході ЗВТ утворюється сигнал-відгук  $y(t)$ , або реакція певної форми залежно від форми тест-сигналу та параметрів ЗВТ. Тестовий вхідний  $x(t)$  та вихідний  $y(t)$  сигнали досліджуваного ЗВТ подаються в блок аналізу, за допомогою якого визначають динамічні характеристики ЗВТ, повні та часткові [62].



Рисунок 1.48 – Узагальнена схема для визначення динамічних характеристик ЗВТ

Розглянемо сигнали-відгуки або вихідні сигнали ЗВТ, які можна вважати ініційними динамічними ланками, для найбільш поширених тест-сигналів і відповідні їм динамічні характеристики ЗВТ.

Тестові сигнали синусоїдної форми використовують для визначення частотних характеристик ЗВТ. Відгуком (реакцією) ЗВТ на такий сигнал  $x(t)$  з постійною амплітудою  $X_m$  є також синусоїдний сигнал  $y(t)$ , частота якого залишається тією самою, але в загальному випадку ці сигнали можуть відрізнитися за амплітудою та фазою, тобто між сигналами є фазовий зсув  $\varphi$  (рис.1.49) [62].

Різним круговим частотам  $\omega=2\pi f$  ( $f=1/T$  – циклічна частота,  $T$  — період синусоїдного тестового сигналу  $x(t)$ ) за умови  $X_m=const$  відповідають різні зсуви фаз  $\varphi$  і різні співвідношення амплітуд  $Y_m, X_m$  вихідного і вхідного сигналів ЗВТ, що дозволяє використовувати ці залежності для визначення частотних характеристик ЗВТ:

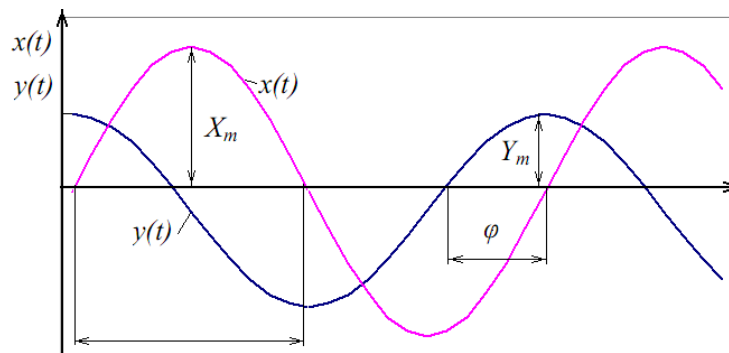


Рисунок 1.49 – Тестовий вхідний  $x(t)$  і вихідний (відгук, реакція)  $y(t)$  синусоїдні сигнали ЗВТ

- амплітудно-частотної як залежності амплітуди  $Y_m$  (чи СКЗ  $Y$ ) вихідного сигналу  $y(t)$  ЗВТ або, найчастіше, відношення амплітуд  $Y_m / X_m$  (чи СКЗ  $Y/X$ ) вихідного та вхідного сигналів ЗВТ від частоти  $\omega$  (або циклічної частоти  $f$  вхідного сигналу);

- фазово-частотної як залежності фазового зсуву  $\varphi$  між вихідним  $y(t)$  і вхідним  $x(t)$  сигналами ЗВТ від частоти  $\omega$  (або  $f$ ).

Для дослідження та оцінки часткових часових динамічних характеристик ЗВТ використовують стрибкоподібні тест-сигнали  $x(t)$ , причому під часовими ДХ ЗВТ розуміються не тільки установлені ГОСТ 8.009-84, але й інші, що широко використовуються в практиці вимірювань.

Якщо рівень стрибка дорівнює  $X_0$ , то відгук ЗВТ на такий сигнал визначається за формулою [17]

$$h(p) = y(t) / X_0. \quad (1.125)$$

Для однакового опису тест-стрибків і відповідних їм відгуків ЗВТ, незалежно від виду фізичної величини, вибирають  $X_0 = I(t)$  і такий стрибок називають одиничним (рис.1.50), а відгук (реакцію) на нього  $h(t)$  – перехідною характеристикою (функцією) ЗВТ.

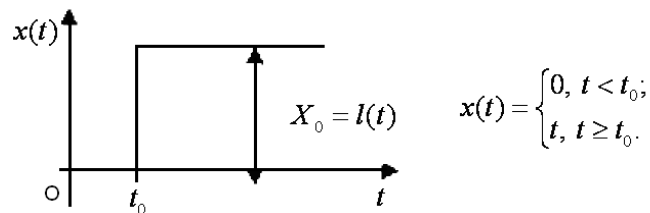


Рисунок 1.50 – Одиничний стрибок

Відзначимо, що одиничний стрибок як миттєве (або стрибкоподібне) зміни рівня тест-сигналу  $x(t)$  є ідеалізацією, оскільки реально час стрибкоподібної зміни сигналу не є нульовим, тобто нескінченно малим.

Найбільш часто зустрічаються аперіодична та коливна перехідні характеристики ЗВТ, що наведені на рис.1.51.

Аперіодична перехідна характеристика (рис.1.51,а) справедлива для ЗВТ із затримкою першого порядку, а коливна перехідна характеристика (рис.1.51,б) – для ЗВТ із затримкою другого порядку, тобто із затухаючим коливним перехідним процесом і запізненням.

Аперіодична крива на рис.1.51,а[62] являє собою розв'язок диференціального рівняння

$$\tau \cdot y' + y = X_0, \quad (1.126)$$

яке описує передавальну ланку із затримкою першого порядку, де  $\tau$  – постійна часу ЗВТ. Розв'язання цього диференційного рівняння

$$h(t) = 1 - \exp(-t / \tau) \quad (1.127)$$

називають перехідною характеристикою ЗВТ.

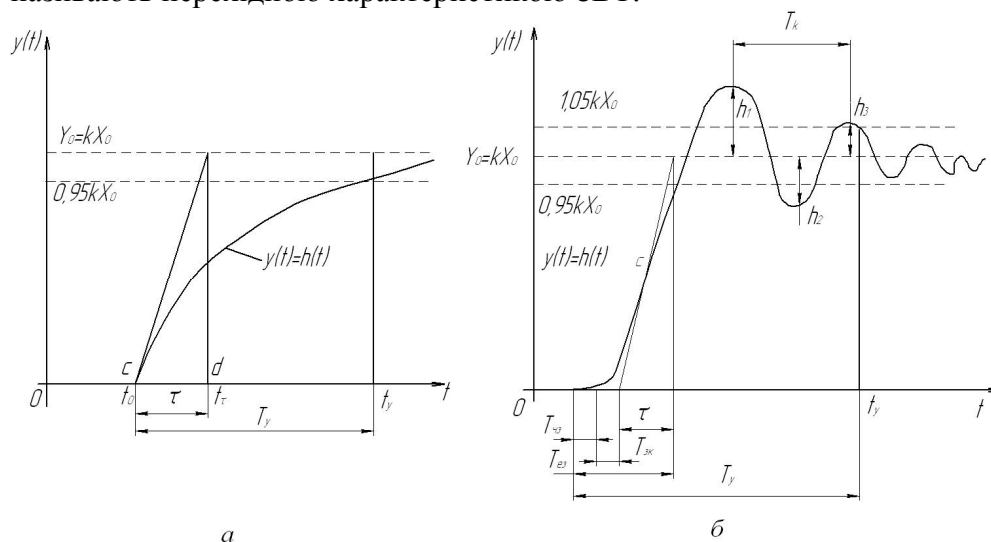


Рисунок 1.51 – Перехідні характеристики ЗВТ: а – аперіодична; б – коливна

Коливна крива на рис.1.51,б є результатом розв'язку диференціального рівняння (1.110), що описує передавальну ланку із затримкою другого порядку.

Так, наприклад, одна з конкретних форм запису рівняння (1.110) має вигляд

$$\tau^2 y'' + 2d\tau y' + y = kX_0. \quad (1.128)$$

де  $d$  – відносний коефіцієнт згасання або коефіцієнт демпфірування ЗВТ;

$k$  – статичний коефіцієнт передачі або коефіцієнт підсилення ЗВТ.

Перехідні характеристики ЗВТ з коливним перехідним процесом при різних значеннях коефіцієнта затухання  $d$  якісно зображені на рис.1.52.

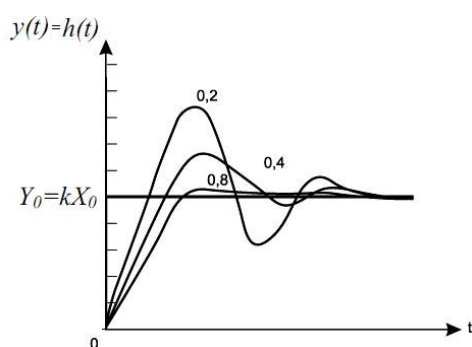


Рисунок 1.52 – Перехідні характеристики ЗВТ для різних значень коефіцієнта затухання  $d$

Теоретично вихідна величина (відгук)  $y(t)$ , або перехідна характеристика  $h(t)$  ЗВТ досягає свого дійсного (усталеного) значення  $Y_0=kX_0$  за нескінченно великий інтервал часу, але в якості часової характеристики цього процесу використовують час заспокоєння  $T_y$  (або час реакції  $t_r$ ), за який величина  $y(t)$  досягає певного значення (рівня). Так, для ЗВТ з аперіодичною перехідною характеристикою (рис.1.51,а) за час установаження  $T_y$  приймають інтервал від моменту часу  $t_0$  початку дії одиничного стрибка до моменту часу  $t_y$ , за якого вихідна величина  $y(t)$ , або перехідна характеристика  $h(t)$  ЗВТ перестає виходити за межі  $(1 \pm 0,05)Y_0 = (1 \pm 0,05)kX_0$  (рис.1.51,а).

Важливою часовою характеристикою ЗВТ з аперіодичною перехідною характеристикою (1.122) є постійна



часу  $\tau$ , яка визначається як інтервал часу між абсцисою  $c$  точки  $t_0$  перетину дотичної до перехідної характеристики  $h(t)$  з віссю  $t$  та абсцисою  $d$  точки  $t_\tau$  перетину тієї самої дотичної з лінією  $Y_o = kX_o$  (рис.1.51,а).

На рис.1.51,б показані також час чистого запізнення  $T_{чз}$ , час затримки коливачів  $T_{зк}$ , еквівалентний час запізнення  $T_{ез}$ , постійна часу  $\tau$  і період коливачів  $T_k$ . Час затримки коливачів  $T_{зк}$  визначається точкою перетину дотичної у точці  $c$  кривої вихідного сигналу  $y(t)$  з віссю  $t$ . Але оскільки ланки затримки високих порядків не мають чітко виражених меж між цими часовими параметрами, то їх звичайно об'єднують в еквівалентний час запізнення  $T_{ез} = T_{чз} + T_{зк}$ . Для окремих ЗВТ замість часу встановлення коливачів  $T_y$  вводять час наростання відгуку  $T_\theta$  [62], який відраховується між рівнями  $0,1kX_o$  і  $0,95kX_o$  (рис.1.53).

Аналогічно попередньому час установа (заспокоєння)  $T_y$  ЗВТ з коливною перехідною характеристикою є інтервал часу від моменту  $t_0$  початку дії одиничного стрибка до моменту часу  $t_y$ , коли вихідна величина  $y(t)$  або перехідна характеристика  $h(t)$  ЗВТ перестає виходити за поле допуску, що розташовується між рівнями  $0,95Y_o = 0,95kX_o$  та  $1,05Y_o = 1,05kX_o$ , тобто поле допуску становить  $\pm 0,05Y_o = \pm 0,05kX_o$  і розташоване симетрично відносно рівня усталеного значення  $Y_o = kX_o$ .

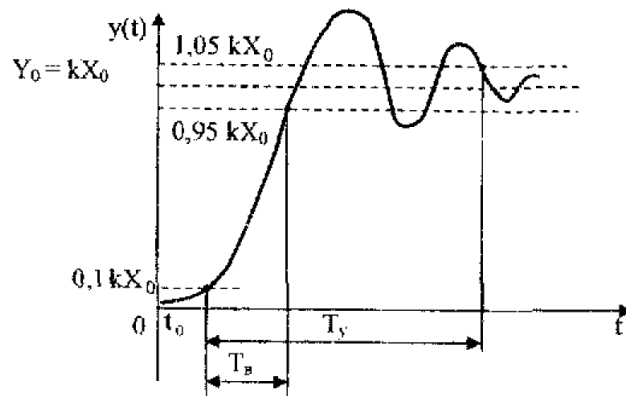


Рисунок 1.53 – Визначення часу встановлення  $T_y$  і часу наростання відгуку  $T_e$  для ЗВТ з коливальною характеристикою

Імпульсна перехідна, або вагова характеристика (функція)  $g(t)$  ЗВТ визначається як його реакція (відгук) на короткий імпульс з амплітудою  $X_o \rightarrow \infty$  і тривалістю  $T_o \rightarrow 0$  (рис.1.54,а), який називають одиничним імпульсом або дельта-функцією і позначають  $\delta(t)$ .

Основна властивість дельта функції полягає у виконанні умови [58]

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1, \quad (1.129)$$

тобто вона має площу, яка дорівнює одиниці. Як випливає з цього виразу, розмірність дельта-функції -  $c^{-1}$ .

Але ідеально сформулювати одиничний імпульс  $\delta(t)$  неможливо, тому на практиці замість нього формують квазіодиничний імпульс або квазідельта імпульс  $\delta_k(t)$  (рис.1.54,б). який має обмежені амплітуду  $X_o$  і тривалість  $T_o$ , причому необхідно виконати умову  $T_o \ll \tau$ .

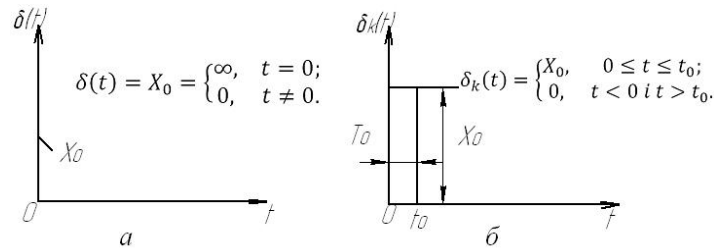


Рисунок 1.54 – Одиничний імпульс: а – ідеальний (дельта-функція); б – квазідельта-імпульс

Одиничний імпульс, як і одиничний стрибок, – це математична ідеалізація. Тому на практиці для визначення вагової функції формують одиничний імпульс такої тривалості, щоб до його завершення досліджуваній ЗВТ залишався ще в стані спокою.

Імпульсну перехідну або вагову характеристику (функцію)  $g(t)$  ЗВТ теоретично можна визначити, як впливає з рівності (1.112), диференціюванням перехідної функції  $h(t)$ . Як приклад на рис.1.55 [62] якісно показана крива цієї характеристики, отримана диференціюванням перехідної характеристики, зображеної на рис.1.51,а.

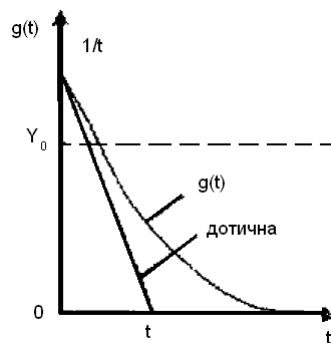


Рисунок 1.55 – Імпульсна перехідна характеристика ЗВТ

У кожному конкретному практичному випадку вибір виду дослідного сигналу (тест-сигналу) і динамічної характеристики ЗВТ, що визначається, диктується технічною або економічною доцільністю.

Взаємозв'язок між частотними та часовими характеристиками ЗВТ визначається відповідними диференціальними рівняннями. Якщо диференціальне рівняння розв'язується з використанням функції одиничного стрибка як тест-сигналу (вхідного сигналу об'єкту), то отримуємо часову характеристику – перехідну характеристику  $h(t)$ , з якої постійну часу. Якщо диференціальне рівняння розв'язувати для синусоїдної функції (синусоїдного вхідного сигналу), то отримуємо частотну характеристику – амплітудно-фазову характеристику (або комплексну передатну функцію)  $G(j\omega)$ .

При початковому ознайомленні з динамікою ЗВТ може скластися враження, що опис динамічних характеристик у часовій області зображення сигналів більш наочний та фізично зрозумілий в порівнянні з частотною областю зображення. Стрибкоподібна зміна вхідної вимірюваної величини характерна не тільки для динамічних випробувань ЗВТ з метою визначення перехідної характеристики, а й часто зустрічається в звичайній практиці вимірювань. Але насправді частотні характеристики мають вагому практичну перевагу при описі динамічних властивостей складних динамічних систем (і ЗВТ), для яких відомі передавальні функції окремих ланок (елементів).

Так, для ЗВТ з двома послідовно з'єднаними ланками (елементами) (рис.1.56) його передавальна функція  $G(p)$  визначається рівністю

$$G(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = G_1(p) \cdot G_2(p). \quad (1.130)$$

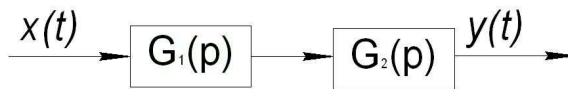


Рисунок 1.56 – Структурна схема ЗВТ з двома послідовно з'єднаними ланками

Цей результат розповсюджується на будь-яку кількість послідовно (каскадно) з'єднаних ланок (елементів), тобто передавальна функція ЗВТ з будь-якою кількістю послідовно з'єднаних ланок (елементів) дорівнює добутку передавальних функцій цих ланок.

Для ЗВТ з двома з'єднаними паралельно ланками (елементами) (рис.1.57) його передатна функція дорівнює

$$G(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = G_1(p) + G_2(p).$$

(1.131)

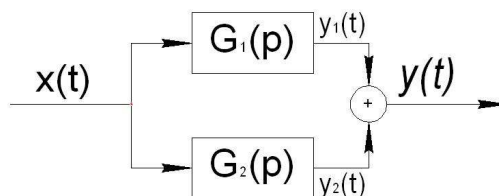


Рисунок 1.57 – Структурна схема ЗВТ з двома паралельно з'єднаними ланками

Отриманий результат може бути розповсюджений на будь-яку кількість з'єднаних паралельно ланок (елементів), тобто передавальна функція ЗВТ з будь-якою кількістю

з'єднаних паралельно ланок (елементів) дорівнює сумі передавальних функцій цих ланок.

Для передавальної функції ЗВТ з від'ємним зворотним зв'язком (рис.1.58) отримаємо

$$G(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{G(p)}{1 + G_{пр}(p) \cdot G_{зз}(p)}, \quad (1.132)$$

де  $G_{пр}(p)$ ,  $G_{зз}(p)$  – відповідно передавальні функції прямого каналу та кола зворотного зв'язку ЗВТ.

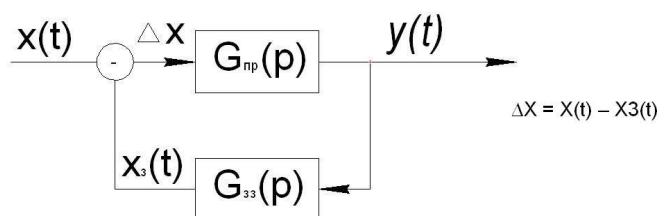


Рисунок 1.58 – Структурна схема ЗВТ з негативним зворотним зв'язком

### 9.3. Динамічні похибки засобів вимірювальної техніки та можливості їх зменшення

Наявність перехідних процесів, зумовлених інерційністю ЗВТ, приводить до динамічної похибки. Це досить наочно видно з перехідних характеристик, наведених на рис.1.51. Так, з порівняння входного стрибкоподібного впливу на ЗВТ з його відгуком (рис.1.51,а) видно, що в момент часу  $t_y$ , значення вихідного сигналу  $y(t)$  буде на 5% відрізнятись від істинного значення, яке встановлюється при  $t \rightarrow \infty$  і дорівнює  $Y_o = kX_o$ . Це й є динамічна похибка вимірювань [20].

Отже, додаткова похибка, зумовлена інерційністю ЗВТ і проявляється у відхиленні його реальної градуовальної характеристики від статичної, називається динамічною.

Динамічні похибки ЗВТ є функціями часу й залежать від характеру зміни вхідного (вимірюваного) сигналу, ступеня інерційності ЗВТ, виду його градуовальної характеристики (лінійна чи нелінійна) та змінних впливів.

Динамічні похибки ЗВТ можуть бути систематичними та випадковими. Динамічна похибка ЗВТ звичайно має характер систематичної, якщо її знак не є випадковим, тобто вихідний сигнал ЗВТ змінюється плавно. Коливальний перехідний процес у ЗВТ є знаковмінним, що потрібно враховувати при дії на вхід ЗВТ вхідним сигналом типу одиничного стрибка або одиничного імпульсу, а також при періодичному вхідному сигналі, якщо частоти цього сигналу та перехідного процесу виявляються близькими.

У цифрових вимірювальних приладах, в яких є операція аналого-цифрового перетворення миттєвих значень змінних сигналів, має місце інша складова динамічної похибки — похибка датування або апертурна похибка. Вона зумовлена зміною сигналу, що піддається аналого-цифровому перетворенню, за час перетворення [62].

Пояснимо цю похибку за допомогою діаграми, наведеної на рис.1.59.

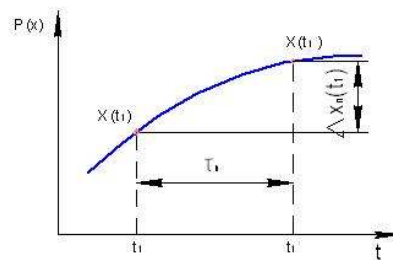


Рисунок 1.59 – До пояснення похибки датування АЦП

Нехай необхідно здійснити аналого-цифрове перетворення миттєвого значення сигналу змінної вимірюваної величини  $x(t_i)$  у пропорційний цифровий код, причому момент часу  $t_i$  є початком операції аналого-цифрового перетворення. Звичайно ця операція здійснюється за певний строго заданий час перетворення  $\tau_n$ , що призводить до аналого-цифрового перетворення не потрібного миттєвого значення  $x(t_i)$ , а зміщеного на час перетворення  $\tau_n$  миттєвого значення  $x(t'_i)$ , де  $t'_i = t_i + \tau_n$ . Похибка датування визначається рівністю

$$\Delta x_{д}(t_i) = x(t'_i) - x(t_i). \quad (1.133)$$

Очевидно, що при аналого-цифровому перетворенні постійної величини  $X$  похибка датування буде відсутня. Тому для її компенсації при аналого-цифровому перетворенні миттєвих значень змінної вимірюваної величини  $x(t)$  її миттєві значення  $x(t_i)$  попередньо запам'ятовують у моменти дискретизації  $t_i$  призначеними для цього аналоговими пристроями вибірки та зберігання, а після того вже постійні значення  $x(t_i)$  з виходу пристрою вибірки та зберігання подають на АЦП.

Оскільки похибки датування різних екземплярів АЦП можуть бути неоднаковими, то при нормуванні цих похибок доцільно вказувати їх статистичні характеристики.

Похибка датування  $\Delta x_{д}(t)$  є специфічною, залежить від зміни вимірюваної величини та принципу дії відповідного цифрового ЗВТ.

Розглянемо динамічні властивості ЗВТ: насамперед, час заспокоєння та верхня гранична частота, а за необхідності, й чисте запізнення впливають на результати вимірювань. При цьому необхідно враховувати конкретні умови вимірювань і зв'язки вхідного вимірювального пристрою з іншими елементами ЗВТ.



Для отримання приблизної оцінки динамічної похибки апроксимуємо перехідну характеристику гіпотетичного вимірювального пристрою прямою лінією (рис.1.60), рівняння якої запишемо у вигляді

$$y_{\text{АП}}(t) = kX_0 t / T_y, \quad 0 \leq t \leq T_y. \quad (1.134)$$

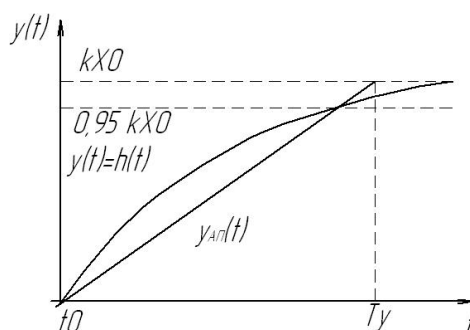


Рисунок 1.60 – Апроксимація перехідної характеристики ЗВТ прямою лінією

Для кращого розуміння залежності динамічної похибки від неідеальності динамічних властивостей ЗВТ зобразимо його еквівалентною найпростішою пропорційною ланкою із затримкою і розглянемо реакцію цієї ланки на тест-сигнал прямокутної форми (рис.1.61). Результати мають узагальнений характер і можуть бути розповсюджені на впливи інших видів тест-сигналів. Виділимо три можливі випадки відгуків відносно вхідного впливу, що задається в момент часу  $t_0$ , для трьох характерних часових затримок ланки:  $T_y < \Delta t$ ,  $T_y = \Delta t$  і  $T_y > \Delta t$ , де  $\Delta t$  – тривалість вхідного імпульсу.

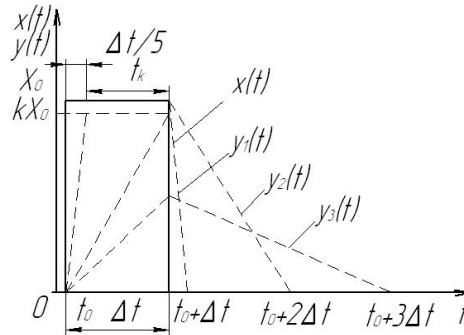


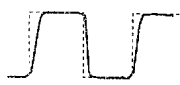
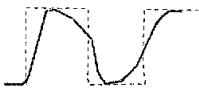
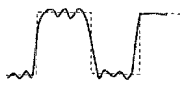
Рисунок 1.61 – Діаграми сигналів відгуків пропорційної ланки з різними затримками при впливі прямокутного імпульсу


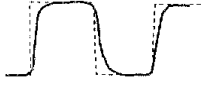
Дослідження показують, що при  $T_y < \Delta t$  вихідний сигнал  $y_1(t)$  ланки досягає амплітуди  $X_0$  вхідного сигналу  $x(t)$  і зберігає це значення на протязі часу  $t_k < \Delta t$ . При  $T_y = \Delta t$  відгук  $y_2(t)$  на момент часу  $(t_0 + \Delta t)$  досягає амплітуди  $X_0$  вхідного сигналу  $x(t)$ , але форма відгуку є трикутною. При  $T_y > \Delta t$  амплітуда відгуку  $y_3(t)$  виявляється меншою, ніж амплітуда  $X_0$  вхідного сигналу  $x(t)$ . Так, при  $T_y = 2\Delta t$  амплітуда відгуку  $y_3(t)$  становить тільки 50 % від амплітуди  $X_0$  вхідного сигналу  $x(t)$ . І тільки при  $T_y \leq 0,2 \Delta t$  можна вважати достатнім збіг вхідного  $x(t)$  та вихідного  $y(t)$  сигналів. Умова цього збігу може бути визначена допустимим значенням верхньої граничної частоти  $f_{гв}$  частотного спектра вхідного сигналу  $x(t)$  згідно з теоремою Котельникова:  $f_{гв} > 2,5 / \Delta t$  [62].

З розглянутого вище випливає, що зі зростанням часу заспокоєння або зменшенням верхньої граничної частоти  $f_{гв}$  смуги пропускання збільшуються деформації вихідного сигналу  $y(t)$  ЗВТ. Якщо знати функцію вхідного сигналу  $x(t)$ , то за функцією відгуку  $y(t)$  можна оцінити відповідність динамічних характеристик ЗВТ заданим (потрібним). У табл.1.13 наведені деякі характерні деформації відгуків ЗВТ

при проходженні прямокутного імпульсу через передавальні ланки з різними значеннями динамічних параметрів ( $f_{гн}$  – нижня гранична частота).

Таблиця 1.13 – Відгуки передавальних ланок з різними значеннями динамічних параметрів

№ з/п	Форма відгуку	Ознаки	Причини				Примітка
1		Відсутність гострих кутів, похилі фронт та спад	Достить велике	Достить мале	0	0	Прилад придатний для повільних процесів
2		Те саме, що й у п.1, але зі спадом вершини імпульсу	Достить велике	Достить мале	0	0	Прилад придатний для динамічних вимірювань при $f_{гн} \leq f_x$
3		Те саме, що й у п.1, але з коливанням вершини імпульсу	Достить велике	Достить мале	0	0	Те саме, що й у п.1, але при затуханні $d < 1$

4		Тільки затримка	0	$\infty$	0	0	Прилад з чистим запізненням
5		Змінювання фронту та спаду за експонентою	Досить велике	Досить мале	0	0	Те саме, що й у п.1, а також добра придатність для порогового контролю

Для визначення швидкості зміни вхідного сигналу  $x(t)$  з точки зору отримання допустимої похибки в заданих границях необхідно знати хоча б порядки значень динамічних параметрів ЗВТ, що використовуються при вимірюваннях.

При наявності в ланці (комбінації ланок) чистого запізнення  $T_{q3}$  апроксимуюча пряма на рис.1.60 зміщується вздовж осі часу на відповідний інтервал. При цьому відгук  $y_1(t)$  на рис.1.61 буде мати коротший діапазон при формуванні на вершини, а відгук  $y_2(t)$  не досягне амплітуди вхідного сигналу. Для того, щоб динамічна похибка не перевищила допустимого значення, необхідно взяти до уваги суму часових інтервалів чистого запізнення  $T_{q3}$  і заспокоєння показів  $T_y$  (рис.1.51,б), добиваючись їх зменшення. Час чистого запізнення  $T_{q3}$  не впливає на результати вимірювання змінюваних величин, бо в цьому випадку допустима затримка відліку.

Розглянемо в загальному вигляді завдання зменшення динамічної похибки ЗВТ або її впливу на результат вимірювання.

Для того, щоб ЗВТ не мав динамічної похибки, його динамічні параметри повинні бути ідеальними, тобто час заспокоєння  $T_y \rightarrow 0$ , нижня гранична частота смуги пропускання  $f_{zn} \rightarrow 0$ , верхня гранична частота  $f_{zg} \rightarrow \infty$ . Крім того, в диференціальному рівнянні, яке описує це ЗВТ, усі коефіцієнти при складових з похідними повинні бути відсутні, що принципово неможливо за законами фізики.

Наприклад, для диференціального рівняння другого порядку (1.110), яке описує пружинні ваги, це означає відсутність маси й тертя. Тому при розгляді питання щодо зменшення динамічної похибки ЗВТ можна вести мову лише про максимально можливі зміни його динамічних параметрів, зокрема зменшення часу заспокоєння або збільшення верхньої граничної частоти  $f_{zg}$ .

Отримати мінімальну динамічну похибку та потрібну чутливість при вимірюванні тієї чи іншої фізичної величини можна відповідним вибором методу та засобу вимірювання цієї величини. Так, наприклад, для вимірювання температури можна скористатися не рідинним термометром з його обмеженнями щодо зменшення часу заспокоєння, а термоелектричним, чутливість якого не залежить від геометричних розмірів його елементів. Постійна часу мініатюрних термоелементів становить 0,01с і менше. Але й для них зменшення динамічної похибки має певні межі. Зокрема, зі збільшенням верхньої граничної частоти  $f_{zg}$  на похибку можуть впливати шуми, що знизить потенційний ефект зменшення динамічної похибки.

Другий метод зменшення динамічних похибок ЗВТ полягає в їх корекції, яка відбувається на підставі розв'язання задачі відновлення сигналу. Вона полягає в кількісних розрахунках дійсного вхідного сигналу (вхідної функції)  $x(t)$

за його вимірними вихідними значеннями і за відомими динамічними характеристиками ЗВТ. З цією метою розглянемо відгук  $y(t)$  ЗВТ, який може бути апроксимований прямою лінією  $y_{an}(t)$ , як показано на рис.1.62. Крутизна цієї прямої дорівнює  $kX_0/T_y$ , а сама пряма описується рівнянням (1.125).

Для прикладу зупинимося на відновленні вхідного сигналу пропорційно-інерційної ланки за допомогою коригувальної ланки, яка має відгук (або перехідну функцію)  $y_k(t)$ , зворотну функції  $y(t)$  пропорційно-інерційної ланки. Криві цих функцій та одиничний стрибок  $X_0$  наведені на рис.1.62. Сума функцій  $y(t)$  і  $y_k(t)$  у кожен момент часу  $t$  відповідає значенню  $kX_0$ , тобто [62]

$$y(t) + y_k(t) = kX_0(1 - e^{-t/\tau}) + kX_0 e^{-t/\tau} = kX_0 = kx(t). \quad (1.135)$$

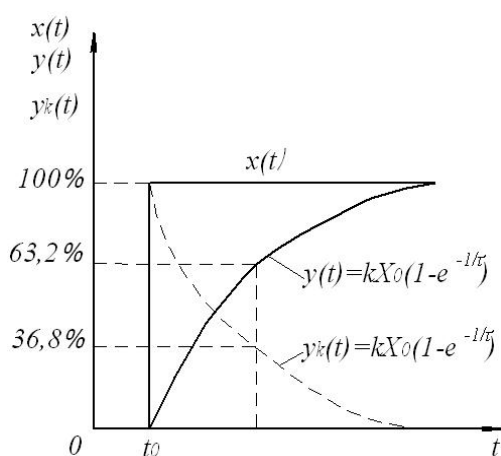


Рисунок 1.62 –Перехідна функція  $y(t)$  пропорційно-інерційної ланки та зворотна їй перехідна функція  $y_k(t)$  коригуючої ланки

Похідна стрибкоподібної вихідної функції  $y(t)$

$$y'(t) = (kX_0 e^{-t/\tau}) / \tau \quad (1.136)$$

являє собою перехідну функцію коригуючої ланки, поділену на постійну часу  $\tau$ . З урахуванням цього вираз (1.126) запишемо у вигляді

$$y(t) + \tau y'(t) = kx(t). \quad (1.137)$$

Отже, за вимірними значеннями вихідного сигналу  $y(t)$  ЗВТ дійсно можна обчислити його вхідний сигнал  $x(t)$ .

Описану вище операцію коригування динамічної похибки пропорційно-інерційної ланки можна виконати в процесі вимірювань автоматично, якщо підключити до цієї ланки з передавальною функцією  $G(p)$  коригуючу ланку з передавальною функцією  $G_k(p)$  за схемою, наведеною на рис.1.63. Тоді, згідно з виразом (1.124), для результуючої передавальної функції отримаємо

$$G_p(p) = G(p)G_k(p). \quad (1.138)$$

Для пропорційної ланки ця функція буде дорівнювати результуючому передавальному коефіцієнту  $k_p = kk_k$  сигналу  $x(t)$ , що приводить до результуючого сигналу  $y_p(t)$  на виході ЗВТ з коригуючою ланкою [29].

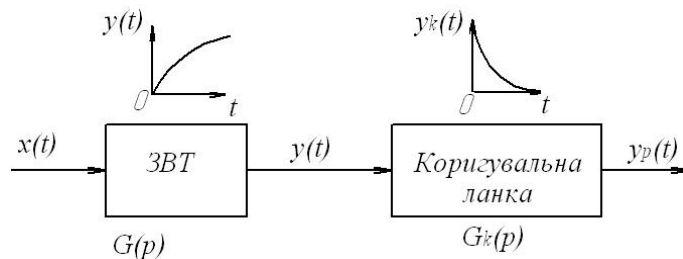


Рисунок 1.63 – Структурна схема ЗВТ з коригувальною ланкою динамічної похибки

Для пропорційно-інтегруючої ланки, згідно з табл.1.13, передатна функція ідеальної коригуючої ланки матиме вигляд

$$G_k(p) = \frac{k_p}{k} (\tau \cdot p + 1) = k_k (\tau \cdot p + 1). \quad (1.139)$$

Але передавальна функція реальної коригуючої ланки має дещо інший вигляд:

$$G_k(p) = \frac{kk'_k}{a \cdot \tau \cdot p + 1} (\tau \cdot p + 1), \quad (1.140)$$

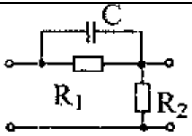
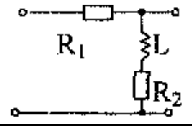
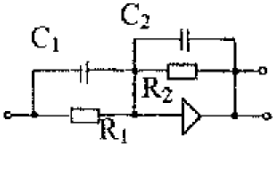
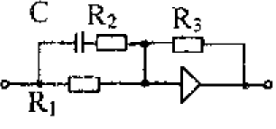
де  $k'_k$ ,  $a < 1$  – деякі коефіцієнти коригування. Зокрема,  $a = kk'_k$ .

У табл.1.14 наведені приклади простих коригувальних ланок з передавальною функцією  $G_k(p)$  (1.127),

Проте відзначимо, що ідеальну коригуючу ланку реалізувати неможливо не через неможливість відтворення тієї чи іншої зворотної функції, тому що коригований ЗВТ має спадаючу АЧХ, а відношення амплітуд вихідного та вхідного сигналів ЗВТ прямує до 0 при збільшенні частоти вхідного сигналу до  $\infty$ . Це означає, що коригуюча ланка, навпаки, повинна забезпечувати прямування вказаного відношення амплітуд до нескінченності, що фізично неможливо. Разом з тим вибіркове ЗВТ, яке має АЧХ типу смугового фільтра, при частотах, близьких до 0, має досить малу амплітуду вихідного сигналу вимірювального каналу, що також потребує нескінченно великого відношення амплітуд сигналів коригуючої ланки (ланок затримки різних порядків).

Таблиця 1.14 – Прості коригуючі ланки з передавальною функцією  $G_k(p)$  (1.127)



№ з/п	Схема ланки	$\tau$	a	$kk'_k$
1		$R_1 C$	$\frac{1}{1 + R_1 / R_2}$	a
2		$L / R_2$	$\frac{1}{1 + R_1 / R_2}$	a
3		$R_1 C_1$	$\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}$	$- R_2 / R_1$
4		$(R_1 + R_2) C$	$\frac{1}{1 + R_1 / R_2}$	$- R_3 / R_1$

Обмеження можливостей покращення динамічних характеристик ЗВТ пов'язане найчастіше з наявністю похибок вимірювань і шумів. Оскільки шуми можуть підсилюватися коригуючими ланками, це погіршує відношення сигнал/шум. Тому зменшення динамічної похибки ЗВТ за допомогою коригувальних ланок має обмежений характер. Якісні графіки залежностей відносних похибок (статичної  $\delta_{cm}$ , динамічної  $\delta_D$  і сумарної  $\delta_\Sigma$ ) ЗВТ від граничної частоти  $f_c$  наведені на рис.1.64, звідки видно, що сумарна відносна похибка  $\delta_\Sigma$  має мінімум при певній (оптимальній) граничній частоті  $f_{c\text{opt}}$ .

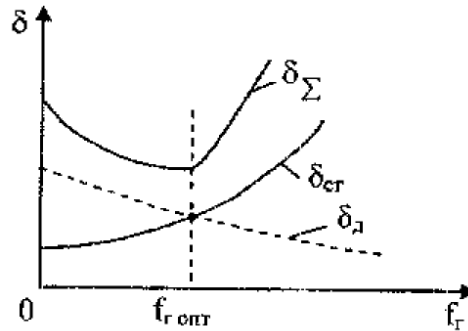


Рисунок 1.64 – Залежності відносних похибок ЗВТ, що коригуються, від граничної частоти

Особливий характер має зменшення (корекція) динамічної похибки ЗВТ, у тому числі її мінімізація, при вимірюванні швидкозмінних процесів (сигналів). У цьому випадку використовують метод переносу (транспонування, зміщення) спектра вхідного сигналу в діапазон низьких частот або частотне перетворення сигналу.

#### 9.4 Види динамічних похибок засобів вимірювальної техніки та причини їх виникнення

Динамічні похибки ЗВТ, як і статичні, можна розділити на основні та додаткові, тобто похибки за нормальних умов і похибки за робочих умов експлуатації ЗВТ. Ці два види похибок відповідно називають основними динамічними похибками та додатковими динамічними похибками ЗВТ.

Основні динамічні похибки ЗВТ поділяють на власні та вимушені.

Причинами власних динамічних похибок ЗВТ є запізнення та викривлення сигналів у вимірювальних колах ЗВТ, наприклад, інерційними та демпфувальними елементами,

до яких належать маса, електрична ємність та індуктивність, теплова ємність тощо. Нелінійні елементи викликають нелінійні запізнення.

Причинами вимушених динамічних похибок ЗВТ є внутрішні та зовнішні впливи (фактори). До внутрішніх впливів належать внутрішні шуми та наведення, які генерують у вимірювальних колах ЗВТ додаткову змінну складову. До зовнішніх впливів (факторів), що призводять до додаткових вимушених динамічних похибок, відносять умови експлуатації ЗВТ (кліматичні, механічні, зовнішні силові поля та завади на вході ЗВТ).

Додаткові вимушені динамічні похибки ЗВТ зумовлені відхиленням окремих параметрів ЗВТ від своїх номінальних значень при зміні кліматичних умов їх експлуатації, що приводить до відповідної зміни повних і часткових динамічних характеристик ЗВТ. Так, зміна температури впливає на в'язкість рідини або коефіцієнт демпфування рідинного демпфера, на діелектричну проникність та ємність і т.п., що, в свою чергу, приводить до зміни перехідних характеристик, часу встановлення показів та інших динамічних характеристик ЗВТ [49].

До найбільш суттєвих механічних впливів належать вібраційні прискорення, які в незрівноважених механічних вимірювальних перетворювачах ЗВТ приводять до появи змінної за знаком інерційної сили, що викликає коливання рухомого елемента перетворювача і, як наслідок, змінної складової в його вихідному сигналі.

Лінійні прискорення приводять до збільшення сил тертя в підвісі рухомого елемента, а за наявності його незрівноваженості – й до появи квазіпружних моментів, а тим самим – до зміни частоти власних коливань рухомого елемента, перехідних характеристик вимірювального перетворювача й ЗВТ тощо.

При наявності зазорів у підвісах рухомих елементів вимірювальних перетворювачів ЗВТ їх коливання можуть мати нелінійний характер. Якщо лінійна вібрація діє за двома взаємно перпендикулярними осями і з фазовим зсувом, то виникає кругова або еліптична вібрація. Знакозмінні інерційні сили можуть містити систематичну складову, яка викликає одностороннє зміщення рухомого елемента вимірювального перетворювача ЗВТ. Кутові вібрації рухомого елемента вимірювального перетворювача приводять також до появи змінної складової у вихідному сигналі.

Особливо небезпечними є вібрації рухомого елемента вимірювального перетворювача ЗВТ з частотою, близькою до власної (резонансної) частоти цього елемента. А якщо вісь вібрації направлена під кутом до осі обертання рухомого елемента, то можливе виникнення відцентрованих моментів, які призводять також до одностороннього зміщення вихідного сигналу.

До електричних та електромагнітних зовнішніх впливів належать зовнішні змінні електричні й електромагнітні поля, які викликають наведення в електричних колах пульсації напруги зовнішніх джерел живлення постійного струму та паразитні зв'язки (ємнісні, індуктивні, взаємоіндуктивні) між зовнішніми проводами ЗВТ. Всі ці причини ведуть до появи додаткових паразитних складових у вихідних сигналах окремих вимірювальних перетворювачів і ЗВТ в цілому.

## **ЛЕКЦІЯ №10**

### **МЕТРОЛОГІЧНИЙ АНАЛІЗ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ КОНЦЕПЦІЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ**

Подаючи результат вимірювання будь-якої величини, необхідно кількісно оцінити точність. Без такої оцінки результати вимірювань неправомірно порівнювати. У керівному документі ISO такою оцінкою якості результату вважають його невизначеність. Проведемо аналіз результату вимірювання з позиції невизначеності окремих досліджуваних складових.

В останні роки в метрологічній практиці ряду розвинутих країн дедалі більшої популярності набуває концепція “невизначеності”, яка приходить на зміну концепції похибки. Доведено, що навіть коли всі відомі складові похибки оцінено і проведено необхідну корекцію, установлений результат все ще залишається невизначеним, тобто є сумнів у тому, наскільки точно цей результат вимірювання відображає реальне значення вимірювальної величини.

Вимірювання характеризується рядом недоліків, які викликають похибку вимірювання, внаслідок чого результат вимірювання відрізняється від вимірювальної величини. Похибку розглядають як випадкову величину, що складається із двох складових – випадкової і систематичної.

Випадкова похибка виникає завдяки дії непередбачуваних чи стохастичних часових і просторових змін впливаючих факторів. Хоча випадкову похибку результату не можна скомпенсувати, її можна зменшити, збільшивши число спостережень, – її математичне очікування рівне нулю [49].

Систематична похибка виникає в результаті впливу на результат вимірювання закономірно діючих, тобто систематичних ефектів. Якщо ефект відомий, то можна

визначити значення цього ефекту і внести в результат поправку для його компенсації. Однак, як правило, точне значення поправки невідоме, тому повна компенсація неможлива. Внаслідок неповної компенсації систематичної похибки результат являється зміщеним, і це зміщення часто називають невиключеним залишком систематичної складової похибки.

Результат вимірювання після внесення поправок на відомі систематичні ефекти все ще є оцінкою значення вимірювальної величини внаслідок невизначеності, яка виникає через випадкові чинники і неточні поправки на систематичні ефекти. Таким чином, термін "невизначеність" означає сумнів щодо достовірності результату вимірювання, відсутність точного значення вимірювальної величини.

Невизначеність за ДСТУ – це оцінка, що характеризує діапазон значень, у якому знаходиться істинне значення вимірюваної величини. У керівному документі ISO наведено таке визначення: невизначеність вимірювання – параметр, об'єднаний з результатом вимірювання, що характеризує розсіювання значень вимірювальної величини.

Невизначеність вимірювання виражає той факт, що для даної вимірювальної величини і для даного результату її вимірювання не існує єдиного значення, а є нескінченне число значень, розсіяних навколо результату, котрі узгоджуються з усіма спостереженнями і даними і котрі з різним ступенем впевненості можуть бути приписані вимірювальній величині.

Джерелами невизначеності вимірювання є:

- недосконалість визначення вимірювальної величини;
- недосконалість реалізації визначення вимірювальної величини (недосконалість методу вимірювання);
- нерепрезентативна вибірка;

- недостатня інформація про вплив параметрів навколишнього середовища на вимірювання чи недосконалість вимірювання в певних умовах навколишнього середовища;
- особливості неточності відліку аналогових приладів;
- обмежена роздільна здатність;
- неточні значення констант й інших параметрів, отриманих від зовнішніх джерел, які використовують в алгоритмах;
- апроксимація і неточності в методі і процедурі вимірювання;
- зміни повторювальних вимірювань за незмінних умов.

Ці джерела невизначеності не обов'язково мають бути незалежними.

Розрізняють два типи розрахунку невизначеності:

- розрахунок за типом А – метод оцінювання невизначеності шляхом статичного аналізу рядів повторних спостережень;
- розрахунок за типом В – метод оцінювання невизначеності іншим способом, ніж статичний аналіз рядів спостережень.

В загальному випадку не існує однозначної відповідності між випадковими похибками і невизначеностями типу А чи систематичними похибками і невизначеностями типу В. Поділ на систематичні і випадкові похибки обумовлений природою їх виникнення і прояву в ході експерименту, а поділ невизначеностей на типи А і В – методами їх розрахунку. Ці категорії невизначеностей не є заміниками слів “випадкова” чи “систематична”. Невизначеність за рахунок дії деякого чинника в одних випадках може бути отримана як оцінка за типом А, в інших – як оцінка за типом В.

Обидва типи розрахунків оснований на розподілі ймовірностей, і компоненти невизначеності обох типів оцінюють дисперсією чи середньоквадратичним відхиленням.

Оцінкою дисперсії  $U^2$  характеризуються компоненти, отримані оцінюваним типу А; її визначають рядом багаторазових вимірювань і статистичною обробкою їх результатів. Оцінку середньоквадратичного відхилення  $U=S$  називають стандартною невизначеністю типу А. Компонентів невизначеності, що отримані в ході оцінювання за типом В, (невизначеність, подібну дисперсії  $U^2$ ), оцінюють, використовуючи відповідні знання , а оцінку середньоквадратичного відхилення іноді називають стандартною невизначеністю типу В.

Отже, стандартна невизначеність – невизначеність результату вимірювання, виражена як стандартне відхилення. Стандартну невизначеність результату вимірювання у випадку, коли результат отримують із значень ряду інших величин, називають сумарною стандартною невизначеністю (або її ще називають комбінованою стандартною невизначеністю).

Розширену невизначеність U отримують помноженням стандартної невизначеності на коефіцієнт покриття  $k$ . Мета введення  $U$  – забезпечити такий інтервал біля результату вимірювання, у який попадає більша частина розподілу вимірюваної величини. Вибір коефіцієнта покриття  $k$  базується на виборі довірчої імовірності чи рівня довіри [17].

В більшості випадків найкращою доступною оцінкою математичного очікування чи очікувального значення  $m_q$  величини  $q$ , для якої при спостереженнях рf однакових умов вимірювання отримані  $n$  незалежних значень  $q_i$ , є середнє арифметичне значення:



$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n q_i \quad (1.141)$$

Експериментальну дисперсію спостережень, яка є статичною оцінкою дисперсії  $\sigma^2(q)$  розподілу імовірностей величини  $q$ , отримують як :

$$S^2(q_i) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (q_i - \bar{q})^2 \quad (1.142)$$

Додатній квадратний корінь  $S(q_i)$  із дисперсії називають експериментальним середньоквадратичним відхиленням.

Найкращою оцінкою дисперсії середнього значення є:

$$S^2(\bar{q}) = \frac{S^2(q_i)}{n} \quad (1.143)$$

Відповідне середньоквадратичне відхилення середнього значення :

$$S(\bar{q}) = \frac{S(q_i)}{\sqrt{n}} \quad (1.144)$$

Таким чином, стандартною невизначеністю, оціненою за типом А, для результату вимірювання , за який приймається середнє значення, є:

$$U_A(\bar{q}) = S(\bar{q}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (q_i - \bar{q})^2}{n(n-1)}} \quad (1.145)$$

Якби вимірювальна лабораторія не була обмеженою в часі і мала необмежені ресурси, то вона могла б провести

вичерпні дослідження кожного можливого джерела. Тобто, всі складові невизначеності були б отримані шляхом розрахунку за типом А. Оскільки такі дослідження з зрозумілих причин провести практично неможливо, частина складових невизначеності вимірювання повинна оцінюватися іншими методами, тобто шляхом розрахунку за типом В.

Розрахунок невизначеності за типом В базується на науковому судженні про можливу мінливість величини  $q$  з використанням всієї доступної інформації, і полягає, як правило, у використанні апріорного знання розподілу імовірностей.

Джерелом інформації при розрахунку невизначеності за типом В можуть бути:

- дані попередніх вимірювань;
- дані, отримані в результаті досліду, чи загальні значення про поведінку і властивості відповідних речовин і приладів;
- специфікації виробника;
- дані, що приводяться в свідоцтвах про калібрування, повірку та інших сертифікатах;
- невизначеності, що приписуються довідниковими даними.

Коли невизначеність величини  $q$  неможливо оцінити за допомогою аналізу результатів повторних спостережень, необхідно використовувати апріорний розподіл імовірностей, який ґрунтується на ступені впевненості в тому, що певна подія відбудеться і опирається на знання, яке завжди обмежене. Однак це не робить розподіл непридатним чи нереальним. Як і всі розподіли, він є вираженням того знання, яке існує на даний момент часу.

Часто зустрічається ситуація, коли для величини  $q$  існує оцінка границь  $a^+$  та  $a^-$  (верхня та нижня границі) інтервалу, в межах якого знаходяться можливі її значення.

Якщо конкретних даних про можливі значення величини  $q$  в середині інтервалу немає, то можна лише припустити, що з однаковою імовірністю величина  $q$  може набути будь-якого значення в його межах (рівномірний розподіл). В цьому випадку очікуване значення буде середньою точкою інтервалу з відповідною дисперсією:

$$U^2(q) = \frac{(a^+ - a^-)^2}{12} \quad (1.146)$$

або середньоквадратичним відхиленням:

$$U(q) = \frac{a^+ - a^-}{2\sqrt{3}} \quad (1.147)$$

Рівномірний розподіл не варто припускати, якщо відомо, що значення, близькі до границь інтервалу межі, імовірніші, ніж ті, які лежать ближче до центру інтервалу. В цьому випадку нерідко, виходячи з центральної граничної теореми теорії ймовірності, можна зробити припущення про те, що розподіл є приблизно нормальним, і у випадку нормального розподілу інтервал  $\mu_q \pm 3\sigma(q)$  покриває приблизно 99,73% розподілу, отже, і можна вважати:

$$U^2(q) = \frac{(a^+ - a^-)^2}{36} \quad (1.148)$$

або

$$U(q) = \frac{(a^+ - a^-)^2}{6} \quad (1.216)$$

Однак, якщо впевненості в нормальності розподілу немає, то доцільно прийняти компроміс між рівномірним та нормальним розподілом, допускаючи, наприклад, розподіл Сімпсона (трикутний). Тоді

$$U^2(q) = \frac{(a^+ - a^-)^2}{24} \quad (1.149)$$

або

$$U(q) = \frac{(a^+ - a^-)^2}{2\sqrt{6}} \quad (1.150)$$

Як згадувалось вище, сумарна стандартна невизначеність – це невизначеність результату вимірювання, коли результат отримують із значень ряду інших величин. Вона являє собою квадратний корінь із суми членів, причому члени є дисперсіями чи кореляційними моментами (коваріаціями) цих інших величин, званими у відповідності із тим, як результат вимірювання змінюється в залежності від зміни цих величин.

Сумарна стандартна невизначеність  $U_c(y)$  є також оцінкою середньо-квадратичного відхилення і характеризує розсіювання значень, які могли б бути з достатнім обґрунтуванням приписані вимірювальній величині. Вона визначається за формулою:

$$U_c^2(y) = \sum_{i=1}^N U^2(X_i) \quad (1.151)$$

або

$$U_c(y) = \sum_{i=1}^N \sqrt{U^2(X_i)} \quad (1.152)$$

Отже, стандартна невизначеність – це невизначеність прямого вимірювання, а сумарна стандартна невизначеність – це невизначеність опосередкованого вимірювання. Стандартна невизначеність також може бути сумарною в разі прямого вимірювання з декількома джерелами похибок.

Розширена невизначеність  $U$  – величина, що визначає інтервал навколо результату вимірювання, в межах якого, як можна очікувати, знаходиться більша частина розподілу

значень, які з достатнім обґрунтуванням могли б бути приписані вимірювальній величині.

Число  $P$ , що показує, яка частина розподілу значень знаходиться в межах інтервалу, визначеного розширеною невизначеністю, називають імовірністю охоплення або рівнем довіри до інтервалу [17].

Розширену імовірність розраховують за формулою:

$$U = k \cdot U_c \quad (1.153)$$

де  $k$  - числовий коефіцієнт, що використовується як множник сумарної стандартної невизначеності для отримання розширеної. Як зазначалося, його називають коефіцієнтом покриття або коефіцієнтом охоплення.

Якщо розширена невизначеність розрахована, то результат вимірювання можна подати у вигляді  $Y = y \pm U$ , який означає, що найкращою оцінкою значення, яке приписується вимірювальній величині  $Y$ , є  $y$ , і що інтервал від  $y-U$  до  $y+U$  містить більшу  $P$  частину розподілу імовірностей значень, які можна з достатнім обґрунтуванням приписати вимірювальній величині.

Значення коефіцієнта покриття  $K$  вибирають на основі рівня довіри. Встановлення зв'язку між інтервалом, визначеним розширеною невизначеністю та рівнем довіри, вимагає явних і неявних припущень відносно розподілу імовірностей, що характеризується результатом вимірювання і його сумарною невизначеністю. Рівень довіри, який може бути приписаний цьому інтервалу, відомий лише в тій мірі, в якій такі припущення виправдані. В більшості практичних ситуацій при вимірюванні розрахунок інтервалу, який має заданий рівень довіри, – наближений.

## Контрольні запитання

1. Що є предметом метрології?
2. Яка особливість властива процесу вимірювання?
3. На які розділи поділяється метрологія?
4. Що таке єдність вимірювань?
5. Які основні завдання та зміст науково-теоретичної метрології?
6. Які завдання виконує законодавча метрологія?
7. Сформулюйте визначення поняття «об'єкту вимірювання».
8. Що таке фізична величина?
9. На які три групи поділяються фізичні величини?
10. Які основні одиниці СІ?
11. Що називають «контрольованими параметрами»?
12. За якими ознаками класифікуються фізичні величини?
13. Що таке система фізичних величин?
14. Що визначає Закон України «Про метрологію та метрологічну діяльність».
15. Що, за Законом, повинен здійснювати Держстандарт?
16. Завдання та функції державної метрологічної системи.
17. Склад і завдання метрологічної служби України.
18. Мета та об'єкти державного метрологічного контролю і нагляду.
19. Мета та об'єкти метрологічного нагляду і метрологічного контролю.
20. Визначення, мета, завдання і види державних випробувань ЗВТ.
21. Визначення і завдання метрологічної атестації.
22. Визначення, об'єкти і види повірок ЗВТ.
23. Визначення і об'єкти калібрування ЗВТ.
24. Мета і порядок проведення акредитації на право здійснення різних видів метрологічної діяльності.

25. Законодавчі вимоги до застосування ЗВТ, вимірювань і результатів вимірювань.
26. Поясніть структурну схему метрологічного ланцюга.
27. Мета, завдання і зміст метрологічного забезпечення технічних об'єктів.
28. Дайте визначення та сформулюйте мету і задачі нормування метрологічних характеристик ЗВТ.
29. На які групи розділяється комплекс НМХ ЗВТ? Перелічіть метрологічні характеристики, які входять до складу кожної з груп.
30. Дайте визначення і поясніть метрологічні характеристики ЗВТ, призначені для визначення результату вимірювань.
31. Що таке похибка ЗВТ? Поясніть фізичну суть похибки для різних видів ЗВТ.
32. Наведіть класифікацію похибок ЗВТ.
33. Дайте визначення систематичної і випадкової похибок ЗВТ, охарактеризуйте їх.
34. Дайте визначення основної і додаткової похибок ЗВТ, охарактеризуйте їх.
35. Як розраховується сумарне значення додаткових похибок ЗВТ? Назвіть шляхи їх зменшення.
36. Дайте визначення і пояснення адитивної і мультиплікативної складових статичної похибки ЗВТ.
37. Дайте визначення статичної і динамічної складових інструментальної похибки вимірювань. Як поділяються динамічні характеристики?
38. Поясніть фізичну суть похибки взаємодії. Як вона нормується?
39. Дайте визначення абсолютної, відносної і зведеної похибок ЗВТ. Перелічіть варіанти задання нормованого значення для зведеної похибки.

40. Наведіть і дайте пояснення моделі інструментальної похибки вимірювань, запишіть і охарактеризуйте моделі похибок ЗВТ (аналогових і цифрових).
41. Коли рекомендується використовувати першу і другу моделі ЗВТ? У чому полягають їх особливості при визначенні сумарної похибки ЗВТ?
42. Наведіть і поясніть критерії нехтівної малості випадкових складових основної похибки ЗВТ.
43. Перелічіть характеристики і властивості ЗВТ, які підлягають нормуванню. Поясніть нормування: основної похибки ЗВТ, динамічної похибки ЗВТ, похибки взаємодії; неінформативних параметрів вихідних сигналів ЗВТ.
44. Дайте визначення класу точності ЗВТ. Перелічіть і поясніть способи нормування основної похибки ЗВТ.
45. Як нормуються границі допустимих додаткових похибок і границі допустимої варіації ЗВТ?
46. Наведіть і поясніть умовні позначення класів точності ЗВТ для різних форм відображення границь допустимої основної похибки. Які застосовуються додаткові умовні знаки?
47. Дайте визначення надійності ЗВТ, як вона фізично виявляється. Що таке метрологічна справність і метрологічна відмова?
48. Дайте визначення безвідмовності, довговічності, ремонтпридатності, збережуваності та їх показників.