

ПРАКТИЧНИЙ ДОВІДНИК



Схвалено Міністерством освіти і науки України

Фізика

ЗА ВСІЄЮ ШКІЛЬНОЮ ПРОГРАМОЮ

ТЕОРІЯ:

- схеми, таблиці, графіки
- алфавітний покажчик

ПРАКТИКА:

- розв'язування типових задач
- завдання для самоконтролю

ВКЛАДКА:

- зразок тестового зошита ЗНО

**ПІДГОТУЙСЯ ДО УРОКУ,
ІСПИТУ, ТЕСТУВАННЯ!**



ВЕСНА

Схвалено для використання у загальноосвітніх навчальних закладах комісією з фізики й астрономії Науково-методичної ради з питань освіти Міністерства освіти і науки України
(Лист № 1.4/18-1729 від 19.05.2009 р.)

Охороняється Законом України «Про авторське право та суміжні права».
Передрукування даного посібника або будь-якої його частини забороняється без дозволу ФОП Співак В. Л.

Рецензенти:

- В. Д. Сиротюк*, доктор педагогічних наук, зав. кафедрою теорії методики та навчання фізики і астрономії Національного педагогічного університету ім. М. П. Драгоманова;
Н. П. Волкова, вчитель ЗОШ І–ІІІ ст. № 257 м. Києва, вчитель-методист;
М. М. Євсюков, д. ф-м. н., професор кафедри астрономії фізичного факультету Харківського національного університету ім. В. Н. Каразіна;
М. В. Якобі, учитель фізики вищої категорії НВК «Гімназія ОЧАГ»

Н38 Немченко К. Е., Дудінова О. В.
Фізика: Практичний довідник: 2-ге вид., доп. та перероб. — Харків: ФОП Співак В. Л., 2011. — 282 с. + 22 с. вкладки.
ISBN 978-966-8896-82-8.

Посібник укладено за чинною програмою з фізики для загальноосвітніх навчальних закладів, затвердженою Міністерством освіти і науки України.

У практичному довіднику наведено основні теоретичні відомості з усіх тем програми, приклади розв'язування типових задач, а також завдання для самоконтролю.

Видання розраховане на старшокласників, випускників загальноосвітніх навчальних закладів, учнів шкіл, гімназій, ліцеїв, а також абітурієнтів та вчителів фізики.

ББК 22.3я2

ISBN 978-966-8896-82-8 © Немченко К. Е., Дудінова О. В., 2009
© Ластович О. М., дизайн обкладинки, 2009
© ФОП Співак В. Л., макет, 2011

ПЕРЕДМОВА

Пропонований посібник укладено за чинною програмою з фізики для загальноосвітніх навчальних закладів, затвердженою Міністерством освіти і науки України, та програмовими вимогами зовнішнього незалежного оцінювання з фізики, розробленими Українським центром оцінювання якості освіти.

Видання призначено в першу чергу для випускників загальноосвітніх навчальних закладів, які готуються до вступу до вищих навчальних закладів та братимуть участь у зовнішньому незалежному оцінюванні. Крім того, посібник допоможе учням шкіл, ліцеїв, гімназій, колегіумів швидко й ефективно повторити вивчений матеріал; в оптимальні терміни підготуватися до тематичних контрольних робіт, державної підсумкової атестації, співбесіди на підготовчих курсах при вищих навчальних закладах; знайти і використати відповідний матеріал при розв'язуванні задач.

Практичний довідник містить 5 розділів: «Механіка», «Молекулярна фізика», «Електродинаміка», «Коливання та хвилі» та «Квантова фізика», у кожному з яких виділено рубрики:

- «Це треба знати!»;
- «Самовчитель»;
- «Перевір себе».

У рубриці «Це треба знати!» наведено основні теоретичні відомості з певної теми, подані у формі конспекту, схем, таблиць, графіків тощо. Матеріал рубрики дозволить найбільш повно осмислити і систематизувати теоретичний матеріал.

У «Самовчителі» подано приклади розв'язування типових завдань різного рівня складності, аналогічних до вправ, що пропонувалися під час проведення зовнішнього оцінювання з фізики в попередні роки. В одних випадках це задачі, що ілюструють деякий алгоритм; в інших — завдання, на прикладі яких показано різні способи розв'язування задачі.

«Перевір себе» — рубрика, у якій пропонуються завдання для самостійного розв'язування («Завдання для самоконтролю»), правильність виконання яких можна перевірити за правильними відповідями, наведеними в кінці довідника.

Також практичний довідник має вкладку, до якої увійшов демонстраційний варіант тесту із правильно заповненим бланком відповідей. Це надасть учням можливість перевірити свій рівень

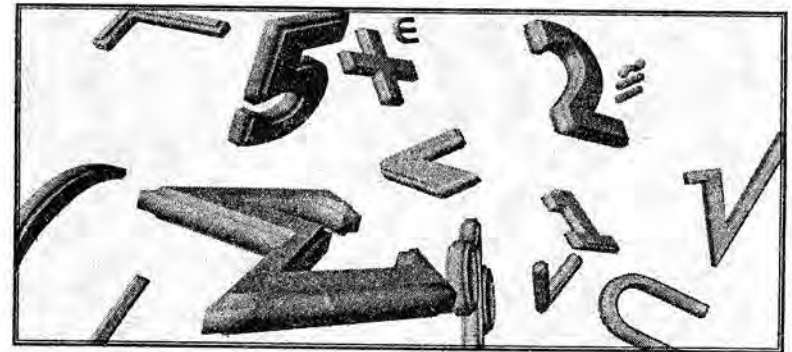
засвоєння теоретичного матеріалу, а також потренуватися швидко й безпомилково запошиювати бланк відповідей.

Отже, сподіваємось на те, що цей посібник стане у пригоді всім, хто бажає здобути необхідні фізичні знання та підготуватися до державної підсумкової атестації і зовнішнього незалежного оцінювання.

Бажаємо успіхів у вивченні та вдосконаленні знань з фізики!



ТЕОРІЯ ПЛЮС ПРАКТИКА



МЕХАНІКА

Це треба знати!

Основне завдання механіки — визначити положення тіла в заздалегідь обраній у просторі системі координат, пов'язаній з умовно нерухомими тілами, у будь-який момент часу.

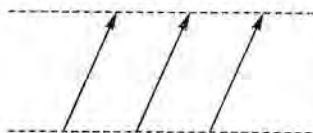
Кінематика

Механічний рух

Кінематика вивчає рух тіл, не розглядаючи причин руху.

Основне завдання кінематики — описати за допомогою математичних формул, графіків або таблиць рух тіла.

Механічний рух — зміна в часі положення тіла (або його частини) відносно інших тіл.



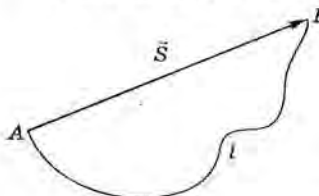
Поступальний рух — рух, при якому швидкості всіх точок тіла однакові за величиною й напрямком (у геометрії — паралельне перенесення).

Для опису поступального руху тіла досить вибрати одну точку й описати її рух.

Матеріальна точка — тіло, розмірами й формою якого в умовах даної задачі можна знехтувати.

Землю можна вважати матеріальною точкою, розраховуючи відстань від Землі до Сонця.

Землю не можна вважати матеріальною точкою, розраховуючи довжину екватора.



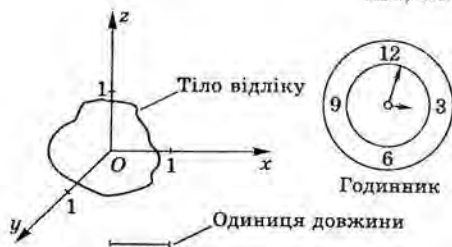
Переміщення \vec{S} — вектор, що з'єднує початкове й кінцеве положення матеріальної точки в просторі.

Траєкторія — лінія, яку описує в просторі матеріальна точка, тобто слід, що залишає рухоме тіло на прямій, площині чи у просторі.

Шлях l — довжина траєкторії.

Система відліку складається з тіла відліку, системи координат, годинника.

У механіці часто тілом відліку служить Земля, з якою пов'язується пря-



мокутна декартова система координат. Систему відліку можна вибрати довільно.

Різні системи відліку є рівноправними й однаково допустимими для дослідження руху якого-небудь тіла.

Траєкторія руху тіла, пройдений шлях і переміщення залежать від вибору системи відліку. Таким чином, механічний рух — відносний.

Векторні й скалярні величини у фізиці

Скалярні величини — фізичні величини, які характеризуються тільки числовими значеннями й можуть задаватися додатними або від'ємними числами.

Приклад: маса m , час t , енергія E , робота A .

Векторні величини — фізичні величини, які характеризуються напрямком і числовим значенням (модулем).

Приклад: швидкість \vec{v} , прискорення \vec{a} , сила \vec{F} .

Дії над векторами

Вектор — відрізок, що має певну довжину й напрямок. Позначається \overline{AB} (A — початок вектора, B — його кінець) або \vec{a} .

Модуль, або абсолютна величина (довжина вектора), позначається $|\vec{a}| = a$.

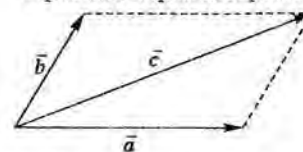
Векторні величини на кресленні позначаються стрілкою: напрямок стрілки вказує напрямок фізичної величини, довжина стрілки пропорційна модулю фізичної величини.

Дії над фізичними векторними величинами виконуються за правилами дій з векторами.

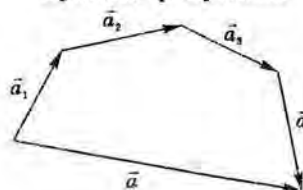
1. Додавання.

Сумою двох векторів \vec{a} і \vec{b} є вектор \vec{c} ;

Правило паралелограма



Правило трикутника



сумою декількох векторів $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ є вектор \vec{a} .

Основні властивості суми: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$, $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{b}| + |\vec{a}|$.

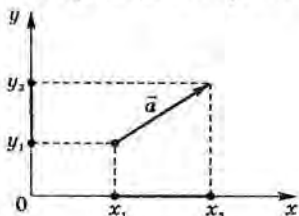
2. Віднімання.



Різницею векторів \vec{a} і \vec{b} є такий вектор \vec{d} , який у сумі з вектором \vec{b} дає вектор \vec{a} :

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{d}, \quad \vec{d} + \vec{b} = \vec{a}.$$

3. Проекції вектора на осі координат.



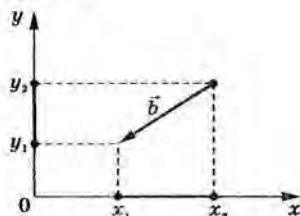
Проекція \vec{a} на вісь x :

$$a_x = x_2 - x_1.$$

Проекція \vec{a} на вісь y :

$$a_y = y_2 - y_1.$$

Знаки проекцій — додатні.



Проекція \vec{b} на вісь x :

$$b_x = x_2 - x_1.$$

Проекція \vec{b} на вісь y :

$$b_y = y_2 - y_1.$$

Знаки проекцій — від'ємні.

Проекції векторних фізичних величин мають такі самі одиниці виміру, що і модуль.

Зміну будь-якої фізичної величини за одиницю часу звичайно називають швидкістю зміни цієї величини. Швидкість зміни векторної величини залишається постійною тільки тоді, коли її модуль і напрямок не змінюються.

Швидкість

Для кількісної характеристики процесу руху тіла вводиться поняття швидкості руху.

Швидкість тіла \vec{v} під час його переміщення в просторі визначається як збільшення величини переміщення \vec{S} за одиницю часу:

$$\vec{v} = \frac{\vec{S}_2 - \vec{S}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{S}}{\Delta t},$$

$$[v] = \text{м/с}.$$

Миттєвою швидкістю поступального руху тіла в момент часу t називається відношення дуже малого переміщення $\Delta \vec{S}$ до малого проміжку часу Δt , протягом якого відбулося це переміщення:

$$\vec{v}_{\text{митт}} = \frac{\Delta \vec{S}}{\Delta t}.$$

Миттєва швидкість під час переміщення тіла залишається постійною лише у випадку, коли її модуль (довжина вектора) і напрямок не змінюються. Рух з постійною швидкістю може бути тільки вздовж прямої у заданому напрямку. Часто вживаний термін «рівномірний рух тіла по колу» означає, що змінюються тільки напрямок руху, а модуль швидкості в точках кола залишається постійним.

В окремому випадку швидкість тіла може дорівнювати нулю. Це означає, що модуль швидкості дорівнює нулю, а напрямок переміщення не визначений — тіло перебуває в стані спокою.

Класичний закон додавання швидкостей

У різних системах відліку швидкості руху тіла між собою пов'язані співвідношенням:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}',$$

де \vec{v} — швидкість тіла в першій системі відліку (x_1, y_1) ;

\vec{v}_0 — швидкість другої системи відліку відносно першої;

\vec{v}' — швидкість тіла в третій системі відліку (x_2, y_2) .

Класичний закон додавання швидкостей справджується для будь-яких напрямків векторів швидкості \vec{v}_0 і \vec{v}' та для швидкостей, значно менших за швидкість світла: $v \ll c$.

1. Безвітряної погоди йде дощ, траєкторія руху крапель перпендикулярна до поверхні Землі.

Швидкість падіння краплі \vec{u} . Іванко стоїть під дощем, Сашко біжить зі швидкістю \vec{v} . Визначити, на кого з хлопчиків потрапить більше крапель і у скільки разів.

Дано:

\vec{u}

$\vec{v}_1 = 0$

$\vec{v}_c = \vec{v}$

$n = ?$

Розв'язання

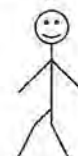
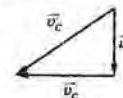
Нехай \vec{v}_c' — швидкість зближення краплі з головою Сашка:

$$\vec{v}_c' = \vec{u} + \vec{v}_c.$$

Додавши вектори за правилом трикутника й застосувавши теорему Піфагора, одержимо:

$$v_c' = \sqrt{u^2 + v_c^2}.$$

Самовчитель



Нехай \vec{v}_1' — швидкість зближення краплі з головою Іванка.

$$\vec{v}_1' = \vec{u} + \vec{v}_1 = \vec{u} + 0, \quad \vec{v}_1' = u. \text{ Таким чином, } \vec{v}_c' > \vec{v}_1'.$$

Визначимо, у скільки разів відрізняються швидкості зближення крапель з головами хлопчиків:

$$n = \frac{\vec{v}_c'}{\vec{v}_1'} = \frac{\sqrt{u^2 + v_c^2}}{u} = \sqrt{\frac{u^2 + v_c^2}{u^2}} = \sqrt{1 + \frac{v_c^2}{u^2}}.$$

Відповідь: за однаковий час Сашкові, який біжить, кра-

пель на голову потрапить у $\sqrt{1 + \frac{v_c^2}{u^2}}$ разів більше, ніж Іванкові, який стоїть.



2. Якщо швидкість вітру $v_1 = 10$ м/с, крапля дощу падає під кутом 30° до вертикалі. За якої швидкості вітру v_2 крапля падатиме під кутом 45° ?

Дано:

$$v_1 = 10 \text{ м/с}$$

$$\alpha_1 = 30^\circ$$

$$\alpha_2 = 45^\circ$$

$$v_2 = ?$$

Розв'язання

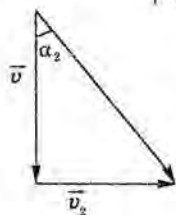
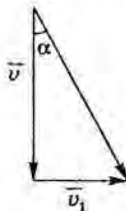
Нехай \vec{v} — вертикальна швидкість падіння краплі. Вітер, що дме горизонтально, не може змінити вертикальної складової швидкості падіння краплі.

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{v_1}{v} \Rightarrow v = \frac{v_1}{\operatorname{tg} \alpha_1}.$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{v_2}{v} = \frac{v_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1}{v_1} \Rightarrow v_2 = \frac{\operatorname{tg} \alpha_2 \cdot v_1}{\operatorname{tg} \alpha_1}.$$

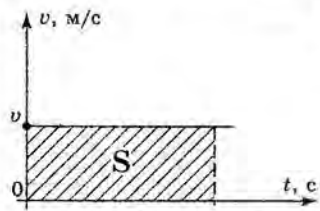
$$v_2 = \frac{\operatorname{tg} 45^\circ \cdot 10}{\operatorname{tg} 30^\circ} = 1 \cdot 10 \cdot \sqrt{3} = 17,3 \text{ м/с}.$$

Відповідь: 17,3 м/с.



Прямолинійний рух

Це треба знати!



Графік залежності швидкості від часу

Рівномірний прямолинійний рух
Рівномірний прямолинійний рух — рух, при якому тіло за будь-які однакові інтервали часу здійснює однакові переміщення.

$$\text{Швидкість: } \vec{v} = \frac{\vec{S}}{t}, [v] = \text{м/с}.$$

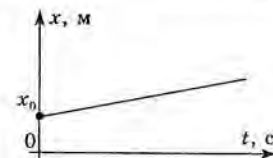
Шлях чисельно дорівнює площі під графіком залежності швидкості від часу:

$$S = v \cdot t.$$

$$\text{Координата } x = x_0 + S;$$

$$[x], [S] = \text{м}; \quad x = x_0 + v \cdot t,$$

де x — координата в момент часу t ,
 x_0 — початкова координата, тобто координата в момент часу $t = 0$.



Графік залежності координати від часу

3. За скільки часу поїзд довжиною 150 м проїде міст довжиною 850 м, якщо швидкість поїзда 72 км/год?

Дано:

$$v = 72 \text{ км/год} = 20 \text{ м/с}$$

$$l = 150 \text{ м}$$

$$S = 850 \text{ м}$$

$$t = ?$$

Розв'язання

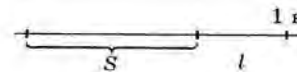
Час, за який поїзд проїжджає міст, — це такий часовий інтервал, протягом якого перший вагон в'їжджає на міст і останній вагон з'їжджає з мосту.

Тобто останній вагон з'їде з мосту, коли перший пройде шлях, що дорівнює довжині поїзда.

$$t = \frac{S+l}{v}; \quad [t] = \frac{\text{м} + \text{м}}{\frac{\text{м}}{\text{с}}} = \text{с};$$

$$t = \frac{150 + 850}{20} = 50 \text{ с}.$$

Відповідь: 50 с.



4. Рух двох велосипедистів задано рівняннями:

$$x_1 = 10 + 2t,$$

$$x_2 = 4 + 5t.$$

Знайти місце й час їхньої зустрічі.

Дано:

$$x_1 = 10 + 2t$$

$$x_2 = 4 + 5t$$

$$A(t; x) = ?$$

Розв'язання

Місце й час зустрічі — точка $A(t; x)$, у якій координати велосипедистів виявляться однаковими: $x_1 = x_2 = x$,

$$t_1 = t_2 = t.$$

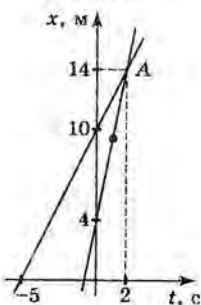
Г спосіб

Розв'яжемо систему рівнянь.

$$\begin{cases} x = 10 + 2t, \\ x = 4 + 5t; \end{cases} \begin{cases} t = \frac{x-10}{2}, \\ x = 4 + 5 \cdot \frac{x-10}{2}; \end{cases} \begin{cases} x = 14, \\ t = 2. \end{cases}$$

$$A(2; 14).$$

Пі спосіб



Побудуємо графіки руху обох велосипедистів в одній системі координат tOx :

$x_1 = 10 + 2t$; якщо $t = -5$, то $x = 0$; якщо $t = 0$, то $x = 10$.

$x_2 = 4 + 5t$; якщо $t = 0$, то $x = 4$; якщо $t = 1$, то $x = 9$.

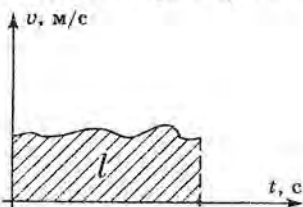
$A(2; 14)$.

Відповідь: велосипедисти зустрінуться через 2 с у точці з координатою 14 м.

Це треба знати!

Нерівномірний прямолінійний рух

Нерівномірний прямолінійний рух — рух, при якому тіло за будь-які однакові інтервали часу здійснює різні переміщення.



Графік залежності модуля швидкості від часу

Шлях чисельно дорівнює площі під графіком залежності модуля швидкості від часу.

Середня швидкість:

$$v_{\text{ср}} = \frac{S_1 + S_2 + \dots + S_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n}$$

$[v_{\text{ср}}] = \text{м/с}$. S — переміщення.

Середня шляхова швидкість:

$$v_{\text{ср}} = \frac{l}{t}, \quad [v_{\text{ср}}] = \text{м/с}; \quad l — \text{шлях.}$$

Самовчитель

5. Першу половину шляху мотоцикліст їхав зі швидкістю 100 км/год, другу половину шляху — зі швидкістю 50 км/год. Знайти середню швидкість мотоцикліста на всьому шляху.

Дано:

$$S_1 = S_2 = \frac{S}{2}$$

$$v_1 = 100 \text{ км/год} = 27,8 \text{ м/с}$$

$$v_2 = 50 \text{ км/год} = 13,9 \text{ м/с}$$

$v_{\text{ср}} = ?$

$$= \frac{S \cdot 2v_1 v_2}{S(v_1 + v_2)} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}$$

Розв'язання

$$v_{\text{ср}} = \frac{S_1 + S_2}{t_1 + t_2}; \quad t_1 = \frac{S_1}{v_1}, \quad t_2 = \frac{S_2}{v_2}$$

$$v_{\text{ср}} = \frac{S_1 + S_2}{\frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2}} = \frac{\frac{S}{2} + \frac{S}{2}}{\frac{S}{2v_1} + \frac{S}{2v_2}} = \frac{S}{\frac{S}{2v_1} + \frac{S}{2v_2}} = \frac{S}{\frac{v_1 + v_2}{2v_1 v_2}} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}$$

$$[v_{\text{ср}}] = \frac{\frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}}}{\frac{\text{м}}{\text{с}} + \frac{\text{м}}{\text{с}}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad v_{\text{ср}} = \frac{2 \cdot 27,8 \cdot 13,9}{27,8 + 13,9} = 18,5 \text{ м/с.}$$

Відповідь: 18,5 м/с.

6. Дві третини часу свого руху турист ішов зі швидкістю 3 км/год, решту часу — зі швидкістю 6 км/год. Знайти середню швидкість туриста на всьому шляху.

Дано:

$$t_1 = \frac{2}{3}t$$

$$v_1 = 3 \text{ км/год} = 0,85 \text{ м/с}$$

$$t_2 = \frac{1}{3}t$$

$$v_2 = 6 \text{ км/год} = 1,7 \text{ м/с}$$

$v_{\text{ср}} = ?$

Розв'язання

$$v_{\text{ср}} = \frac{S_1 + S_2}{t_1 + t_2}; \quad S_1 = v_1 \cdot t_1, \quad S_2 = v_2 \cdot t_2.$$

$$v_{\text{ср}} = \frac{v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_2}{t_1 + t_2} = \frac{v_1 \cdot \frac{2}{3}t + v_2 \cdot \frac{1}{3}t}{\frac{2}{3}t + \frac{1}{3}t} =$$

$$= \frac{t \cdot \left(\frac{2}{3}v_1 + \frac{1}{3}v_2 \right)}{t} = \frac{1}{3} \cdot (2v_1 + v_2).$$

$$[v_{\text{ср}}] = \frac{\text{с} \cdot \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} + \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)}{\text{с}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$v_{\text{ср}} = \frac{1}{3}(2 \cdot 0,85 + 1,7) = 1,1 \text{ м/с.}$$

Відповідь: 1,1 м/с.

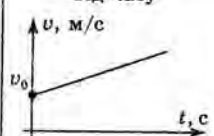
Рівноприскорений прямолінійний рух

Це треба знати!

Рівноприскорений рух — рух, при якому швидкість тіла за будь-які однакові інтервали часу змінюється на ту саму величину.

Прискорення: $\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}$, $[a] = \text{м/с}^2$;

v_0 — початкова швидкість.

$a > 0$, $v > v_0$	Рух рівноприскорений (прискорення направлене уздовж осі X та збігається з напрямком початкової швидкості)	Швидкість: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$, $v = v_0 + at$	Графіки залежності від часу 
------------------------	---	--	--

З рівняння (1) знайдемо t :

$$v_0 - at = 0 \quad (v = 0 \text{ — за умовою}),$$

$$t = \frac{v_0}{a}.$$

Підставимо t в рівняння (2):

$$S = \frac{v_0^2}{a} - \frac{a}{2} \cdot \frac{v_0^2}{a^2} = \frac{v_0^2}{a} - \frac{v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2a} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2aS}; \quad [v_0] = \sqrt{\frac{\text{м} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}} = \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot 0,5 \cdot 225} = 15 \text{ м/с}.$$

Відповідь: 15 м/с.

10. Перший вагон поїзда пройшов повз спостерігача, що стоїть на платформі, за 1 с, а другий — за 1,5 с. З яким прискоренням рухався поїзд, якщо довжина вагону 12 м? Яка його швидкість на початку спостереження?

<p>Дано:</p> <p>$S_1 = S_2 = S = 12 \text{ м}$</p> <p>$t_1 = 1 \text{ с}$</p> <p>$t_2 = 1,5 \text{ с}$</p> <p>$a = ?$</p> <p>$v_0 = ?$</p>	<p>Розв'язання</p> <p>Для першого вагона:</p> $\begin{cases} v_1 = v_0 - at_1, \\ S = v_0 t_1 - \frac{at_1^2}{2}. \end{cases}$
---	--

Для другого вагона:

$$\begin{cases} v_2 = v_1 - at_2, \\ S = v_1 t_2 - \frac{at_2^2}{2}. \end{cases}$$

Поїзд рухається з постійним прискоренням

$$\Rightarrow \begin{cases} v_1 = v_0 - at_1, & (1) \\ S = v_0 t_1 - \frac{at_1^2}{2}, & (2) \\ v_2 = v_1 - at_2, & (3) \\ S = v_1 t_2 - \frac{at_2^2}{2}. & (4) \end{cases}$$

Підставимо (1) в (4):

$$S = (v_0 - at_1) \cdot t_2 - \frac{at_2^2}{2}. \quad (5)$$

З (2) виразимо a й підставимо у вираз (5) для S :

$$S = v_0 t_1 - \frac{at_1^2}{2},$$

$$at_1^2 = 2v_0 t_1 - 2S, \quad a = \frac{2v_0 t_1 - 2S}{t_1^2},$$

$$[a] = \frac{\frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \text{с} - \text{м}}{\text{с}^2} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

$$\begin{aligned} S &= \left(v_0 - \frac{2v_0 t_1 - 2S}{t_1^2} \cdot t_1 \right) \cdot t_2 - \frac{2v_0 t_1 - 2S}{t_1^2} \cdot \frac{t_2^2}{2} = \\ &= \frac{v_0 t_1^2 t_2 - 2v_0 t_1^2 t_2 + 2S t_1 t_2 - v_0 t_1 t_2^2 + S t_2^2}{t_1^2} = \\ &= \frac{S(2t_1 t_2 + t_2^2) - v_0(t_1^2 t_2 + t_1 t_2^2)}{t_1^2}, \end{aligned}$$

$$S t_1^2 = S(2t_1 t_2 + t_2^2) - v_0(t_1^2 t_2 + t_1 t_2^2),$$

$$v_0 = \frac{S(2t_1 t_2 + t_2^2) - S t_1^2}{t_1^2 t_2 + t_1 t_2^2} = S \cdot \frac{2t_1 t_2 + t_2^2 - t_1^2}{t_1^2 t_2 + t_1 t_2^2},$$

$$[v_0] = \text{м} \cdot \frac{\text{с} \cdot \text{с} + \text{с}^2 - \text{с}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{с} - \text{с} \cdot \text{с}^2} = \text{м} \cdot \frac{\text{с}^2}{\text{с}^3} = \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$v_0 = 12 \cdot \frac{2 \cdot 1,5 + 1,5^2 - 1}{1,5 + 1,5^2} = 12 \cdot \frac{4,25}{3,75} = \frac{51}{3,75} = 13,6 \text{ м/с};$$

$$a = \frac{2 \cdot 13,6 - 2 \cdot 12}{1} = 3,2 \text{ м/с}^2.$$

Відповідь: $a = 3,2 \text{ м/с}^2$; $v_0 = 13,6 \text{ м/с}$.

Вільне падіння

Вільне падіння — рух тіла тільки під дією тяжіння Землі.

Силою тертя об повітря можна знехтувати.

Усі тіла, що вільно падають, рухаються з однаковим прискоренням (для даної широти).

Прискорення вільного падіння напрямлене вертикально вниз, і його модуль поблизу поверхні Землі дорівнює $g = 9,8 \text{ м/с}^2$.

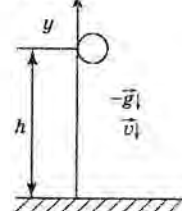
Вільне падіння без початкової швидкості:

$$v_0 = 0,$$

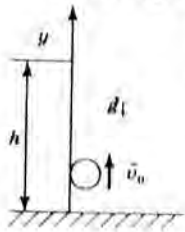
$$v = gt,$$

$$h = \frac{gt^2}{2}.$$

Це треба знати!



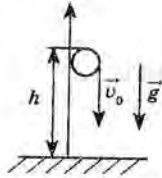
Рух по вертикалі з ненульовою початковою швидкістю:



$v_0 = 0$ — швидкість у крайній верхній точці.

$$v = v_0 - gt,$$

$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$



$$v = v_0 + gt,$$

$$h = v_0 t + \frac{gt^2}{2}$$

Самовчитель

11. Вільно падаючи, тіло пройшло останні 30 м за 0,5 с. Знайти висоту, з якої падає тіло, й повний час падіння.

Дано:
 $h' = 30$ м
 $t' = 0,5$ с
 $g = 10$ м/с²
 $h = ?$
 $t = ?$

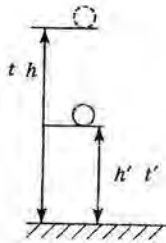
Розв'язання

Тіло вільно падає з висоти h з початковою швидкістю $v_0 = 0$ м/с і проходить увесь шлях за час t .

$$h = \frac{gt^2}{2} \quad (1)$$

До початку спостереження тіло проходить шлях $h - h'$ за час $t - t'$.

$$h - h' = \frac{g(t - t')^2}{2} \quad (2)$$



Підставимо вираз (1) для h в (2) і знайдемо повний час падіння t :

$$\frac{gt^2}{2} - h' = \frac{g(t - t')^2}{2}, \quad gt^2 - 2h' = g(t - t')^2, \quad gt^2 - g(t - t')^2 = 2h',$$

$$t = \frac{2h' + gt'^2}{2gt'}$$

$$[t] = \frac{\frac{m}{c^2} \cdot c^2}{\frac{m}{c^2} \cdot c} = \frac{m}{m} = c; \quad t = \frac{2 \cdot 30 + 10 \cdot 0,25}{2 \cdot 10 \cdot 0,5} = \frac{62,5}{10} = 6,25 \text{ с.}$$

Підставимо t у вираз (1) для h :

$$h = \frac{g}{2} \cdot \frac{(2h' + gt'^2)^2}{4g^2 t'^2} = \frac{(2h' - gt'^2)^2}{8gt'^2}, \quad [h] = \frac{\left(\frac{m}{c^2} \cdot c^2\right)^2}{\frac{m}{c^2} \cdot c^2} = \frac{m^2}{m} = m;$$

$$h = \frac{(2 \cdot 30 + 10 \cdot 0,25)^2}{8 \cdot 10 \cdot 0,25} = 195,3 \text{ м.}$$

Відповідь: 195,3 м; 6,25 с.

12. Тіло вільно падає з висоти 27 м. Розділіть цю висоту на три частини h_1 , h_2 і h_3 так, щоб на проходження кожної з них потрібен був однаковий час.

Дано:

$h_1 + h_2 + h_3 =$
 $= h = 27$ м
 $t_1 = t_2 = t_3 = t$
 $h_1 = ?$
 $h_2 = ?$
 $h_3 = ?$

Розв'язання

Для I ділянки: $v_0 = 0$.

$$h_1 = \frac{gt^2}{2}, \quad v_1 = gt.$$

Для II ділянки:

$$h_2 = v_1 t + \frac{gt^2}{2} = gt^2 + \frac{gt^2}{2} = \frac{3}{2} gt^2,$$

$$v_2 = v_1 + gt = gt + gt = 2gt.$$

Для III ділянки:

$$h_3 = v_2 t + \frac{gt^2}{2} = 2gt^2 + \frac{gt^2}{2} = \frac{5}{2} gt^2,$$

$$v_3 = v_2 + gt = 2gt + gt = 3gt.$$

Враховуючи, що $h_1 + h_2 + h_3 = h$, маємо:

$$h = \frac{gt^2}{2} + \frac{3}{2} gt^2 + \frac{5}{2} gt^2 = \frac{9}{2} gt^2, \quad t = \sqrt{\frac{2h}{9g}};$$

$$[t] = \sqrt{\frac{\frac{m}{c^2}}{\frac{m}{c^2}}} = \sqrt{c^2} = c;$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 27}{9 \cdot 10}} = \sqrt{0,6} \text{ с.}$$

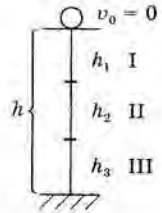
$$\text{Тоді } h_1 = \frac{1}{2} gt^2; \quad h_1 = \frac{(\sqrt{0,6})^2 \cdot 10}{2} = 3 \text{ м;}$$

$$h_2 = \frac{3}{2} gt^2; \quad h_2 = \frac{3 \cdot (\sqrt{0,6})^2 \cdot 10}{2} = 9 \text{ м;}$$

$$h_3 = \frac{5}{2} gt^2; \quad h_3 = \frac{5 \cdot (\sqrt{0,6})^2 \cdot 10}{2} = 15 \text{ м.}$$

Відповідь: $h_1 = 3$ м; $h_2 = 9$ м; $h_3 = 15$ м.

13. Ударившись об поверхню Землі, м'яч рухається вертикально дгори зі швидкістю 15 м/с. Знайти координату м'яча над поверхнею Землі через 1 с і 2 с після початку руху. Пояснити отриманий результат.



Дано:

$$v_0 = 15 \text{ м/с}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$h_0 = 0 \text{ м}$$

$$t_1 = 1 \text{ с}$$

$$t_2 = 2 \text{ с}$$

$$y_1 = ?$$

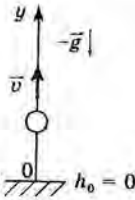
$$y_2 = ?$$

Розв'язання

Координата тіла, що рухається рівноприскорено й прямолінійно, виражається за формулою:

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}.$$

Координатну вісь Oy спрямуємо вертикально догори, початок відліку розмістимо на поверхні Землі. Тоді $y_0 = h_0 = 0$.



Оскільки напрямок вектора початкової швидкості \vec{v}_0 збігається з напрямком осі Oy , а напрямок вектора \vec{g} протилежний до напрямку осі Oy , то проекція початкової швидкості v_0 — додатна, а проекція прискорення a_y — від'ємна: $v_{0y} = v_0$, $a_y = -g$.

$$\text{Тоді } y = v_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

$$y_1 = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 1 \text{ с} - \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 1 \text{ с}^2}{2} = 10 \text{ м};$$

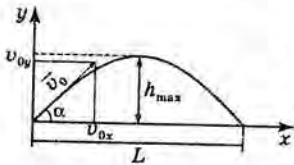
$$y_2 = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 2 \text{ с} - \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 4 \text{ с}^2}{2} = 10 \text{ м}.$$

Через 1 с і через 2 с після початку руху м'яч перебуває в тій самій точці простору. У момент часу $t_1 = 1 \text{ с}$ він проходить через цю точку, рухаючись догори, а в момент часу $t_2 = 2 \text{ с}$, — рухаючись донизу.

Відповідь: $y_1 = 10 \text{ м}$; $y_2 = 10 \text{ м}$.

Це треба знати!

Рух тіла, кинутого під кутом до горизонту



Опором повітря можна знехтувати. Траєкторія руху — парабола. Прискорення тіла в будь-якій точці траєкторії — прискорення вільного падіння \vec{g} .

Тіло одночасно бере участь у двох рухах:

по горизонталі уздовж осі Ox — рівномірний;

по вертикалі уздовж осі Oy — рівноприскорений.

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos \alpha, \\ v_{0y} = v_0 \sin \alpha. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(t) = v_0 t \cos \alpha, \\ y(t) = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}. \end{cases}$$

$$\text{Час польоту: } t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}.$$

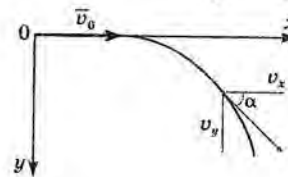
$$\text{Дальність польоту: } L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

Якщо $\alpha = 45^\circ$, то $\sin 2\alpha = 1$ — дальність польоту максимальна.

$$\text{Час підйому: } t_{\text{підйому}} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}.$$

$$\text{Висота підйому: } h_{\text{max}} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$

Рух тіла, кинутого горизонтально



$$\begin{cases} v_{0x} = v_0, \\ v_{0y} = 0; \end{cases} \begin{cases} v_x = v_0, \\ v_y = gt. \end{cases}$$

$$\text{Дальність польоту: } L = v_0 t.$$

$$\text{Висота: } h = \frac{gt^2}{2}.$$

14. Камінь кинуту під кутом 30° до горизонту зі швидкістю 10 м/с . Через який час він буде на висоті 1 м ?

Самовчитель

Дано:

$$v_0 = 10 \text{ м/с}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$h = 1 \text{ м}$$

$$t = ?$$

Розв'язання

$$h_y = v_{0y} t - \frac{gt^2}{2},$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha,$$

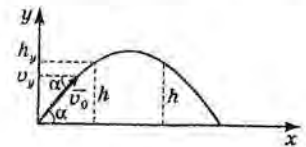
$$h = v_0 t \cdot \sin \alpha - \frac{gt^2}{2},$$

$$gt^2 - 2v_0 t \cdot \sin \alpha + 2h = 0.$$

Підставимо числові значення й розв'яжемо квадратне рівняння:

$$10t^2 - 2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} t + 2 = 0,$$

$$10t^2 - 2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} t + 2 = 0,$$



$$10t^2 - 10t + 2 = 0,$$

$$D = 1 - 4 \cdot 0,2 = 0,2;$$

$$t^2 - t + 0,2 = 0;$$

$$t_1 = \frac{1 + \sqrt{0,2}}{2} = 0,72 \text{ с},$$

$$t_2 = \frac{1 - \sqrt{0,2}}{2} = 0,28 \text{ с}.$$

Відповідь: камінь буде на висоті 1 м через 0,28 с в момент підйому й через 0,72 с в момент падіння.

15. Яка дальність польоту м'яча, кинутого зі швидкістю 10 м/с під кутом 60° до горизонту, якщо він удариться об стелю, висота якої 3 м? Удар вважають пружним.

Дано: $v_0 = 10 \text{ м/с}$, $\alpha = 60^\circ$, $h = 3 \text{ м}$, $l = ?$
Розв'язання По вертикалі м'яч рухається рівносповільнено до моменту удару об стелю:

$$h = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2},$$

де t — час підйому.

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha.$$

$$h = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2},$$

$$gt^2 - 2v_0 t \sin \alpha + 2h = 0.$$

$$D = 4v_0^2 \sin^2 \alpha - 8gh,$$

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha \pm \sqrt{4v_0^2 \sin^2 \alpha - 8gh}}{2g} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \pm \frac{\sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha - 2gh}}{g} =$$

$$= \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \pm \sqrt{\left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g}\right)^2 - \frac{2h}{g}}.$$

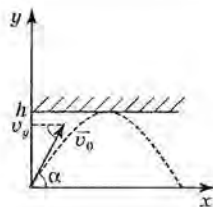
Ми розглядаємо тільки знак «-», тому що знак «+» дає час польоту по траєкторії, що не має зламів.

$$\text{Якщо } t = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} - \sqrt{\left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g}\right)^2 - \frac{2h}{g}} \text{ — час підйому, то час усього}$$

го польоту дорівнює $2t$.

По горизонталі рух рівномірний:

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha, \quad l_x = v_{0x} \cdot 2t,$$



$$l = v_0 \cos \alpha \cdot 2 \cdot \left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g} - \sqrt{\left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g}\right)^2 - \frac{2h}{g}} \right) =$$

$$= \frac{v_0^2 \cdot 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{g} - 2v_0 \cos \alpha \sqrt{\left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g}\right)^2 - \frac{2h}{g}} =$$

$$= \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} - v_0 \sqrt{\frac{v_0^2 \cdot 4 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{g^2} - \frac{8h \cdot \cos^2 \alpha}{g}} =$$

$$= \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} - v_0 \sqrt{\frac{v_0^2 \cdot \sin^2 2\alpha}{g^2} - \frac{8h \cdot \cos^2 \alpha}{g}}.$$

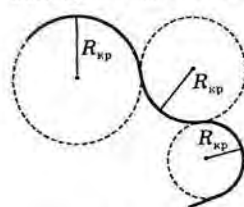
$$l = \frac{100 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 10} - 10 \sqrt{\frac{100 \cdot 3}{100 \cdot 4} - \frac{8^2 \cdot 3}{4 \cdot 10}} = 5\sqrt{3} - 10\sqrt{0,75 - 0,6} \approx 5 \text{ м}.$$

Відповідь: 5 м.

Криволінійний рух

Вектор початкової швидкості \vec{v}_0 й вектор постійного прискорення \vec{a} не лежать на одній прямій.

Завжди рух із прискоренням, тому що вектор швидкості змінюється в часі.

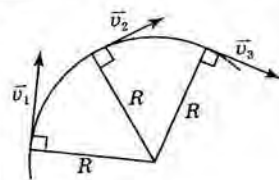


\vec{v} напрямлений по дотичній до траєкторії.

Завжди можна представити як послідовність рухів, що відбуваються по дугах кіл.

R_{kp} — радіус кривизни.

Це треба знати!

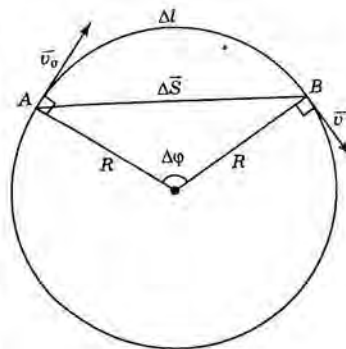


Рівномірний рух по колу

Траєкторія руху — коло радіуса R ;

Δl — шлях, пройдений з положення A в положення B за час Δt ;

$\Delta \varphi$ — кутове переміщення, тобто кут повороту радіуса протягом малого часу Δt .



$$|\vec{v}| = \text{const};$$

$$\vec{v} \text{ змінюється в часі} \Rightarrow \vec{a}.$$

Лінійна швидкість: $v = |\vec{v}| = \frac{\Delta l}{\Delta t}$, $[v] = \text{м/с}$.

Кутова швидкість: $\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$, $[\omega] = \frac{\text{рад}}{\text{с}} = \frac{1}{\text{с}} = \text{с}^{-1}$.

Рівномірний рух по колу:

$$|\vec{v}_0| = |\vec{v}| = v$$

$$\omega = \text{const}$$

Зв'язок між кутовою й лінійною швидкістю:

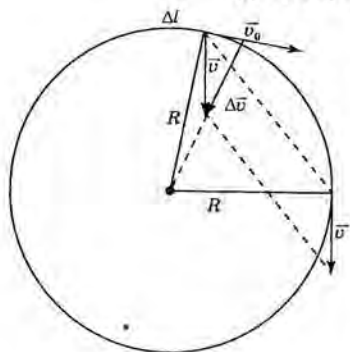
$$|\Delta \vec{S}| = \Delta l = R \cdot \Delta \varphi, \text{ якщо } \Delta t \text{ — малий};$$

$$v = \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{|\Delta \vec{S}|}{\Delta t} = R \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \omega R, \quad v = \omega R;$$

$|\Delta \vec{S}|$ — модуль переміщення;

Δl — шлях.

Доцентрове прискорення



$\Delta v = v \cdot \Delta \varphi$, якщо Δt — малий;

$$a = |\vec{a}| = \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = v \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} =$$

$$= v \cdot \omega = v \cdot \frac{v}{R} = \frac{v^2}{R},$$

$$a_{\text{дц}} = \frac{v^2}{R}.$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}, \quad \Delta \vec{v} \text{ — напрямлений}$$

до центра кола.

Вектор $\vec{a}_{\text{дц}}$ у будь-якій точці траєкторії перпендикулярний до вектора швидкості руху \vec{v} і напрямлений до центра кола.

Частота обертання: ν — кількість повних обертів за одиницю часу.

Період обертання T — час одного повного оберту.

$$\nu = \frac{N}{t},$$

де N — кількість повних обертів.

$$T = \frac{2\pi R}{v},$$

де v — лінійна швидкість,
 R — радіус кола.

$$T = \frac{1}{\nu}, \quad [T] = \text{с}, \quad [\nu] = \frac{1}{\text{с}} = \text{с}^{-1}.$$

Співвідношення між величинами

$$\text{Лінійна швидкість: } v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R \cdot \nu.$$

$$\text{Кутова швидкість: } v = \omega R.$$

$$\text{Доцентрове прискорення: } a_{\text{дц}} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2 R}.$$

16. Знайти швидкість велосипеда, якщо

Самовчитель

колесо робить 120 обертів за 1 хвилину, а радіус колеса 40 см. Чому дорівнює період обертання й доцентрове прискорення точок на ободі колеса?

Дано:

$$\nu = 120 \text{ об/хв} = 2 \text{ с}^{-1}$$

$$R = 40 \text{ см} = 0,4 \text{ м}$$

$$T = ?$$

$$v = ?$$

$$a_{\text{дц}} = ?$$

Розв'язання

Період обертання дорівнює

$$T = \frac{1}{\nu}, \quad [T] = \text{с},$$

$$T = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ с}.$$

$$T = \frac{2\pi R}{v}, \text{ де } 2\pi R \text{ — довжина траєкторії (кола) руху точок обода}$$

колеса.

$$v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R \nu, \quad [v] = \text{м/с}.$$

$$v = 2 \cdot 3,14 \cdot 0,4 \cdot 2 = 5,024 \text{ м/с}.$$

Доцентрове прискорення:

$$a_{\text{дц}} = \frac{v^2}{R}, \quad [a_{\text{дц}}] = \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{м}} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

$$a_{\text{дц}} = \frac{(5,024)^2}{0,4} = 63,1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Відповідь: 0,5 с; 5,024 м/с; 63,1 м/с².

17. Внаслідок збільшення в 4 рази радіуса колової орбіти штучного супутника Землі період його обертання збільшується у 8 разів. У скільки разів змінюється швидкість руху супутника по орбіті?

Дано:

$R_2 = 4R_1$

$T_2 = 8T_1$

$\frac{v_2}{v_1} = ?$

Розв'язання

Період обертання дорівнює: $T = \frac{2\pi R}{v}$,де $2\pi R$ — довжина колової орбіти супутника;

$$v = \frac{2\pi R}{T} \cdot \frac{v_2}{v_1} = \frac{2\pi R_2}{T_2} \cdot \frac{T_1}{2\pi R_1} = \frac{4R_1}{8T_1} \cdot \frac{T_1}{R_1} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Відповідь: швидкість зменшиться в 2 рази.

Динаміка

Це треба знати!

Динаміка вивчає причини, що змінюють рух тіла або його спричиняють.

Основне завдання динаміки — з'ясувати, як впливає взаємодія тіл на характер руху.

Вільна матеріальна точка (тіло) — тіло, на яке не діють інші тіла.

Інерціальна система відліку (ІСВ) — система відліку, відносно якої вільна матеріальна точка, яка не зазнає впливу інших тіл, рухається рівномірно й прямолінійно.

Неінерціальна система відліку — система відліку, що рухається з прискоренням відносно інерціальної системи відліку.

Інертність — властивість тіл з різною масою отримувати різні прискорення під дією однакових сил.

Інерція — явище збереження швидкості тіла, якщо на нього не діють інші тіла (вільна матеріальна точка) або дію на нього з боку інших тіл скомпенсовано.

Маса (інертна) — скалярна фізична величина, що є мірою інертності матеріальної точки або мірою інертності тіла в поступальному русі.

У класичній механіці Ньютона:

— маса тіла не залежить від швидкості руху цього тіла:

$$m \neq m(v);$$

— маса адитивна, тобто маса тіла дорівнює масі всіх частин, з яких складається тіло:

$$m = m_1 + m_2 + \dots + m_n; [m] = \text{кг},$$

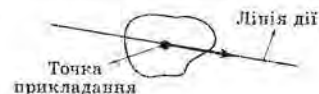
— виконується закон збереження маси: маса тіла залишається незмінною за будь-яких механічних процесів, що відбуваються в системі тіл.

Сила — векторна фізична величина, що є мірою взаємодії тіл, частин тіл або фізичних полів, тобто причиною зміни швидкості тіла:

$$[F] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}.$$

Сила \vec{F} має напрямок, модуль, точку прикладання й лінію дії.

Прилад для вимірювання сили — динамометр.



Закони Ньютона

Перший закон Ньютона (закон інерції)

В інерціальних системах відліку (ІСВ) тіла, що рухаються поступально, зберігають свою швидкість постійною, якщо на них не діють інші тіла або дію інших тіл скомпенсовано.

Другий закон Ньютона

Прискорення матеріальної точки (тіла) пропорційне силі, яка його спричиняє, й обернено пропорційне масі матеріальної точки (тіла):

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}, \quad \vec{F} = m\vec{a}; \quad 1 \text{ Н} = \frac{1 \text{ кг} \cdot 1 \text{ м}}{1 \text{ с}^2}.$$

Третій закон Ньютона

Два тіла взаємодіють одне з одним із силами, напрямленими уздовж однієї прямої, рівними за модулем і протилежними за напрямком:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}.$$

18. На тіло масою 500 г одночасно діють дві сили 12 Н і 4 Н, напрямлені в протилежному напрямку уздовж однієї прямої. Визначити модуль і напрямок прискорення.

Самовчитель

Дано:

$m = 500 \text{ г} = 0,5 \text{ кг}$

$F_1 = 12 \text{ Н}$

$F_2 = 4 \text{ Н}$

$a = ?$

Розв'язання

Згідно з другим законом Ньютона:

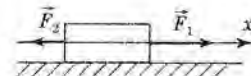
$$\vec{F} = m \cdot \vec{a},$$

$$\text{де } \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2.$$

Проведемо вісь Ox , тоді проекція $F = F_1 - F_2$.

$$\text{Таким чином, } a = \frac{F_1 - F_2}{m}, \quad [a] = \frac{\text{Н}}{\text{кг}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

$$a = \frac{12 - 4}{0,5} = 16 \text{ м/с}^2.$$

Відповідь: 16 м/с², прискорення напрямлене у бік дії більшої сили.

19. Координата тіла змінюється за законом $x = 20 + 5t + 0,5t^2$ під дією сили 100 Н. Знайти масу тіла.

<p>Дано:</p> $x = 20 + 5t + 0,5t^2$ $F = 100 \text{ Н}$ $m = ?$	<p><i>Розв'язання</i></p> <p>Під дією сили тіло рухається рівноприскорено. Отже, його координата змінюється за законом:</p> $x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2};$
---	---

$$x = 20 + 5t + 0,5t^2 \Rightarrow a = 2 \cdot 0,5 = 1 \text{ м/с}^2.$$

Згідно з другим законом Ньютона:

$$F = ma \Rightarrow m = \frac{F}{a}.$$

$$[m] = \frac{\text{Н} \cdot \text{с}^2}{\text{м}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{м}} = \text{кг}.$$

$$m = \frac{100}{1} = 100 \text{ кг}.$$

Відповідь: 100 кг.

20. Тіло масою 1,2 кг набуло швидкості 12 м/с на відстані 2,4 м під дією сили 16 Н. Знайти початкову швидкість тіла.

<p>Дано:</p> $v = 12 \text{ м/с}$ $S = 2,4 \text{ м}$ $F = 16 \text{ Н}$ $m = 1,2 \text{ кг}$ $v_0 = ?$	<p><i>Розв'язання</i></p> <p>Під дією сили тіло набуває прискорення згідно з другим законом Ньютона:</p> $F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m}.$
---	--

Для рівноприскореного руху:

$$\left\{ \begin{aligned} S &= v_0 t + \frac{at^2}{2}, \quad (1) \\ v &= v_0 + at. \quad (2) \end{aligned} \right.$$

З (2) виразимо час t :

$$v = v_0 + at \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{a}$$

і підставимо вираз для t в (1):

$$S = v_0 \frac{v - v_0}{a} + \frac{a}{2} \cdot \frac{(v - v_0)^2}{a^2} = \frac{2vv_0 - 2v_0^2 + v^2 - 2vv_0 + v_0^2}{2a} = \frac{v^2 - v_0^2}{2a};$$

$$S = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \Rightarrow v_0 = \sqrt{v^2 - 2Sa}.$$

Підставимо вираз для прискорення:

$$v_0 = \sqrt{v^2 - 2S \cdot \frac{F}{m}};$$

$$[v_0] = \sqrt{\frac{\text{М}^2}{\text{с}^2} - \frac{\text{М} \cdot \text{Н}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{М}^2}{\text{с}^2} - \frac{\text{М} \cdot \text{кг} \cdot \text{М}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{М}^2}{\text{с}^2}} = \frac{\text{М}}{\text{с}}.$$

$$v_0 = \sqrt{144 - \frac{2 \cdot 2,4 \cdot 16}{1,2}} = \sqrt{144 - 64} = 8,9 \text{ м/с}.$$

Відповідь: 8,9 м/с.

Динаміка тіла, що рухається по колу

Це треба знати!

На тіло масою m , що рухається рівномірно по колу, діє доцентрова сила, що за другим законом Ньютона становить:

$$\vec{F}_{\text{дц}} = m\vec{a}_{\text{дц}},$$

$$F_{\text{дц}} = m \frac{v^2}{R},$$

де m — маса тіла; v — лінійна швидкість тіла; R — радіус кола.

Відцентрова сила

$\vec{F}_{\text{вц}}$ протидіє доцентровій силі $\vec{F}_{\text{дц}}$ і за третім законом Ньютона $\vec{F}_{\text{вц}}$ дорівнює за модулем й протилежна за напрямком $\vec{F}_{\text{дц}}$:

$$\vec{F}_{\text{вц}} = -\vec{F}_{\text{дц}}.$$

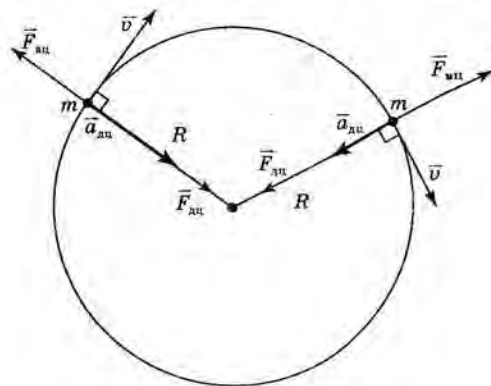
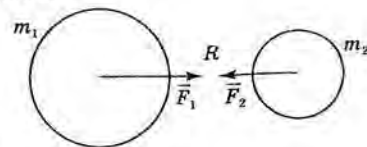
У механіці розглядають три типи сил:

- сили тяжіння;
- сили пружності;
- сили тертя.

Сили тяжіння

Закон всесвітнього тяжіння

Матеріальні точки притягуються одна до одної із силою, модуль якої прямо пропорційний



добутку їхніх мас і обернено пропорційний квадрату відстані між ними:

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2},$$

де $G = 6,672 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$ (експериментально довів Генрі Кавендіш у 1788 році);

G — коефіцієнт пропорційності — гравітаційна стала;

F — величина сили тяжіння, $[F] = \text{Н}$;

m_1, m_2 — маси матеріальних точок, $[m] = \text{кг}$;

R — відстань між матеріальними точками, $[R] = \text{м}$.

Межі застосування закону всесвітнього тяжіння:

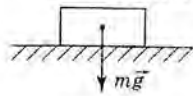
— для матеріальних точок;

— для однорідних куль;

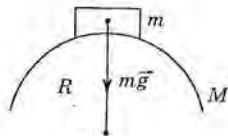
— для сферично-симетричних тіл (планети, зірки).

Маса характеризує гравітаційні властивості тіл.

Сила тяжіння — сила притягання тіла до Землі.



$$\left. \begin{aligned} F &= mg \\ F &= G \frac{m \cdot M}{R^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow mg = G \frac{m \cdot M}{R^2};$$



Земля

$$g = \frac{G \cdot M}{R^2},$$

де M — маса Землі,

R — радіус Землі.

Прискорення вільного падіння \vec{g} — прискорення, з яким тіло масою m рухається в полі тяжіння Землі.

Прискорення вільного падіння залежить від:

1) висоти тіла h над Землею:

$$g' = G \frac{M}{(R+h)^2},$$

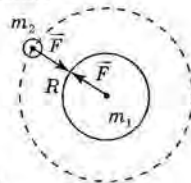
де R — радіус Землі;

2) географічної широти:

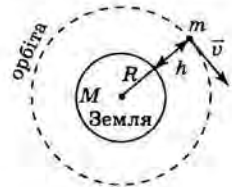
$g = 9,83 \text{ м/с}^2$ — поблизу полюсів,

$g = 9,78 \text{ м/с}^2$ — на екваторі.

Перша космічна швидкість — мінімальна швидкість, яку необхідно надати тілу, щоб воно стало штучним супутником Землі, який рухається по коловій орбіті.



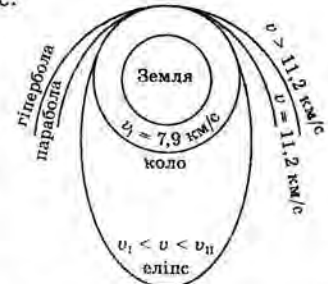
$$\left. \begin{aligned} F &= G \frac{m \cdot M}{(R+h)^2} \\ F_{\text{ан}} &= ma_{\text{ан}} = m \frac{v^2}{R+h} \end{aligned} \right\} \Rightarrow G \frac{m \cdot M}{(R+h)^2} = m \frac{v^2}{R+h}.$$



Якщо $h \ll R$, то $v_1 = \sqrt{gR} \approx 7,9 \text{ км/с}$.

Друга космічна швидкість — мінімальна швидкість, яку необхідно надати тілу, щоб воно змогло подолати притягання Землі й стати супутником Сонця, що рухається по параболичній орбіті в полі тяжіння Землі:

$$v_{\text{II}} = \sqrt{2gR} \approx 11,2 \text{ км/с}.$$



21. Визначити прискорення вільного падіння на Місяці, якщо його радіус 1700 км, а маса дорівнює $7,3 \cdot 10^{22} \text{ кг}$.

Самовчитель

Дано:

$$R = 1700 \text{ км} = 1,7 \cdot 10^6 \text{ м}$$

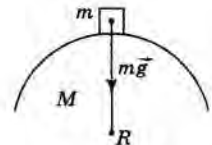
$$M = 7,3 \cdot 10^{22} \text{ кг}$$

$$g = ?$$

Розв'язання

Розглянемо тіло масою m , що перебуває на поверхні Місяця у стані спокою.

Збоку Місяця на тіло діє сила тяжіння $F = mg$.



Згідно із законом всесвітнього тяжіння Місяць масою M і тіло масою m взаємодіють із силою $F = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2}$, де R — радіус Місяця;

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \text{ — гравітаційна стала.}$$

$$\text{Отже, } G \frac{m \cdot M}{R^2} = mg, \quad g = \frac{GM}{R^2};$$

$$[g] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{кг}}{\text{кг}^2 \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Н}}{\text{кг}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2};$$

$$g = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,3 \cdot 10^{22}}{(1,7 \cdot 10^6)^2} = 1,66 \text{ м/с}^2.$$

Відповідь: $1,66 \text{ м/с}^2$.

22. Визначити мінімальний період обертання супутника нейтронної зірки, густина речовини якої 10^{17} кг/м^3 .

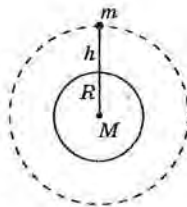
Дано:
 $\rho = 10^{17} \text{ кг/м}^3$
 $T = ?$

Розв'язання

Згідно із законом всесвітнього тяжіння між супутником масою m і планетою масою M діє сила

$$F = G \frac{m \cdot M}{(R+h)^2} = G \frac{m \cdot M}{R^2}$$

(якщо вважати висоту h супутника над планетою значно меншою від радіуса планети $h \ll R$).



$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \text{ — гравітаційна стала.}$$

Супутник рухається по коловій орбіті, отже, на супутник діє доцентрова сила: $F_{\text{дц}} = m a_{\text{дц}} = \frac{mv^2}{R}$.

$$\frac{mv^2}{R} = G \frac{m \cdot M}{R^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

де v — швидкість руху супутника.

$$[v] = \sqrt{\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}} \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}}} = \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Мінімальний період обертання:

$$T = \frac{2\pi R}{v} \Rightarrow T = 2\pi R \cdot \frac{\sqrt{R}}{\sqrt{GM}} = \frac{2\pi}{\sqrt{G}} \cdot \frac{R^{3/2}}{\sqrt{M}}$$

$$[v] = \sqrt{\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}}} = \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Середня густина планети: $\rho = \frac{M}{V}$,

де M — маса планети, V — її об'єм.

Об'єм кулі:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \Rightarrow \rho = \frac{3}{4\pi} \frac{M}{R^3} \Rightarrow \frac{M}{R^3} = \frac{4\pi\rho}{3} \Rightarrow \frac{R^3}{M} = \frac{3}{4\pi\rho}$$

Підставимо отриманий вираз у формулу для періоду:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{G}} \cdot \frac{R^{3/2}}{\sqrt{M}} = \frac{2\pi}{\sqrt{G}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4\pi\rho}} = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}$$

$$[T] = \sqrt{\frac{\text{кг}^2 \cdot \text{м}^3}{\text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{кг} \cdot \text{м}}} = \text{с};$$

$$T = \sqrt{\frac{3 \cdot 3,14}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 10^{17}}} = \frac{3,06}{2,58 \cdot 10^3} = 1,19 \cdot 10^{-3} \text{ с.}$$

Відповідь: $1,19 \cdot 10^{-3} \text{ с.}$

Сили пружності

Це треба знати!

Виникають при деформації тіла та напрямлені протилежно до зміщення частинок тіла відносно положення рівноваги.

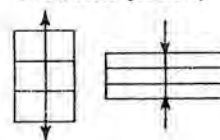
Деформація — зміна форми й (або) об'єму тіла.

Пружні деформації — повністю зникають після припинення дії зовнішніх сил (сталь, гума).

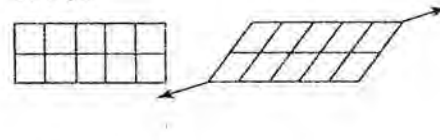
Непружні (пластичні) деформації — не зникають після припинення дії зовнішніх сил (мідь, алюміній).

Типи деформацій

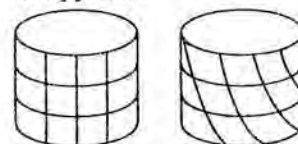
1. Розтяг (стиск)



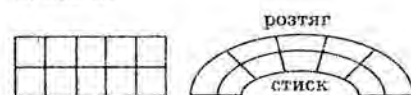
2. Зсув



3. Кручення



4. Вигин



Закон Гука

Роберт Гук (1635–1703)

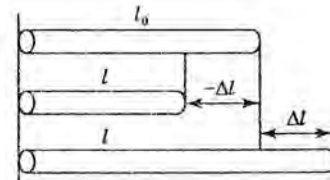
Сила пружності прямо пропорційна подовженню тіла та напрямлена протилежно до напрямку зміщення частинок тіла у процесі деформації.

$$F_{\text{пр}} = k |\Delta l|,$$

де $\Delta l = l - l_0$, l_0 — початкова довжина, l — кінцева довжина.

$$F_{\text{пр}} = -k \Delta l.$$

k — коефіцієнт жорсткості: величина, що залежить від властивостей матеріалу й лінійних розмірів тіла; $[k] = \text{Н/м}$.



Розтяг: $l > l_0 \Rightarrow \Delta l > 0$.

Стиск: $l < l_0 \Rightarrow \Delta l < 0$. $[\Delta l] = \text{м}$.

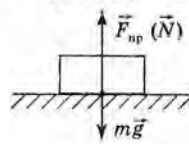
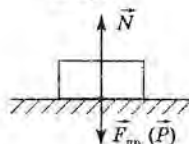
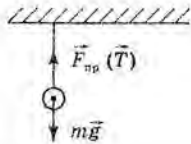
Межі застосування закону Гука: закон виконується тільки для малих пружних деформацій.

Приклади сили пружності

\vec{T} — сила натягу

\vec{N} — сила реакції опори

\vec{P} — сила нормально-го тиску — вага

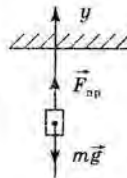


Самовчитель

23. На скільки подовжиться рибальська волосінь жорсткістю $0,5 \text{ кН/м}$ під час підняття рибини масою 500 г ?

Дано:
 $k = 0,5 \text{ кН/м} = 500 \text{ Н/м}$
 $m = 500 \text{ г} = 0,5 \text{ кг}$
 $\Delta x = ?$

Розв'язання
 Рибину піднімають рівномірно прямолінійно. Це означає, що рівнодіюча сила дорівнює нулю:
 $\vec{F}_{\text{пр}} + m\vec{g} = 0$.



Проведемо вісь Oy і запишемо проекції сил:
 $mg = F_{\text{пр}}$.

Згідно із законом Гука:

$$F_{\text{пр}} = k \cdot |\Delta x|,$$

де $\Delta x > 0$, тому що за умовою волосінь розтягується \Rightarrow

$$\Rightarrow mg = k \cdot \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{mg}{k};$$

$$[\Delta x] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{Н}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Н}} = \text{м};$$

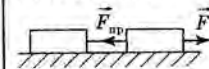
$$\Delta x = \frac{0,5 \cdot 10}{500} = 0,01 \text{ м}.$$

Відповідь: $0,01 \text{ м}$.

24. На скільки збільшиться довжина буксирного троса жорсткістю 100 кН/м під час буксирування автомобіля масою 2 т з прискоренням $0,5 \text{ м/с}^2$?

Дано:
 $k = 100 \text{ кН/м} = 10^5 \text{ Н/м}$
 $m = 2 \text{ т} = 2 \cdot 10^3 \text{ кг}$
 $a = 0,5 \text{ м/с}^2$
 $\Delta x = ?$

Розв'язання



Згідно із третім законом Ньютона:

$$F_{\text{пр}} = F.$$

$$F = ma \text{ (другий закон Ньютона).}$$

$$F = k \cdot |\Delta x| \text{ (закон Гука).}$$

$\Delta x > 0$, тому що буксирний трос подовжується.

$$\text{Отже, } ma = k \cdot \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{ma}{k};$$

$$[x] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{Н}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Н}} = \text{м};$$

$$x = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 0,5}{10^5} = 10^{-2} \text{ м}.$$

Відповідь: 10^{-2} м .

25. Жорсткість однієї пружини — k_1 , а другої — k_2 . Яка жорсткість пружини, утвореної з цих пружин, з'єднаних:

- послідовно;
- паралельно?

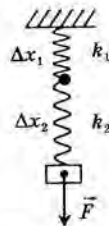
Дано:
 k_1
 k_2
 $k = ?$

Розв'язання

а) Послідовне з'єднання:

$$F = k_1 \cdot \Delta x_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{F}{k_1},$$

$$F = k_2 \cdot \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{F}{k_2}.$$



Сумарне подовження: $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$, де Δx_1 і Δx_2 — подовження першої й другої пружин відповідно.

$$\Delta x = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2},$$

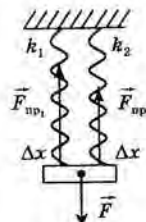
$$\frac{F}{k} = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} \Rightarrow \frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2},$$

$$k = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}.$$

б) Паралельне з'єднання:

$$F_1 = k_1 \Delta x, \quad F_2 = k_2 \Delta x.$$

Сумарна сила: $F = F_1 + F_2$, де F_1, F_2 — сили пружності першої і другої пружин відповідно.



$$F = k_1 \cdot \Delta x + k_2 \cdot \Delta x,$$

$$k \cdot \Delta x = \Delta x \cdot (k_1 + k_2),$$

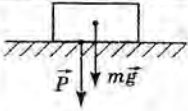
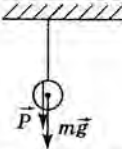
$$k = k_1 + k_2.$$

Відповідь: а) $\frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}$; б) $k_1 + k_2$.

Це треба знати!

Вага тіла

Вага тіла — сила, з якою тіло внаслідок притягання до Землі діє на горизонтальну опору або підвіс.

		Вага тіла \vec{P} прикладена не до розглянутого тіла, а до опори або підвісу.
Тіло рухається рівномірно або перебуває у спокої: $\vec{P} = m\vec{g}$, $P = mg$.	Тіло рухається із прискоренням вертикально догори: $\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a})$, $P = m(g + a)$; якщо $a = g$, то $P = 2mg$ — перевантаження.	Тіло рухається із прискоренням вертикально вниз: $\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a})$, $P = m(g - a)$; якщо $a = g$, то $P = 0$ — невагомість.

Самовчитель

26. Космічна ракета, стартуючи, рухається із прискоренням 20 м/с^2 . Знайти вагу космонавта в кабіні, якщо його маса 80 кг .

Дано:

$$a = 20 \text{ м/с}^2$$

$$m = 80 \text{ кг}$$

$P = ?$

Розв'язання

Під час руху догори з прискоренням вага становить

$$P = m(g + a).$$

$$[P] = \text{кг} \cdot \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2} + \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right) = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \text{Н}.$$

$$P = 80(20 + 10) = 240 \text{ Н}.$$

Космонавт зазнає перевантаження $2g$.

Відповідь: 240 Н .

27. Яку тривалість повинна мати доба на Землі, щоб тіла на екваторі були невагомими?

Дано:

$$P = 0$$

$$R_3 = 6400 \text{ км} = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$$

$T = ?$

Розв'язання

Тіла на екваторі будуть невагомими у випадку, якщо $a = g$.

Тоді: $P = m(g - a) = 0$, де a — доцентрове прискорення.

$$a_{\text{цн}} = \frac{v^2}{R},$$

де R — радіус Землі, v — швидкість обертання Землі.

Період обертання дорівнює:

$$T = \frac{2\pi R}{v} \Rightarrow v = \frac{2\pi R}{T}.$$

$$\text{Отже, } a_{\text{цн}} = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2 R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = g \Rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2 R}{g}},$$

$$[T] = \sqrt{\frac{\text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{м}}} = \text{с};$$

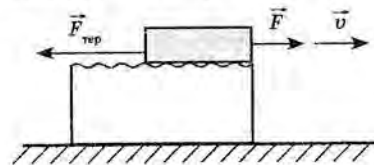
$$T = \sqrt{\frac{4 \cdot (3,14)^2 \cdot 6,4 \cdot 10^6}{10}} = 5,024 \cdot 10^3 \text{ с} = 1 \text{ год } 24 \text{ хв}.$$

Відповідь: $1 \text{ год } 24 \text{ хв}$.

Сили тертя

Це треба знати!

Сили тертя виникають внаслідок дотику тіл і напрямлені уздовж поверхні дотику.



Сила тертя ковзання

Під дією зовнішньої сили \vec{F} відбувається ковзання одного тіла по поверхні іншого:

$$\vec{F}_{\text{тер}} = -\vec{F},$$

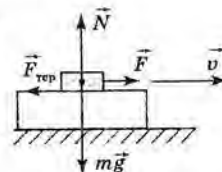
$$F_{\text{тер}} = \mu N,$$

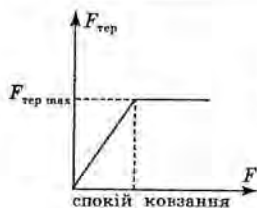
де $F_{\text{тер}} \leq \mu N$;

N — сила нормального тиску;

μ — коефіцієнт тертя, що залежить від матеріалу поверхонь і якості їхньої обробки.

Як правило, $\mu < 1$.





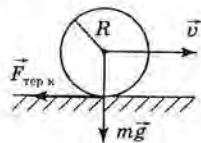
Сила тертя спокою

Зовнішня сила \vec{F} недостатня для відносного переміщення тіл, тобто сила тертя спокою перешкоджає можливому руху.

Тертя кочення

Одне тіло котиться вздовж іншого.

$$F_{\text{тер.к}} = \mu_{\text{к}} \cdot \frac{N}{R},$$



де $F_{\text{тер.к}}$ — сила тертя кочення;

N — сила нормального тиску;

R — радіус циліндра, що котиться;

$\mu_{\text{к}}$ — коефіцієнт тертя кочення, $[\mu_{\text{к}}] = \text{м}$.

Тертя кочення значно менше від тертя ковзання, тому для зменшення тертя в техніці заміняють ковзання коченням, використовуючи кулькові й роликові підшипники.

Сила рідкого тертя

Сила рідкого тертя — сила опору середовища, тобто тертя між твердим тілом і рідиною (або газом).

Особливості рідкого тертя:

- сила тертя спокою відсутня;
- сила рідкого тертя залежить від розмірів, форми і якості рухомої поверхні;
- сила рідкого тертя залежить від властивостей рідини (або газу), у якій рухається тіло;
- сила рідкого тертя залежить від відносної швидкості руху тіла й середовища.

Самовчитель

28. Швидкість лижника масою 60 кг наприкінці спуску дорівнює 10 м/с. Знайти силу й коефіцієнт тертя, якщо лижник повністю зупиняється через 40 с після закінчення спуску.

Дано:
 $m = 60 \text{ кг}$
 $v_0 = 10 \text{ м/с}$
 $v = 0 \text{ м/с}$
 $t = 40 \text{ с}$

Розв'язання

Рух лижника є рівносповільненим під дією сили тертя.

Згідно з другим законом Ньютона:

$$F = ma,$$

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow F = F_{\text{тер}} = m \frac{v - v_0}{t};$$

$F_{\text{тер}} = ?$
 $\mu = ?$

$$[F] = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с} \cdot \text{с}} = \text{Н};$$

$$F_{\text{тер}} = -60 \cdot \frac{10}{40} = -15 \text{ Н}.$$

Знак «-» означає, що сила тертя напрямлена протилежно до руху. За означенням $F_{\text{тер}} = \mu N$.

$N = mg$, тому що рух здійснюється по горизонтальній поверхні,

$$\Rightarrow F_{\text{тер}} = \mu mg \Rightarrow \mu = \frac{F_{\text{тер}}}{mg};$$

$$[\mu] = \frac{\text{Н} \cdot \text{с}^2}{\text{м} \cdot \text{кг}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{м} \cdot \text{кг}} = 1.$$

$$\mu = \frac{15}{60 \cdot 10} = \frac{1}{40} = 0,025.$$

Відповідь: $F_{\text{тер}} = -15 \text{ Н}$, $\mu = 0,025$.

29. Тіло масою 10 кг тягнуть по горизонтальній поверхні, прикладаючи силу 50 Н, напрямлену під кутом 30° до горизонту, із прискоренням $3,5 \text{ м/с}^2$. Знайти коефіцієнт тертя.

Дано:

$m = 10 \text{ кг}$

$F = 50 \text{ Н}$

$\alpha = 30^\circ$

$a = 3,5 \text{ м/с}^2$

$\mu = ?$

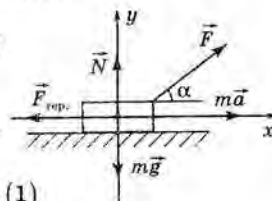
Розв'язання

Тіло рухається під впливом рівнодіючої сили $m\vec{a}$:

$$\vec{F} + \vec{F}_{\text{тер}} + \vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}.$$

Проведемо осі координат і запишемо проекції:

$$\begin{cases} O_x: F \cos \alpha - F_{\text{тер}} + 0 + 0 = ma, & (1) \\ O_y: F \sin \alpha + 0 + N - mg = 0. \end{cases}$$



$$\begin{cases} F \cos \alpha - F_{\text{тер}} = ma, & (1) \\ F \sin \alpha + N = mg \Rightarrow N = mg - F \sin \alpha. \end{cases}$$

За означенням $F_{\text{тер}} = \mu \cdot N \Rightarrow F_{\text{тер}} = \mu \cdot (mg - F \sin \alpha)$.

Підставивши вираз для $F_{\text{тер}}$ в рівняння (1), одержимо:

$$F \cos \alpha - \mu (mg - F \sin \alpha) = ma \Rightarrow \mu = \frac{F \cos \alpha - ma}{mg - F \sin \alpha};$$

$$\mu = \frac{50 \cdot \cos 30^\circ - 10 \cdot 3,5}{10 \cdot 10 - 50 \cdot \sin 30^\circ} = \frac{50 \cdot 0,866 - 35}{100 - 50 \cdot 0,5} = \frac{8,3}{75} = 0,111.$$

Відповідь: $\mu = 0,111$.

Рух тіла під дією декількох сил

30. На похилій площині довжиною 5 м і висотою 3 м перебуває вантаж масою 50 кг. Яку силу, напрямлену уздовж площини, потрібно прикласти, щоб:

- 1) утримувати цей вантаж;
 - 2) тягти рівномірно догори;
 - 3) витягати з прискоренням 1 м/с^2 ?
- Коефіцієнт тертя дорівнює $0,2$.

Дано:
 $l = 5 \text{ м}$
 $h = 3 \text{ м}$
 $m = 50 \text{ кг}$
 $\mu = 0,2$
 $a = 1 \text{ м/с}^2$
 $F = ?$

Розв'язання

1) Для того щоб утримувати вантаж на похилій площині, необхідно прикласти силу \vec{F} :

$$\vec{F}_{\text{тер}} + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} = 0.$$

Проведемо осі координат і запишемо проекції сил:

$$Ox: \{ \vec{F}_{\text{тер}} - mg \sin \alpha + 0 + F = 0,$$

$$Oy: \{ 0 - mg \cos \alpha + N = 0;$$

$$\begin{cases} F_{\text{тер}} + F = mg \sin \alpha, & (1) \\ N = mg \cos \alpha. \end{cases}$$

Підставимо вираз для N у формулу для сил тертя:

$$F_{\text{тер}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha.$$

Підставимо отриманий вираз у рівняння (1):

$$\mu mg \cos \alpha + ma = mg \sin \alpha,$$

$$F = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha, \quad F = mg (\sin \alpha - \mu \cos \alpha).$$

Із прямокутного трикутника:

$$\sin \alpha = \frac{h}{l}, \quad \cos \alpha = \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l}.$$

$$F = mg \left(\frac{h}{l} - \mu \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{h} \right);$$

$$[F] = \text{кг} \cdot \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \left(\frac{\text{М}}{\text{М}} - \frac{\sqrt{\text{М}^2 - \text{М}^2}}{\text{М}} \right) = \text{кг} \cdot \frac{\text{М}^2}{\text{с}^2} = \text{Н};$$

$$F = 50 \cdot 10 \cdot \left(\frac{3}{5} - 0,2 \cdot \frac{\sqrt{25 - 9}}{5} \right) = 500 \cdot \left(\frac{3}{5} - \frac{0,8}{5} \right) = 220 \text{ Н}.$$

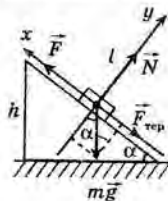
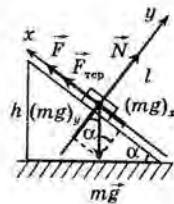
2) Для того щоб тягти вантаж рівномірно догори, необхідно прикласти силу \vec{F} , таку, що $\vec{F}_{\text{тер}} + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} = 0$.

При цьому сила тертя $\vec{F}_{\text{тер}}$ буде напрямлена протилежно до руху.

Проведемо осі координат і запишемо проекції сил:

$$Ox: \{ -F_{\text{тер}} - mg \sin \alpha + 0 + F = 0,$$

$$Oy: \{ 0 - mg \cos \alpha + N = 0;$$



$$\begin{cases} F = F_{\text{тер}} + mg \sin \alpha, & (1) \\ N = mg \cos \alpha. \end{cases}$$

Підставимо вираз для N у формулу для сили тертя:

$$F_{\text{тер}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha.$$

Підставимо отриманий вираз у рівняння (1):

$$F = \mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha, \quad F = mg (\mu \cos \alpha + \sin \alpha).$$

Із прямокутного трикутника:

$$\sin \alpha = \frac{h}{l}, \quad \cos \alpha = \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l}.$$

$$F = mg \left(\mu \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{h} + \frac{h}{l} \right);$$

$$[F] = \text{кг} \cdot \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \left(\frac{\sqrt{\text{М}^2 - \text{М}^2}}{\text{М}} + \frac{\text{М}}{\text{М}} \right) = \text{кг} \cdot \frac{\text{М}^2}{\text{с}^2} = \text{Н}.$$

$$F = 50 \cdot 10 \cdot \left(0,2 \cdot \frac{\sqrt{25 - 9}}{5} + \frac{3}{5} \right) = 500 \cdot 0,76 = 380 \text{ Н}.$$

3) Для того щоб витягти вантаж по похилій площині із прискоренням \vec{a} , необхідно прикласти силу \vec{F} , таку, що $\vec{N} + \vec{F}_{\text{тер}} + m\vec{g} + \vec{F} = m\vec{a}$.

Проведемо осі координат і запишемо проекції сил:

$$Ox: \{ 0 - F_{\text{тер}} - mg \sin \alpha + F = ma,$$

$$Oy: \{ N + 0 - mg \cos \alpha + 0 = 0;$$

$$\begin{cases} F = ma + mg \sin \alpha + F_{\text{тер}}, \\ N = mg \cos \alpha. \end{cases}$$

Підставимо вираз для N у формулу для сили тертя:

$$F_{\text{тер}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha.$$

Підставимо отриманий вираз у рівняння (1):

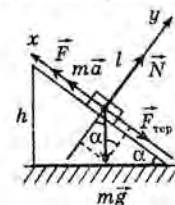
$$F = ma + mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha,$$

$$F = m(a + g \sin \alpha + \mu g \cos \alpha).$$

Із прямокутного трикутника:

$$\sin \alpha = \frac{h}{l}, \quad \cos \alpha = \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l},$$

$$F = m \left(a + g \frac{h}{l} + \mu g \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{h} \right);$$



$$[F] = \text{кг} \cdot \left(\frac{M}{c^2} + \frac{M}{c^2} \cdot \frac{M}{M} + \frac{M}{c^2} \cdot \frac{\sqrt{M^2 - M^2}}{M} \right) = \text{кг} \cdot \frac{M}{c^2} \left(\frac{M}{M} + \frac{\sqrt{M^2 - M^2}}{M} \right) =$$

$$= \text{кг} \cdot \frac{M^2}{c^2} = \text{Н};$$

$$F = 50 \cdot \left(1 + 10 \cdot \frac{3}{5} + 0,2 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{25-9}}{5} \right) = 50 \cdot (7 + 1,6) = 50 \cdot 8,76 = 430 \text{ Н}.$$

Відповідь: 1) 220 Н; 2) 380 Н; 3) 430 Н.

31. Дівчинка масою 40 кг гойдається на гойдалці з довжиною підвісу 2 м. З якою силою вона давить на сидіння в момент проходження положення рівноваги зі швидкістю 3 м/с?

Дано:	Розв'язання
$m = 40 \text{ кг}$	$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}$.
$l = 2 \text{ м}$	$Oy: ma = -mg + N,$
$v = 3 \text{ м/с}$	$N = F = mg + ma,$
$F = ?$	$a = \frac{v^2}{R} = \frac{v^2}{l},$

$$F = m \cdot \left(g + \frac{v^2}{l} \right);$$

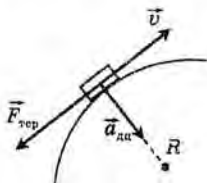
$$[F] = \text{кг} \cdot \left(\frac{M}{c^2} + \frac{M^2}{c^2 \cdot M} \right) = \text{Н}.$$

$$F = 40 \cdot \left(10 + \frac{9}{2} \right) = 40 \cdot 14,5 = 580 \text{ Н}.$$

Відповідь: 580 Н.

32. З якою максимальною швидкістю може рухатись автівка горизонтальною площиною по дузі радіусом 100 м, якщо коефіцієнт тертя дорівнює 0,4?

Дано:	Розв'язання
$R = 100 \text{ м}$	Перший спосіб:
$\mu = 0,4$	$F_{\text{тер}} = F_{\text{ду}}, N = mg, a_{\text{ду}} = \frac{v^2}{R}.$
$v = ?$	$\mu mg = m \frac{v^2}{R}, \mu g = \frac{v^2}{R}, v = \sqrt{\mu g R}.$
$v_{\text{max}} = ?$	



Колеса рухаються без проковзування, тобто нижня точка колеса перебуває у стані спокою відносно дороги, отже, мова йде про тертя спокою $F_{\text{тер}}$.

$$\mu N \geq F_{\text{тер}} \Rightarrow \mu N \geq m \frac{v^2}{R} \Rightarrow v \leq \sqrt{\mu g R}.$$

Другий спосіб.

Рівнодійна сил $m\vec{g}$ і \vec{N} не може забезпечити прискорення \vec{a} , напрямлене горизонтально.

Прискорення забезпечує сила $\vec{F}_{\text{тер}}$, напрямлена горизонтально уздовж R.

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тер}}, a_{\text{ду}} = \frac{v^2}{R}, \vec{F}_{\text{тер}} \leq \mu N.$$

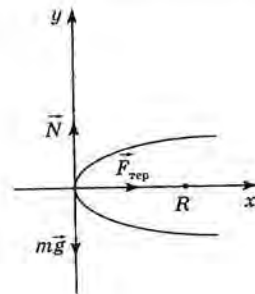
$$\begin{cases} Ox: \frac{mv^2}{R} = 0 + 0 + \vec{F}_{\text{тер}}, \\ Oy: 0 = -mg + N + 0; \end{cases}$$

$$\frac{mv^2}{R} = \vec{F}_{\text{тер}} \Rightarrow \begin{cases} \frac{mv^2}{R} = \mu N, \\ N = mg. \end{cases}$$

$$\frac{mv^2}{R} = \mu mg \Rightarrow v = \sqrt{\mu g R};$$

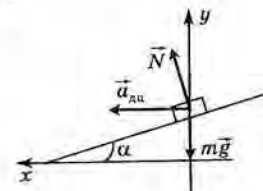
$$v = \sqrt{0,4 \cdot 10 \cdot 100} = 20 \text{ м/с}.$$

Відповідь: $v = 20 \text{ м/с}$.



33. Який кут нахилу повинно мати шосе на повороті радіусом 40 м, щоб автівка, рухаючись зі швидкістю 20 м/с, могла здійснити поворот на ожеледиці (тертям знехтувати)?

Дано:	Розв'язання
$R = 40 \text{ м}$	$m\vec{a}_{\text{ду}} = m\vec{g} + \vec{N};$
$v = 20 \text{ м/с}$	$\begin{cases} Ox: \frac{mv^2}{R} = 0 + N \sin \alpha, \\ Oy: 0 = -mg + N \cos \alpha; \end{cases}$
$\alpha = ?$	$\begin{cases} \frac{mv^2}{R} = 0 + N \sin \alpha, (1) \\ mg = N \cos \alpha. (2) \end{cases}$



Поділимо (1) на (2):

$$\frac{mv^2}{R} \cdot \frac{1}{mg} = \frac{N \sin \alpha}{N \cos \alpha}, \frac{v^2}{Rg} = \text{tg } \alpha \Rightarrow \alpha = \text{arctg } \frac{v^2}{Rg};$$

$$\alpha = \text{arctg } \frac{400}{400} = \text{arctg } 1 = 45^\circ.$$

Відповідь: 45° .

34. Людина масою 60 кг катається на каруселі. Знайти значення сили пружності, що діє на людину, яка рухається в горизонтальній площині зі швидкістю 10 м/с по колу радіусом 12 м.

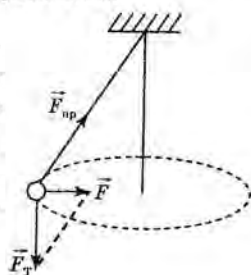
Дано:
 $m = 60$ кг
 $v = 10$ м/с
 $R = 12$ м
 $F_{\text{пр}} = ?$

Розв'язання

Рух по колу, яке лежить у горизонтальній площині, відбувається під впливом рівнодійної \vec{F} сил тяжіння $m\vec{g}$ і пружності $\vec{F}_{\text{пр}}$. Вектор \vec{F} лежить у горизонтальній площині і напрямлений до центра кола.

За другим законом Ньютона:

$$F = ma = \frac{mv^2}{R}.$$



Оскільки вектор \vec{F} перпендикулярний до вектора $m\vec{g}$, то вектор $\vec{F}_{\text{пр}}$ є гіпотенузою в прямокутному трикутнику з катетами \vec{F} і $m\vec{g}$. Модуль вектора сили становить:

$$F_{\text{пр}} = \sqrt{m\vec{g}^2 + F^2} = \sqrt{m^2g^2 + \frac{m^2v^4}{R^2}} = m\sqrt{g^2 + \frac{v^4}{R^2}};$$

$$[F_{\text{пр}}] = \text{кг} \cdot \sqrt{\frac{\text{м}^2}{\text{с}^4} + \frac{\text{м}^4}{\text{м}^2}} = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \text{Н}.$$

$$F_{\text{пр}} = 60 \cdot \sqrt{100 + \frac{10}{144}} = 60 \cdot 13 = 780 \text{ Н}.$$

Відповідь: 780 Н.

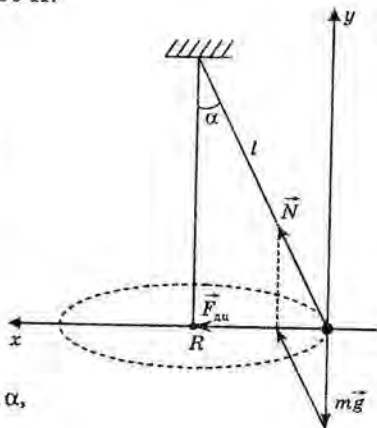
35. Чому дорівнює період обертання тіла, підвішеного на нитці довжиною 1 м, яке описує у горизонтальній площині коло (конічний маятник), якщо нитка утворює з вертикаллю кут 30° ?

Дано:
 $l = 1$ м
 $\alpha = 30^\circ$
 $T = ?$

Розв'язання

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N};$$

$$\begin{cases} O_x: \frac{m4\pi^2R}{T^2} = 0 + N \sin \alpha, \\ O_y: 0 = -mg + N \cos \alpha. \end{cases}$$



$$a = \frac{v^2}{R}, \left. \begin{array}{l} \\ T = \frac{2\pi R}{v} \end{array} \right\} \Rightarrow a = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2 R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}; \left\{ \begin{array}{l} \frac{4\pi^2 R m}{T^2} = N \sin \alpha, \\ N \cos \alpha = mg. \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} N = \frac{mg}{\cos \alpha}, \\ \frac{4\pi^2 R m}{T^2} = \frac{mg \sin \alpha}{\cos \alpha}. \end{cases}$$

$$\frac{4\pi^2 R m}{T^2} = \frac{mg \sin \alpha}{\cos \alpha}, \quad \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{g \sin \alpha}{\cos \alpha}, \quad R = l \sin \alpha;$$

$$\frac{4\pi^2 l \sin \alpha}{T^2} = \frac{g \sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 l \cos \alpha}{g},$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 l \cos \alpha}{g}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l \cos \alpha}{g}}; \quad T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{1 \cdot 0,85}{10}} = 0,3 \cdot 2,314 \approx 2 \text{ с}.$$

Відповідь: ≈ 2 с.

36. Велосипедист масою 80 кг рухається зі швидкістю 10 м/с по дузі ввігнутого мосту, радіус кола якої дорівнює 20 м. Визначити силу пружності, що діє на велосипедиста в нижній точці мосту.

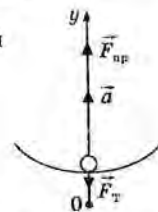
Дано:

$m = 80$ кг
 $v = 10$ м/с
 $R = 20$ м
 $F_{\text{пр}} = ?$

Розв'язання

Рух велосипедиста по дузі кола є рухом з доцентровим прискоренням \vec{a} :

$$a = \frac{v^2}{R}.$$



У нижній точці мосту вектор доцентрового прискорення напрямлений вертикально догори. Це прискорення за другим законом Ньютона визначається рівнодійною двох векторів: сили тяжіння $\vec{F}_T = m\vec{g}$, напрямленої вертикально донизу, і сили пружності $\vec{F}_{\text{пр}}$, діючої з боку мосту і напрямленої вертикально догори: $m\vec{g} + \vec{F}_{\text{пр}} = m\vec{a}$.

Спрямуємо вісь Oy вертикально догори і запишемо це рівняння в проєкціях на цю вісь: $-mg + F_{\text{пр}} = ma$.

Звідси одержуємо формулу для обчислення модуля сили пружності $\vec{F}_{\text{пр}}$:

$$F_{\text{пр}} = ma + mg = m(a + g) = m\left(\frac{v^2}{R} + g\right);$$

$$[F_{\text{нр}}] = \text{кг} \cdot \left(\frac{\text{М}^2}{\text{с}^2} + \frac{\text{М}^2}{\text{с}^2} \right) = \text{кг} \cdot \frac{\text{М}}{\text{с}^2} = \text{Н}.$$

$$F_{\text{нр}} = 80 \cdot \left(\frac{100}{20} + 10 \right) = 1200 \text{ Н}.$$

Відповідь: 1200 Н.

Це треба знати!

Імпульс тіла

Імпульс тіла — векторна фізична величина, що є мірою механічного руху:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v},$$

де \vec{p} — імпульс тіла, $[p] = \frac{\text{кг} \cdot \text{М}}{\text{с}};$

m — маса тіла, $[m] = \text{кг};$

\vec{v} — швидкість руху тіла, $[v] = \text{М}/\text{с}.$

Другий закон Ньютона в імпульсній формі:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t} \rightarrow \vec{F} = m \vec{a} \rightarrow \vec{F} = m \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{F}t = m\vec{v} - m\vec{v}_0 \leftarrow \frac{\Delta \vec{p} = m\Delta \vec{v}}{\Delta t} \rightarrow \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}.$$

Імпульс сили — векторна величина, що є мірою дії сили:

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot t,$$

де \vec{I} — імпульс сили, $[I] = \text{Н} \cdot \text{с};$

\vec{F} — сила, $[F] = \text{Н};$

t — час дії сили, $[t] = \text{с}.$

Закон збереження імпульсу

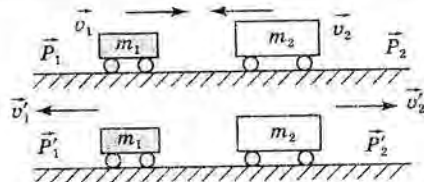
Розглянемо тіло або систему тіл за відсутності зовнішніх сил.

Замкнена система — система тіл, що не взаємодіють з іншими тілами, які не входять у цю систему.

$$\text{У цьому випадку } \vec{F} = 0, \quad \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = 0.$$

Векторна сума імпульсів тіл замкненої системи залишається незмінною в інерціальній системі відліку: $\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = 0$ або $\vec{p} = \text{const},$

\vec{p} — повний імпульс замкненої системи тіл.



$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2, \quad m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2.$$

37. Тепловоз масою 130 т наближається зі швидкістю 2 м/с до нерухомого поїзда масою 1170 т. З якою швидкістю рухатиметься поїзд після зчеплення з тепловозом?

Самовчитель

Дано:

$$m_1 = 130 \text{ т} = 1,3 \cdot 10^6 \text{ кг}$$

$$v_1 = 2 \text{ м/с}$$

$$m_2 = 1170 \text{ т} = 1,17 \cdot 10^6 \text{ кг}$$

$$m_3 = m_1 + m_2$$

$$v_3 = ?$$

Розв'язання

За законом збереження імпульсу:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_3 \vec{v}_3.$$

Оскільки поїзд був нерухомим, то вектори швидкості \vec{v}_1 тепловоза до зчеплення й швидкості \vec{v}_3 тепловоза разом з поїздом після зчеплення паралельні,

і проєкції векторів v_1 та v_3 можна замінити їхніми модулями: $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_3 v_3$, звідси швидкість v_3 тепловоза й поїзда після зчеплення становить:

$$v_3 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_3}; \quad [v_3] = \frac{\text{кг} \cdot \frac{\text{М}}{\text{с}} + \text{кг} \cdot \frac{\text{М}}{\text{с}}}{\text{кг}} = \frac{\text{М}}{\text{с}}.$$

$$v_3 = \frac{1,3 \cdot 10^6 \cdot 2 + 0}{1,3 \cdot 10^6} = 0,2 \text{ м/с}.$$

Відповідь: 0,2 м/с.

38. Із човна масою 200 кг, що рухається зі швидкістю 1 м/с, пірнає хлопчик масою 50 кг. Якою стане швидкість човна, якщо хлопчик стрибає: 1) з корми човна зі швидкістю 4 м/с; 2) з носа човна зі швидкістю 2 м/с?

Дано:

$$m_1 = 200 \text{ кг}$$

$$v_1 = 1 \text{ м/с}$$

$$m_2 = 50 \text{ кг}$$

$$1) \vec{v}'_1 = 4 \text{ м/с}; 2) \vec{v}'_2 = 2 \text{ м/с}$$

$$\vec{v}'_1 = ?$$

Розв'язання

$$(m_1 + m_2) \cdot \vec{v}_1 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2.$$

Хлопчик перебуває в човні $\Rightarrow v_1 = v_2.$

1) Хлопчик стрибає з корми, тобто у бік, протилежний до руху човна, \vec{v}'_1

і \vec{v}'_2 — протилежно напрямлені.

$$(m_1 + m_2) \cdot v_1 = m_1 v_1' - m_2 v_2'$$

$$v_1' = \frac{(m_1 + m_2) \cdot v_1 + m_2 v_2'}{m_1}; v_1' = \frac{250 \cdot 1 + 50 \cdot 4}{200} = 2,25 \text{ м/с.}$$

2) Хлопчик стрибає з носа, тобто по ходу руху човна,

\vec{v}_1' і \vec{v}_2' — однонаправлені.

$$(m_1 + m_2) \cdot v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$v_1' = \frac{(m_1 + m_2) \cdot v_1 - m_2 v_2'}{m_1}; v_1' = \frac{250 \cdot 1 - 50 \cdot 4}{200} = 0,75 \text{ м/с.}$$

Відповідь: 1) 2,25 м/с; 2) 0,75 м/с.

39. З гармати масою 200 кг вилітає ядро масою 1 кг зі швидкістю 400 м/с під кутом 60° до горизонту. Яка швидкість віддачі гармати?

Дано:
 $m_1 = 200 \text{ кг}$
 $v_1 = 0 \text{ м/с}$
 $m_2 = 1 \text{ кг}$
 $v_2 = 0 \text{ м/с}$
 $v_2' = 400 \text{ м/с}$
 $\alpha = 60^\circ$

Розв'язання

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2' \Rightarrow$$

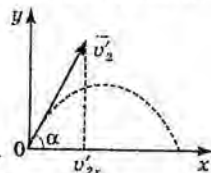
$$\Rightarrow m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2' = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 \vec{v}_1' = -m_2 \vec{v}_2'$$

Знак «-» вказує на те, що швидкості ядра й гармати протилежно напрямлені.

Якби гармата стріляла горизонтально, то

$$v_1' = \frac{m_2 v_2'}{m_1}; v_1' = \frac{1 \cdot 400}{200} = 2 \text{ м/с.}$$



Оскільки гармата стріляє під кутом $\alpha = 60^\circ$ до осі Ox , то:

$$v_{2x}' = v_2' \cos \alpha, m_1 v_1' = m_2 v_2' \cos \alpha,$$

$$v_1' = \frac{m_2 v_2' \cos \alpha}{m_1}, v_1' = \frac{1 \cdot 400 \cdot 0,5}{200} = 1 \text{ м/с.}$$

Відповідь: 1 м/с.

Це треба знати!

Робота

Механічна робота постійної сили —

фізична величина, яка дорівнює скалярному добутку векторів сили й переміщення:

$$A = \vec{F} \cdot \vec{S},$$

$$[A] = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}$$

$$A = F \cdot S \cdot \cos \alpha.$$

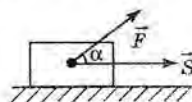
1. $\alpha = 0^\circ$

$$\cos \alpha = 1 \Rightarrow A = F \cdot S$$



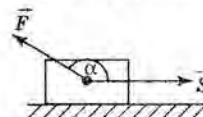
2. $0^\circ < \alpha < 90^\circ$,

$$\cos \alpha > 0 \Rightarrow A = F \cdot S \cdot \cos \alpha > 0$$



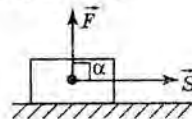
4. $90^\circ < \alpha < 180^\circ$, $\cos \alpha < 0$

$$\Rightarrow A = -F \cdot S \cdot \cos \alpha < 0$$



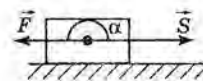
3. $\alpha = 90^\circ$

$$\cos \alpha = 0 \Rightarrow A = 0$$



5. $\alpha = 180^\circ$,

$$\cos \alpha = -1 \Rightarrow A = -F \cdot S < 0$$



40. Координата тіла змінюється за законом $x = 10 + 2t + t^2$. Рівнодійна сил дорівнює 20 Н. Знайти роботу сил за 5 с.

Самовчитель

Дано:

$$x = 10 + 2t + t^2$$

$$F = 20 \text{ Н}$$

$$t = 5 \text{ с}$$

$$A = ?$$

Розв'язання

За визначенням, $A = F \cdot S$.

Рух рівноприскорений $\Rightarrow S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$.

Рівняння руху в загальному вигляді:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2},$$

отже, якщо $x = 10 + 2t + t^2$, то $v_0 = 2 \text{ м/с}$,

$$\frac{a}{2} = 1, a = 2 \text{ м/с}^2.$$

$$\text{Отже, } A = F \cdot \left(v_0 t + \frac{at^2}{2} \right);$$

$$[A] = \text{Н} \cdot \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \text{с} + \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{с}^2 \right) = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж.}$$

$$A = 20 \cdot \left(2 \cdot 5 + \frac{2 \cdot 5^2}{2} \right) = 20 \cdot (10 + 25) = 700 \text{ Дж.}$$

Відповідь: 700 Дж.

41. З води (з глибини 50 м) піднімають на поверхню камінь об'ємом $0,6 \text{ м}^3$ і густиною 2500 кг/м^3 . Знайти роботу з підняття каменя.

Дано:

$h = 5 \text{ м}$

$V = 0,6 \text{ м}^3$

$\rho = 2500 \text{ кг/м}^3$

$\rho_{\text{води}} = 1000 \text{ кг/м}^3$

А — ?

Розв'язання

На камінь, що перебуває у воді, діє виштовхувальна сила, яка за законом Архімеда дорівнює:

$F_A = \rho_{\text{води}} gV.$

Робота з підняття каменя становить:

$A = F \cdot h, \text{ де } F = mg - F_A,$

$m = \rho \cdot V \Rightarrow A = (mg - F_A) \cdot h;$

$A = (\rho V g - \rho_{\text{води}} g V) \cdot h = (\rho - \rho_{\text{води}}) V g h;$

$[A] = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \text{м}^3 \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2} \cdot \text{м} = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}.$

$A = (2500 - 1000) \cdot 0,6 \cdot 10 \cdot 5 = 1500 \cdot 30 = 45 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$

Відповідь: $45 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$ **Це треба знати!****Енергія**

Енергія — скалярна фізична величина, що є мірою здатності тіла (або системи тіл) виконати роботу внаслідок зміни свого стану.

Механічна енергія характеризує рух і взаємодію тіл:

$E = E_k + E_n, [E] = \text{Дж}.$

Кінетична енергія

Кінетична енергія E_k — частина механічної енергії, яку мають тіла внаслідок свого руху:

$E_k = \frac{mv^2}{2}.$

У стані спокою ($v = 0$) $E_k = 0$ — нульовий рівень.**Теорема про кінетичну енергію**

Зміна кінетичної енергії тіла під час переходу з одного положення в інше дорівнює роботі всіх сил, що діють на тіло.

$A = E_{k_2} - E_{k_1} = \Delta E_k.$

Потенціальна енергія

Потенціальна енергія E_n — частина механічної енергії, зумовлена взаємодією різних тіл або частин тіла.

Потенціальна енергія тіла, піднятого над землею

$E_n = mgh,$

де m — маса тіла; g — прискорення вільного падіння; h — висота тіла над Землею.

$$\left. \begin{array}{l} E_n = 0 \\ h = 0 \end{array} \right\} \text{ нульовий вектор } h \ll R_{\text{Землі}}$$

Потенціальна енергія пружно деформованої пружини $x = 0$ — нульовий рівень,

$E_n = \frac{kx^2}{2},$

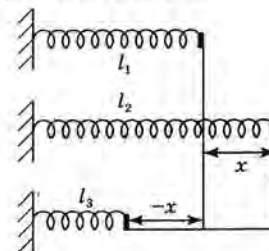
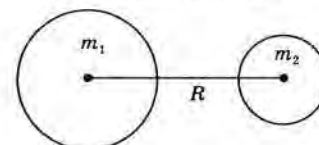
де x — величина деформації,

$x = l_2 - l_1, \quad x = l_3 - l_1;$

 k — коефіцієнт жорсткості пружини; l_1 — довжина недеформованої пружини ($x = 0$).

$x = l_2 - l_1 > 0$ — розтяг,

$x = l_3 - l_1 < 0$ — стискання.

*Потенціальна енергія гравітаційної взаємодії матеріальних точок* $R \rightarrow \infty$ — нульовий рівень,

$E_n = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{R},$

де m_1, m_2 — маси матеріальних точок; R — відстань між ними;

$G = 6,672 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$ — гравітаційна стала.

Робота сили тяжіння

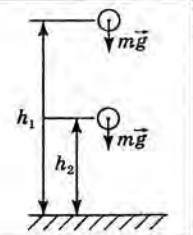
$F = mg,$

$S = h_1 - h_2;$

$A = F \cdot S \cdot \cos \alpha \xrightarrow{\alpha = 0} A = mg(h_1 - h_2),$

$A = mgh_1 - mgh_2 = E_{n_1} - E_{n_2},$

$A = -\Delta E_n.$



Робота сили тяжіння ($\vec{F}_{\text{тж}}$) дорівнює зміні потенціальної енергії з протилежним знаком і не залежить від траєкторії руху.

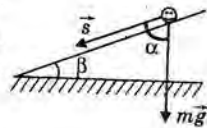
Самовчитель

42. Людина масою 70 кг спускається сходами довжиною 20 м, розташованими під кутом 30° до горизонту. Знайдіть роботу сили тяжіння.

Дано:
 $m = 70$ кг
 $s = 20$ м
 $\beta = 30^\circ$
 $A = ?$

Розв'язання

Робота сили тяжіння дорівнює добутку модуля вектора сили \vec{F} на модуль вектора переміщення \vec{s} і косинус кута α між векторами \vec{F} і \vec{s} :

$$A = Fs \cos \alpha = mgs \cos \alpha.$$


Кут дорівнює 30° , $\cos 30^\circ = 0,5$.

Отже: $A = 70 \cdot 10 \cdot 20 \cdot 0,5 = 7000$ Дж.

Відповідь: 7000 Дж.

43. Санчата масою 20 кг піднімають гладким схилом на висоту, прикладаючи силу 300 Н, напрямлену уздовж схилу. Санчата рухаються з прискоренням 3 м/с^2 . Яка робота здійснюється у процесі підйому? Тертям знехтувати.

Дано:
 $m = 20$ кг
 $h = 2,5$ м
 $F = 300$ Н
 $a = 3 \text{ м/с}^2$
 $F_{\text{тер}} = 0$
 $A = ?$

Розв'язання

$$m\vec{a} = \vec{F} + m\vec{g} + \vec{N}.$$

$$Ox: \begin{cases} ma = F - mg \sin \alpha + 0, \\ Oy: \begin{cases} 0 = 0 - mg \cos \alpha + N; \\ N = mg \cos \alpha, \quad (F_{\text{тер}} = \mu N = 0) \\ ma = F - mg \sin \alpha \Rightarrow mg \sin \alpha = F - ma. \end{cases} \end{cases}$$

$$\sin \alpha = \frac{h}{l}, \quad mg \frac{h}{l} = F - ma, \quad l = \frac{mgh}{F - ma};$$

$$A = ma \cdot l,$$

$$A = ma \cdot \frac{mgh}{F - ma} = \frac{m^2 agh}{F - ma};$$

$$[A] = \frac{\text{кг}^2 \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м}}{\text{Н} - \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = \frac{\text{кг}^2 \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}.$$

$$= \frac{20^2 \cdot 3 \cdot 10 \cdot 2,5}{300 - 20 \cdot 3} = 125 \text{ Дж}.$$

Відповідь: 125 Дж.

Робота сили пружності**Це треба знати!**

$F_{\text{пр}} = F_{\text{пр}}(x)$, тобто сила залежить від координати, отже є змінною.

$$F_{\text{сер}} = k \frac{x_1 + x_2}{2},$$

$$S = x_1 - x_2;$$

$$A = F \cdot S \cdot \cos \alpha \xrightarrow{\alpha = 0} A = k \frac{x_1 + x_2}{2} (x_1 - x_2) =$$

$$= \frac{k(x_1^2 - x_2^2)}{2} = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2},$$

$$A = E_{\text{п}1} - E_{\text{п}2},$$

$$A = -\Delta E_{\text{п}}.$$

Робота сили пружності ($\vec{F}_{\text{пр}}$) дорівнює зміні потенціальної енергії з протилежним знаком і не залежить від форми траєкторії.

Потенціальні сили ($\vec{F}_{\text{тж}}$, $\vec{F}_{\text{пр}}$) — сили, робота яких не залежить від форми траєкторії й визначається тільки початковим і кінцевим положенням тіла.

Робота потенціальної сили вздовж замкнутого контура дорівнює нулю.

44. Обчисліть роботу сили пружності під час зміни деформації пружини жорсткістю 200 Н/м від $x_1 = 2$ см до $x_2 = 6$ см.

Самовчитель

Дано:
 $k = 200$ Н/м
 $x_1 = 2 \cdot 10^{-2}$ м
 $x_2 = 6 \cdot 10^{-2}$ м
 $A = ?$

Розв'язання

За законом Гука проекція вектора сили пружності на вісь Ox , напрямлену вздовж вектора переміщення кінця пружини під час її деформації, дорівнює:

$$F_{\text{пр}} = -kx.$$

Оскільки сила пружності змінюється пропорційно деформації, для обчислення роботи можна знайти середнє значення її проекції під час зміни деформації пружини від 2 см до 6 см:

$$F_{\text{пр сер}} = \frac{F_{\text{пр}1} + F_{\text{пр}2}}{2} = \frac{-kx_1 - kx_2}{2};$$

$$[F_{\text{пр сер}}] = \frac{\text{Н}}{\text{м}} \cdot \text{м} - \frac{\text{Н}}{\text{м}} \cdot \text{м} = \text{Н};$$

$$F_{\text{пр сер}} = \frac{-200 \cdot 2 \cdot 10^{-2} - 200 \cdot 6 \cdot 10^{-2}}{2} = -8 \text{ Н}.$$

Робота сили пружності дорівнює добутку модуля середнього значення сили на модуль переміщення й косинус кута між цими векторами: $A = F_{\text{пр.ср}} (x_2 - x_1) \cos \alpha$.

Під час розтягу пружини вектор сили пружності напрямлений протилежно до вектора переміщення, тому кут α між ними дорівнює 180° , а $\cos \alpha = -1$. Тоді робота сили пружності становитиме

$$A = -F_{\text{пр.ср}} (x_2 - x_1);$$

$$[A] = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж};$$

$$A = -8 \cdot 4 \cdot 10^{-2} = -0,32 \text{ Дж};$$

Роботу сили пружності можна знайти і за зміною потенціальної енергії пружини:

$$A = -(E_{\text{п}_2} - E_{\text{п}_1}) = -\left(\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}\right);$$

$$[A] = \frac{\text{Н}}{\text{м}} \cdot \text{м}^2 - \frac{\text{Н}}{\text{м}} \cdot \text{м}^2 = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж};$$

$$A = -\left(\frac{200 \cdot 36 \cdot 10^{-4}}{2} - \frac{200 \cdot 4 \cdot 10^{-4}}{2}\right) = -0,32 \text{ Дж};$$

Відповідь: $-0,32 \text{ Дж}$.

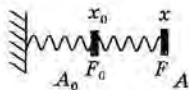
45. Динамометр, розрахований на 40 Н, має пружину жорсткістю 500 Н/м. Яку роботу потрібно виконати, щоб розтягнути пружину від середини шкали до останньої поділки?

Дано:
 $F = 40 \text{ Н}$
 $k = 500 \text{ Н/м}$
 $F_1 = 20 \text{ Н}$
 $\Delta A = ?$

Розв'язання

$$F_0 = kx_0 \Rightarrow x_0 = \frac{F_0}{k};$$

$$F = kx \Rightarrow x = \frac{F}{k};$$



$$A_0 = \frac{kx_0^2}{2} = \frac{k}{2} \left(\frac{F_0}{k}\right)^2; \quad A = \frac{kx^2}{2} = \frac{k}{2} \left(\frac{F}{k}\right)^2;$$

$$\Delta A = A - A_0 = \frac{kx^2}{2} - \frac{kx_0^2}{2} = \frac{k}{2} \left(\frac{F^2}{k^2} - \frac{F_0^2}{k^2}\right) = \frac{k}{2k^2} \cdot (F^2 - F_0^2) = \frac{F^2 - F_0^2}{2k};$$

$$[\Delta A] = \frac{\text{Н}^2 \cdot \text{м}}{\text{Н}} = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж};$$

$$\Delta A = \frac{40^2 - 20^2}{1000} = \frac{1600 - 400}{1000} = 1,2 \text{ Дж};$$

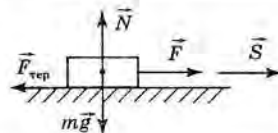
Відповідь: $1,2 \text{ Дж}$.

Робота сили тертя

Це треба знати!

$$A = F \cdot S \cdot \cos \alpha \xrightarrow[\substack{\alpha=180^\circ, \\ \cos \alpha=-1, \\ F_{\text{тер}}=\mu N, \\ N=mg}]{\quad} A = -\mu mg S.$$

Робота $\vec{F}_{\text{тер}}$ завжди від'ємна.



46. Визначте мінімальне значення гальмівного шляху автівки, що почала гальмування на горизонтальній ділянці шосе, коли швидкість руху була 20 м/с. Коефіцієнт тертя дорівнює 0,5.

Самовчитель

Дано:

$$v_0 = 20 \text{ м/с}$$

$$v = 0 \text{ м/с}$$

$$\mu = 0,5$$

$$S_{\text{min}} = ?$$

Розв'язання

Гальмівний шлях автівки набуватиме мінімального значення при максимальному значенні сили тертя. Модуль максимального значення сили тертя дорівнює:

$$F_{\text{тер max}} = \mu mg.$$

Вектор сили $\vec{F}_{\text{тер}}$ під час гальмування напрямлений протилежно до векторів швидкості \vec{v}_0 й переміщення \vec{S} .

Рух рівносповільнений, отже, переміщення дорівнює:

$$S = v_0 t - \frac{at^2}{2}.$$

Значення часу t можна знайти з умови $v = v_0 - at = 0$:

$$t = \frac{v_0}{a}.$$

Тоді для модуля переміщення S одержуємо:

$$S = \frac{v_0 v_0}{a} - \frac{av_0^2}{2a^2} = \frac{v_0^2}{2a}.$$

Оскільки $a = \frac{F_{\text{тер max}}}{m} = \frac{\mu mg}{m} = \mu g$, то $S_{\text{min}} = \frac{v_0^2}{2\mu g}$.

Такий самий результат можна одержати, застосовуючи теореми про кінетичну енергію: $A = \Delta E_k$,

$$F_{\text{тер max}} S_{\text{min}} \cos \alpha = E_{k_2} - E_{k_1} = 0 - \frac{mv_0^2}{2} = -\frac{mv_0^2}{2}.$$

Оскільки вектор сили тертя протилежний до вектора переміщення, кут $\alpha = 180^\circ$, $\cos \alpha = -1$. Тому

$$-\mu mg S_{\text{min}} = -\frac{mv_0^2}{2}, \quad S_{\text{min}} = \frac{v_0^2}{2\mu g};$$

$$[S_{\min}] = \frac{\frac{M^2}{c^2}}{\frac{M}{c^2}} = M;$$

$$S_{\min} = \frac{400}{2 \cdot 0,5 \cdot 10} = 40 \text{ м.}$$

Відповідь: 40 м.

47. Ковзаняр масою 60 кг за інерцією проїжджає 80 м до повної зупинки по гладкій поверхні льоду. Обчислити роботу сили тертя, якщо коефіцієнт тертя 0,015.

Дано:	Розв'язання
$m = 60 \text{ кг}$	Робота сили тертя:
$S = 80 \text{ м}$	$A = F_{\text{тер}} \cdot S \cdot \cos \alpha.$
$\mu = 0,015$	За визначенням, $F_{\text{тер}} = \mu \cdot N.$
$A - ?$	$N = mg$, тому що рух здійснюється по горизонтальній поверхні $\Rightarrow A = \mu mg \cdot S \cdot \cos \alpha.$

$\alpha = 180^\circ \Rightarrow \cos \alpha = -1$, тому що сила тертя завжди направлена протилежно до руху.

Отже, $A = -\mu mgS.$

$$[A] = \text{кг} \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \text{м} = \text{Дж.}$$

$$A = -0,015 \cdot 60 \cdot 10 \cdot 80 = -720 \text{ Дж.}$$

Відповідь: -720 Дж.

48. Автівка масою 2 т рушає з прискоренням 2 м/с^2 і розганяється протягом 5 с на горизонтальній ділянці дороги. Знайти роботу за цей час, якщо коефіцієнт опору руху 0,01.

Дано:	Розв'язання
$m = 2 \text{ т} = 2 \cdot 10^3 \text{ кг}$	$A = F \cdot S$, де $F = ma + F_{\text{тер}}.$
$a = 2 \text{ м/с}^2$	Рух рівноприскорений $\Rightarrow S = v_0 t + \frac{at^2}{2},$
$t = 5 \text{ с}$	де $v_0 = 0$ за (умовою задачі) $\Rightarrow S = \frac{at^2}{2}.$
$\mu = 0,01$	
$A - ?$	

$F_{\text{тер}} = \mu \cdot N = \mu mg$, тому що ділянка дороги горизонтальна.

$$\text{Отже, } A = (ma + \mu mg) \cdot \frac{at^2}{2} = (a + \mu g) \cdot \frac{mat^2}{2};$$

$$[A] = \left(\frac{\text{М}}{\text{с}^2} + \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \right) \cdot \frac{\text{кг} \cdot \text{М} \cdot \text{с}^2}{\text{с}^2} = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж.}$$

$$A = (2 + 0,01 \cdot 10) \cdot \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 5^2}{2} = 2,1 \cdot 50 \cdot 10^3 = 105 \cdot 10^3 \text{ Дж.}$$

Відповідь: $105 \cdot 10^3$ Дж.

Закон збереження механічної енергії

Це треба знати!

Якщо між тілами замкненої системи діють тільки потенціальні сили, повна механічна енергія зберігається.

$$E = E_k + E_p = \text{const.}$$

$$E_{k_1} + E_{p_1} = E_{k_2} + E_{p_2}.$$

49. На висоті 2,2 м від поверхні Землі м'яч мав швидкість 10 м/с. З якою швидкістю рухатиметься м'яч біля поверхні Землі? Опором повітря знехтувати, прискорення вільного падіння вважати таким, що дорівнює 10 м/с^2 .

Самовчитель

Дано:	Розв'язання
$h_1 = 2,2 \text{ м}$	Оскільки на м'яч діє тільки сила тяжіння Землі, до замкненої системи «Земля—м'яч» застосуємо закон збереження механічної енергії, згідно з яким повна механічна енергія залишається незмінною, а зміна кінетичної енергії м'яча дорівнює зміні його потенціальної енергії, узятій з протилежним знаком:
$h_2 = 0 \text{ м}$	
$v_1 = 10 \text{ м/с}$	
$g = 10 \text{ м/с}^2$	
$v_2 - ?$	

$$E_{k_2} - E_{k_1} = -(E_{p_2} - E_{p_1}).$$

$$\text{Якщо маса м'яча } m, \text{ то } \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = -(mgh_2 - mgh_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_2^2 - v_1^2 = 2g(h_1 - h_2).$$

$$v_2 = \sqrt{2g(h_1 - h_2) + v_1^2};$$

$$[v_2] = \sqrt{\frac{\text{М}}{\text{с}^2} \cdot \text{М} + \frac{\text{М}^2}{\text{с}^2}} = \frac{\text{М}}{\text{с}}.$$

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 2,2 + 100} = \sqrt{144} = 12 \text{ м/с.}$$

Відповідь: 12 м/с.

50. Гідроелектростанція з висотою греблі 222 м виробляє 23,5 млрд кВт · год електроенергії за рік. Скільки води проходить за рік через гідротурбіни станції? Вважати, що потенціальна енергія води повністю перетворюється в електричну енергію.

Дано:

$$E = 2,35 \cdot 10^{10} \text{ кВт} \cdot \text{год} = 8,45 \cdot 10^{16} \text{ Дж}$$

$$\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$h_1 = 222 \text{ м}$$

$$h_2 = 0 \text{ м}$$

$$V = ?$$

Розв'язання

Електроенергія отримується за рахунок перетворення кінетичної енергії руху води в енергію електричного струму. Кінетична енергія води отримується у результаті перетворення потенціальної енергії води на вершині греблі в кінетичну — в основі греблі.

Отже, вироблена гідроелектростанцією електроенергія E дорівнює зміні потенціальної енергії ΔE_n води, узятій з протилежним знаком: $E = -\Delta E_n = -(mgh_2 - mgh_1) = mg(h_1 - h_2)$. (1)

Виразимо масу m води через її об'єм V і густину ρ : $m = \rho V$. (2)

З рівностей (1) і (2) знайдемо вираз для об'єму води, що пройшла через гідроагрегати станції:

$$V = \frac{E}{\rho g (h_1 - h_2)};$$

$$[V] = \frac{\text{Дж}}{\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м}} = \text{м}^3.$$

$$V = \frac{8,46 \cdot 10^{16}}{10^3 \cdot 10 \cdot 222} = 3,8 \cdot 10^{10} \text{ м}^3.$$

Відповідь: $3,8 \cdot 10^{10} \text{ м}^3$.

51. Один м'яч полетів після удару під кутом 30° до горизонту з початковою швидкістю 30 м/с , а другий м'яч — під кутом 60° з початковою швидкістю 20 м/с . М'ячі зіштовхнулися в польоті. Швидкість якого м'яча була більшою під час зіткнення? Чи є в умові зайві дані?

Дано:

$$\alpha_1 = 30^\circ$$

$$v_{01} = 30 \text{ м/с}$$

$$\alpha_2 = 60^\circ$$

$$v_{02} = 20 \text{ м/с}$$

$$v_1 = ?$$

$$v_2 = ?$$

Розв'язання

$$E_{k1} + E_{n1} = E_{k2} + E_{n2}.$$

$$\frac{m_1 v_{01}^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + m_1 gh \Rightarrow v_1 = \sqrt{v_{01}^2 - 2gh},$$

$$\frac{m_2 v_{02}^2}{2} = \frac{m_2 v_2^2}{2} + m_2 gh \Rightarrow v_2 = \sqrt{v_{02}^2 - 2gh};$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{v_{01}^2 - 2gh}{v_{02}^2 - 2gh}},$$

$$\frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{v_{01}^2 - 2gh}{v_{02}^2 - 2gh} = \frac{900 - 2gh}{400 - 2gh} > 1 \Rightarrow v_1 \text{ більша.}$$

Розв'язування завдання не залежить від початкових кутів.

Відповідь: v_1 більша; дані про кути зайві.

Потужність

Це треба знати!

Потужність — скалярна фізична величина, що дорівнює відношенню виконаної роботи до проміжку часу, за який вона зроблена.

$$N = \frac{A}{t}$$

$$[N] = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт}$$

Коефіцієнт корисної дії (ККД)

ККД — фізична величина, що дорівнює відношенню корисної роботи до всієї витраченої роботи (у відсотках):

$$\eta = \frac{A_{\text{кор}}}{A_{\text{вит}}} \cdot 100\%; \quad \eta < 100\%.$$

52. Кран піднімає вантаж масою 2 т на висоту 24 м за 2 хв . Знайти механічну потужність. Силами тертя знехтувати.

Самовчитель

Дано:

$$m = 2 \text{ т} = 200 \text{ кг}$$

$$h = 24 \text{ м}$$

$$t = 2 \text{ хв} = 120 \text{ с}$$

$$N = ?$$

Розв'язання

Механічна потужність дорівнює:

$$N = \frac{A}{t}; \quad [N] = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт}.$$

Механічна робота A зовнішніх сил у процесі підймання вантажу дорівнює зміні його потенціальної енергії:

$$A = E_{p2} - E_{p1} = mgh - 0 = mgh \Rightarrow N = \frac{mgh}{t}.$$

$$[N] = \frac{\frac{\text{кг}}{\text{с}^2} \cdot \text{м}}{\text{с}} = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{с}^3} = \text{Вт}.$$

$$N = \frac{2000 \cdot 10 \cdot 24}{120} = 4 \cdot 10^3 \text{ Вт}.$$

Відповідь: $4 \cdot 10^3 \text{ Вт}$.

53. Літак має чотири двигуни, сила тяги кожного — 103 кН. Яка корисна потужність двигунів під час польоту літака зі швидкістю 864 км/год?

Дано:

$$F = 103 \text{ кН} = 1,03 \cdot 10^5 \text{ Н}$$

$$v = 864 \text{ км/год} = 240 \text{ м/с}$$

N — ?

Розв'язання

Корисна потужність N двигунів дорівнює відношенню механічної роботи A до часу t :

$$N = \frac{A}{t}$$

$$[N] = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт.}$$

Механічна робота, за умови збігу напрямків векторів сили \vec{F} і переміщення \vec{S} , дорівнює: $A = FS$.

Звідси для механічної потужності маємо:

$$N = \frac{A}{t} = \frac{FS}{t}$$

Оскільки для рівномірного прямолінійного руху $v = \frac{S}{t}$, то $N = Fv$.

$$[N] = \frac{\text{М}}{\text{с}} \cdot \text{Н} = \text{Вт.}$$

$$N = 240 \cdot 1,03 \cdot 10^5 = 2,5 \cdot 10^7 \text{ Вт.}$$

Відповідь: $2,5 \cdot 10^7 \text{ Вт.}$

54. Насос, двигун якого розвиває потужність 25 кВт, підіймає 100 м^3 нафти на висоту 6 м за 8 хв. Знайти ККД установки. Густина нафти — 800 кг/м^3 .

Дано:

$$N = 25 \text{ кВт} = 25 \cdot 10^3 \text{ Вт}$$

$$V = 100 \text{ м}^3$$

$$h = 6 \text{ м}$$

$$t = 8 \text{ хв} = 480 \text{ с}$$

$$\rho = 800 \text{ кг/м}^3$$

η — ?

Розв'язання

ККД установки визначається:

$$\eta = \frac{A_{\text{кор}}}{A_{\text{вит}}}$$

де $A_{\text{кор}}$ — корисна робота з підняття нафти;

$A_{\text{вит}}$ — витрачена робота.

$$A_{\text{кор}} = F \cdot S = mg \cdot h,$$

де $m = \rho V$ — маса нафти.

$$\text{Потужність } N = \frac{A}{t} \Rightarrow A_{\text{вит}} = N \cdot t.$$

$$\text{Отже, } \eta = \frac{\rho V g h}{N t};$$

$$[\eta] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{м}^3 \cdot \text{с}^2 \cdot \text{Вт} \cdot \text{с}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Вт} \cdot \text{с}} = \frac{\text{Дж} \cdot \text{с}}{\text{Дж} \cdot \text{с}} = 1.$$

$$\eta = \frac{800 \cdot 100 \cdot 10 \cdot 6}{25 \cdot 10^3 \cdot 480} = \frac{32}{80} = 0,4 = 40\%.$$

Відповідь: 40 %.

55. По похилій дорозі трактор з тяговою потужністю 84 кВт тягне причіп масою 5 т. Знайти швидкість трактора, з якою він зможе витягнути причіп на підйом 0,6 м, якщо коефіцієнт тертя 0,3.

Дано:

$$N = 84 \text{ кВт} = 84 \cdot 10^3 \text{ Вт}$$

$$m = 5 \text{ т} = 5 \cdot 10^3 \text{ кг}$$

$$\sin \alpha = 0,6$$

$$\mu = 0,3$$

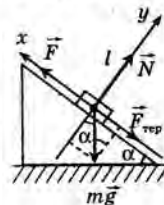
v — ?

Розв'язання

Якщо вважати рух трактора рівномірним, то:

$$\vec{F}_{\text{тер}} + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} = 0.$$

Проведемо осі координат і запишемо проекції сил:



$$Ox: \left\{ \begin{aligned} -F_{\text{тер}} - mg \sin \alpha + 0 + F &= 0, \\ Oy: \left\{ \begin{aligned} 0 - mg \cos \alpha + N &= 0; \end{aligned} \right. \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} F &= F_{\text{тер}} + mg \sin \alpha, \\ N &= mg \cos \alpha. \end{aligned} \right.$$

Підставимо вираз для N у формулу для сил тертя:

$$F_{\text{тер}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha.$$

Підставимо отриманий вираз у перше рівняння:

$$F = \mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha,$$

$$F = mg (\mu \cos \alpha + \sin \alpha).$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \Rightarrow F = mg (\sin \alpha + \mu \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}).$$

$$N = \frac{A}{t} = F \cdot \frac{S}{t} = Fv \Rightarrow v = \frac{N}{F} = \frac{N}{mg (\sin \alpha + \mu \sqrt{1 - \sin^2 \alpha})};$$

$$[v] = \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}^2}{\text{кг} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Вт}}{\text{Н}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Н} \cdot \text{с}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Н} \cdot \text{с}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$v = \frac{84 \cdot 10^3}{5 \cdot 10^3 \cdot 10 (0,6 + 0,3 \cdot \sqrt{1 - 0,6^2})} = \frac{84}{50 \cdot (0,6 + 0,3 \cdot 0,8)} = \frac{84}{50 \cdot 0,84} = 2 \text{ м/с.}$$

Відповідь: 2 м/с.

56. На злітній смузі з довжиною розгону 135 м і коефіцієнтом опору 0,03 розганяється аероплан масою 600 кг. Знайти середню корисну потужність під час розгону аероплана, якщо для зльоту йому потрібно набрати швидкість 27 м/с.

Дано:

$l = 135 \text{ м}$

$\mu = 0,03$

$m = 600 \text{ кг}$

$v = 27 \text{ м/с}$

 $N = ?$

Розв'язання

Потужність $N = \frac{A}{t}$,

$A = F \cdot S = F_{\tau} \cdot l \Rightarrow N = F_{\tau} \cdot \frac{l}{t}$,

де t — час розгону для досягнення необхідної злітної швидкості.

$$\begin{cases} l = \frac{at^2}{2}, \\ v = at; \end{cases} \Rightarrow \frac{l}{v} = \frac{t}{2} \Rightarrow \frac{l}{t} = \frac{v}{2}, \quad a = \frac{v^2}{2l}$$

За другим законом Ньютона знайдемо силу тяги:

$$ma = F_{\tau} - \mu mg \Rightarrow F_{\tau} = m(a + \mu g) \Rightarrow F_{\tau} = m \left(\frac{v^2}{2l} + \mu g \right);$$

$$N = m \cdot \frac{v}{2} \left(\frac{v^2}{2l} + \mu g \right);$$

$$[N] = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \left(\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{м}} + \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right) = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{с}} = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт}.$$

$$N = 600 \cdot \frac{27}{2} \cdot \left(\frac{27^2}{2 \cdot 135} + 0,03 \cdot 10 \right) = 300 \cdot 27 \cdot (2,7 + 0,3) = 24,3 \cdot 10^3 \text{ Вт}.$$

Відповідь: $24,3 \cdot 10^3 \text{ Вт}$.**Це треба знати!****Прості механізми**

Прості механізми — пристосування, що служать для перетворення сили.

Важіль

Важіль — жорсткий стрижень, що має вісь обертання.

Плече сили (l_1, l_2) — найкоротша відстань від осі обертання (точка O) до лінії дії сили (\vec{F}_1, \vec{F}_2).

Момент сили: $M_1 = F_1 \cdot l_1$; $M_2 = F_2 \cdot l_2$.

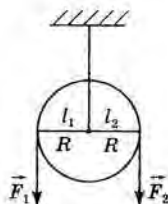
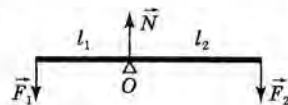
Умова рівноваги важеля: $\frac{l_1}{l_2} = \frac{F_2}{F_1}$ або $M_1 = M_2$.

Нерухомий блок

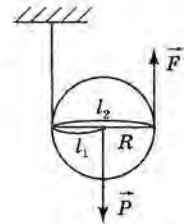
Нерухомий блок міняє напрямок дії сили і є рівноплечим важелем:

$l_1 = l_2 = R,$

$F_1 = F_2.$

**Рухомий блок**Рухомий блок не змінює напрямку дії сили; він є важелем зі співвідношенням $l_1 : l_2 = 1 : 2$, дякуючи виграш у силі у два рази:

$$\frac{P}{F} = 2.$$

**«Золоте правило» механіки**

Прості механізми не дають виграшу в роботі: у скільки разів виграємо в силі, у стільки ж разів програємо у відстані.

57. Два вантажі масами 90 г і 270 г

Самовчитель

з'єднані нерозтяжною ниткою, перекинута через нерухомий блок. Знайти прискорення вантажів, силу натягу нитки й вагу кожного вантажу. Масами блоку й нитки знехтувати, тертя не враховувати.

Дано:

$m_1 = 90 \text{ г} = 0,09 \text{ кг}$

$m_2 = 270 \text{ г} = 0,27 \text{ кг}$

$a_1 = ?$

$a_2 = ?$

$T_1 = ?$

$T_2 = ?$

$P_1 = ?$

$P_2 = ?$

Розв'язання

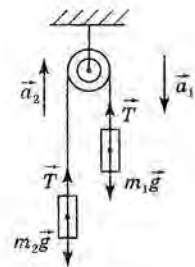
Нитка нерозтяжна, отже,

$\vec{v}_1 = -\vec{v}_2; \quad \vec{a}_1 = -\vec{a}_2.$

Масами блоку й нитки нехтуємо, тертя не враховуємо: $\vec{T}_1 = \vec{T}_2 = \vec{T}$.На кожний з вантажів діють дві сили: $m\vec{g}$ і \vec{T} .

$m_1 \vec{a}_1 = m_1 \vec{g} + \vec{T},$

$m_2 \vec{a}_2 = m_2 \vec{g} + \vec{T}.$

Проекція на вісь Ox дорівнює нулю.

$$Oy: \begin{cases} m_1 a_1 = m_1 g - T, \\ m_2 a_2 = m_2 g - T, \\ a_1 = -a_2; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_1 a_1 = m_1 g - T, \\ -m_2 a_1 = m_2 g - T. \end{cases}$$

$$a_1 \cdot (m_1 + m_2) = (m_1 - m_2) \cdot g; \quad a_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot g.$$

Вантаж з більшою масою рухається із прискоренням донизу,

$$a_2 = -a_1 = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cdot g, \text{ а вантаж з меншою масою рухається з тим самим прискоренням догори.}$$

$$[a] = \frac{\text{кг}}{\text{кг}} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

$$a_1 = \frac{0,09 - 0,27}{0,09 \cdot 0,27} = -0,74 \text{ м/с}^2; \quad a_2 = -a_1 = 0,74 \text{ м/с}^2.$$

$$T = m_1 g - m_1 a_1 = m_1 g - m_1 g \cdot \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = m_1 g \cdot \left(1 - \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) =$$

$$= m_1 g \cdot \frac{m_1 + m_2 - m_1 + m_2}{m_1 + m_2} = \frac{2m_1 m_2 g}{m_1 + m_2},$$

$$T = 2g \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2};$$

$$[T] = \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{\text{кг}^2}{\text{кг}} = \text{Н}.$$

$$T_1 = T_2 = T = 2 \cdot 10 \cdot \frac{0,09 \cdot 0,27}{0,09 + 0,27} = 20 \cdot 0,0675 = 1,35 \text{ Н}.$$

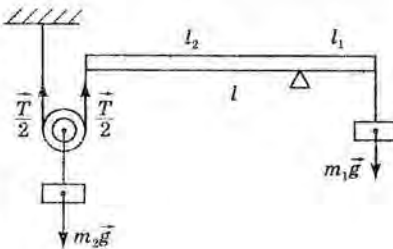
Вага — сила, з якою вантаж розтягує підвіс, тобто $|P| = |T|$.

$$P_1 = P_2 = T = 1,35 \text{ Н}.$$

Вантажі різної маси мають однакову вагу, тому що рухаються із прискоренням, причому прискорення напрямлені так, що вага більшого вантажу менша від $m\vec{g}$, а вага меншого — більша.

Відповідь: $a_1 = -0,74 \text{ м/с}^2$, $a_2 = 0,74 \text{ м/с}^2$, $T_1 = T_2 = P_1 = P_2 = 1,35 \text{ Н}$.

58. Невагомий важіль довжиною 2 м перебуває в рівновазі. Точка опори лежить на відстані 40 см від правого кінця важеля. Знайти масу вантажу, закріпленого з цього боку, якщо маса другого вантажу, закріпленого на рухомому блоці з лівого кінця важеля, дорівнює 4 кг.



Дано:

$$l = 2 \text{ м}$$

$$l_1 = 40 \text{ см} = 0,4 \text{ м}$$

$$m_2 = 4 \text{ кг}$$

$$m_1 = ?$$

Розв'язання

Умова рівноваги важеля:

$$F_1 l_1 = F_2 l_2,$$

де l_1, l_2 — плечі важеля.

$$F_1 = m_1 g.$$

$$\text{Рухомий блок дає вигреш у силі в 2 рази} \Rightarrow F_2 = \frac{T}{2} = \frac{m_2 g}{2}.$$

Оскільки $l_1 + l_2 = l$, то $l_2 = l - l_1$. Таким чином,

$$m_1 g l_1 = \frac{m_2 g}{2} \cdot l_2 \Rightarrow 2m_1 l_1 = m_2 (l - l_1) \Rightarrow m_1 = \frac{m_2 (l - l_1)}{2l_1};$$

$$[m_1] = \frac{\text{кг} \cdot (\text{м} - \text{м})}{\text{м}} = \text{кг}; \quad m_1 = \frac{4 \cdot (2 - 0,4)}{2 \cdot 0,4} = 8 \text{ кг}.$$

Відповідь: 8 кг.

59. $m_1 = 1 \text{ кг}$, $m_2 = 2 \text{ кг}$, $m_3 = 3 \text{ кг}$. Знайти прискорення системи і сили натягу ниток, якщо коефіцієнт тертя 0,25.

Дано:

$$m_1 = 1 \text{ кг}$$

$$m_2 = 2 \text{ кг}$$

$$m_3 = 3 \text{ кг}$$

$$\mu = 0,25$$

$$a = ?$$

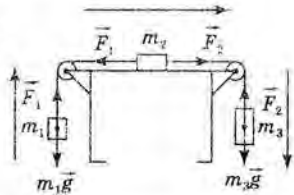
$$F_1 = ?$$

$$F_2 = ?$$

Розв'язання

Оскільки $m_3 > m_1$, то другий вантаж рухається праворуч. Спрямувавши праворуч вісь, запишемо проекції рівняння руху другого вантажу:

$$m_2 a = F_2 - F_1 - \mu m_2 g. \quad (1)$$



Аналогічні рівняння в проекціях для 1-го й 3-го вантажів:

$$m_1 a = F_1 - m_1 g, \quad (2)$$

$$m_3 a = m_3 g - F_2. \quad (3)$$

Знайдемо суму всіх рівнянь:

$$a(m_1 + m_2 + m_3) = g(m_3 - m_1 - \mu m_2), \quad (4)$$

$$\Rightarrow a = g \frac{m_3 - m_1 - \mu m_2}{m_1 + m_2 + m_3};$$

$$[a] = \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{\text{кг}}{\text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}; \quad a = 10 \cdot \frac{3 - 1 - 0,25 \cdot 2}{6} = 2,5 \text{ м/с}^2.$$

Сили натягу нитки:

$$F_1 = m_1(g + a), \quad F_1 = 1 \cdot (10 + 2,5) = 12,5 \text{ Н};$$

$$F_2 = m_2(g - a), \quad F_2 = 2 \cdot (10 - 2,5) = 15 \text{ Н}.$$

Відповідь: 2,5 м/с²; 12,5 Н; 15 Н.

Статика

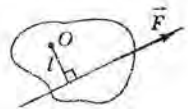
Статика вивчає рівновагу тіл.

Основне завдання статички — визначити умови рівноваги тіл під дією прикладених сил.

Плече сили l — найкоротша відстань від осі обертання тіла до лінії дії сили.

Точка O — точка, через яку проходить вісь обертання.

Момент сили M — добуток модуля сили на плече сили: $M = F \cdot l$; $[M] = \text{Н} \cdot \text{м}$.



Це треба знати!

$M < 0$ — сила спричиняє обертання *проти* годинникової стрілки.

$M > 0$ — сила спричиняє обертання *за* годинниковою стрілкою.

Центр мас — точка, через яку повинна проходити лінія дії сили, щоб під дією цієї сили тіло рухалося поступально.

Центр ваги — точка, через яку проходить рівнодійна сили тяжіння за будь-якого розташування тіла.

Центр ваги й центр мас збігаються в однорідному полі тяжіння.



Умови рівноваги тіл

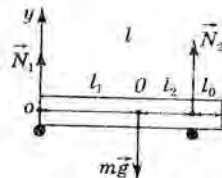
1. Тіло залишається в стані спокою відносно інерціальної системи відліку, якщо векторна сума всіх прикладених до тіла сил дорівнює нулю: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0$.
2. Тіло, закріплене на нерухомій осі, перебуває в рівновазі, якщо алгебраїчна сума обчислених відносно даної осі моментів прикладених до тіла сил дорівнює нулю: $M_1 + M_2 + \dots + M_n = 0$.

Види рівноваги

Стойка	Байдужа	Нестійка
Після відхилення від положення рівноваги рівнодійна сила \vec{F} повертає тіло в положення рівноваги	Після відхилення рівнодійна сила залишається такою, що дорівнює нулю	Після відхилення від положення рівноваги рівнодійна сила \vec{F} відхиляє тіло від положення рівноваги
$E_n \text{ min};$	$E_n = 0;$	$E_n \text{ max}$

Самовчитель

60. Труба довжиною 8 м і масою 140 кг лежить на двох горизонтальних опорах. Одна опора розташована в кінці труби, друга — на відстані 1 м від другого кінця труби. Визначити сили реакції опор.



Дано:

$$l = 8 \text{ м}$$

$$m = 140 \text{ кг}$$

$$l_0 = 1 \text{ м}$$

$$n_1 = ?$$

$$n_2 = ?$$

Розв'язання

З умови завдання випливає, що $l_1 = \frac{l}{2} = 4 \text{ м}$;

$$l_2 = \frac{l}{2} - l_0 = 3 \text{ м}.$$

Зобразимо всі діючі на трубу сили. Сила тяжіння $m\vec{g}$ напрямлена вертикально донизу і прикладена до центра мас труби, який перебуває на рівних відстанях від її кінців.

Сили реакції опор \vec{N}_1 і \vec{N}_2 напрямлені вертикально догори. Оскільки труба у стані спокою, то $m\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 = 0$.

Спрямуємо вісь Oy вертикально догори. Тоді для проекцій сил на цю вісь: $-mg + N_1 + N_2 = 0$, $mg = N_1 + N_2$.

Оскільки труба не обертається, алгебраїчна сума моментів усіх сил, що діють на неї, дорівнює нулю для будь-якої осі обертання. Виберемо як вісь обертання горизонтальну пряму, що проходить через центр мас труби перпендикулярно до площини креслення. За правилом моментів запишемо рівність: $N_1 l_1 - N_2 l_2 + mg l_3 = 0$, де $l_3 = 0$, оскільки вектор сили тяжіння проходить через вісь обертання; отже, момент сили $m\vec{g}$ дорівнює нулю.

Вектор сили \vec{N}_2 реакції опори здійснює обертання проти годинникової стрілки, тому обертальний момент цієї сили взятю з від'ємним знаком.

Таким чином,

$$\begin{cases} mg = N_1 + N_2, \\ N_1 l_1 = N_2 l_2; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_1 = N_2 \frac{l_2}{l_1}, \\ mg = N_2 \frac{l_2}{l_1} + N_2 = N_2 \left(\frac{l_2}{l_1} + 1 \right) \Rightarrow N_2 = \frac{mg}{\frac{l_2}{l_1} + 1}; \end{cases}$$

$$[N_2] = \frac{\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{\frac{\text{м}}{\text{м}}} = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \text{Н}, \quad [N_1] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м}} = \text{Н}.$$

$$N_2 = \frac{140 \cdot 10}{\frac{3}{4} + 1} = 800 \text{ Н}; \quad N_1 = \frac{800 \cdot 3}{4} = 600 \text{ Н}.$$

Відповідь: $N_1 = 600 \text{ Н}$; $N_2 = 800 \text{ Н}$.

61. До вертикальної стіни на нитці довжиною 2 м підвішено кулю радіусом 1 м масою 1 кг. Обчислити силу натягу нитки й силу тиску кулі на стіну.

Дано:

$l = 2 \text{ м}$

$R = 1,25 \text{ м}$

$m = 3 \text{ кг}$

$T = ?$

$N_0 = ?$

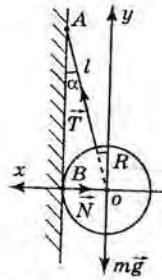
Розв'язання

Куля перебуває у стані спокою, отже,

$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{T} = 0,$

де \vec{N} — сила реакції опори, що діє на кулю з боку стіни, й дорівнює за модулем силі тиску кулі на стіну:

$\vec{N} = -\vec{N}_0, N = N_0.$



Проведемо осі координат і запишемо проекції сил:

$$\begin{cases} O_x: T \sin \alpha + 0 - N = 0, \\ O_y: T \cos \alpha - mg + 0 = 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T \cos \alpha = mg, \\ N = T \sin \alpha; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = \frac{mg}{\cos \alpha}, \\ N = T \sin \alpha. \end{cases}$$

Розглянемо прямокутний трикутник ABO:

$AO = l + R, OB = R.$

$\sin \alpha = \frac{R}{l + R},$

$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{R^2}{(l + R)^2}} = \frac{\sqrt{l^2 + 2lR}}{l + R} = \frac{\sqrt{l(l + 2R)}}{l + R};$

$T = \frac{mg}{\cos \alpha} = mg \cdot \frac{l + R}{\sqrt{l(l + 2R)}};$

$[T] = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{\text{м}}{\sqrt{\text{м}^2}} = \text{Н}.$

$N = T \sin \alpha = mg \cdot \frac{l + R}{\sqrt{l(l + 2R)}} \cdot \frac{R}{l + R} = mg \cdot \frac{R}{\sqrt{l(l + 2R)}};$

$[N] = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{\text{м}}{\sqrt{\text{м}^2}} = \text{Н}.$

$T = 3 \cdot 10 \cdot \frac{2 + 1,25}{\sqrt{2 \cdot (2 + 2 \cdot 1,25)}} = 3 \cdot 10 \cdot \frac{3,25}{3} = 32,50 \text{ Н}.$

$N = 3 \cdot 10 \cdot \frac{1,25}{\sqrt{2 \cdot (2 + 2 \cdot 1,25)}} = 3 \cdot 10 \cdot \frac{1,25}{3} = 12,5 \text{ Н}.$

$N_0 = N = 12,5 \text{ Н}.$

Відповідь: 32,5 Н; 12,5 Н.

Гідростатика й аеростатика

Це треба знати!

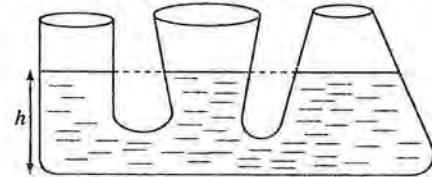
Тиск — фізична величина, яка дорівнює відношенню модуля сили, що діє перпендикулярно поверхні, до площі цієї поверхні:

$P = \frac{F}{S}; [P] = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}.$

Густина — фізична величина, що характеризує стан речовини й чисельно дорівнює відношенню маси однорідного тіла до його об'єму:

$\rho = \frac{m}{V}; [\rho] = \text{кг/м}^3.$

Тиск рідини на дно посудини



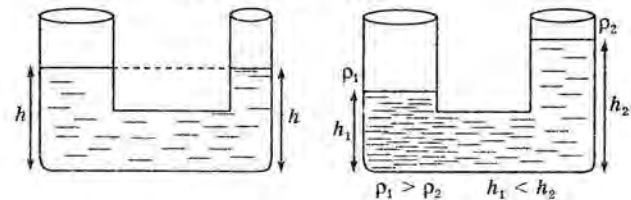
$P = \frac{F}{S} = \frac{F - mg}{S} \rightarrow P = \frac{mg}{S} = \frac{\rho \cdot \frac{m}{V}}{\rho \cdot V - \rho \cdot V} \rightarrow$

$\frac{\rho \cdot \frac{m}{V}}{\rho \cdot V - \rho \cdot V} \rightarrow P = \frac{\rho \cdot Vg}{S} = \frac{\rho \cdot S \cdot h}{S} = \frac{\rho Shg}{S} \rightarrow P = \rho gh$

Закон Паскаля

Зовнішній тиск, що діє на рідину або газ, передається без змін у кожен точку рідини або газу.

Сполучені посудини



У сполучених посудинах однорідна рідина встановлюється на одному рівні незалежно від форми посудини, якщо зовнішній тиск для всіх посудин однаковий.

Висота стовпа рідини з більшою густиною буде меншою, ніж висота стовпа рідини з меншою густиною, якщо зовнішній тиск для всіх посудин однаковий:

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

Самовчитель

62. Акваріум у формі куба повністю заповнено водою. У скільки разів відрізняються сили тиску води на дно й на стінки акваріума?

Дано:

$$V = a^3 \text{ м}^3$$

$$S = a^2 \text{ м}^2$$

$$\frac{F_1}{F_2} = ?$$

Розв'язання

a — довжина ребра куба.

$$P = \frac{F}{S} \Rightarrow F = PS.$$

Тиск стовпа рідини: $P = \rho gh$.

F_1 — сила тиску на дно.

$$F_1 = PS = \rho gh \cdot S = \rho ga \cdot a^2 = \rho ga^3.$$

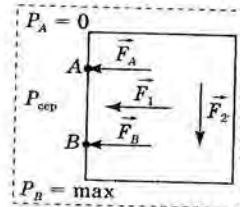
У точці A — сила тиску F_A ,

$$\text{у точці } B \text{ — сила тиску } F_B \Rightarrow F_A < F_B. \quad P_{\text{сеп}} = \frac{P_A + P_B}{2}.$$

$$F_2 = P_{\text{сеп}} S = \frac{\rho gh \cdot S}{2} = \frac{\rho ga \cdot a^2}{2} = \frac{\rho ga^3}{2}.$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\rho ga^3 \cdot 2}{\rho ga^3} = 2.$$

Відповідь: у 2 рази.



63. У посудині містяться: шар ртуті, шар води й шар машинного мастила. Товщина кожного шару 10 см. Обчислити тиск на дно посудини.

Дано:

$$h_{\text{рт}} = h_{\text{в}} = h_{\text{м}} = h = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$$

$$\rho_{\text{рт}} = 13600 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_{\text{м}} = 900 \text{ кг/м}^3$$

$$P = ?$$

Розв'язання

Оскільки $\rho_{\text{м}} < \rho_{\text{в}} < \rho_{\text{рт}}$, то нижній шар — ртуть, середній — вода, верхній шар — мастило.

Тиск мастила на воду:

$$P_{\text{м}} = \rho_{\text{м}} h_{\text{м}} g.$$

Тиск мастила й води на ртуть:

$$P_{\text{м}} + P_{\text{в}} = \rho_{\text{м}} h_{\text{м}} g + \rho_{\text{в}} h_{\text{в}} g = gh(\rho_{\text{м}} + \rho_{\text{в}}).$$

Тиск мастила, води та ртуті на дно посудини:

$$P = P_{\text{м}} + P_{\text{в}} + P_{\text{рт}} = \rho_{\text{м}} h_{\text{м}} g + \rho_{\text{в}} h_{\text{в}} g + \rho_{\text{рт}} h_{\text{рт}} g = gh(\rho_{\text{м}} + \rho_{\text{в}} + \rho_{\text{рт}}).$$

$$[P] = \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = \text{Па}.$$

$$P = 10 \cdot 0,1 \cdot (0,9 + 1 + 13,6) \cdot 10^3 = 15,5 \cdot 10^3 \text{ Па}.$$

Відповідь: $15,5 \cdot 10^3 \text{ Па}$.

64. За допомогою гідравлічного підйомника піднімають вантаж масою 1 т, прикладаючи силу 500 Н. У скільки разів відрізняються площі поршнів підйомника?

Дано:

$$m = 1 \text{ т} = 10^3 \text{ кг}$$

$$F_1 = 500 \text{ Н}$$

$$\frac{S_2}{S_1} = ?$$

Розв'язання

Згідно із законом Паскаля $\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$.

$$F_2 = mg \Rightarrow \frac{S_2}{S_1} = \frac{mg}{F_1}; \quad \frac{S_2}{S_1} = \frac{10^3 \cdot 10}{500} = 20.$$

Відповідь: у 20 разів.

Закон Архімеда**Це треба знати!**

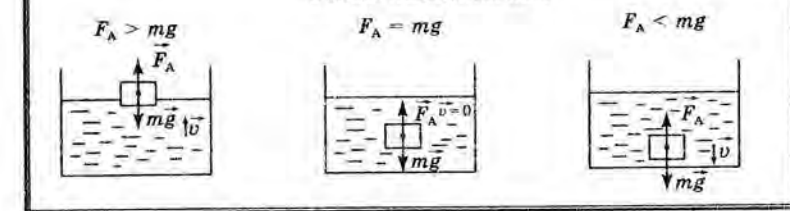
На тіло, занурене в рідину або газ, діє виштовхуюча сила, що дорівнює вазі рідини або газу в об'ємі цього тіла (або зануреної його частини):

$$F_A = \rho_{\text{р}} g V_{\text{р}},$$

де $\rho_{\text{р}}$ — густина рідини або газу,

$V_{\text{р}}$ — об'єм зануреного тіла,

$V_{\text{р}} = V_{\text{т}}$, $V_{\text{р}}$ — об'єм витісненої рідини.

Умова плавання тіл

65. Якою буде у воді вага тіла масою 800 г та об'ємом 500 см³?

Самовчитель

Дано:

$$m = 800 \text{ г} = 0,8 \text{ кг}$$

$$V = 500 \text{ см}^3 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$$

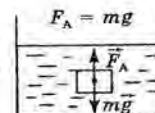
$$\rho_{\text{води}} = 1000 \text{ кг/м}^3$$

$$P = ?$$

Розв'язання

Вага тіла: $P = mg - F_A$,

де F_A — сила Архімеда, тобто виштовхуюча сила, що діє на тіло в рідині.



$$F_A = \rho_{\text{води}} g V \Rightarrow P = mg - \rho_{\text{води}} g V;$$

$$[P] = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} - \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м}^3 = \text{Н}.$$

$$P = 0,8 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 10^{-4} = 8 - 5 = 3 \text{ Н}.$$

Відповідь: 3 Н.

66. У річці плаває плоска крижина товщиною 0,3 м. Яка висота надводної частини крижини?

Дано:

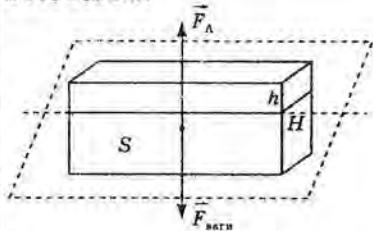
$$H = 0,3 \text{ м}$$

$$\rho_{\text{води}} = 1000 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_{\text{льоду}} = 900 \text{ кг/м}^3$$

h — ?

Розв'язання



Крижина плаває у випадку, якщо $F_A = F_{\text{тяж}}$.

$$F_{\text{тяж}} = m_{\text{льоду}} g.$$

$$\text{Маса льоду: } m_{\text{льоду}} = \rho_{\text{льоду}} \cdot V,$$

$$\text{де об'єм крижини } V = S \cdot H \Rightarrow F_{\text{тяж}} = \rho_{\text{льоду}} \cdot S H g.$$

На занурену у воду частину крижини діє сила Архімеда:

$$F_A = \rho_{\text{води}} \cdot g \cdot V_0,$$

$$\text{де об'єм зануреної у воду частини крижини } V_0 = S \cdot (H - h) \Rightarrow$$

$$F_A = \rho_{\text{води}} g S \cdot (H - h)$$

$$\text{Отже, } \rho_{\text{льоду}} \cdot S H g = \rho_{\text{води}} g S \cdot (H - h), \quad \rho_{\text{льоду}} \cdot H = \rho_{\text{води}} \cdot (H - h),$$

$$\rho_{\text{льоду}} \cdot H = \rho_{\text{води}} H - \rho_{\text{води}} h,$$

$$\rho_{\text{води}} h = \rho_{\text{води}} H - \rho_{\text{льоду}} \cdot H,$$

$$[h] = \text{м} \cdot \frac{\text{кг/м}^3 - \text{кг/м}^3}{\text{кг/м}^3} = \text{м}; \quad h = H \cdot \frac{\rho_{\text{води}} - \rho_{\text{льоду}}}{\rho_{\text{води}}};$$

$$h = 0,3 \cdot \frac{1000 - 900}{1000} = 0,03 \text{ м}.$$

Відповідь: 0,03 м.

Атмосферний тиск

Атмосферний тиск зумовлений вагою всього стовпа повітря від поверхні Землі до межі атмосфери.

Нормальний атмосферний тиск:

$$P_A = 101 \text{ кПа} = 10^5 \text{ Па}.$$

Прилад для вимірювання атмосферного тиску — барометр (рідинний — трубка Торрічеллі; металевий — барометр-анероїд).

Повітроплавання

Піднімальна сила — різниця між вагою 1 м^3 повітря й вагою 1 м^3 газу.

Піднімальна сила повітряної кулі:

$$F_{\text{під}} = F_A - m_{\text{к}} g,$$

де F_A — сила Архімеда;

$m_{\text{к}} g$ — сила тяжіння, що діє на кулю.

Рівняння Бернуллі

Коли рідина (або газ) без тертя рухається по трубі з різною площею поперечного перерізу, то:

$$P + \rho g h + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const},$$

де P — тиск;

ρ — густина рідини;

v — швидкість течії рідини;

h — висота;

$\rho g h$ — гідростатичний тиск;

$\frac{\rho v^2}{2}$ — гідродинамічний тиск.

Фізичний зміст рівняння Бернуллі

$\rho g h$ — потенційна енергія одиничного об'єму рідини.

$\frac{1}{2} \rho v^2$ — кінетична енергія того самого об'єму.

Таким чином, сума $P + \rho g h + \frac{1}{2} \rho v^2$ — це повна механічна енергія одиничного об'єму рідини, який знаходиться у будь-якому перерізі труби.

У тих частинках потоку, де швидкість руху більша, тиск менший, а там, де швидкість менша — тиск більший.

67. Знайти швидкість течії в коліні труби, діаметр якого в 3 рази менший від діаметра труби, де швидкість течії 3 м/с.

Самовчитель

Дано:
 $\frac{d_1}{d_2} = 3$
 $v_1 = 3 \text{ м/с}$
 $v_2 = ?$

Розв'язання
 Швидкість течії нестисливої рідини в трубі обернено пропорційна площі її поперечного перерізу:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1} \Rightarrow v_2 = v_1 \cdot \frac{S_1}{S_2}$$

$$S = \pi d^2 \Rightarrow v_2 = v_1 \cdot \frac{d_1^2}{d_2^2}$$

$$v_2 = 3 \cdot 3^2 = 27 \text{ м/с.}$$

Відповідь: 27 м/с.

68. З отвору в трубі фонтанної системи вертикально догори б'є струмінь води, піднімаючись на висоту 5 м. Скільки літрів води проходить через отвір перерізом 10 мм^2 за годину роботи фонтана?

Дано:
 $h = 5 \text{ м}$
 $t = 1 \text{ год} = 360 \text{ с}$
 $S = 10 \text{ мм}^2 = 10^{-5} \text{ м}^2$
 $V = ?$

Розв'язання
 Згідно із законом збереження енергії:

$$\frac{mv^2}{2} = mgh \Rightarrow \frac{v^2}{2} = gh \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

Об'єм води: $V = tP$, де P — потік води.

$$P = Sv \Rightarrow V = tSv \Rightarrow V = tS\sqrt{2gh};$$

$$[V] = \text{с} \cdot \text{м} \cdot \sqrt{\frac{\text{м}}{\text{с}^2}} \cdot \text{м} = \text{м}^3;$$

$$V = 360 \cdot 10^{-5} \cdot \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5} = 0,36 \text{ м}^3 = 360 \text{ л.}$$

Відповідь: 360 л.

69. На поршень площею 2 см^2 горизонтально розташованого шприца діють постійною силою $2,5 \text{ Н}$. Визначити швидкість витікання води з голки. Густина води 1000 кг/м^3 .

Дано:
 $S = 2 \text{ см}^2 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$
 $F = 2,5 \text{ Н}$
 $\rho = 100 \text{ кг/м}^3$
 $v = ?$

Розв'язання
 Робота сили, що діє на поршень:
 $A = F \cdot s$,
 де s — переміщення поршня.
 $s = v_0 t$,
 де v_0 — швидкість руху поршня;
 t — час руху поршня.

Таким чином, $A = F \cdot v_0 t$.

За час t з голки витікає вода масою $m = \rho V = \rho S v_0 t$.

Зміна кінетичної енергії $\Delta E_k = \rho S v_0 t \cdot \left(\frac{v^2}{2} - \frac{v_0^2}{2} \right)$ відбувається за рахунок роботи зовнішньої сили.

$$\text{Таким чином, } \rho S v_0 t \cdot \frac{1}{2} (v^2 - v_0^2) = F \cdot v_0 t; \quad \rho S \cdot \frac{1}{2} (v^2 - v_0^2) = F.$$

Швидкість витікання води пов'язана зі швидкістю руху поршня співвідношенням $v_0 \cdot S = v \cdot S_0$, $v_0 = \frac{v \cdot S_0}{S}$, де S_0 — площа отвору голки.

Таким чином,

$$\rho S \cdot \frac{1}{2} \left(v^2 - \frac{v^2 \cdot S_0^2}{S^2} \right) = F \Rightarrow \rho S \cdot \frac{1}{2} \cdot v^2 \cdot \left(1 - \frac{S_0^2}{S^2} \right) = F.$$

Оскільки $S_0 \ll S$, то $\frac{S_0^2}{S^2} = 0 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2F}{\rho S}}$.

$$[v] = \sqrt{\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{м}^2}} = \sqrt{\frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} = \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,5}{1000 \cdot 2 \cdot 10^{-4}}} = 5 \text{ м/с.}$$

Відповідь: 5 м/с.

Формули й позначення

Формули

Рівноприскорений прямолінійний рух

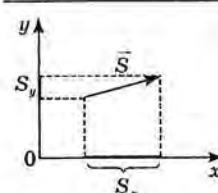
$\bar{v} = \frac{\Delta \bar{s}}{\Delta t}$,	$\bar{a} = \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t}$,	$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = x'$,	
$\bar{v} = \bar{v}_0 + \bar{a}t$,	$v = v_0 + at$,	$\bar{s} = \bar{v}_0 t + \frac{\bar{a}t^2}{2}$,	
$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = v' = x''$,	$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$,	$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$,	
$v_0 = 0$,	$s = \frac{at^2}{2} = \frac{v^2}{2a}$,	$v = \sqrt{2as}$,	$a = \frac{v^2}{2s}$.

Рівномірний рух по колу

$$T = \frac{2\pi R}{v}, \quad v = \frac{n}{t} = \frac{1}{T}, \quad v = 2\pi\nu R = \frac{2\pi R}{T}, \quad a = \frac{v^2}{R} = 4\pi^2 R \nu^2 = \frac{4\pi^2 R}{T^2}.$$

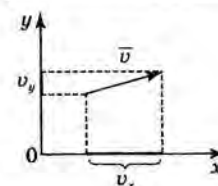
Другий закон Ньютона $\vec{F} = m\vec{a}$.	Теорема про кінетичну енергію $A = E_{k_2} - E_{k_1}$.
Третій закон Ньютона $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$.	Потенціальна енергія $A = -\Delta E_n, E_n = mgh, E_n = \frac{kx^2}{2}$.
Закон всесвітнього тяжіння $F = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$.	Закон збереження енергії в механічних процесах $E_{k_1} + E_{n_1} = E_{k_2} + E_{n_2}$.
Закон Гука $F_{пр} = -kx$.	Момент сили $M = F \cdot l$.
Сила тертя $F_{тер} = \mu N$.	Умова рівноваги важеля $\frac{l_1}{l_2} = \frac{F_2}{F_1}; M_1 = M_2$.
Сила й імпульс $\vec{F}t = m\vec{v} - m\vec{v}_0$.	Рівняння Бернуллі $P = \rho gh + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const}$.
Закон збереження імпульсу $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2'$.	Тиск $P = \frac{F}{S}; P = \rho gh$.
Механічна робота $A = FS \cos \alpha$.	Густина $\rho = \frac{m}{V}$.
Потужність $N = \frac{A}{t}$.	Сполучені посудини $\frac{h_2}{h_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$.
Коефіцієнт корисної дії (ККД) $\eta = \frac{A_{кор}}{A_{вт}} \cdot 100\%$.	Закон Архімеда $F_A = \rho_p g V_r$.
Кінетична енергія $E_k = \frac{mv^2}{2}$.	

Позначення

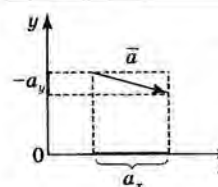


\vec{S} — переміщення $[S] = \text{м}$
 S — модуль переміщення
 S_x, S_y — проекції переміщення
 x — координата

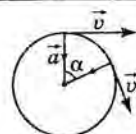
t — час $[t] = \text{с}$



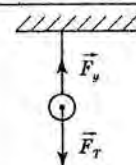
\vec{v} — швидкість $[v] = \text{м/с}$
 v — модуль швидкості
 v_x, v_y — проекції швидкостей



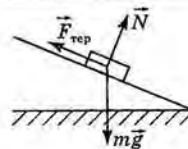
\vec{a} — прискорення $[a] = \text{м/с}^2$
 a — модуль прискорення
 a_x, a_y — проекції прискорення



T — період обертання $[T] = \text{с}$
 n — кількість обертів
 ν — частота обертання $[\nu] = 1/\text{с} = \text{Гц}$
 m — маса $[m] = \text{кг}$



\vec{F} — сила $[F] = \text{Н}$
 G — гравітаційна стала $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$
 k — жорсткість пружини $[k] = \text{Н/м}$



\vec{N} — сила реакції опори
 μ — коефіцієнт тертя
 $\vec{F}t$ — імпульс сили
 $m\vec{v}$ — імпульс тіла (кількість руху) $[mv] = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}} = \text{Н} \cdot \text{с}$

A — механічна робота	$[A] = \text{Дж}$
N — потужність	$[N] = \text{Вт}$
E — енергія	$[E] = \text{Дж}$
η — ККД	
M — момент сили	$[M] = \text{Н} \cdot \text{м}$
l — плече важеля	$[l] = \text{м}$
P — тиск	$[P] = \text{Па}$
V — об'єм	$[V] = \text{м}^3$
ρ — густина	$[\rho] = \text{кг} / \text{м}^3$

Перевір себе

Завдання для самоконтролю

- Чи можна вважати фігуристку матеріальною точкою: 1) при описі траєкторії руху; 2) при падінні; 3) при стрибку?
- Обчислити шлях і переміщення кінця секундної стрілки за 30 с, якщо її довжина 10 см.
- М'яч упав з висоти 4 м, відскочив від підлоги й на висоті 1 м був пійманий. У скільки разів відрізняється шлях від переміщення?
- Туристи пройшли 4 км на північ, потім 3 км на захід. Знайти шлях і переміщення туристів.
- Швидкість човна відносно води в 3 рази більша за швидкість течії річки. У скільки разів більше часу витрачається на поїздку на човні між двома селами проти течії, ніж за течією?
- Вагон шириною 4 м рухається зі швидкістю 25 м/с. Його стінки пробиває куля, що летить перпендикулярно до напрямку руху вагона. В обох стінках утворюються отвори, відносний зсув яких 20 см. Знайти швидкість кулі.
- Рухи двох мотоциклістів задані рівняннями $x_1 = -2 + t$, $x_2 = 3 - 4t$. Знайти місце їх й час зустрічі.
- Турист ішов пішки 12 км зі швидкістю 5 км/год, потім їхав на мотоциклі зі швидкістю 60 км/год. Обчислити відстань, яку він пройшов на мотоциклі, якщо середня швидкість на всьому шляху 40 км/год.
- $\frac{2}{3}$ часу всього руху людина йшла зі швидкістю 3 км/ч, решту — зі швидкістю 6 км/ч. Знайти середню швидкість на всьому шляху.
- Поїзд через 10 с після початку руху має швидкість 0,6 м/с. Через який час від початку руху швидкість поїзда дорівнюватиме 3 м/с?
- Знайти швидкість тіла через 20 с після початку руху, якщо прискорення дорівнює $0,2 \text{ м/с}^2$.

- Санчата, що рухаються схилом, за перші 3 с проходять 2 м, а за наступні 3 с — 4 м. Знайти прискорення й початкову швидкість санчат.
- Вільно падаюче тіло останні 30 м пройшло за 0,5 с. Знайти висоту падіння.
- З яким інтервалом відірвалися від даху дві краплі, якщо через 2 с після початку падіння другої краплі відстань між ними стала 25 м?
- Тіло вільно падає з висоти 80 м. Знайти переміщення в останню секунду падіння.
- У скільки разів треба змінити швидкість тіла, кинутого горизонтально, щоб за вдвічі меншої висоти одержати таку саму дальність польоту?
- Колесо діаметром 0,5 м проходить відстань 2 м за 4 с, рухаючись рівномірно. Знайти лінійну швидкість точок обіду колеса, куту швидкість обертання колеса, період обертання, частоту.
- З якою швидкістю мотоцикліст повинен проїжджати середину опуклого моста радіусом 40 м, щоб доцентрове прискорення дорівнювало прискоренню вільного падіння?
- М'яч масою 500 г набрав швидкість 10 м/с за 0,02 с. Знайти середню силу удару.
- Нитку, на якій висить вантаж масою 1,6 кг, перевели в нове положення, доклавши горизонтальну силу 12 Н. Знайти силу натягу нитки.
- Знайти проекцію сили, що діє на тіло масою 500 кг, якщо при прямолінійному русі координата тіла змінюється за законом $x = 10 - 12t + t^2$.
- Кулька масою 500 г скачується з похилої площини довжиною 80 см з початковою швидкістю 2 м/с. Рівнодійна всіх сил дорівнює 10 Н. Знайти швидкість кульки наприкінці похилої площини.
- На планеті масою $6 \cdot 10^{24}$ кг й тривалістю доби 24 год вага тіла на полюсі на 20 % більше, ніж на екваторі. Знайти радіус планети.
- З якою силою давить людина масою 80 кг на підлогу ліфта, що рухається із прискоренням $1,5 \text{ м/с}^2$, спрямованим: 1) догори; 2) донизу? З яким прискоренням повинен рухатися ліфт, щоб людина перебувала в невагомості?
- Пружина жорсткістю 50 Н/м надає візку масою 500 г прискорення 2 м/с^2 . Знайти подовження пружини.
- Пружину, утворену послідовно із двох пружин рівної довжини, розтягують за вільні кінці. Пружина жорсткістю 100 Н/м подовжилася на 5 см. Яка жорсткість другої пружини, якщо вона подовжилася на 1 см?

27. Щоб зрушити з місця холодильник вагою 800 Н, необхідно докласти силу 400 Н. Знайти коефіцієнт тертя.
28. Скотившись із похилої площини, тіло масою 50 кг пройшло по горизонталі до зупинки 20 м за 10 с. Знайти силу тертя й коефіцієнт тертя.
29. Знайти прискорення тіла масою 45 кг, що рухається горизонтально під дією сили 294 Н, направленої під кутом 60° до вертикалі, якщо коефіцієнт тертя 0,1.
30. Автівка масою 15 т рушає з місця із прискоренням $0,7 \text{ м/с}^2$. Коефіцієнт опору руху дорівнює 0,03. Знайти силу ваги.
31. Щоб утримувати тіло на похилій площині з кутом нахилу 45° , треба докласти силу 100 Н, направлену догори уздовж похилої площини, а щоб витягати — 300 Н. Знайти коефіцієнт тертя.
32. Літак робить «мертву петлю» радіусом 100 м і рухається по ній зі швидкістю 77,8 м/с. З якою силою льотчик масою 90 кг буде давити на сидіння літака у верхній точці петлі?
33. Координата тіла масою 5 кг змінюється за законом $x = 20 + 2t - t^2$. Знайти імпульс через 4 с.
34. Молекула масою 10^{-26} кг, що рухається під кутом 60° до стінки зі швидкістю 500 м/с, пружно вдаряється об стінку. Знайти імпульс сили, отриманий стінкою при ударі.
35. Снаряд масою 20 кг, що летить горизонтально зі швидкістю 500 м/с, попадає в нерухому платформу з піском масою 10 т й застряє в піску. Знайти швидкість платформи після зіткнення.
36. Вагон масою 120 кг рухається зі швидкістю 6 м/с. Після того як з нього зстригнула людина масою 80 кг під кутом 30° до напрямку руху, швидкість вагона стала 5 м/с. Знайти швидкість людини під час стрибка.
37. Мотузка масою 6 кг й довжиною 50 м висить вертикально з даху. Яку роботу треба здійснити для підйому мотузки?
38. Яка робота здійснюється при розтяганні пружини жорсткістю 10^4 Н/м при підвішуванні вантажу 15 кг?
39. Тіло масою 3 кг вільно падає з висоти 5 м. Знайти потенціальну й кінетичну енергії на відстані 2 м від поверхні землі.
40. Знайти силу натягу нитки при проходженні маятником масою 5 кг положення рівноваги, якщо в початковий момент часу він був відхилений на кут 60° від вертикалі.
41. Лижник масою 70 кг горизонтально кидає камінь масою 3 кг зі швидкістю 8 м/с. На яку відстань пересунеться лижник, якщо коефіцієнт тертя 0,02?
42. Гімнаст масою 60 кг стрибає на батут з висоти 4 м, при цьому батут прогинається на 1 м. З якою силою діє батут на гімнаста?

43. Обчислити ККД нерухомого блоку, якщо цebro з піском масою 24,5 кг піднімають на висоту 10 м, докладаючи силу 250 Н.
44. На нитці, закріпленій на нерухомому блоці, підвішені вантажі масами 0,3 кг й 0,34 кг. Через 2 с після початку руху кожен вантаж проходить шлях 1,2 м. Використовуючи ці дані, знайти прискорення вільного падіння.
45. До кінців важеля масою 10 кг й довжиною 0,4 м прикріплені вантажі масами 40 кг і 10 кг. Знайти плечі важеля, якщо важіль перебуває в рівновазі.
46. У скільки разів відрізняються площі поршнів гідравлічного пресу, що виконує роботу 1000 Дж при піднятті вантажу масою 100 кг, якщо малий поршень робить 10 ходів, переміщуючись за один хід на висоту 0,5 м?
47. Шматок льоду масою 2 кг плаває в циліндричній посудині площею 400 см^2 , наповненій рідиною із густиною 950 кг/м^3 . На скільки зміниться рівень рідини, якщо лід розтане? Густина води 1000 кг/м^3 .
48. Вага тіла у воді в три рази менша, ніж у повітрі. Яка густина тіла?
49. Знайти висоту стовпа води, що відповідає нормальному атмосферному тиску. Густина води 1000 кг/м^3 , густина ртуті $136\,000 \text{ кг/м}^3$.
50. Знайти атмосферний тиск на висоті 11 км, якщо на рівні моря він дорівнює 760 мм рт. ст.
51. Аеростат масою 50 кг й об'ємом 600 м^3 рівноприскорено піднімається догори. Знайти висоту підйому аеростата за перші 10 с. Густина повітря $1,3 \text{ кг/м}^3$.

МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА

Молекулярно-кінетична теорія (МКТ)

Основні положення МКТ

Це треба знати!

Атом — найменша частинка хімічного елемента, яка є носієм його властивостей, що не ділиться у процесі хімічних реакцій.

Молекула — найменша стійка частинка речовини, яка має її основні хімічні властивості, що складається з атомів одного (проста речовина) або декількох (складна речовина) хімічних елементів.

Атоми можна розглядати як одноатомні молекули.

Основні положення МКТ

- Усі тіла складаються з атомів і молекул.
- Атоми й молекули перебувають у безперервному хаотичному русі.
- Атоми й молекули взаємодіють одне з одним: відштовхуються на малих відстанях і притягуються — на більших (порівняно з розмірами молекул).

Основи МКТ

- Закон кратних співвідношень Дж. Дальтона (1766–1844).** У процесі утворення будь-яких хімічних сполук маси реагуючих речовин перебувають у строго визначених співвідношеннях.
- Закон Авогадро (1776–1856).** В однакових об'ємах за однакової температури й тиску всі гази містять однакову кількість молекул.
- Явище перенесення** — дифузія, внутрішнє тертя (в'язкість) у рідинах і газах, теплопровідність.
- Броунівський рух** — рух найдрібніших твердих частинок, завислих у рідині або газі, що пояснюється ударами, яких знає броунівська частинка з боку молекул.
- Тиск газу** на стінки посудини, який пояснюється ударами молекул газу об стінки.

Відносна молекулярна маса

$$M_r = \frac{m_0}{\frac{1}{12} m_{oc}}$$

де m_0 — маса молекули даної речовини;

m_{oc} — маса атома Карбону.

Кількість речовини — відношення кількості молекул у даному тілі до кількості атомів у 12 г Карбону:

$$\nu = \frac{N}{N_A}; \quad [\nu] = \text{моль.}$$

Моль — кількість речовини, що містить стільки ж молекул, скільки міститься атомів у вуглеці масою 12 г.

Число (стала) Авогадро — кількість молекул або атомів в 1 молі речовини: $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹.

Молярна маса — маса речовини, узятій в кількості 1 моль: $M = m_0 \cdot N_A$; $[M] = \text{кг/моль}$.

Зв'язок між відносною молекулярною масою й молярною масою: $M = M_r \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Концентрація — кількість молекул в одиниці об'єму:

$$n = \frac{N}{V}; \quad [n] = \frac{1}{\text{м}^3} = \text{м}^{-3}.$$

Зв'язки між величинами

Маса речовини

$$m = m_0 \cdot N \xrightarrow{\nu = \frac{N}{N_A} \Rightarrow N = \nu \cdot N_A} m = m_0 N_A \cdot \nu \xrightarrow{M = m_0 N_A} m = M \nu$$

Кількість молекул

$$N = N_A \cdot \nu \xrightarrow{\nu = \frac{m}{M}} N = \frac{m}{M} N_A$$

1. Скільки молекул міститься в 2,5 г сірководню H_2S ?

Самовчитель

Дано:

$$m = 2,5 \text{ г} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$M_{\text{H}_2\text{S}} = 34 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$N = ?$

Розв'язання

$$N = \nu \cdot N_A,$$

де $\nu = \frac{m}{M}$ — кількість речовини.

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1} \text{ — число Авогадро.}$$

$$\text{Тоді } N = \frac{m}{M} N_A; \quad [N] = \frac{\text{кг} \cdot \text{моль}}{\text{кг} \cdot \text{моль}} = 1.$$

$$N = \frac{2,5 \cdot 10^{-3}}{34 \cdot 10^{-3}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 4,4 \cdot 10^{22} \text{ молекул.}$$

Відповідь: $4,4 \cdot 10^{22}$ молекул.

2. Знайти концентрацію молекул кисню, маса якого 20 г і який займає об'єм 5 л.

Дано:

$$V = 5 \text{ л} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$m = 20 \text{ г} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ кг}$$

$$n = ?$$

Розв'язання

$$n = \frac{N}{V}$$

$$\text{Оскільки } N = \frac{m}{M} N_A, \text{ то } n = \frac{m \cdot N_A}{M \cdot V}$$

$$[n] = \frac{\text{кг} \cdot \text{моль}}{\text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{м}^3} = \text{м}^{-3}$$

$$n = \frac{2 \cdot 10^{-2} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{32 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 7,5 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$$

$$\text{Відповідь: } 7,5 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$$

3. У двох посудинах однакового об'єму містяться вода і ртуть. У якій із посудин більше атомів і в скільки разів?

Дано:

$$V_1 = V_2 = V$$

$$M_1 = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$\rho_1 = 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$M_2 = 201 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$\rho_2 = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$\frac{N_1}{N_2} = ?$$

Розв'язання

$$N = \frac{m}{M} N_A$$

Оскільки $m = \rho V$, де ρ — густина речовини, то $N = \frac{\rho V}{M} N_A$.

$$\text{тоді } N_1 = \frac{\rho_1 V}{M_1} N_A, \text{ а } N_2 = \frac{\rho_2 V}{M_2} N_A;$$

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\rho_1 V N_A M_2}{\rho_2 V N_A M_1} = \frac{\rho_1 M_2}{\rho_2 M_1}; \quad \frac{N_1}{N_2} = \frac{10^3 \cdot 201 \cdot 10^{-3}}{13,6 \cdot 10^3 \cdot 18 \cdot 10^{-3}} = 0,82$$

Кількість атомів, що входять до складу молекули води, дорівнює 3; тоді $\frac{N_1}{N_2} = 0,82 \cdot 3 = 2,46$ рази.

Відповідь: у посудині з водою атомів більше в 2,46 рази.

4. За який час випарується 50 г води, якщо за 1 с випаровується $4 \cdot 10^{18}$ молекул води?

Дано:

$$t_1 = 1 \text{ с}$$

$$N_1 = 4 \cdot 10^{18}$$

$$m = 50 \text{ г} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ кг}$$

$$M = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$t_2 = ?$$

Розв'язання

$$\text{Кількість молекул } N = \frac{m}{M} N_A$$

$$\text{тоді } N_2 = \frac{m}{M} N_A$$

$$N_2 = \frac{5 \cdot 10^{-2}}{18 \cdot 10^{-3}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 16,7 \cdot 10^{23} \text{ молекул}$$

За час t_1 випаровується N_1 молекул, а за час t_2 випаровується N_2 молекул.

$$t_2 = \frac{N_2}{N_1} t_1; [t_2] = \text{с}; t_2 = \frac{16,7 \cdot 10^{23}}{4 \cdot 10^{18}} \cdot 1 = 4,2 \cdot 10^5 \text{ с} = 4,86 \text{ доби}$$

Відповідь: 4,86 доби.

Ідеальний газ

Це треба знати!

Ідеальний газ — модель, відповідно до якої:

- 1) розмірами молекул газу нехтують порівняно з відстанню між ними;
- 2) між молекулами немає сил взаємодії;
- 3) зіткнення молекул газу між собою й зі стінками посудини абсолютно пружні.

Основне рівняння МКТ

$$p = \frac{1}{3} n \cdot m_0 \bar{v}^2,$$

де p — тиск газу,

$$[p] = \text{Па};$$

 n — концентрація молекул,

$$[n] = \text{м}^{-3};$$

 m_0 — маса однієї молекули,

$$[m_0] = \text{кг};$$

 \bar{v}^2 — середнє значення квадрата швидкості руху молекул,

$$[\bar{v}^2] = \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}$$

$$p = \frac{1}{3} n \cdot m_0 \bar{v}^2 \xrightarrow{\bar{E}_k = \frac{m_0 \bar{v}^2}{2}} p = \frac{2}{3} n \bar{E}_k, \text{ де } \bar{E}_k \text{ — середня кінетична енергія поступального руху молекул.}$$

$$p = \frac{1}{3} n \cdot m_0 \bar{v}^2 \xrightarrow[\substack{n = \frac{N}{V} \\ n \text{ — концентрація} \\ N \text{ — кількість молекул} \\ V \text{ — об'єм}}]{\frac{N}{V}} p = \frac{1}{3} \frac{N}{V} m_0 \bar{v}^2 \longrightarrow$$

$$\xrightarrow[\substack{m = m_0 N \\ m \text{ — маса} \\ N \text{ молекул}}]{\frac{m = m_0 N}{m}} p = \frac{1}{3} \frac{m}{V} \bar{v}^2 \xrightarrow[\substack{\rho = \frac{m}{V} \\ \rho \text{ — густина}}]{\frac{\rho = \frac{m}{V}}{\rho}} p = \frac{1}{3} \rho \bar{v}^2$$

Температура — міра середньої кінетичної енергії руху молекул.

Теплова рівновага — стан, за якого макроскопічні параметри (тиск p , об'єм V , температура T) залишаються незмінними, тобто між тілами системи не відбувається теплообміну.

Температура — фізичний параметр, однаковий у всіх частинах системи тіл, що перебувають у стані теплової рівноваги.

Експериментально доведено, що для будь-яких газів, які перебувають у стані теплової рівноваги:

$$\frac{p_1 V_1}{N_1} = \frac{p_2 V_2}{N_2} = \dots = \text{const.}$$

$$p = \frac{2}{3} n \bar{E}_k \xrightarrow{n = \frac{N}{V}} p = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \bar{E}_k \longrightarrow \frac{pV}{N} = \frac{2}{3} \bar{E}_k \longrightarrow$$

→ Середня кінетична енергія молекул будь-яких газів, що перебувають у тепловій рівновазі, однакова → $\frac{pV}{N} = \frac{2}{3} \bar{E}_k = kT$

T — абсолютна температура за шкалою Кельвіна (К):

$T(\text{К}) = t(^{\circ}\text{C}) + 273$, $\Delta t(^{\circ}\text{C}) = \Delta T(\text{К})$;

k — стала Больцмана: $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

$$p = \frac{2}{3} n \bar{E}_k \xrightarrow{\bar{E}_k = \frac{3}{2} kT} p = \frac{2}{3} n \cdot \frac{3}{2} kT \longrightarrow p = nkT$$

Якщо значення температури і концентрації молекул однакові, то тиск будь-яких газів однаковий, незалежно від того, з яких молекул складається газ.

Самовчитель

5. Який тиск на стінки посудини чинить ідеальний газ із концентрацією 100 мільярдів молекул у кубічному міліметрі, якщо маса однієї молекули $3 \cdot 10^{-27}$ кг, а середня квадратична швидкість руху молекул 1 км/с?

Дано:

$$n = 10^{11} \text{ мм}^{-3} = 10^{20} \text{ м}^{-3}$$

$$\bar{v} = 1 \text{ км/с} = 10^3 \text{ м/с}$$

$$m_0 = 3 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

$$p = ?$$

Розв'язання

Основне рівняння МКТ: $p = \frac{1}{3} n m_0 \bar{v}^2$.

$$[p] = \frac{\text{м}^2 \cdot \text{кг}}{\text{м}^3 \cdot \text{с}^2} = \frac{\text{м} \cdot \text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}^2} = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па.}$$

$$p = \frac{10^{20} \cdot 3 \cdot 10^{-27} \cdot 10^6}{3} = 0,1 \text{ Па.}$$

Відповідь: 0,1 Па.

6. Оцінити швидкість теплового руху молекул повітря за нормальних умов.

Дано:

$$p = 10^5 \text{ Па}$$

$$p = 1,3 \text{ кг/м}^3$$

$$\bar{v} = ?$$

Розв'язання

Вважатимемо повітря ідеальним газом.

Основне рівняння МКТ: $p = \frac{1}{3} n m_0 \bar{v}^2$.

$$\text{Густина } \rho = \frac{m}{V} = \frac{m_0 \cdot N}{V}$$

Концентрація молекул $n = \frac{N}{V} \Rightarrow$

$$\Rightarrow p = \frac{1}{3} n m_0 \bar{v}^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{m_0 N}{V} \bar{v}^2 = \frac{1}{3} \rho \cdot \bar{v}^2 \Rightarrow \bar{v} = \sqrt{\frac{3p}{\rho}}$$

$$[\bar{v}] = \sqrt{\frac{\text{Па} \cdot \text{м}^3}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^3}{\text{м}^2 \cdot \text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3 \cdot 10^5}{1,3}} = 480 \text{ м/с.}$$

Відповідь: 480 м/с.

7. У трьох різних посудинах об'ємом 1 м^3 кожна містяться кисень, водень та азот за нормальних умов. Обчислити кількість молекул у кожній посудині.

Дано:

$$V = 1 \text{ м}^3$$

$$M_1 = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$M_2 = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$p = 10^5 \text{ Па}$$

$$T = 273 \text{ К}$$

$$N = ?$$

Розв'язання

Концентрація молекул: $n = \frac{N}{V} \Rightarrow N = nV$.

З основного рівняння молекулярно-кінетичної теорії $p = nkT$ одержуємо: $n = \frac{p}{kT}$.

$$\text{Тоді } N = \frac{p}{kT} V,$$

$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — стала Больцмана;

$$N = \frac{10^5 \cdot 1}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 273} = 2,7 \cdot 10^{25} \text{ молекул.}$$

Якщо однакові p і T , концентрація молекул у всіх газах однакова.

Відповідь: $2,7 \cdot 10^{25}$ молекул.

8. Обчислити середню кінетичну енергію молекул ідеального газу за температури 27°C .

Дано:

$$T = 27^{\circ}\text{C} = 300 \text{ К}$$

$$\bar{E}_k = ?$$

Розв'язання

Основне рівняння МКТ: $p = \frac{1}{3} n m_0 \bar{v}^2 = \frac{2}{3} n \bar{E}_k$.

Концентрація молекул: $n = \frac{N}{V} \Rightarrow \bar{E}_k = \frac{3}{2} \cdot \frac{pV}{N}$;

$$\frac{pV}{N} = kT,$$

де $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — стала Больцмана.

$$\bar{E}_k = \frac{3}{2} kT; [\bar{E}_k] = \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \cdot \text{К} = \text{Дж.}$$

$$\bar{E}_k = \frac{3}{2} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 = 6,2 \cdot 10^{-21} \text{ Дж.}$$

Відповідь: $6,2 \cdot 10^{-21}$ Дж.

Це треба знати!

**Рівняння стану ідеального газу
(рівняння Менделєєва—Клапейрона)**

$$p = nkT \xrightarrow{n = \frac{N}{V}} p = \frac{N}{V} kT \xrightarrow{\substack{v = \frac{N}{N_A} \\ N = v \cdot N_A}} p = \frac{v \cdot N_A}{V} kT \longrightarrow$$

$$\longrightarrow pV = vN_A \cdot kT \xrightarrow{R = N_A k} pV = vRT \xrightarrow{v = \frac{m}{M}} pV = \frac{m}{M} RT$$

$R = N_A k = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ —
універсальна газова стала.

Для 1 моля ідеального газу рівняння Менделєєва—Клапейрона $pV = \frac{m}{M} RT$ набуває вигляду $\frac{pV}{T} = \text{const}$ — рівняння Клапейрона.

Самовчитель

9. Молярна маса суміші азоту й вуглекислого газу дорівнює $32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Визначте масу вуглекислого газу в суміші, якщо маса азоту 30 г.

Дано:

$$m_1 = 30 \text{ г} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ кг}$$

$$M_1 = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$M_2 = 44 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$m_2 = ?$$

Розв'язання

За законом Дальтона $p = p_1 + p_2$.

З рівняння Менделєєва—Клапейрона

$$pV = \frac{m}{M} RT$$

випливає, що $p = \frac{m}{M} \frac{RT}{V}$, тоді

$$\frac{m_1 + m_2}{M} \cdot \frac{RT}{V} = \frac{m_1}{M_1} \cdot \frac{RT}{V} + \frac{m_2}{M_2} \cdot \frac{RT}{V};$$

$$\frac{m_1 + m_2}{M} = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}. \text{ Звідси } m_2 = m_1 \frac{(M - M_1) \cdot M_2}{(M_2 - M) \cdot M_1};$$

$$[m_2] = \frac{\text{кг} \cdot \text{кг} / \text{моль}}{\text{кг} / \text{моль}} = \text{кг};$$

$$m_2 = \frac{30 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot 44 \cdot 10^{-3}}{12 \cdot 10^{-3} \cdot 28 \cdot 10^{-3}} = 15,7 \cdot 10^{-3} \text{ кг.}$$

Відповідь: $15,7 \cdot 10^{-3}$ кг.

10. Скільки молекул кисню перебуває в посудині об'ємом 2 л під тиском 90,6 кПа, якщо середня квадратична швидкість хаотичного руху молекул дорівнює 228 м/с?

Дано:

$$V = 2 \text{ л} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$$

$$M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$p = 90,6 \text{ кПа} = 90,6 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

$$\bar{v} = 228 \text{ м/с}$$

$$N = ?$$

Розв'язання

Кількість молекул $N = \frac{m}{M} N_A$, де

$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ — стала Авогадро.

З рівняння Менделєєва—Клапейрона

$$pV = \frac{m}{M} RT \text{ випливає, що } \frac{m}{M} = \frac{pV}{RT}.$$

$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \text{ — універсальна газова стала.}$$

$$\text{Основне рівняння МКТ: } p = \frac{1}{3} n m_0 \bar{v}^2.$$

$$n = \frac{N}{V} \Rightarrow p = \frac{1}{3} \frac{N}{V} \cdot m_0 \bar{v}^2 \Rightarrow pV = \frac{1}{3} N \cdot m_0 \bar{v}^2 = \frac{1}{3} \cdot m \bar{v}^2.$$

$$\begin{cases} pV = \frac{m}{M} RT, \\ pV = \frac{1}{3} \cdot m \bar{v}^2; \end{cases} \Rightarrow \bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}.$$

$$\text{Отже, } RT = \frac{\bar{v}^2 M}{3}. \text{ Тоді } N = \frac{3pV}{M \bar{v}^2} N_A.$$

$$[N] = \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{моль} \cdot \text{с}^2}{\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{моль}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{кг} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^2} = 1;$$

$$N = \frac{3 \cdot 90,6 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{228^2 \cdot 32 \cdot 10^{-3}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 1,97 \cdot 10^{23} \text{ молекул.}$$

Відповідь: $1,97 \cdot 10^{23}$ молекул.

11. Знайти тиск, який справляють молекули на стінки посудини об'ємом 0,5 л. Середньоквадратична швидкість молекул дорівнює 500 м/с, а маса газу 3 г.

Дано:

$$\bar{v} = 500 \text{ м/с}$$

$$V = 0,5 \text{ л} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$m = 3 \text{ г} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$p = ?$$

Розв'язання

Рівняння Менделєєва—Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{M} RT.$$

Оскільки середньоквадратична швидкість

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \Rightarrow \frac{RT}{M} = \frac{\bar{v}^2}{3}.$$

Підставимо отриманий вираз у рівняння Менделєєва—Клапейрона:

$$p = \frac{m\bar{v}^2}{3V}$$

$$[p] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{м}^3} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{м}^3} = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}$$

$$p = \frac{500^2 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3}} = 5 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

Відповідь: $5 \cdot 10^5$ Па.

12. Визначити густину кисню, який міститься в балоні об'ємом 12 л під тиском 10^5 Па і має температуру 27°C .

Дано:

$$V = 12 \text{ л} = 12 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$p = 10^5 \text{ Па}$$

$$T = 27^\circ\text{C} = 300 \text{ К}$$

$\rho = ?$

Розв'язання

Рівняння Менделєєва—Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{M} RT;$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{pM}{RT};$$

$$[\rho] = \frac{\text{Па} \cdot \text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{К}}{\text{Дж} \cdot \text{К} \cdot \text{моль}} = \frac{\text{Па} \cdot \text{кг}}{\text{Дж}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{Н} \cdot \text{м}} = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\rho = \frac{10^5 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 300} = 1,28 \text{ кг/м}^3$$

Відповідь: $1,28 \text{ кг/м}^3$.

13. Водень міститься в балоні об'ємом 24 л і має температуру 15°C . Після того як частину водню використали, тиск знизився на 400 кПа. Знайти масу використаного водню.

Дано:

$$V = 24 \text{ л} = 24 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$M = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$T = 15^\circ\text{C} = 288 \text{ К}$$

$$\Delta p = 400 \text{ кПа} = 4 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$\Delta m = ?$

Розв'язання

Рівняння Менделєєва—Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{M} RT;$$

$$p_1 V = \frac{m_1}{M} RT, \quad p_2 V = \frac{m_2}{M} RT;$$

$$(p_1 - p_2) \cdot V = \frac{(m_1 - m_2)}{M} \cdot RT;$$

$$\Delta p V = \frac{\Delta m}{M} \cdot RT; \quad \Delta m = \frac{\Delta p V \cdot M}{RT};$$

$$[\Delta m] = \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{К}}{\text{Дж} \cdot \text{моль} \cdot \text{К}} = \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{кг}}{\text{Дж}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{Н} \cdot \text{м}} = \text{кг}$$

$$\Delta m = \frac{0,4 \cdot 10^5 \cdot 24 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 288} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

Відповідь: $8 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$.

14. Визначити тиск суміші $0,56 \text{ кг}$ азоту й $1,6 \text{ кг}$ кисню, яка міститься в балоні об'ємом 110 л і має температуру 27°C .

Дано:

$$V = 110 \text{ л} = 110 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$m_1 = 0,56 \text{ кг}$$

$$M_1 = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$m_2 = 1,6 \text{ кг}$$

$$M_2 = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$T = 27^\circ\text{C} = 300 \text{ К}$$

$p = ?$

Розв'язання

За законом Дальтона $p = p_1 + p_2$.

Рівняння Менделєєва—Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{M} RT \Rightarrow p = \frac{m}{M} \cdot \frac{RT}{V};$$

$$p = \frac{m_1}{M_1} \cdot \frac{RT}{V} + \frac{m_2}{M_2} \cdot \frac{RT}{V} = \frac{RT}{V} \cdot \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right);$$

$$[p] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{К}}{\text{моль} \cdot \text{К} \cdot \text{м}^3} \cdot \left(\frac{\text{кг} \cdot \text{моль}}{\text{кг}} + \frac{\text{кг} \cdot \text{моль}}{\text{кг}} \right) =$$

$$= \frac{\text{Дж} \cdot \text{моль}}{\text{моль} \cdot \text{м}^3} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м}^3} = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}$$

$$p = \frac{8,31 \cdot 300}{110 \cdot 10^{-3}} \left(\frac{0,56}{28 \cdot 10^{-3}} + \frac{1,6}{32 \cdot 10^{-3}} \right) = 15,9 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

Відповідь: $15,9 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

15. Однакові маси азоту й водню перебувають при однаковій температурі під однаковим тиском. Який газ займає більший об'єм і в скільки разів?

Дано:

$$m_1 = m_2 = m$$

$$M_1 = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$M_2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$p_1 = p_2 = p$$

$$T_1 = T_2 = T$$

$$\frac{V_2}{V_1} = ?$$

Розв'язання

Рівняння Менделєєва—Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{M} RT \Rightarrow V_1 = \frac{m_1}{M_1} \cdot \frac{RT}{p}$$

$$V_2 = \frac{m_2}{M_2} \cdot \frac{RT}{p}; \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{M_1}{M_2};$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{28 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}} = 14 \text{ разів}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{28 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}} = 14 \text{ разів}$$

Відповідь: Водень займає об'єм у 14 разів більший.

16. Яких молекул більше: молекул повітря в приміщенні об'ємом 50 м^3 чи молекул води в склянці об'ємом 200 см^3 за нормального атмосферного тиску й температури повітря 20°C ?

Дано:

$$p = 10^5 \text{ Па}$$

$$T = 20^\circ\text{C} = 293 \text{ К}$$

$$V_1 = 50 \text{ м}^3$$

$$V_2 = 200 \text{ см}^3 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$$

$$M_2 = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$\rho_2 = 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$N_2 = ?, N_1 = ?$$

Розв'язання

$$\text{Кількість молекул: } N = \frac{m}{M} N_A.$$

З рівняння Менделєєва—Клапейрона

$$pV = \frac{m}{M} RT \text{ випливає, що } \frac{m}{M} = \frac{pV}{RT},$$

$$\text{тоді } N_1 = \frac{pV_1}{RT} N_A.$$

$$[N_1] = \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{моль} \cdot \text{К}}{\text{Дж} \cdot \text{К}} \cdot \frac{1}{\text{моль}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{моль}}{\text{Дж} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{моль}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Дж}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Дж}} = 1;$$

$$N_1 = \frac{10^5 \cdot 50}{8,31 \cdot 293} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 1,24 \cdot 10^{27} \text{ молекул.}$$

$$N_2 = \frac{m_2}{M_2} N_A = \frac{\rho_2 V_2}{M_2} N_A.$$

$$[N_2] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{моль}}{\text{м}^3 \cdot \text{кг}} \cdot \frac{1}{\text{моль}} = 1;$$

$$N_2 = \frac{10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{18 \cdot 10^{-3}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 6,69 \cdot 10^{24} \text{ молекул.}$$

$$N_1 > N_2.$$

Відповідь: молекул повітря більше.

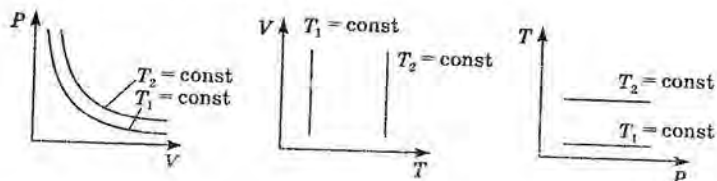
Це треба знати!

Ізопроеци

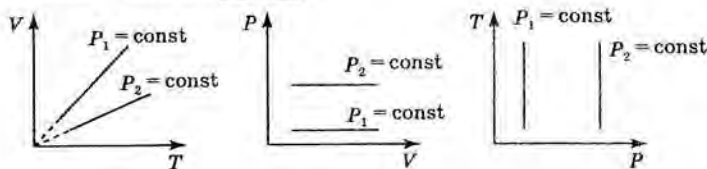
Ізопроеци — процеси, що відбуваються в умовах постійного значення одного з параметрів стану (T , P , V) за фіксованої маси газу.

Ізотермічний процес [$T = \text{const}$]

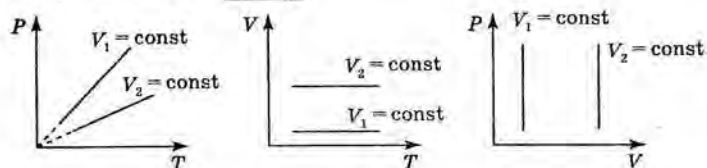
$$\text{Рівняння Клапейрона: } \frac{pV}{T} = \text{const} \xrightarrow{T=\text{const}} pV = \text{const} \text{ — закон Бойля—Мариотта.}$$

Графік — ізотерма $T_1 < T_2$ Ізобарний процес [$p = \text{const}$]

$$\text{Рівняння Клапейрона: } \frac{pV}{T} = \text{const} \xrightarrow{p=\text{const}} \frac{V}{T} = \text{const} \text{ — закон Гей-Люссака.}$$

Графік — ізобара $p_1 < p_2$ Ізохорний процес [$V = \text{const}$]

$$\text{Рівняння Клапейрона: } \frac{pV}{T} = \text{const} \xrightarrow{V=\text{const}} \frac{p}{T} = \text{const} \text{ — закон Шарля.}$$

Графік — ізохора $V_1 < V_2$ 

17. В умовах нормального атмосферного тиску й температури 27°C в циліндрі з рухомих поршнем міститься газ. Пересуваючи поршень, об'єм газу зменшили в 2 рази й одночасно нагріли газ до 600 К . Визначити тиск газу.

Самовчитель

Дано:

$$p = 10^5 \text{ Па}$$

$$T = 27^\circ\text{C} = 300 \text{ К}$$

$$V_1 = \frac{V}{2}$$

$$t_2 = 600 \text{ К}$$

$$p_1 = ?$$

Розв'язання

Рівняння стану ідеального газу (рівняння Клапейрона):

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_1 V_1}{T_1} \Rightarrow p_1 = \frac{pV}{T} \cdot \frac{T_1}{V_1} = \frac{pV}{T} \cdot \frac{2T_1}{V} = \frac{2pT_1}{T};$$

$$[p_1] = \frac{\text{Па} \cdot \text{К}}{\text{К}} = \text{Па};$$

$$p_1 = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 600}{300} = 4 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

Відповідь: $4 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

18. В одній посудині об'ємом 1,5 л міститься газ під тиском 300 кПа. В іншій посудині об'ємом 3 л міститься газ під тиском 150 кПа. Посудини з'єднані між собою трубкою з краном. Який тиск установиться в посудинах, якщо відкрити кран?

Дано:

$$V_1 = 1,5 \text{ л} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$p_1 = 300 \text{ кПа} = 3 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$V_2 = 3 \text{ л} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$p_2 = 150 \text{ кПа} = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

 $p - ?$

Розв'язання

Процес — ізотермічний.

За законом Бойля—Маріотта:

$$pV = p_1V_1 + p_2V_2,$$

$$\text{де } V = V_1 + V_2.$$

$$p = \frac{p_1V_1 + p_2V_2}{V_1 + V_2};$$

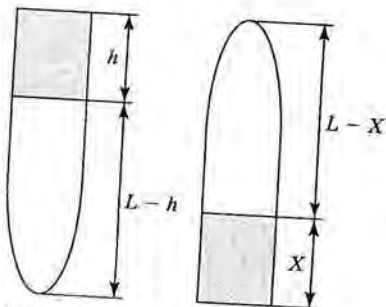
$$[p] = \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^3 + \text{Па} \cdot \text{м}^3}{\text{м}^3 + \text{м}^3} = \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^3}{\text{м}^3} = \text{Па}.$$

$$p = \frac{3 \cdot 10^5 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3} + 1,5 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{4,5 \cdot 10^{-3}} = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Відповідь: $2 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

19. У трубці довжиною 70 см, запаяній з одного кінця, перебуває стовпчик ртуті висотою 20 см. Трубку перевернули, і частина ртуті вилілася. Визначити висоту стовпчика ртуті, що залишилася в трубці.

Атмосферний тиск дорівнює 760 мм рт. ст.



Дано:

$$L = 70 \text{ см} = 0,7 \text{ м}$$

$$h = 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м}$$

$$p_0 = 760 \text{ мм рт. ст.} = 10^5 \text{ Па}$$

$$\rho = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$$

 $X - ?$

Розв'язання

Оскільки процес ізотермічний ($T = \text{const}$), то виконується закон Бойля—Маріотта:

$$p_1V_1 = p_2V_2,$$

$$\text{де } p_1 = p_0 + \rho gh, \quad p_2 = p_0 - \rho gX,$$

$$V_1 = S(L-h), \quad V_2 = S(L-X);$$

$$(p_0 + \rho gh)S(L-h) = (p_0 - \rho gX)S(L-X),$$

$$p_0L + \rho ghL - p_0h - \rho gh^2 = p_0L - p_0X - \rho gXL + \rho gX^2,$$

$$\rho gX^2 - (\rho gL + p_0)X = \rho ghL - p_0h - \rho gh^2,$$

$$1,33X^2 - 1,93X + 0,066 = 0;$$

$$X_{1,2} = \frac{1,93 \pm \sqrt{3,374}}{2,66},$$

де $X_1 = 1,42$ — не відповідає умові задачі,

$$X_2 = 0,0338 \text{ м}.$$

Відповідь: $0,0338 \text{ м}$.

20. Газ деякої маси спочатку ізохорно охолоджують, а потім ізотермічно стискають. Зобразити процеси графічно в координатах $p(T)$, $V(T)$, $p(V)$.

Дано:

$$V_1 = \text{const}$$

$$p_1 = p_2$$

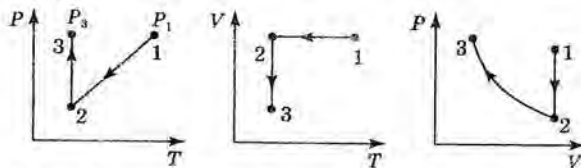
$$T_2 = \text{const}$$

$$p(T) - ?$$

$$V(T) - ?$$

$$p(V) - ?$$

Розв'язання

Ізохорне охолодження $V = \text{const}$.Закон Шарля: $\frac{p}{T} = \text{const}$. T зменшується — p збільшується.Ізотермічне стиснення $T = \text{const}$.Закон Бойля—Маріотта: $pV = \text{const}$. V зменшується — p збільшується.

21. З газом деякої маси виконали замкнений процес, зображений на діаграмі в координатах $p(V)$. Накреслити цю діаграму в координатах: $p(T)$, $V(T)$.

$$p(T) - ?$$

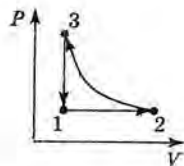
$$V(T) - ?$$

Розв'язання

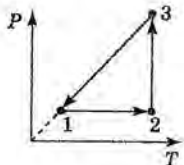
Ділянка 1-2

 $p = \text{const}$ — процес ізобарний.

$$\text{Рівняння Гей-Люссака: } \frac{V}{T} = \text{const}.$$

Об'єм V збільшується \Rightarrow температура T збільшується.

Ділянка 2-3

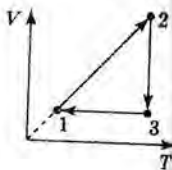
 $T = \text{const}$ — процес ізотермічний.Рівняння Бойля—Маріотта: $pV = \text{const}$.Тиск p зростає \Rightarrow об'єм V зменшується.

Ділянка 3-1

$V = \text{const}$ — процес ізохорний.

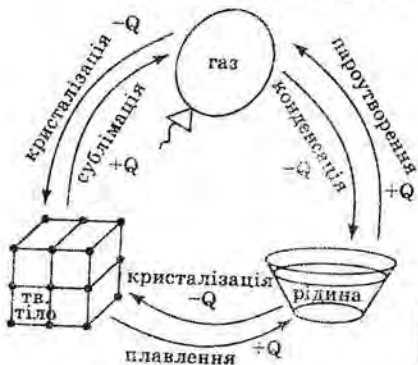
Рівняння Шарля: $\frac{p}{T} = \text{const}$.

Тиск p зменшується \Rightarrow температура T зменшується.



Це треба знати!

Зміна агрегатних станів речовини



+Q — поглинання енергії
-Q — виділення енергії

Властивості рідин

Поверхневий натяг рідини

Сила поверхневого натягу F_n — сила, яка діє вздовж поверхні перпендикулярно до лінії, що обмежує цю поверхню, прагнучи скоротити її до мінімуму.

Коефіцієнт поверхневого натягу

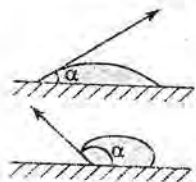
$$\sigma = \frac{F_n}{l}, [\sigma] = \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

де F_n — сила поверхневого натягу,

l — довжина границі.

У різних рідин поверхневий натяг різний.

Форма меніска



$\alpha < 90^\circ$ — змочування (вода і скло)

$\alpha \geq 90^\circ$ — незмочування (вода і парафін)

Капілярні явища

Капіляр — трубка з малим внутрішнім діаметром.

Висота підняття рідини в капілярі:

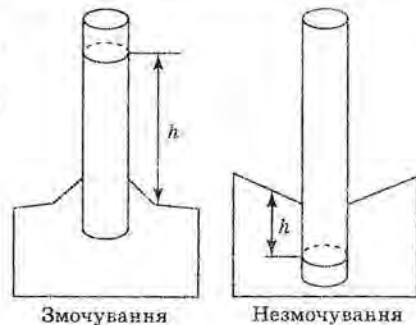
$$h = \frac{2\sigma}{\rho g R}$$

де σ — коефіцієнт поверхневого натягу;

ρ — густина рідини;

R — радіус капілярної трубки;

g — прискорення вільного падіння.



22. Порівняти висоти підняття води й гасу в капілярах однакового радіусу.

Самовчитель

Дано:

$$R_1 = R_2 = R$$

$$\sigma_1 = 73 \text{ мН/м} = 73 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$$

$$\rho_1 = 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$\sigma_2 = 24 \text{ мН/м} = 24 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$$

$$\rho_2 = 0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$\frac{h_1}{h_2} = ?$$

Розв'язання

Висота підняття рідини в капілярі:

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g R}$$

$$\text{Відповідно, для води: } h_1 = \frac{2\sigma_1}{\rho_1 g R_1};$$

$$\text{для гасу: } h_2 = \frac{2\sigma_2}{\rho_2 g R_2}$$

$$\text{Оскільки } R_1 = R_2 = R, \text{ то } \frac{h_1}{h_2} = \frac{2\sigma_1 \rho_2 g R}{\rho_1 g R 2\sigma_2} = \frac{\sigma_1 \rho_2}{\rho_1 \sigma_2};$$

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{73 \cdot 10^{-3} \cdot 0,8 \cdot 10^3}{24 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3} = \frac{73 \cdot 0,8}{24} = 2,43$$

Відповідь: висота підняття води в капілярі в 2,43 рази вища.

23. Для визначення коефіцієнта поверхневого натягу води в неї опустити дві скляні трубки з радіусами внутрішнього каналу 0,25 мм і 0,5 мм. Вода піднялася в одній трубці вище, ніж в іншій, на 30 мм. Обчислити коефіцієнт поверхневого натягу.

Дано:

$$R_1 = 0,25 \text{ мм} = 0,25 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$R_2 = 0,5 \text{ мм} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$h_1 - h_2 = 30 \text{ мм} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$\sigma = ?$$

Розв'язання

Висота підняття рідини в капілярі:

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g R}$$

$$h_1 - h_2 = \frac{2\sigma}{\rho g R_1} - \frac{2\sigma}{\rho g R_2} = \frac{2\sigma}{\rho g} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Коефіцієнт поверхневого натягу:

$$\sigma = \frac{(h_1 - h_2) \cdot \rho g}{2 \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)}$$

$$[\sigma] = \frac{\text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{м}^3 \cdot \text{с}^2} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{м}} = \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

$$\sigma = \frac{3 \cdot 10^{-2} \cdot 10^3 \cdot 10}{2 \left(\frac{1}{0,25 \cdot 10^{-3}} - \frac{1}{0,5 \cdot 10^{-3}} \right)} = \frac{3 \cdot 10^2}{2 \cdot (4 \cdot 10^3 - 2 \cdot 10^3)} = 75 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м.}$$

Відповідь: $75 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$.

24. Соломинка довжиною 6 см і масою 1 г плаває на поверхні води. З одного боку на неї крапає мильний розчин. З яким прискоренням почне рухатися соломинка?

Дано:

$$l = 6 \text{ см} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$m = 1 \text{ г} = 10^{-3} \text{ кг}$$

$$\sigma = 0,040 \text{ Н/м}$$

$$a = ?$$

Розв'язання

За другим законом Ньютона $F = ma$,

де $F = \sigma l$,

де σ — коефіцієнт поверхневого натягу мильного розчину.

$$a = \frac{\sigma \cdot l}{m}, \quad [a] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м} \cdot \text{кг}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2};$$

$$a = \frac{0,04 \cdot 6 \cdot 10^{-2}}{10^{-3}} = 2,4 \text{ м/с}^2.$$

Відповідь: $2,4 \text{ м/с}^2$.

Випаровування і конденсація

Випаровування відбувається за будь-якої температури; з вільної поверхні рідини вилітають молекули, кінетична енергія яких більша від потенціальної енергії взаємодії.

Кипіння відбувається за температури кипіння T_k всередині рідини й за наявності осередків кипіння — домішок, навколо яких відбувається утворення нового агрегатного стану. T_k — температура кипіння, за якої тиск насиченої пари в бульбашках усередині рідини дорівнює зовнішньому тиску або перевищує його; T_k залежить від зовнішнього тиску.

Теплота пароутворення

Питома теплота пароутворення L — фізична величина, що показує, яку кількість теплоти необхідно затратити для перетворення 1 кг рідини в пару (або пари в рідину) за постійної температури, що дорівнює температурі кипіння.

Пароутворення: $Q = Lm$

Конденсація: $Q = -Lm$

Динамічна рівновага — стан, коли кількість молекул, що залишають рідину за одиницю часу (пароутворення), дорівнює кількості молекул, що повертаються в рідину за той самий час (конденсація).



Насичена пара — пара, що перебуває в динамічній рівновазі зі своєю рідиною.

Тиск P_n насиченої пари залежить тільки від температури.

Ненасичена пара — пара, тиск якої нижчий, ніж тиск насиченої пари: $P < P_n$.

Парціальний тиск — тиск, який створювала б водяна пара, якби не було інших газів.

Відносна вологість повітря — відношення парціального тиску пари до тиску насиченої пари за даної температури:

$$\varphi = \frac{P}{P_n} \cdot 100\%.$$

Точка роси — температура, за якої водяна пара стає насиченою.

Для кожної речовини існує критична температура $T_{кр}$, за якої зникають відмінності між рідиною та її насиченою парою.

25. Яка кількість теплоти виділяється внаслідок конденсації 500 г водяної пари, температура якої 100°C ?

Самовчитель

Дано:

$$t = 100^\circ\text{C}$$

$$m = 500 \text{ г} = 0,5 \text{ кг}$$

$$L = 22,6 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$$

$$Q = ?$$

Розв'язання

Кількість теплоти, що виділиться внаслідок конденсації водяної пари:

$$Q = L \cdot m,$$

де L — питома теплота пароутворення.

$$[Q] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг}}{\text{кг}} = \text{Дж}.$$

$$Q = 22,6 \cdot 10^6 \cdot 0,5 = 11,3 \cdot 10^6 \text{ Дж.}$$

Відповідь: $11,3 \cdot 10^6 \text{ Дж}$.

26. Під поршнем у циліндрі ізотермічно стискають 1 г ненасиченої водяної пари, температура якої 20 °С. Визначити об'єм пари, коли почнеється конденсація.

Дано:

$$T_1 = 20^\circ\text{C} + 273 = 302\text{ K}$$

$$m = 1\text{ г} = 10^{-3}\text{ кг}$$

$$M = 18 \cdot 10^{-3}\text{ кг/моль}$$

$$T = \text{const}$$

$$V_2 = ?$$

Розв'язання

Ізотермічний процес ($T = \text{const}$) описується законом Бойля—Маріотта:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2}$$

$p_1 V_1$ можна знайти з рівняння Менделєєва—Клапейрона: $p_1 V_1 = \frac{m}{M} RT_1$,

а p_2 знайдемо з таблиці залежності тиску насиченої водяної пари від температури.

Якщо $T_1 = 302\text{ K}$, то $P_2 = 3990\text{ Па}$.

$$\text{Тоді } V_2 = \frac{m}{M} \cdot \frac{RT_1}{p_2}$$

$$[V_2] = \frac{\text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{Дж} \cdot \text{К}}{\text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{К} \cdot \text{Па}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{Н}} = \text{м}^3$$

$$V_2 = \frac{10^{-3} \cdot 8,31 \cdot 302}{18 \cdot 10^{-3} \cdot 3990} = 0,034\text{ м}^3$$

Відповідь: 0,034 м³.

27. Визначити густину насиченої водяної пари, температура якої 14 °С.

Дано:

$$T = 14^\circ\text{C} = 287\text{ K}$$

$$m = 18 \cdot 10^{-3}\text{ кг/моль}$$

$$\rho = ?$$

Розв'язання

Згідно з рівнянням Менделєєва—Клапейрона,

$$\text{на, } pV = \frac{m}{M} RT;$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{pM}{RT};$$

$$[\rho] = \frac{\text{Па} \cdot \text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{К}}{\text{Дж} \cdot \text{моль} \cdot \text{К}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{Н} \cdot \text{м}} = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Тиск насиченої водяної пари можна знайти з таблиці залежності тиску насиченої пари від температури.

Якщо $T = 14^\circ\text{C}$ і $p = 1,6 \cdot 10^3\text{ Па}$,

$$\text{то } \rho = \frac{1,6 \cdot 10^3 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 287} = 12 \cdot 10^{-3}\text{ кг/м}^3$$

Відповідь: 12 · 10⁻³ кг/м³.

28. У закритій посудині об'ємом 1000 л міститься 50 г води, температура якої 17 °С. Визначити масу води й масу пари через деякий час.

Дано:

$$V = 1000\text{ л} = 1\text{ м}^3$$

$$m = 50\text{ г} = 50 \cdot 10^{-3}\text{ кг}$$

$$T = 17^\circ\text{C} = 290\text{ K}$$

$$M = 18 \cdot 10^{-3}\text{ кг/моль}$$

$$m_1 = ?$$

$$m_2 = ?$$

Розв'язання

У закритій посудині спостерігається процес випаровування води.

Над водою утвориться насичена пара, тиск якої можна знайти в таблиці залежності тиску насиченої пари від температури.

Якщо $T = 17^\circ\text{C}$, то тиск $P = 1928\text{ Па}$.

З рівняння Менделєєва—Клапейрона $pV = \frac{m}{M} RT$

$$\text{визначимо: } m_1 = \frac{pVM}{RT},$$

$$[m_1] = \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{К}}{\text{Дж} \cdot \text{К} \cdot \text{моль}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{Н} \cdot \text{м}} = \text{кг};$$

$$m_1 = \frac{1928 \cdot 1 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 290} = 14,4 \cdot 10^{-3}\text{ кг}$$

$$m_2 = m - m_1$$

$$m_2 = 50 \cdot 10^{-3} - 14,4 \cdot 10^{-3} = 35,6 \cdot 10^{-3}\text{ кг}$$

Відповідь: 14,4 · 10⁻³ кг; 35,6 · 10⁻³ кг.

29. Відносна вологість повітря, температура якого 18 °С, дорівнює 45 %. Знайти точку роси.

Дано:

$$\varphi = 45\% = 0,45$$

$$t = 18^\circ\text{C}$$

$$T_p = ?$$

Розв'язання

$$\varphi = \frac{p}{p_n} \cdot 100\%$$

З таблиці залежності густини насиченої пари від температури знаходимо, що за умови $t = 18^\circ\text{C}$:

$$\rho_n = 0,0154\text{ кг/м}^3,$$

тоді абсолютна вологість $\rho = \varphi \rho_n$,

$$\rho = 0,45 \cdot 0,0154 = 0,0069 = 6,9 \cdot 10^{-3}\text{ кг/м}^3$$

За даної абсолютної вологості (згідно з таблицею) $T_p = 6^\circ\text{C}$.

Відповідь: 6 °С.

30. Якщо повітря має температуру 22 °С, то його відносна вологість дорівнює 60 %. Чи з'явиться роса, якщо температура знизиться до 16 °С? Яка кількість води конденсується з кожного кубічного метра повітря внаслідок зниження температури до 1 °С?

Дано: $\varphi = 60$ $t_1 = 22^\circ\text{C}$ $t_2 = 11^\circ\text{C}$ $V = 1\text{ м}^3$ $m_2 = ?$	Розв'язання $\varphi = \frac{\rho}{\rho_n} \cdot 100\%$ З таблиць залежності густини насиченої пари від температури знаходимо, що, якщо $t = 22^\circ\text{C}$, то $\rho_n = 19,4 \cdot 10^{-3}\text{ кг/м}^3$; тоді $\rho = \varphi \rho_n$.
---	---

$$\rho = 0,6 \cdot 0,0194 = 11,6 \cdot 10^{-3}\text{ кг/м}^3.$$

Для даної абсолютної вологості (згідно з таблицею) визначаємо, що $t_p = 12^\circ\text{C}$. Отже, водяна пара конденсуватиметься, якщо $t_p = 12^\circ\text{C}$ і нижче. Якщо $t_1 = 16^\circ\text{C}$, конденсації пари не буде.

$$\text{Для } t_2 = 11^\circ\text{C} \text{ маємо: } \rho_n = 10 \cdot 10^{-3}\text{ кг/мм}^3.$$

Маса води, утвореної після конденсації водяної пари:

$$m_2 = m_1 - m_2 = V \cdot (\rho_1 - \rho_2); [m] = \text{м}^3 \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = \text{кг}.$$

$$m_2 = 1 \cdot (11,6 - 10) \cdot 10^{-3} = 1,6 \cdot 10^{-3}\text{ кг}.$$

Відповідь: $1,6 \cdot 10^{-3}\text{ кг}$.

31. У 10 м повітря, температура якого 19°C , міститься 51,3 г водяної пари. Визначити відносну вологість повітря.

Дано: $V = 10^3$ $t = 19^\circ\text{C}$ $m = 51,3\text{ г} = 51,3 \cdot 10^{-3}\text{ кг}$ $\varphi = ?$	Розв'язання Відносна вологість: $\varphi = \frac{\rho}{\rho_n} \cdot 100\%$ Абсолютну вологість визначимо як $\rho = \frac{m}{V}$.
---	--

ρ_n знайдемо з таблиці залежності густини насиченої водяної пари від температури.

$$\text{Для } t = 19^\circ\text{C} \text{ маємо: } \rho_n = 0,0163\text{ кг/м}^3, \text{ тоді } \varphi = \frac{m}{V \cdot \rho_n} \cdot 100\%;$$

$$\varphi = \frac{51,3 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 16,3 \cdot 10^{-3}} \cdot 100\% = 31\%.$$

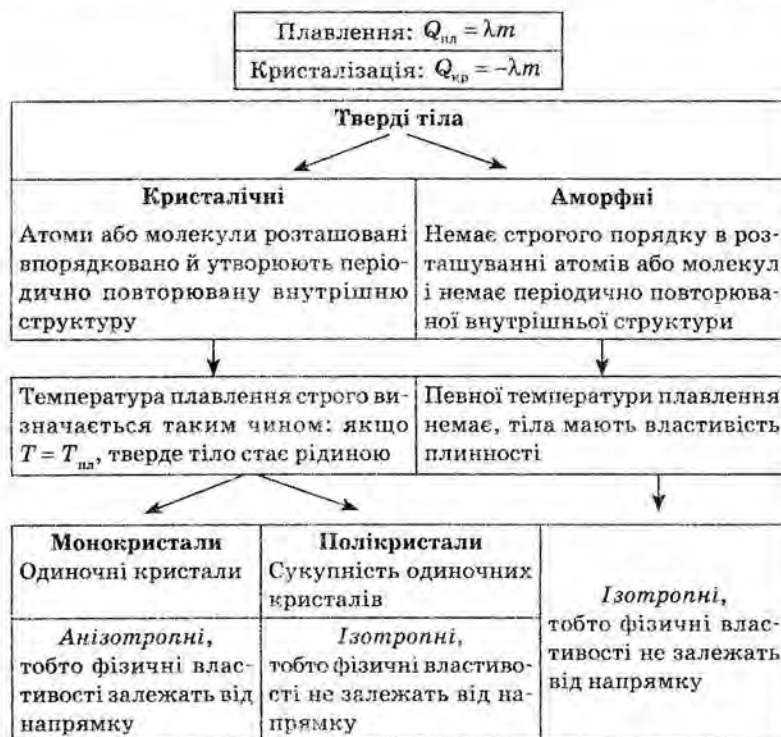
Відповідь: 31%.

Це треба знати!

Тверді тіла

Теплота плавлення

Питома теплота плавлення λ — фізична величина, що показує, яку кількість теплоти необхідно витратити для перетворення 1 кг твердої речовини в рідину (або рідини у кристалічну речовину) за сталої температури, яка дорівнює температурі плавлення $T_{пл}$.



Механічні властивості твердих тіл

Механічне напруження — фізична величина, що дорівнює відношенню модуля сили пружності до площі поперечного перерізу:

$$\sigma = \frac{F_{пр}}{S}, [\sigma] = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}.$$

Міра деформації — відносьне подовження:

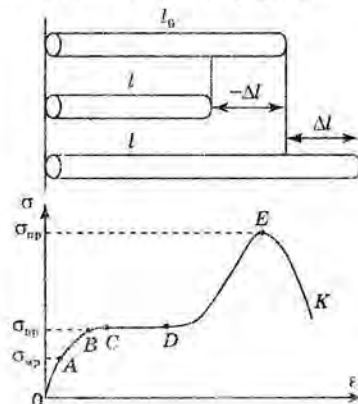
$$\varepsilon = \frac{|\Delta l|}{l_0}.$$

Абсолютне подовження:

$$|\Delta l| = l - l_0.$$

Діаграма розтягу

ОА — малі пружні деформації, $\sigma_{пр}$ — межа пропорційності, тобто максимальне значення напруження, коли виконується закон



Гук: для малих деформацій механічне напруження прямо пропорційне відносному подовженню, тобто

$$\sigma = E \cdot |\varepsilon|,$$

де E — модуль Юнга;

AB — пружні деформації (закон Гука не виконується);

$\sigma_{пр}$ — границя пружності, тобто максимальне значення напруження, коли не виникає залишкова деформація;

BC — пластичні деформації;

CD — область плинності;

$\sigma_{мі}$ — границя міцності, тобто механічне напруження, коли тіло починає руйнуватися;

EK — руйнування тіла.

$$\text{Запас міцності: } k = \frac{\sigma_{мі}}{\sigma_{мак}}.$$

Самовчитель

32. У скільки разів абсолютне подовження латунного дроту більше, ніж сталевого дроту такої самої довжини й такого самого поперечного перерізу, якщо на них діють однакові сили розтягу?

Дано:

$$S_1 = S_2 = S$$

$$l_{0_1} = l_{0_2} = l_0$$

$$F_1 = F_2 = F$$

$$E_1 = 100 \text{ ГПа} = 10^{12} \text{ Па}$$

$$E_2 = 210 \text{ ГПа} = 2,1 \cdot 10^{12} \text{ Па}$$

$$\frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} = ?$$

$$\frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} = \frac{l_1 - l_0}{l_2 - l_0} = \frac{F \cdot l_0 \cdot S \cdot E_2}{S \cdot E_1 \cdot F \cdot l_0} = \frac{E_2}{E_1}; \quad \frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} = \frac{2,1 \cdot 10^{12}}{10^{12}} = 2,1.$$

Відповідь: у 2,1 разу.

33. Після якого абсолютного подовження сталевий стрижень довжиною 3 м й перерізом 15 мм² матиме потенціальну енергію 50 мДж?

Дано:

$$l_0 = 3 \text{ м}$$

$$S = 15 \text{ мм}^2 = 15 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$$

$$E_n = 50 \text{ мДж} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}$$

$$E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$$

$$\Delta l = ?$$

Розв'язання

Потенціальна енергія пружно деформованого тіла:

$$E_n = \frac{k \cdot \Delta l^2}{2} \Rightarrow \Delta l = \sqrt{\frac{2E_n}{k}}.$$

Знайдемо коефіцієнт жорсткості k .

$$\text{Закон Гука: } \sigma = E \cdot |\varepsilon|.$$

$$\text{Згідно з визначенням } \sigma = \frac{F}{S} \Rightarrow \frac{F}{S} = E \cdot |\varepsilon| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = E \cdot |\varepsilon| \cdot S = E \cdot \frac{\Delta l}{l_0} \cdot S.$$

$$F_{пр} = k \cdot \Delta l.$$

$$\text{Таким чином, } k \cdot \Delta l = E \cdot \frac{\Delta l}{l_0} \cdot S \Rightarrow k = \frac{E \cdot S}{l_0}.$$

Підставимо отриманий вираз у формулу для Δl :

$$\Delta l = \sqrt{\frac{2E_n}{k}} = \sqrt{\frac{2E_n \cdot l_0}{E \cdot S}};$$

$$[\Delta l] = \sqrt{\frac{\text{Дж} \cdot \text{м}}{\text{Па} \cdot \text{м}^2}} = \sqrt{\frac{\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{м} \cdot \text{м}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2}} = \sqrt{\text{м}^2} = \text{м}.$$

$$\Delta l = \sqrt{\frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 15 \cdot 10^{-6}}} = \sqrt{\frac{10^{-2}}{10^{11} \cdot 10^{-6}}} = \sqrt{10^{-7}} = 3,33 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

Відповідь: $3,33 \cdot 10^{-4} \text{ м}$.

34. Який запас міцності забезпечено причіпному пристрою з перерізом 10^{-2} м^2 і межею міцності $5 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^2$, якщо сила тяги теплового вага 75 кН?

Дано:

$$S = 10^{-2} \text{ м}^2$$

$$\sigma_{мі} = 5 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^2$$

$$F = 75 \text{ кН} = 75 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

$$\frac{\sigma_{мі}}{\sigma} = ?$$

Розв'язання

$$\text{Запас міцності: } k = \frac{\sigma_{мі}}{\sigma_{мак}}.$$

$$\text{Згідно з визначенням } \sigma = \frac{F}{S} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_{мі}}{\sigma} = \frac{\sigma_{мі} \cdot S}{F}.$$

$$\left[\frac{\sigma_{мі}}{\sigma} \right] = \frac{\frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \cdot \text{м}^2}{\text{Н}} = 1.$$

$$\frac{\sigma_{мі}}{\sigma} = \frac{5 \cdot 10^7 \cdot 10^{-2}}{75 \cdot 10^3} = 6,67.$$

Відповідь: $\frac{\sigma_{мі}}{\sigma} = 6,67$.

Основи термодинаміки

Це треба знати!

Термодинаміка — теорія теплових явищ, у якій не враховується атомно-молекулярна будова тіл.

Термодинамічна система — сукупність фізичних тіл, ізольованих від взаємодії з іншими тілами.

Термодинамічний процес — будь-яка зміна, що відбувається в термодинамічній системі.

Внутрішня енергія

Внутрішня енергія — сума кінетичних енергій хаотичного руху молекул і потенціальних енергій їх взаємодії.

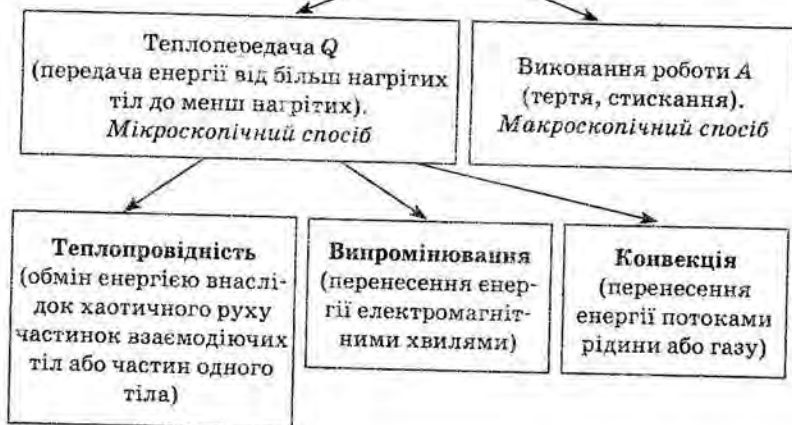
Для ідеального одноатомного газу:

$$U = N \cdot \bar{E}_k \xrightarrow{E_k = \frac{3}{2} kT} U = \frac{3}{2} N k T \xrightarrow{\substack{N = \nu \cdot N_A \\ \nu = \frac{m}{M}}} U = \frac{3}{2} \frac{m}{M} N_A k T \rightarrow$$

$R = 8,31$ Дж/(моль · К) — універсальна газова стала.

$$\xrightarrow{R = N_A k} U = \frac{3}{2} \frac{m}{M} R T \xrightarrow{pV = \frac{m}{M} R T} U = \frac{3}{2} pV$$

Способи зміни внутрішньої енергії



Самовчитель

35. Яка внутрішня енергія гелію, що заповнює аеростат об'ємом 60 м^3 , якщо тиск дорівнює 100 кПа ?

Дано:

$$V = 60 \text{ м}^3$$

$$p = 100 \text{ кПа} = 10^5 \text{ Па}$$

$U = ?$

Розв'язання

Внутрішня енергія:

$$U = \frac{3}{2} \frac{m}{M} R T.$$

Рівняння Менделєєва—Клапейрона: $pV = \frac{m}{M} R T$;

$$U = \frac{3}{2} pV. \quad [U] = \text{Па} \cdot \text{м}^3 = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \cdot \text{м}^3 = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}.$$

$$U = \frac{3 \cdot 10^5 \cdot 60}{2} = 9 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

Відповідь: $9 \cdot 10^6$ Дж.

36. Внаслідок зменшення об'єму одноатомного газу в 3,6 разу його тиск збільшився на 20%. У скільки разів змінилася його внутрішня енергія?

Дано:

$$V_1 = 3,6 \cdot V_2$$

$$p_2 = p_1 + 0,2 \cdot p_1 = 1,2 \cdot p_1$$

$$\frac{U_1}{U_2} = ?$$

Розв'язання

Внутрішня енергія: $U = \frac{3}{2} \frac{m}{M} R T.$

Рівняння Менделєєва—Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{M} R T \Rightarrow U = \frac{3}{2} pV \Rightarrow U_1 = \frac{3}{2} p_1 \cdot V_1,$$

$$U_2 = \frac{3}{2} p_2 \cdot V_2.$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{p_1 \cdot V_1}{p_2 \cdot V_2} = \frac{p_1 \cdot 3,6 \cdot V_2}{1,2 \cdot p_1 \cdot V_2} = 3.$$

Відповідь: внутрішня енергія зменшилася в 3 рази.

37. Обчислити кінетичну енергію теплового руху всіх молекул повітря у приміщенні об'ємом 140 м^3 , де тиск дорівнює 10^5 Па . Скільки води можна було б нагріти від 0°C до 100°C , повністю використавши цю енергію?

Дано:

$$p = 10^5 \text{ Па}$$

$$V = 140 \text{ м}^3$$

$$t_1 = 0^\circ \text{C}$$

$$t_2 = 100^\circ \text{C}$$

$$c = 4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ \text{C})$$

$$U = ?$$

$$m = ?$$

Розв'язання

Властивості повітря близькі до властивостей ідеального газу.

Внутрішня енергія:

$$U = N \cdot \bar{E}_k, \quad U = \frac{3}{2} \frac{m}{M} R T.$$

Рівняння Менделєєва—Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{M} R T \Rightarrow U = \frac{3}{2} pV;$$

$$[U] = \text{Па} \cdot \text{м}^3 = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \cdot \text{м}^3 = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}.$$

$$U = \frac{3 \cdot 10^5 \cdot 140}{2} = 2,1 \cdot 10^7 \text{ Дж}.$$

$$\text{Обчислимо масу води: } Q = cm(t_2 - t_1) \Rightarrow m = \frac{Q}{c(t_2 - t_1)}.$$

$$\text{За умовою } Q = U \Rightarrow m = \frac{U}{c(t_2 - t_1)};$$

$$[m] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}{\text{Дж} \cdot ^\circ\text{C}} = \text{кг};$$

$$m = \frac{2,1 \cdot 10^7}{4,2 \cdot 10^3 \cdot 100} = 50 \text{ кг}.$$

Відповідь: $2,1 \cdot 10^7$ Дж, 50 кг.

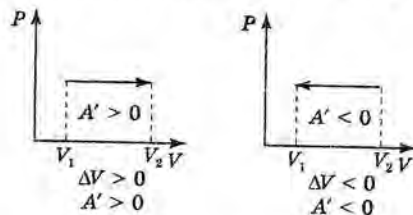
Це треба знати!

Робота

Робота зовнішньої сили, що змінює

об'єм газу на ΔV , при постійному тиску P дорівнює $A = -p\Delta V$, де p — тиск газу.

Робота газу проти зовнішніх сил: $A' = -A = p\Delta V$.



Робота чисельно дорівнює площі під графіком процесу в координатах pV .

Самовчитель

38. Газ об'ємом 10 м^3 перебуває під тиском 300 кПа . Яка робота виконується, якщо він ізобарно нагрівається від 285 К до 360 К ?

Дано:
 $V_1 = 10 \text{ м}^3$
 $p = 300 \text{ кПа} = 3 \cdot 10^5 \text{ Па}$
 $T_1 = 285 \text{ К}$
 $T_2 = 300 \text{ К}$
 $A = ?$

Розв'язання

Робота зовнішніх сил над газом:
 $A = -p\Delta V$.

Згідно з рівнянням Клапейрона

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}, \text{ але } p_1 = p_2.$$

$$\text{Тоді } V_2 = V_1 \frac{T_2}{T_1}, \text{ а } \Delta V = V_2 - V_1 = V_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right).$$

$$A = -p \cdot V_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right); [A] = \text{Па} \cdot \text{м}^3 \left(1 - \frac{\text{К}}{\text{К}}\right) = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \cdot \text{м}^3 = \text{Нм} \cdot \text{м} = \text{Дж};$$

$$A = 3 \cdot 10^5 \cdot 10 \left(1 - \frac{360}{285}\right) = 7,9 \cdot 10^5 \text{ Дж}.$$

Відповідь: $7,9 \cdot 10^5$ Дж.

59. Об'єм водню масою 5 г за температури 27°C внаслідок ізобарного розширення збільшився у 2 рази. Обчислити роботу газу.

Дано:

$$M = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$m = 5 \text{ г} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = 2$$

$$T = 27^\circ\text{C} = 300 \text{ К}$$

$$A = ?$$

Розв'язання

Процес ізобарний: $P = \text{const}$.

Робота, яку виконує газ внаслідок ізобарного нагрівання: $A = p\Delta V$.

Рівняння Менделєєва—Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{M} RT \Rightarrow p = \frac{m}{M} \frac{RT}{V_1};$$

$$\text{тоді } A = \frac{m}{M} \frac{RT}{V_1} V_1 = \frac{m}{M} RT, \Delta V = V_2 - V_1 = 2V_1 - V_1 = V_1,$$

$$[A] = \frac{\text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{Дж} \cdot \text{К}}{\text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{К}} = \text{Дж};$$

$$A = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 8,31 \cdot 300}{2 \cdot 10^{-3}} = 6,23 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

Відповідь: $6,23 \cdot 10^3$ Дж.

40. У циліндричній посудині під тиском 300 кПа міститься повітря об'ємом 30 л , яке має температуру 27°C . Визначити температуру повітря, якщо внаслідок його ізобарного нагрівання було виконано роботу 900 Дж .

Дано:

$$V_1 = 30 \text{ л} = 30 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$p = 300 \text{ кПа} = 3 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$T = 27^\circ\text{C} = 300 \text{ К}$$

$$A = 900 \text{ Дж}$$

$$T_2 = ?$$

Розв'язання

Робота внаслідок ізобарного нагрівання газу:

$$A = p\Delta V = p(V_2 - V_1) = pV_1 \left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right).$$

Оскільки процес ізобарний і $p = \text{const}$,

$$\text{то можна застосувати закон Гей-Люссака: } \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = T_1 \frac{V_2}{V_1}.$$

Відношення $\frac{V_2}{V_1}$ знайдемо як $\frac{V_2}{V_1} = \frac{A}{pV_1} + 1$.

$$\text{Тоді } T_2 = T_1 \left(\frac{A}{pV_1} + 1 \right);$$

$$[T_2] = \frac{\text{К} \cdot \text{Дж}}{\text{Па} \cdot \text{м}^3} + \text{К} = \frac{\text{К} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}}{\frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \cdot \text{м}^3} + \text{К} = \text{К}.$$

$$T_2 = 300 \left(\frac{900}{3 \cdot 10^5 \cdot 30 \cdot 10^{-3}} + 1 \right) = 330 \text{ К}.$$

Відповідь: 300 К.

Це треба знати!

Кількість теплоти

Кількість теплоти Q — кількісна міра зміни внутрішньої енергії тіла в процесі теплообміну (енергія, яку тіло віддає або отримує в процесі теплообміну).

$$Q = cm(t_2 - t_1) = cm\Delta t, [Q] = \text{Дж},$$

де t_2 — кінцева температура тіла;

t_1 — початкова температура тіла;

m — маса тіла;

c — питома теплоємність речовини, тобто кількість теплоти, яку віддає або одержує 1 кг речовини внаслідок зміни температури на 1 °C (або 1 К);

$$[c] = \frac{1 \text{ Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}};$$

$c \cdot m = C$ — теплоємність речовини масою m .

Якщо $t_2 > t_1$, отже, $\Delta t > 0$, то $Q > 0$ — нагрівання.

Якщо $t_2 < t_1$, отже, $\Delta t < 0$, то $Q < 0$ — охолодження.

Рівняння теплового балансу

$$Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n = 0,$$

де Q_1, Q_2, Q_n — кількість теплоти, які отримує або віддає кожне тіло.

Самовчитель

41. В алюмінієвий калориметр масою 50 г налили 250 г води, температура якої 16 °C. Яку кількість водяної пари, температура якої 100 °C, потрібно випустити в калориметр, щоб у ньому встановилася температура 90 °C?

Дано:

$$m_1 = 50 \text{ г} = 50 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$m_2 = 250 \text{ г} = 250 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$c_1 = 896 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$$

$$c_2 = 4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$$

$$t = 90 \text{ °C}$$

$$t_2 = 100 \text{ °C}$$

$$t_1 = 16 \text{ °C},$$

$$L = 22,6 \cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг}$$

$$m = ?$$

Розв'язання

Якщо випустити водяну пару в калориметр із водою, пара конденсується. Внаслідок цього виділяється теплота:

$$Q = L \cdot m.$$

Вода, утворена внаслідок конденсації, матиме температуру 100 °C. Остигаючи до 90 °C, вода виділяє теплоту

$$Q' = c \cdot m \cdot (t_2 - t_1).$$

Виділена парою теплота йде на нагрівання калориметра з водою; тоді рівняння теплового балансу матиме вигляд:

$$Q + Q' = Q_1 + Q_2 \text{ або } Lm + c_2 m (t_2 - t) = c_1 m_1 (t - t_1) + c_2 m_2 (t - t_1),$$

$$m(L + c_2(t_2 - t)) = (c_1 m_1 + c_2 m_2)(t - t_1),$$

$$m = \frac{(c_1 m_1 + c_2 m_2)(t - t_1)}{L + c_2(t_2 - t)}; [m] = \frac{\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot \text{кг} \cdot \text{°C}}{\frac{\text{Дж}}{\text{кг}} + \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot \text{°C}} = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг}}{\text{Дж}} = \text{кг}.$$

$$m = \frac{(896 \cdot 50 \cdot 10^{-3} + 4,2 \cdot 10^3 \cdot 250 \cdot 10^{-3})(90 - 16)}{22,6 \cdot 10^5 + 4,2 \cdot 10^3(100 - 90)} = 35 \cdot 10^{-3} \text{ кг}.$$

Відповідь: $35 \cdot 10^{-3}$ кг.

42. 1 л води нагрівають на спиртівці, ККД якої 30 %, від 10 °C до кипіння й десяту частину випаровують. Визначити масу спирту.

Дано:

$$V_1 = 1 \text{ л} = 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$\rho = 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3$$

$$c = 4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$$

$$l = 22,6 \cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг}$$

$$V_2 = 0,1 V_1 = 10^{-4} \text{ м}^3$$

$$t_1 = 10 \text{ °C}$$

$$t_2 = 100 \text{ °C}$$

$$q = 2,6 \cdot 10^7 \text{ Дж}/\text{кг}$$

$$\eta = 30 \% = 0,3$$

$$m = ?$$

Розв'язання

ККД нагрівача визначається як $\eta = \frac{Q_{\text{кор}}}{Q_{\text{вит}}}$,

де $Q_{\text{кор}} = Q_1 + Q_2$.

Q_1 — теплота, що пішла на нагрівання

води: $Q_1 = cm_1 \cdot \Delta t = c\rho \cdot V_1 (t_2 - t_1)$;

Q_2 — теплота, що пішла на пароутворення:

$$Q_2 = Lm_2 = L\rho \cdot V_2;$$

$Q_{\text{вит}}$ — теплота, що виділилася під час згоряння спирту: $Q_{\text{вит}} = qm$.

$$\text{Тоді } \eta = \frac{c\rho \cdot V_1 (t_2 - t_1) + L\rho \cdot V_2}{qm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = \frac{c\rho \cdot V_1 (t_2 - t_1) + L\rho \cdot V_2}{q\eta};$$

$$[m] = \frac{\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^3}{\text{м}^3} \cdot \text{°C} + \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \cdot \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^3}{\text{м}^3}}{\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}} = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг}}{\text{Дж}} = \text{кг};$$

$$m = \frac{4,2 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3 \cdot 90 + 10^3 \cdot 10^{-4} \cdot 22,6 \cdot 10^5}{0,3 \cdot 2,6 \cdot 10^7} = 0,077 \text{ кг.}$$

Відповідь: 0,077 кг.

45. Чавунну деталь масою 2 кг опустили у воду, яка має масу 4 кг і температуру 10 °С. Температура води підвищилася до 20 °С. Визначити початкову температуру чавунної деталі.

Дано:

$$m_1 = 2 \text{ кг}$$

$$m_2 = 4 \text{ кг}$$

$$c_1 = 540 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$$

$$c_2 = 4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$$

$$t_1 = 10 \text{ °C}$$

$$t_2 = 20 \text{ °C}$$

$$t - ?$$

Розв'язання

Після занурення у воду чавунна деталь, що має початкову температуру t , охолоджується, виділяючи теплоту q , яка витрачається на нагрівання води.

Рівняння теплового балансу можна записати у вигляді:

$$Q_1 = Q_2, \text{ або } c_1 m_1 (t - t_2) = c_2 m_2 (t_2 - t_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{c_2 m_2}{c_1 m_1} (t_2 - t_1) + t_2; [t] = \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot \frac{\text{кг}}{\text{Дж}} \cdot \text{°C} = \text{°C}.$$

$$t = \frac{4,2 \cdot 10^3 \cdot 4}{540 \cdot 2} (20 - 10) + 20 = 176 \text{ °C.}$$

Відповідь: 176 °С.

44. Для кристалізації 1 л води, початкова температура якої 10 °С, випаровують 300 г аміаку. Визначити ККД холодильної установки.

Дано:

$$V = 1 \text{ л} = 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$\rho = 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3$$

$$t_1 = 10 \text{ °C}$$

$$t_2 = 0 \text{ °C}$$

$$c = 4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$$

$$L = 1,37 \cdot 10^6 \text{ Дж}/\text{кг}$$

$$m_1 = 300 \text{ г} = 300 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг}$$

$$\eta - ?$$

Розв'язання

ККД холодильної установки визначається

$$\text{ся таким чином: } \eta = \frac{Q_{\text{кор}}}{Q_{\text{вт}}} = \frac{Q + Q_2}{Q_1},$$

де Q_1 — теплота, необхідна для випарування аміаку: $Q_1 = L m_1$;

Q_2 — теплота, що виділяється водою за температури 0 °С у процесі перетворення

її в лід: $Q_2 = \lambda m = \lambda \rho V$;

Q — теплота, що виділяється водою у процесі охолодження від 10 °С до 0 °С:

$$-Q = c m \Delta t = c \rho V (t_2 - t_1) \Rightarrow Q = c \rho V (t_1 - t_2).$$

$$m = \rho V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{c m (t_1 - t_2) + \lambda m}{L m_1} = \frac{c \rho V (t_1 - t_2) + \lambda \rho V}{L m_1} = \rho V \frac{c (t_1 - t_2) + \lambda}{L m_1};$$

$$[\eta] = \frac{\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{°C} + \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \text{м}^3}{\frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \cdot \text{кг}} = 1.$$

$$\eta = 10^3 \cdot 10^{-3} \frac{4,2 \cdot 10^3 (10 - 0) + 3,3 \cdot 10^5}{1,37 \cdot 10^6 \cdot 300 \cdot 10^{-3}} = 0,905 = 91\%.$$

Відповідь: 91 %.

45. 5 кг води, що має температуру 30 °С, містяться у калориметрі теплоємністю 1000 Дж/К. У калориметр поміщають 1 кг льоду, який має температуру -10 °С. Визначити температуру, що встановилася в калориметрі.

Дано:

$$c = 1000 \text{ Дж}/\text{К}$$

$$t_1 = 30 \text{ °C}$$

$$t_2 = -10 \text{ °C}$$

$$c_1 = 4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$$

$$c_2 = 2,1 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$$

$$m_1 = 5 \text{ кг}$$

$$m_2 = 1 \text{ кг}$$

$$\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг}$$

$$t - ?$$

Розв'язання

Рівняння теплового балансу:

$$Q + Q_1 = Q_2 + Q_3 + Q_4,$$

де Q — теплота, видана калориметром:

$$Q = -c(t - t_1) = c(t_1 - t);$$

Q_1 — теплота, видана водою у процесі охолодження від t_1 до t :

$$Q_1 = -c_1 m_1 (t - t_1) = c_1 m_1 (t_1 - t);$$

Q_2 — теплота, необхідна для нагрівання льоду від t_2 до 0 °С:

$$Q_2 = c_2 m_2 (0 \text{ °C} - t_2);$$

$$Q_3 — теплота, необхідна для плавлення льоду: $Q_3 = \lambda m_2$;$$

Q_4 — теплота, необхідна для нагрівання води, отриманої після плавлення льоду, від 0 °С до t :

$$Q_4 = c_2 m_2 (t - 0 \text{ °C}).$$

Тоді

$$c(t_1 - t) + c_1 m_1 (t_1 - t) = c_2 m_2 (0 \text{ °C} - t_2) + \lambda m_2 + c_2 m_2 (t - 0 \text{ °C}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c t_1 - c t + c_1 m_1 t_1 - c_1 m_1 t = -c_2 m_2 t_2 + \lambda m_2 + c_2 m_2 t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t(-c - c_1 m_1 - c_2 m_2) = -c t_1 - c_1 m_1 t_1 - c_2 m_2 t_2 + \lambda m_2 \Rightarrow$$

$$t(c + c_1 m_1 + c_2 m_2) = t_1(c + c_1 m_1) + m_2(t_2 c_2 - \lambda) \Rightarrow$$

$$t = \frac{t_1(c + c_1 m_1) + m_2(t_2 c_2 - \lambda)}{c + c_1 m_1 + c_2 m_2},$$

$$[t] = \frac{^{\circ}\text{C} \left(\frac{\text{Дж}}{\text{К}} + \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot \text{кг} \right) + \text{кг} \cdot \left(^{\circ}\text{C} \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} - \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \right)}{\frac{\text{Дж}}{\text{К}} + \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot \text{кг} + \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}}$$

$$= \frac{\text{Дж}}{\frac{\text{Дж}}{\text{К}} + \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}} = \frac{\text{Дж} \cdot ^{\circ}\text{C} \cdot \text{кг}}{\text{Дж} \cdot (\text{кг} + 1)} = ^{\circ}\text{C}.$$

$$t = 100 + 4,2 \cdot 10^3 \frac{30(1000 + 4,2 \cdot 10^3 \cdot 5) + 1(-10 \cdot 2,1 \cdot 10^3 - 3,3 \cdot 10^5)}{100 + 4,2 \cdot 10^3 \cdot 5 + 2,1 \cdot 10^3 \cdot 1} =$$

$$= 12,8 ^{\circ}\text{C}.$$

Відповідь: 12,8 °C.

Це треба знати!

Закони термодинаміки

Перший закон термодинаміки

Зміна внутрішньої енергії системи внаслідок переходу її з одного стану в інший дорівнює сумі роботи зовнішніх сил і кількості теплоти, переданої системі $\Delta U = A + Q$.

Внутрішня енергія ізольованої ($A = 0, Q = 0$) системи залишається незмінною ($\Delta U = 0$). Позначимо $A' = -A$.

Кількість теплоти, передана системі, іде на зміну її внутрішньої енергії й на виконання системою роботи над зовнішніми тілами:

$$Q = \Delta U + A'.$$



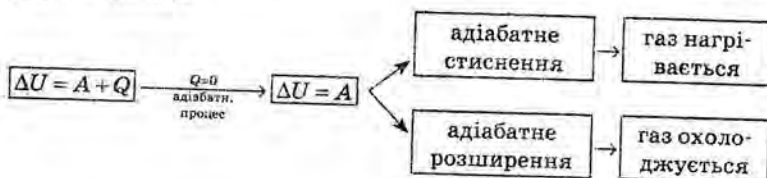
Графік — адіабата

Другий закон термодинаміки

Теплота не може спонтанно переходити від тіла з нижчою температурою до тіла з вищою температурою (формулювання Клаузіуса).

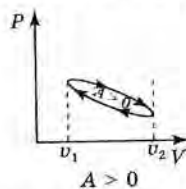
Адiabатний процес

Адiabатний процес — такий, що відбувається без теплообміну із зовнішнім середовищем.

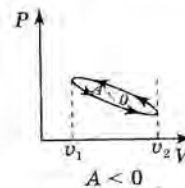


Коловий процес, або цикл

Коловий процес, або цикл — процес, коли система, пройшовши через ряд станів, повертається в початковий.



Цикл проходить за годинниковою стрілкою
 $A > 0$



Цикл проходить проти годинникової стрілки
 $A < 0$

46. Для ізобарного нагрівання на 500 К газу, кількість речовини якого 800 моль, йому передали кількість теплоти 9,4 МДж. Визначити роботу газу та збільшення його внутрішньої енергії.

Самовчитель

Дано:

$$\nu = 800 \text{ моль}$$

$$\Delta T = 500 \text{ К}$$

$$Q = 90,4 \text{ МДж} = 9,4 \cdot 10^6 \text{ Дж}$$

$$p = \text{const}$$

$$\Delta U = ?$$

$$A' = ?$$

Розв'язання

$$\text{Робота газу: } A' = p \Delta V.$$

$$\frac{m}{M} = \nu.$$

Рівняння Менделєєва—Клапейро-

$$\text{на: } pV = \frac{m}{M} RT.$$

$$\frac{m}{M} = \nu \Rightarrow pV = \nu RT \Rightarrow p = \frac{\nu R \Delta T}{\Delta V} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A' = \frac{\nu R \Delta T}{\Delta V} \cdot \Delta V = \nu R \Delta T;$$

$$[A'] = \text{моль} \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot \text{К} = \text{Дж};$$

$$A' = 800 \cdot 8,31 \cdot 500 = 3,32 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

Згідно з першим законом термодинаміки: $\Delta U = Q - A'$,

$$\Delta U = 9,4 \cdot 10^6 - 3,3 \cdot 10^6 = 6,1 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

$$\text{Відповідь: } 3,32 \cdot 10^6 \text{ Дж}; 6,1 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

Теплові двигуни

Це треба знати!

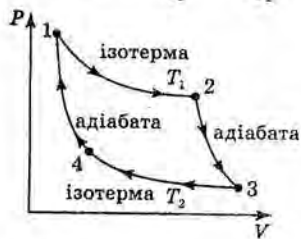
Теплові двигуни — періодично діючі двигуни, що виконують роботу за рахунок отриманої ззовні теплоти.

Принцип дії теплового двигуна



Коефіцієнт корисної дії

$$\text{ККД: } \eta = \frac{A'}{Q_1} = \frac{|Q_1| - |Q_2|}{Q_1}, \quad \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$



Цикл Карно

Максимально високий ККД досягається в рівноважному циклі Карно.

Самовчитель

47. ККД ідеальної теплової машини 40%. Яка кількість теплоти передається холодильнику, якщо за один цикл машина виконує роботу 20 Дж?

Дано:

$$A = 20 \text{ Дж}$$

$$\eta = 40\% = 0,4$$

$$Q_2 = ?$$

Розв'язання

Ідеальна тепла машина, що працює згідно з циклом Карно, має ККД: $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{A}{Q_1}$, звідси $Q_1 = \frac{A}{\eta}$.

$$\text{Тоді } A = Q_1 - Q_2 = \frac{A}{\eta} - Q_2, \text{ звідси } Q_2 = \frac{A}{\eta} - A = A \left(\frac{1}{\eta} - 1 \right);$$

$$[Q_2] = \text{Дж};$$

$$Q_2 = 20 \left(\frac{1}{0,4} - 1 \right) = 30 \text{ Дж.}$$

Відповідь: 30 Дж.

48. Визначити потужність теплової машини, якщо температура нагрівача 117°C , температура охолоджувача 27°C , а кількість теплоти, яку одержує робоче тіло за 1 с, дорівнює 70 кДж.

Дано:

$$T_1 = 117^\circ\text{C} + 273 = 390 \text{ К}$$

$$T_2 = 27^\circ\text{C} + 273 = 300 \text{ К}$$

$$t = 1 \text{ с}$$

$$Q_1 = 70 \text{ кДж} = 7 \cdot 10^4 \text{ Дж}$$

$$N = ?$$

Розв'язання

$$\text{Потужність теплової машини: } N = \frac{A}{t}$$

ККД теплової машини:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{A}{Q_1}$$

де T_1 — температура нагрівача; T_2 — температура охолоджувача; Q_1 — теплота, яку віддає нагрівач; Q_2 — теплота, отримана охолоджувачем;

$$\Rightarrow A = Q_1 \eta = Q_1 \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

$$N = \frac{A}{t} = \frac{Q_1}{t} \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_1}; \quad [N] = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} \cdot \frac{\text{К} - \text{К}}{\text{К}} = \text{Вт.}$$

$$N = \frac{7 \cdot 10^4}{1} \cdot \frac{390 - 300}{390} = 1,61 \cdot 10^4 \text{ Вт.}$$

Відповідь: $1,61 \cdot 10^4 \text{ Вт.}$

49. Визначити ККД двигуна автівки, яка, маючи потужність 100 кВт, спалює 50 кг бензину за 3 години роботи.

Дано:

$$q = 4,4 \cdot 10^7 \text{ Дж/кг}$$

$$m = 50 \text{ кг}$$

$$t = 3 \text{ год} = 10,8 \cdot 10^3 \text{ с}$$

$$N = 100 \text{ кВт} = 10^5 \text{ Вт}$$

$$\eta = ?$$

Розв'язання

$$\text{ККД двигуна визначається як } \eta = \frac{N_{\text{кор}}}{N_{\text{вит}}}$$

Кількість теплоти, що виділяється у процесі згоряння палива:

$$Q = qm \Rightarrow \eta = \frac{N \cdot t}{q \cdot m}$$

$$[\eta] = \frac{\text{Вт} \cdot \text{с} \cdot \text{кг}}{\text{Дж} \cdot \text{кг}} = \frac{\text{Дж} \cdot \text{с} \cdot \text{кг}}{\text{с} \cdot \text{Дж} \cdot \text{кг}} = 1. \quad \eta = \frac{10^5 \cdot 10,8 \cdot 10^3}{4,4 \cdot 10^7 \cdot 50} = 0,49 = 49\%.$$

Відповідь: 49%.

ФОРМУЛИ Й ПОЗНАЧЕННЯ

Формули

Основи молекулярно-кінетичної теорії

$$v = \frac{N}{N_A}, \quad M = \frac{m}{v}, \quad m_0 = \frac{m}{N} = \frac{m}{vN_A} = \frac{M}{N_A}$$

Тиск ідеального газу

$$p = \frac{1}{3} nm_0 \bar{v}^2 = \frac{1}{3} \rho \bar{v}^2, \quad p = \frac{2}{3} n \bar{E}, \quad p = nkT$$

Енергія молекул і температура

$$T = t + 273, \quad \bar{E} = \frac{3}{2} kT$$

Рівняння стану ідеального газу

$$pV = \nu RT, \quad pV = \frac{m}{M} RT, \quad R = kN_A$$

Робота

$$A = p\Delta V, \quad A = -A'$$

Внутрішня енергія одноатомного ідеального газу

$$U = \frac{3}{2} kTN = \frac{3}{2} kT \nu N_A = \frac{3}{2} \nu RT = \frac{3}{2} pV;$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} \Delta(pV)$$

Теплообмін

$$Q = cm\Delta t, \quad Q_n = Lm, \quad Q_{\text{пл}} = \lambda m$$

Рівняння теплового балансу

$$Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n = 0$$

Перший закон термодинаміки

$$\Delta U = A + Q, \quad \Delta U = Q - A', \quad Q = \Delta U + A'$$

ККД теплового двигуна

$$\eta = \frac{A'}{Q_1}, \quad A' = Q_1 - Q_2, \quad \eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \quad \eta_{\text{max}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Позначення

N	— кількість молекул	
m	— маса речовини	$[m] = \text{кг}$
m_0	— маса молекули	
ν	— кількість речовини	$[\nu] = \text{моль}$
N_A	— стала Авогадро	$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
P	— тиск	$[P] = \text{Па}$
n	— концентрація молекул	$[n] = \text{м}^{-3}$
\bar{v}^2	— середнє значення квадрата швидкості молекул	
\bar{E}	— середнє значення кінетичної енергії теплового руху молекул	
t	— температура за шкалою Цельсія	$[t] = ^\circ\text{C}$
T	— абсолютна температура за шкалою Кельвіна	$[T] = \text{К}$
k	— стала Больцмана	$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж} \cdot \text{К}^{-1}$
V	— об'єм	$[V] = \text{м}^3$
R	— молярна газова стала (універсальна газова стала)	$R = 8,31 \text{ Дж} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$
U	— внутрішня енергія	$[U] = \text{Дж}$
Q	— кількість теплоти	$[Q] = \text{Дж}$
A	— робота, виконана зовнішніми силами над системою	$[A] = \text{Дж}$
A'	— робота, виконана системою над зовнішніми силами	
η	— коефіцієнт корисної дії	
Q_1	— кількість теплоти, отриманої від нагрівача	
Q_2	— кількість теплоти, відданої холодильнику охолоджувачем	
c	— питома теплоємність	$[c] = \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$
L	— питома теплота пароутворення	$[L] = \text{Дж}/\text{кг}$
λ	— питома теплота плавлення	$[\lambda] = \text{Дж}/\text{кг}$

Перевір себе

Завдання
для самоконтролю

- Обчислити кількість молекул в 1 кг водню.
- Знайти кількість атомів в алюмінієвому предметі масою 135 г.
- У скільки разів зміниться тиск газу після зменшення його об'єму в 3 рази, якщо середня швидкість руху молекул залишиться незмінною?
- Яка температура газу, тиск якого 100 кПа, якщо концентрація молекул 10^{25} м^{-3} ?
- Температура газу збільшилася від 7°C до 35°C . На скільки відсотків збільшилася внаслідок цього середня кінетична енергія молекул?
- У балоні об'ємом 10^{-4} м^3 міститься $4,1 \cdot 10^{14}$ молекул повітря. Визначити середньоквадратичну швидкість молекул, якщо тиск у балоні 13,3 МПа.
- Визначити густину водню, якщо його температура 17°C і тиск 204 кПа.
- Який об'єм займає газ, що має 77°C , якщо за температури 27°C він мав об'єм 6 л?
- Бульбашка повітря, спливаючи із дна водойми, збільшує свій об'єм у n разів. Визначити глибину водойми. Залежність температури від глибини не враховувати.
- У скільки разів зміниться тиск повітря в горизонтально розташованому циліндрі, якщо, стискаючи газ, перемістити поршень на $\frac{1}{3}$ довжини циліндра?
- Знайти початковий об'єм газу, якщо після збільшення абсолютної температури в 1,4 рази його об'єм збільшується на 40 см^3 .
- Яку температуру мав газ у закритій посудині, якщо після нагрівання його на 140 К тиск зріс у 1,5 рази?
- Спирт піднявся в капілярній трубці на 1,2 см. Знайти радіус трубки, якщо густина спирту 790 кг/м^3 , коефіцієнт поверхневого натягу 22 мН/м .
- Знайти масу краплі води, що витікає з піпетки діаметром 1,2 мм, якщо коефіцієнт поверхневого натягу 73 мН/м .
- У воду масою 1,5 кг поклали лід, температура якого 0°C . Лід повністю розтанув. Знайти масу льоду, якщо початкова температура води 30°C . Питома теплота плавлення льоду 330 кДж/кг , питома теплоємність води $4200 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$.
- Через воду, температура якої 10°C , пропускають пару, яка має температуру 100°C . Скільки відсотків складе маса води, що утво-

- рилася з пари, від маси всієї води в момент, коли температура дорівнюватиме 50°C ?
- Знайти відносну вологість повітря, якщо за температури 16°C в 4 м^3 повітря міститься 40 г водяної пари.
 - Які сили потрібно прикласти до кінців сталевого дроту довжиною 4 м й перерізом $0,5 \text{ мм}^2$ для його подовження на 2 мм? Модуль Юнга 210 ГПа.
 - Трос розрахований на підйом вантажу масою 2 т. Зі скількох сталевих дротів діаметром 2 мм він повинен складатися? Модуль Юнга 21 ГПа.
 - Якої довжини свинцевий дріт, підвішений за один кінець, розірветься від власної ваги, якщо межа міцності 15 МПа? Модуль Юнга 17 ГПа.
 - Яка внутрішня енергія 100 моль одноатомного газу за температури 27°C ?
 - Як змінюється внутрішня енергія одноатомного газу внаслідок ізобарного нагрівання, ізохорного охолодження, ізотермічного стиснення?
 - Температура повітря в кімнаті об'ємом 70 м^3 була 7°C . Потім температура повітря піднялася до 23°C . Знайти роботу повітря під час розширення, якщо тиск постійний і дорівнює 100 кПа.
 - У циліндрі під поршнем міститься кисень. Знайти масу кисню, якщо робота, виконана під час нагрівання на 200°C , дорівнює 16 кДж .
 - Після занурення у воду, що має температуру 10°C , тіла, нагрітого до 100°C , через деякий час установилася загальна температура 40°C . Якою стане температура води, якщо, не виймаючи першого тіла, у неї опустити ще одне таке саме тіло, нагріте до 100°C ? Питома теплоємність води $4200 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$.
 - За якого мінімального значення швидкості свинцева куля, ударившись об стінку, може повністю розплавитися? Початкова температура кулі 27°C , питома теплота плавлення 25 кДж/кг .
 - Для ізобарного нагрівання 10 г деякого газу на 1 К потрібно $9,12 \text{ Дж}$ теплоти, для ізохорного нагрівання того самого газу — $6,49 \text{ Дж}$ теплоти. Який це газ?
 - Тиск кисню масою 0,3 кг після ізохорного охолодження зменшився в 3 рази. Внаслідок подальшого ізобарного розширення температура стала дорівнювати початковій. Обчислити роботу, виконану газом, і зміну його внутрішньої енергії.
 - ККД ідеальної теплової машини 40%. Робоче тіло одержує від нагрівача 5 кДж теплоти. Яка кількість теплоти віддана холодильнику?

30. Газ проходить цикл Карно. Абсолютна температура нагрівача в 3 рази вища від абсолютної температури холодильника. Обчислити частку теплоти, що віддається холодильнику.
31. Холодильник, маючи споживану потужність N , перетворює воду масою m з температурою T в лід за час t . Яку кількість теплоти передає холодильник повітрю в кімнаті?

ЕЛЕКТРОДИНАМІКА

Електростатика

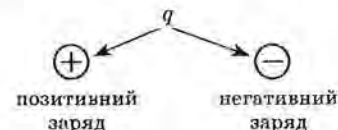
Електростатика — наука про нерухомі заряди та пов'язані з ними незмінні електричні поля.

Це треба знати!

Електричний заряд q — фізична величина, що визначає електромагнітну взаємодію.

$$[q] = \text{Кл.}$$

Електрометр — прилад для виявлення й вимірювання електричних зарядів.



Одноіменні заряди відштовхуються



Різноіменні заряди притягуються



Носії електричного заряду — *елементарні частинки*:

протон — позитивний заряд,

електрон — негативний заряд.

Елементарний заряд e — модуль значення заряду електрона (e) або протона (p).

$$e = p = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.}$$

Заряд тіла — число, кратне значенню величини елементарного заряду:

$$q = e (N_p - N_e),$$

де N_e — кількість електронів;

N_p — кількість протонів.

Закон збереження електричного заряду

У замкненій системі при будь-яких взаємодіях тіл алгебраїчна сума електричних зарядів усіх тіл залишається постійною:

$$q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_n = \text{const.}$$

Електризація — надання тілу електричного заряду.



Закон Кулона

Модуль сили електростатичної взаємодії між двома точковими зарядами прямо пропорційний добутку модулів цих зарядів та обернено пропорційний квадрату відстані між ними.

$$\text{У вакуумі: } F_k = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2}; \quad k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}, \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0},$$

де $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ — електрична стала.

$$\text{В однорідному діелектрику: } F_k = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2 \epsilon} = \frac{|q_1| |q_2|}{4\pi\epsilon \cdot \epsilon_0},$$

де ϵ — діелектрична проникність середовища: величина, що показує, у скільки разів зменшується сила електростатичної взаємодії в даному середовищі.

Діелектрична проникність завжди більша від одиниці: $\epsilon > 1$.

Самовчитель

Дано:
 $m = 4 \text{ кг}$
 $M(\text{Cu}) = 64 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$
 $q = ?$

1. Обчислити загальний заряд усіх електронів у злитку міді масою 4 кг.

Розв'язання

Кількість атомів: $N = \frac{m}{M} N_A$, де N_A — число Авогадро;

$$N = \frac{4}{64 \cdot 10^{-3}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 3,8 \cdot 10^{25}.$$

В одному атомі Cu 29 електронів (Cu має в таблиці Д. І. Менделєєва порядковий номер 29), тоді $N_e = 29 \cdot N$;

$$N_e = 29 \cdot 3,8 \cdot 10^{25} = 11,02 \cdot 10^{26}.$$

Загальний заряд $q = N_e \cdot e$:

$$q = 11,02 \cdot 10^{26} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 17,632 \cdot 10^7 \text{ Кл.}$$

Відповідь: $17,6 \cdot 10^7 \text{ Кл.}$

2. Знайти силу взаємодії між двома металевими кулями, зарядженими однойменно по 10^{-7} Кл і розташованими на відстані 1 см одна від одної.

Дано:

$$r = 1 \text{ см} = 10^{-2} \text{ м}$$

$$q_1 = q_2 = q = 10^{-7} \text{ Кл}$$

$$F = ?$$

Розв'язання

Сила взаємодії між двома точковими зарядами визначається за законом Кулона:

$$F = k \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2}.$$

За умовою $q_1 = q_2 = q$, тому закон Кулона можна записати у наступному вигляді:

$$F = k \frac{q^2}{r^2}; \quad [F] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \cdot \frac{\text{Кл}^2}{\text{м}^2} = \text{Н.} \quad F = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-14}}{10^{-4}} = 90 \text{ Н.}$$

Відповідь: 90 Н.

3. На якій відстані одна від одної будуть взаємодіяти із силою 160 мН дві металеві кульки, якщо заряди кульок 10 нКл і 4 нКл?

Дано:

$$q_1 = 10 \text{ нКл} = 10^{-8} \text{ Кл}$$

$$q_2 = 4 \text{ нКл} = 4 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$F = 160 \text{ мН} = 16 \cdot 10^{-2} \text{ Н}$$

$$r = ?$$

Розв'язання

Сила взаємодії між двома точковими зарядами виражається за законом Кулона:

$$F = k \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2}, \quad \text{звідси } r = \sqrt{k \frac{q_1 q_2}{F}}.$$

$$[r] = \sqrt{\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \cdot \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н}}} = \text{м.}$$

$$r = \sqrt{9 \cdot 10^9 \frac{10^{-8} \cdot 4 \cdot 10^{-9}}{16 \cdot 10^{-2}}} = \sqrt{\frac{9 \cdot 10^{-8}}{4 \cdot 10^{-2}}} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Відповідь: $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$

4. У скільки разів зміниться сила кулонівської взаємодії між двома точковими зарядами, якщо відстань між ними зменшити в 2 рази, а модуль кожного заряду збільшити в 4 рази?

Дано:

$$q_1, q_2$$

$$q_0 = 4q_1$$

$$q_0 = 4q_2$$

$$r_0 = \frac{r}{2}$$

Розв'язання

За законом Кулона сила взаємодії між двома точковими зарядами:

$$F = k \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2}.$$

$$\text{Тоді } F = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}, \quad \text{а } F_0 = k \frac{4q_1 \cdot 4q_2}{\left(\frac{r}{2}\right)^2};$$

$$\frac{F_0}{F} = ?$$

$$\frac{F_0}{F} = \frac{k 4q_1 4q_2 4r^2}{r^2 k q_1 q_2} = 64 \text{ рази.}$$

Відповідь: у 64 рази.

5. Яка сила кулонівської взаємодії між ядром атома Гідрогену й електроном? Радіус атома Гідрогену дорівнює $5 \cdot 10^{-11}$ м.

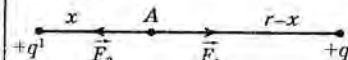
Дано: $q_1 = e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл $r = 5 \cdot 10^{-11}$ м $F = ?$	Розв'язання Заряд ядра дорівнює за модулем й протилежний за знаком заряду електрона. За законом Кулона сила притягання між ядром атома Гідрогену й електроном
--	--

$$F = k \frac{q^2}{r^2} = k \frac{e^2}{r^2}; [F] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}} \cdot \frac{\text{Кл}^2}{\text{м}^2} = \text{Н}.$$

$$F = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2}{(0,5 \cdot 10^{-10})^2} = 9,2 \cdot 10^{-8} \text{ Н}.$$

Відповідь: $9,2 \cdot 10^{-8}$ Н.

6. Два заряди $+8 \cdot 10^{-7}$ Кл і $+2 \cdot 10^{-7}$ Кл розташовані на відстані 20 см один від одного. Де слід розташувати третій заряд, щоб рівнодійна сил, що діють на нього з боку двох інших зарядів, дорівнювала нулю?

Дано: $r = 20$ см = 0,2 м $q_1 = +8 \cdot 10^{-7}$ Кл $q_2 = +2 \cdot 10^{-7}$ Кл $x = ?$	Розв'язання  Помістимо в точку А пробний заряд q_0 , тоді за законом Кулона між двома точковими зарядами q_1 і q_0 діє сила взаємодії \vec{F}_1 , а між зарядами q_2 і q_0 — сила \vec{F}_2 .
--	---

За умовою тіло із зарядом q_0 перебуває в стані рівноваги, тому

$$F_1 = F_2, \text{ або } k \frac{q_1 \cdot q_0}{x^2} = k \frac{q_2 \cdot q_0}{(r-x)^2}, \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \left(\frac{x}{r-x} \right)^2, \text{ звідси}$$


$$\frac{x}{r-x} = \sqrt{\frac{q_1}{q_2}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 10^{-7}}} = 2.$$

$$x = 2r - 2x \Rightarrow 3x = 2r \Rightarrow x = \frac{2}{3} r.$$

$$x = \frac{2 \cdot 0,2}{3} = 0,133 \text{ м}.$$

Відповідь: 0,133 м.

7. Металева кулька масою 0,5 г й зарядом 50 нКл підвішена на тонкій нерозтяжній нитці. Після того як знизу піднесли іншу кульку із зарядом 1 нКл, натяг нитки зменшився в 2 рази. Визначити відстань між кульками.

Дано: $m = 0,5$ г = $5 \cdot 10^{-4}$ кг $q_1 = 50$ нКл = $5 \cdot 10^{-8}$ Кл $q_2 = 1$ нКл = 10^{-9} Кл $r' = \frac{T}{2}$ $r = ?$	Розв'язання За законом Кулона сила взаємодії між двома точковими зарядами: $F = k \frac{ q_1 \cdot q_2 }{r^2}$. До взаємодії двох заряджених тіл $T = mg$.	
--	--	---

Після взаємодії: $\frac{T}{2} = mg - F_k$, тоді

$$F_k = mg - \frac{T}{2} = mg - \frac{mg}{2} = \frac{mg}{2},$$

$$F = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}, \text{ а значить, } \frac{mg}{2} = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}, \text{ звідси}$$

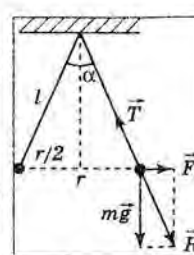
$$r = \sqrt{2k \frac{q_1 \cdot q_2}{mg}};$$

$$[r] = \sqrt{\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \cdot \frac{\text{Кл}^2 \cdot \text{с}^2}{\text{кг} \cdot \text{м}}} = \text{м}.$$

$$r = \sqrt{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-9} \cdot 5 \cdot 10^{-8}}{5 \cdot 10^{-4} \cdot 10}} = \sqrt{180 \cdot 10^{-6}} = 13,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Відповідь: $13,4 \cdot 10^{-3}$ м.

8. На двох нитках довжиною 27 см кожна, закріплених в одній точці, підвішені дві однакові кульки. Якщо надати кулькам рівні заряди по 50 нКл, то нитки розійдуться на кут 60° . Визначити масу кульки.

Дано: $r_1 = r_2 = r$ $m_1 = m_2 = m$ $l_1 = l_2 = l = 27$ см = 0,27 м $q_1 = q_2 = q = 50$ нКл = $5 \cdot 10^{-7}$ Кл $\alpha = 60^\circ$ $m = ?$	Розв'язання На кожную із двох заряджених кульок, підвіснених в одній точці, діють три сили: сила тяжіння $m\vec{g}$, сила натягу нитки \vec{T} , сила кулонівської взаємодії \vec{F}_k , під дією яких кулька перебуває в стані рівноваги: $m\vec{g} + \vec{T} + \vec{F}_k = 0$.	
---	---	---

Сила \vec{R} — рівнодійна сил $m\vec{g}$ і \vec{F}_k — зрівноважується силою \vec{T} .

$$mg \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = F_k, \text{ звідси } m = \frac{F_k}{g \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}, \text{ але } F = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = k \frac{q^2}{l^2}, \text{ тоді}$$

$$m = \frac{kq^2}{g \cdot l^2 \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}; [m] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Кл}^2 \cdot \text{с}^2}{\text{Кл} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{м}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{м}} = \text{кг}.$$

$$m = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 25 \cdot 10^{-14} \cdot 3}{10 \cdot 0,27^2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{10^{-6} \cdot 27 \cdot 25}{27 \cdot 27 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{3}} = \frac{25 \cdot 10^{-2}}{27 \cdot \sqrt{3}} = 5,34 \cdot 10^{-3} \text{ кг}.$$

Відповідь: $5,34 \cdot 10^{-3}$ кг.

9. Дві однаково заряджені металеві кульки масою по 3 г кожна взаємодіють одна з одною з кулонівською силою, що повністю зрівноважується гравітаційною силою. Визначити заряди кульок.

Дано:

$$F_T = F_E$$

$$m_1 = m_2 = m = 3 \text{ г} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$q_1 = q_2 = q$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{М}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}$$

$m = ?$

Розв'язання

Згідно з умовою задачі гравітаційна сила притягання між зарядженими кульками зрівноважується кулонівською силою відштовхування

$$F_T = F_E.$$

За законом всесвітнього тяжіння:

$$F_T = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = G \frac{m^2}{r^2};$$

за законом Кулона: $F_k = k \frac{q^2}{r^2}$, дорівнявши, одержимо:

$$G \frac{m^2}{r^2} = k \frac{q^2}{r^2}, \text{ звідси } q = \sqrt{G \frac{m^2}{k}};$$

$$[q] = \sqrt{\frac{\text{М}^3 \cdot \text{кг}^2 \cdot \text{Кл}^2}{\text{кг} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{Н} \cdot \text{м}^2}} = \text{Кл}.$$

$$q = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 9 \cdot 10^{-6}}{9 \cdot 10^9}} = 2,5 \cdot 10^{-13} \text{ Кл}.$$

Відповідь: $2,5 \cdot 10^{-13}$ Кл.

Це треба знати!

Електричне поле

Електричне поле — силове поле, за допомогою якого заряджені частинки взаємодіють одна з одною.

Електростатичне поле (ЕСП) — поле, що створюється нерухомим електричним зарядом.

Напруженість

Напруженість \vec{E} — силова характеристика ЕСП — фізична векторна величина, яка дорівнює силі, що діє з боку ЕСП на внесений у нього одиничний позитивний заряд.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}; [E] = \text{Н/Кл}.$$

Модуль напруженості $E = \frac{k|q|}{r^2} = \frac{|q|}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ — у вакуумі;

$$E = \frac{k|q|}{r^2\epsilon} = \frac{|q|}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} \text{ — у речовині}.$$

Вектор \vec{E} напрямлений за радіусом від заряду, якщо $q > 0$, й до заряду, якщо $q < 0$.

$$q > 0 \quad \oplus \rightarrow \vec{E}$$

$$q < 0 \quad \ominus \leftarrow \vec{E}$$

Принцип суперпозиції полів

Напруженість ЕСП системи зарядів дорівнює векторній сумі напруженостей ЕСП, створюваних кожним зарядом.

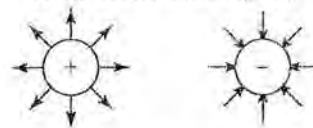
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n.$$

Лінії напруженості (силові лінії)

Лінії напруженості — лінії, дотична до яких в кожній точці збігається з вектором напруженості \vec{E} ;

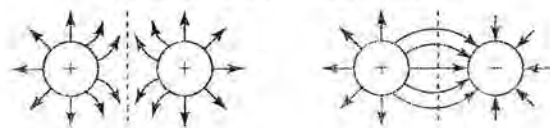
- лінії починаються на позитивних електричних зарядах і закінчуються на негативних або йдуть у нескінченність;
- лінії не перетинаються;
- густота ліній пропорційна напруженості ЕСП.

Поле точкового заряду

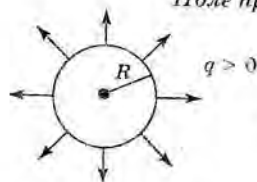


$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{|q|}{r^2}$$

Поле двох точкових зарядів

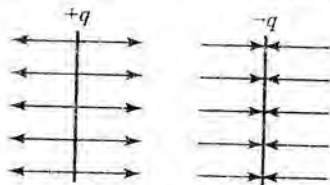


Поле провідної сфери



$$E = \begin{cases} 0, & \text{якщо } r < R, \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}, & \text{якщо } r \geq R. \end{cases}$$

Поле рівномірно зарядженої нескінченної площини



Поверхнева густина заряду: $\sigma = \frac{|q|}{S}$, де S — площа поверхні.

$$E = \frac{|\sigma|}{2\epsilon_0\epsilon}$$

Робота сил електростатичного поля

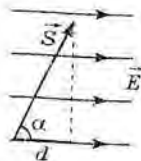
Електростатичне поле (ЕСП) — потенціальне, тобто робота кулонівських сил з переміщення заряду не залежить від траєкторії.

Робота кулонівських сил по замкненому контуру дорівнює нулю.

$A_{\text{зам}} = 0$.

Для однорідного ЕСП:

$$A = F \cdot S \cdot \cos \alpha \xrightarrow{\substack{E = \frac{F}{q} \\ F = Eq}} A = EqS \cdot \cos \alpha \longrightarrow A = Eqd$$



$A = -\Delta W_p$, де W_p — потенціальна енергія заряду.

При взаємодії двох точкових зарядів:

$$W_p = k \frac{|q_1||q_2|}{r}$$

Самовчитель

10. Визначити силу, що діє з боку електростатичного поля з напруженістю

10 Н/Кл на заряд 0,5 мкКл.

Дано:

$E = 10 \text{ Н/Кл}$

$q = 0,5 \text{ мкКл} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$

$F = ?$

Розв'язання

Модуль напруженості електростатичного поля: $E = \frac{F}{q}$

$$F = Eq$$

Сила, що діє на заряд в електростатичному полі:

$$F = Eq; [F] = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} \cdot \text{Кл} = \text{Н}. \quad F = 10 \cdot 5 \cdot 10^{-7} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ Н}.$$

Відповідь: $5 \cdot 10^{-6} \text{ Н}$.

11. На тіло із зарядом 5 нКл з боку електростатичного поля діє сила 27 мкН. Знайти напруженість поля в даній точці.

Дано:

$q = 5 \text{ нКл} = 5 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$

$F = 27 \text{ мкН} = 27 \cdot 10^{-6} \text{ Н}$

$E = ?$

Розв'язання

Силовою характеристикою електричного

поля є напруженість $E = \frac{F}{q}$.

$[E] = \text{Н/Кл}$.

$$E = \frac{27 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-9}} = 5,4 \cdot 10^3 \text{ Н/Кл}.$$

Відповідь: $5,4 \cdot 10^3 \text{ Н/Кл}$.

12. З яким прискоренням буде рухатися тіло масою 10 г і зарядом 2 нКл в однорідному електричному полі з напруженістю 50 кН/Кл?

Дано:

$m = 10 \text{ г} = 10^{-2} \text{ кг}$

$q = 2 \text{ нКл} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$

$E = 50 \text{ кН/Кл} = 5 \cdot 10^4 \text{ Н/Кл}$

$a = ?$

Розв'язання

Згідно з другим законом Ньютона,

$$a = \frac{F}{m},$$

де F — сила, що діє на тіло з боку електричного поля: $F = Eq \Rightarrow$

$$\Rightarrow a = \frac{Eq}{m}; [a] = \frac{\text{Н} \cdot \text{Кл}}{\text{Кл} \cdot \text{м}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

$$a = \frac{5 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^{-9}}{10^{-2}} = 10^{-2} \text{ м/с}^2.$$

Відповідь: 10^{-2} м/с^2 .

13. В однорідному електростатичному полі на тонкій нерозтяжній непровідній нитці висить кулька масою 10 г зарядом 50 нКл. Визначити напруженість поля, якщо кут між ниткою й вертикаллю — 30° .

Дано:

$m = 10 \text{ г} = 10^{-2} \text{ кг}$

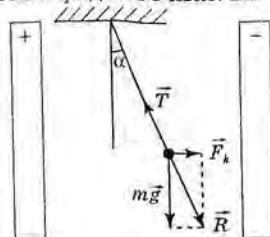
$q = 50 \text{ нКл} = 5 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$

$\alpha = 30^\circ$

$E = ?$

Розв'язання

Сила, що діє на заряджену кульку з боку електричного поля, — $F_k = mg \cdot \text{tg} \alpha$.



Силовою характеристикою електричного поля є напруженість

$$E = \frac{F}{q} \Rightarrow E = \frac{mg \cdot \operatorname{tg} \alpha}{q}; [E] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{Кл} \cdot \text{с}^2} = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}$$

$$E = \frac{10^{-2} \cdot 10 \cdot 0,577}{5 \cdot 10^{-8}} = 11,54 \cdot 10^5 \text{ Н/Кл}$$

Відповідь: $11,54 \cdot 10^5 \text{ Н/Кл}$.

14. Електрон влітає в однорідне електростатичне поле напруженістю 3 кН/Кл з початковою швидкістю 500 км/с , напрямленою уздовж ліній напруженості поля. Яку відстань пролетить електрон до зупинки?

Дано:

$$\bar{e} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$$E = 3 \text{ кН/Кл} = 3 \cdot 10^3 \text{ Н/Кл}$$

$$v_0 = 500 \text{ км/с} = 5 \cdot 10^5 \text{ м/с}$$

$$v = 0 \text{ м/с}$$

$$S - ?$$

Розв'язання

Електрон влітає в однорідне електростатичне поле в напрямку ліній напруженості, тому сила, що діє з боку електричного поля, буде сповільнювати його рух.

$$\begin{cases} S = v_0 t - \frac{at^2}{2} \\ v = v_0 - at = 0 \Rightarrow t = \frac{v_0}{a}; \end{cases}$$

$$S = \frac{v_0^2}{a} - \frac{av_0^2}{2a^2} = \frac{v_0^2}{2a}$$

Згідно з другим законом Ньютона, $a = \frac{F}{m}$,

де F — сила, що діє на тіло з боку електричного поля:

$$F = E\bar{e} \Rightarrow S = \frac{v_0^2 m}{2F} = \frac{v_0^2 m}{2E\bar{e}}; [S] = \frac{\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{Кл}}{\text{с}^2 \cdot \text{Кл} \cdot \text{Н}} = \frac{\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{м}} = \text{м}$$

$$S = \frac{25 \cdot 10^{10} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{2 \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 23,7 \cdot 10^{-5} \text{ м}$$

Відповідь: $23,7 \cdot 10^{-5} \text{ м}$.

15. Визначити значення заряду, якщо напруженість електростатичного поля дорівнює 300 кН/Кл в точці, віддаленій від заряду на відстань 6 см .

Дано:

$$E = 300 \text{ кН/Кл} = 3 \cdot 10^5 \text{ Н/Кл}$$

$$r = 6 \text{ см} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$q - ?$$

Розв'язання

Напруженість електростатичного

поля точкового заряду: $E = k \frac{q}{r^2}$,

$$\text{звідси } q = \frac{Er^2}{k};$$

$$[q] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Кл}^2}{\text{Кл} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}^2} = \text{Кл}$$

$$q = \frac{3 \cdot 10^5 \cdot 36 \cdot 10^{-4}}{9 \cdot 10^9} = 12 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$$

Відповідь: $12 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$.

16. Визначити максимальне значення напруженості електростатичного поля кулі діаметром 1 м , що має заряд 500 нКл .

Дано:

$$d = 1 \text{ м}$$

$$q = 500 \text{ нКл} =$$

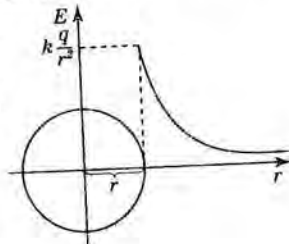
$$5 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$$

$$E_{\text{max}} - ?$$

Розв'язання

Напруженість електростатичного поля зарядженої кулі обчислюється

за формулою: $E = k \frac{q}{r^2}$.



Значення напруженості буде максимальним на відстані r усередині кулі напруженість поля дорівнює нулю.

$$r = \frac{d}{2} \Rightarrow E = \frac{4kq}{d^2}; [E_{\text{max}}] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Кл}}{\text{Кл}^2 \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}$$

$$E_{\text{max}} = \frac{4 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{1} = 180 \cdot 10^3 = 1,8 \cdot 10^4 \text{ Н/Кл}$$

Відповідь: $1,8 \cdot 10^4 \text{ Н/Кл}$.

17. Відстань між зарядами $+3 \text{ нКл}$ і -6 нКл дорівнює $0,2 \text{ м}$. Визначити напруженість поля в точці, рівновіддаленій від обох зарядів.

Дано:

$$q_1 = +3 \text{ нКл} = +3 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$q_2 = -6 \text{ нКл} = -6 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$r = 0,2 \text{ м}$$

$$E - ?$$

Розв'язання



Відповідно до принципу суперпозиції електричних полів: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, тоді $E = E_1 + E_2$,

$$\text{де } E = k \frac{q_1}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} + k \frac{q_2}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} = \frac{4k}{r^2} (q_1 + q_2);$$

$$[E] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Кл}}{\text{Кл}^2 \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}, E = \frac{4 \cdot 9 \cdot 10^9}{4 \cdot 10^{-2}} (3 \cdot 10^{-9} + 6 \cdot 10^{-9}) = 81 \cdot 10^2 \text{ Н/Кл}$$

Відповідь: $81 \cdot 10^2 \text{ Н/Кл}$.

18. Заряди $+27$ нКл і $+3$ мКл перебувають на відстані 10 см. У якій точці напруженість поля дорівнює нулю?

Дано:

$$q_1 = +27 \text{ нКл} = +27 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

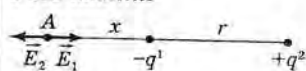
$$q_2 = +3 \text{ мКл} = +3 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$$

$$r = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$$

$$E = 0$$

$$x = ?$$

Розв'язання



При накладанні електричних полів, створених зарядами q_1 і q_2 у точці А, за принципом суперпозиції:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

$$E_1 = E_2 \text{ (за умовою), тому } k \frac{q_2}{(r+x)^2} = k \frac{q_1}{x^2}.$$

$$\frac{x^2}{(r+x)^2} = \frac{q_1}{q_2} \text{ або } \frac{x}{r+x} = \sqrt{\frac{q_1}{q_2}}, \quad \frac{x}{r+x} = \sqrt{\frac{27 \cdot 10^{-9}}{3 \cdot 10^{-6}}} = 0,03;$$

$$\frac{x}{r+x} = 0,03 \Rightarrow x = 0,03r + 0,03x;$$

$$0,97x = 0,03r; \quad x = 0,03r; \quad x = 0,03 \cdot 0,1 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Відповідь: $3 \cdot 10^{-3}$ м.

19. Заряджені тіла $+40$ нКл і $+320$ нКл розташовані на відстані 10 см. Визначити напруженість поля в точці, розміщеній на відстані 6 см від одного заряду й 8 см від іншого.

Дано:

$$q_1 = +40 \text{ нКл} = +4 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$$

$$q_2 = +320 \text{ нКл} = +32 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$$

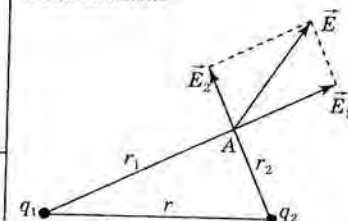
$$r = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$$

$$r_1 = 6 \text{ см} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$r_2 = 8 \text{ см} = 8 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$E = ?$$

Розв'язання



Напруженість електричного поля, створюваного зарядом q_1 у точці А: $E_1 = k \frac{q_1}{r_1^2}$.

Напруженість електричного поля, створюваного зарядом q_2 у точці А: $E_2 = k \frac{q_2}{r_2^2}$.

За принципом суперпозиції електричних полів, напруженість поля в точці А: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, тоді $E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = k \sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4}}$;

$$[E] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \cdot \sqrt{\frac{\text{Кл}^2}{\text{м}^4}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Кл}}{\text{Кл}^2 \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}.$$

$$E = 9 \cdot 10^9 \sqrt{\frac{16 \cdot 10^{-16}}{(6 \cdot 10^{-2})^4} + \frac{1024 \cdot 10^{-16}}{(8 \cdot 10^{-2})^4}} =$$

$$= 9 \cdot 10^9 \sqrt{\frac{16 \cdot 10^{-16}}{1296 \cdot 10^{-8}} + \frac{1024 \cdot 10^{-16}}{4096 \cdot 10^{-8}}} =$$

$$= 9 \cdot 10^9 \sqrt{\frac{10^{-8}}{81} + \frac{10^{-8}}{4}} =$$

$$= 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-4} \frac{\sqrt{85}}{2 \cdot 9} = 4,6 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}.$$

Відповідь: $4,6 \cdot 10^5$ Н/Кл.

20. У двох сусідніх вершинах квадрата зі стороною 50 см перебувають заряди по 27 нКл кожний. Визначити напруженість поля у двох інших вершинах квадрата.

Дано:

$$a = 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м}$$

$$q_1 = q_2 = q = 27 \text{ нКл} =$$

$$= 27 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$E = ?$$

Розв'язання

Напруженість електричного поля, створюваного зарядом q_1 у точці О:

$$E_1 = k \frac{q_1}{a^2} = k \frac{q}{a^2}.$$

Напруженість електричного поля, створюваного зарядом q_2 в цій самій точці:

$$E_2 = k \frac{q_2}{r^2} = k \frac{q}{(\sqrt{2}a)^2} = k \frac{q}{2a^2}, \text{ де } r = \sqrt{2}a.$$

Відповідно до принципу суперпозиції електричних полів:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow E^2 = E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos \alpha \text{ (за теоремою косинусів).}$$

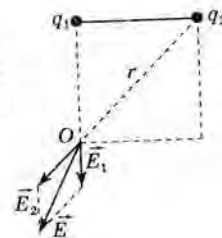
Тоді

$$E = \sqrt{\left(k \frac{q}{a^2}\right)^2 + \left(k \frac{q}{2a^2}\right)^2 - 2k \frac{q}{a^2} k \frac{q}{2a^2} \cos \alpha =}$$

$$= k \frac{q}{a^2} \sqrt{1 + 0,25 - \cos 45^\circ} = 0,73k \frac{q}{a^2};$$

$$[E] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Кл}}{\text{Кл}^2 \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}, \quad E = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 27 \cdot 10^{-9} \cdot 0,73}{0,5^2} = 709,56 \text{ Н/Кл.}$$

Відповідь: $E = 709,56$ н/Кл.



21. Обчислити роботу, що виконує однорідне електростатичне поле напруженістю 60 Н/Кл при переміщенні заряду 27 мкКл на відстань 10 см. Кут між лініями напруженості й напрямком переміщення дорівнює 60°.

Дано:

$$E = 60 \text{ Н/Кл}$$

$$q = 27 \text{ мкКл} = 27 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$$

$$d = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$A = ?$$

Розв'язання

Робота сил електростатичного поля з переміщення заряду: $A = Eqd \cos \alpha$, де α — кут між напрямком ліній напруженості електростатичного поля й напрямком руху заряду;

$$[A] = \frac{\text{Н} \cdot \text{Кл} \cdot \text{м}}{\text{Кл}} = \text{Дж.}$$

$$A = 60 \cdot 27 \cdot 10^{-6} \cdot 0,1 \cdot 0,5 = 81 \cdot 10^{-6} \text{ Дж.}$$

$$\text{Відповідь: } 81 \cdot 10^{-6} \text{ Дж.}$$

22. Перпендикулярно до ліній напруженості однорідного електростатичного поля з напруженістю 1 кН/Кл влітає частинка масою 10^{-10} кг й зарядом 1 нКл. Визначити роботу сил електростатичного поля за першу секунду.

Дано:

$$m = 10^{-10} \text{ кг}$$

$$q = 1 \text{ нКл} = 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$E = 1 \text{ кН/Кл} = 10^3 \text{ Н/Кл}$$

$$t = 1 \text{ с}$$

$$A = ?$$

Розв'язання

На заряджену частинку, що рухається в електричному полі, з боку електричного поля діє сила $F = qE$.

За другим законом Ньютона: $F = ma$,

$$\text{тобто } ma = qE, \text{ тоді } a = \frac{qE}{m}.$$

Шлях, пройдений частинкою в електричному полі, становить:

$$d = \frac{at^2}{2} = \frac{qEt^2}{2m}.$$

$$\text{Тоді робота сил електричного поля: } A = Eqd = \frac{q^2 E^2 t^2}{2m};$$

$$[A] = \frac{\text{Н}^2 \cdot \text{Кл}^2 \cdot \text{с}^2}{\text{Кл}^2 \cdot \text{кг}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}} = \text{Дж.}$$

$$A = \frac{10^{-18} \cdot 10^6 \cdot 1}{2 \cdot 10^{-10}} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ Дж.}$$

$$\text{Відповідь: } 5 \cdot 10^{-5} \text{ Дж.}$$

Це треба знати!

Потенціал. Різниця потенціалів

Потенціал φ — енергетична характеристика ЕСП — фізична скалярна величина, що дорівнює від-

ношенню потенціальної енергії даного заряду в даній точці поля до величини внесеного заряду.

$$\varphi = \frac{W_p}{q}; \quad [\varphi] = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В.}$$

Принцип суперпозиції потенціалів

Потенціал ЕСП системи зарядів дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів полів, створюваних кожним із зарядів.

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_n$$

Різниця потенціалів

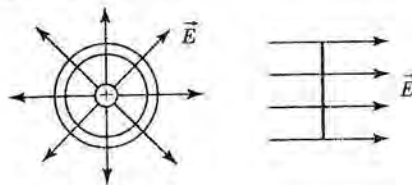
$$A = -\Delta W_p = W_{p_1} - W_{p_2} \xrightarrow{\frac{\varphi \cdot W_p}{W_p = q\varphi}} A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi \text{ — різниця потенціалів}$$

$\Delta\varphi$ чисельно дорівнює роботі кулонівських сил з переміщення заряду з точки 1 у точку 2.

Якщо точка 2 перебуває на нескінченності, де потенціал дорівнює нулю, то $A = q\varphi_1$, тобто потенціал чисельно дорівнює роботі кулонівських сил з переміщення заряду з точки 1 на нескінченність.

Еквіпотенціальна поверхня — поверхня з рівним потенціалом, тобто $\Delta\varphi = 0$ при переміщенні заряду $A = 0$. \vec{E} перпендикулярний до поверхні в кожній точці.



23. Визначити потенціал поля точкового заряду 5 мкКл на відстані 45 см.

Самовчитель

Дано:

$$q = 5 \text{ мкКл} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$$

$$r = 45 \text{ см} = 0,45 \text{ м}$$

$$\varphi = ?$$

Розв'язання

Потенціал електричного поля точкового зарядженого тіла: $\varphi = k \frac{q}{r}$,

$$\text{де } k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2};$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{м}^2 \cdot \text{Н}} \text{ — електрична стала.}$$

$$[\varphi] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Кл}}{\text{Кл}^2 \cdot \text{м}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В}; \quad \varphi = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{0,45} = 10^5 \text{ В}.$$

Відповідь: 10^5 В .

24. На відстані 50 см від точкового заряду потенціал електростатичного поля дорівнює 200 В. Визначити модуль напруженості поля на відстані 5 м.

<p>Дано: $r = 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м}$ $r_1 = 5 \text{ м}$ $\varphi = 200 \text{ В}$ $E = ?$</p>	<p>Розв'язання Потенціал електростатичного поля, створюваного відокремленим зарядженням точковим тілом: $\varphi = k \frac{q}{r}$, звідси $q = \frac{\varphi \cdot r}{k}$.</p>
--	--

Напруженість електростатичного поля, створюваного зарядом q в точці на відстані r_1 , — $E = k \frac{q}{r_1^2}$, або $E = \frac{k}{r_1^2} \cdot \frac{\varphi \cdot r}{k} = \varphi \frac{r}{r_1^2}$;

$$[E] = \frac{\text{В} \cdot \text{м}}{\text{м}^2} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Кл} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}};$$

$$E = 200 \frac{0,5}{25} = 4 \text{ Н/Кл}.$$

Відповідь: 4 Н/Кл .

25. Заряд 1 нКл перебуває у вакуумі. На якій відстані одна від одної перебувають дві екіпотенціальні поверхні з потенціалами 20 В і 40 В ?

<p>Дано: $q = 1 \text{ нКл} = 1 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$ $\varphi_1 = 40 \text{ В}$ $\varphi_2 = 20 \text{ В}$ $\Delta r = ?$</p>	<p>Розв'язання Екіпотенціальна поверхня — поверхня рівних потенціалів, розташована на відстані r_1 від точкового зарядженого тіла. $\varphi_1 = k \frac{q}{r_1}$, $r_1 = k \frac{q}{\varphi_1}$; $\varphi_2 = k \frac{q}{r_2}$, $r_2 = k \frac{q}{\varphi_2}$,</p>
--	---

$$\text{тоді } \Delta r = r_2 - r_1 = kq \left(\frac{1}{\varphi_2} - \frac{1}{\varphi_1} \right);$$

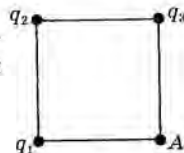
$$[\Delta r] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \cdot \frac{\text{Кл}}{\text{В}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}} \cdot \frac{\text{Кл}}{\text{Дж}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}} = \text{м};$$

$$\Delta r = 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-9} \left(\frac{1}{20} - \frac{1}{40} \right) = 9 \cdot 0,025 = 0,225 \text{ м}.$$

Відповідь: $0,225 \text{ м}$.

26. У трьох вершинах квадрата зі стороною 3 м перебувають позитивні заряди по $1,5 \text{ нКл}$ кожний. Знайти потенціал електростатичного поля в четвертій вершині квадрата.

<p>Дано: $a = 3 \text{ м}$ $q_1 = q_2 = q_3 = q = 1,5 \text{ нКл} = 1,5 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$ $\varphi = ?$</p>	<p>Розв'язання Потенціал електростатичного поля, створюваного зарядом q у точці A: $\varphi = k \frac{q}{a}$, тоді $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3$,</p>
---	---



$$\text{де } \varphi_1 = k \frac{q}{a}, \quad \varphi_2 = k \frac{q}{\sqrt{2}a}, \quad \varphi_3 = k \frac{q}{a};$$

$$\varphi = k \frac{q}{a} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + 1 \right);$$

$$[\varphi] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Кл}}{\text{Кл}^2 \cdot \text{м}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В}.$$

$$\varphi = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,5 \cdot 10^{-9}}{3} \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 12,2 \text{ В}.$$

Відповідь: $12,2 \text{ В}$.

27. Визначити різницю потенціалів між двома точками електростатичного поля, якщо при переміщенні заряду 100 мкКл поле виконує роботу 1 Дж .

<p>Дано: $q = 100 \text{ мкКл} = 10^{-4} \text{ Кл}$ $A = 1 \text{ Дж}$ $\Delta \varphi = ?$</p>	<p>Розв'язання Для потенціальних полів: $\Delta \varphi = U$, де $U = \frac{A}{q} \Rightarrow \Delta \varphi = \frac{A}{q}$;</p>
--	--

$$[\varphi] = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В}; \quad \Delta \varphi = \frac{1}{10^{-4}} = 10^4 \text{ В}.$$

Відповідь: 10^4 В .

28. Через порошину масою 27 мг й зарядом 9 мкКл проходить різниця потенціалів 150 В . Визначити зміну швидкості порошину.

<p>Дано: $q = 9 \text{ мкКл} = 9 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$ $\Delta \varphi = 150 \text{ В}$ $m = 27 \text{ мг} = 27 \cdot 10^{-6} \text{ кг}$ $\Delta v = ?$</p>	<p>Розв'язання Швидкість змінюється тому, що при виконанні роботи змінюється кінетична енергія $A = \Delta W_k$, також $A = \Delta \varphi q$, а $\Delta W_k = \frac{mv^2}{2}$.</p>
--	--

Таким чином, $\Delta\varphi q = \frac{m\Delta v^2}{2} \Rightarrow \Delta v^2 = \frac{2\Delta\varphi q}{m}$, $\Delta v = \sqrt{\frac{2\Delta\varphi q}{m}}$;

$[v] = \sqrt{\frac{\text{Кл} \cdot \text{В}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{Кл} \cdot \text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{Кл}}} = \sqrt{\frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{\text{м}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

$\Delta v = \sqrt{\frac{2 \cdot 150 \cdot 9 \cdot 10^{-6}}{27 \cdot 10^{-6}}} = \sqrt{100} = 10 \text{ м/с}$.

Відповідь: швидкість зміниться на 10 м/с.

29. Визначити зміну кінетичної енергії електрона при проходженні різниці потенціалів 10^5 В .

Дано:
 $\Delta\varphi = 10^5 \text{ В}$
 $\bar{e} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
 $\Delta W_k = ?$

Розв'язання

Кінетична енергія змінюється тому, що електричне поле виконує роботу $A = \Delta W_k$,
 $A = \Delta\varphi q = \Delta\varphi \bar{e}$, $\Delta W_k = \Delta\varphi \bar{e}$;

$[W_k] = \text{Кл} \cdot \text{В} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} \cdot \text{Кл} = \text{Дж}$.

$\Delta W_k = 10^5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 1,6 \cdot 10^{-14} \text{ Дж}$.

Відповідь: кінетична енергія зміниться на $1,6 \cdot 10^{-14} \text{ Дж}$.

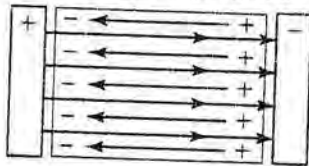
Це треба знати!

Провідники та діелектрики в електричному полі

Провідники

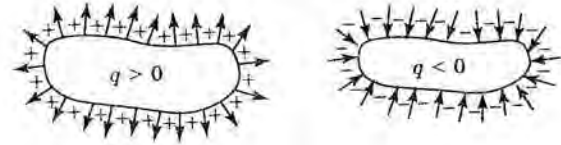
Провідники — речовини, що мають вільні заряджені частинки, тобто проводять електричний струм.

Вільні заряди — заряджені частинки, що перебувають у провідниках (у металах — електрони, в електролітах — йони), здатні переміщатися під дією електричного поля.



Електростатична індукція — перерозподіл зарядів усередині провідника, поміщеного в електростатичне поле, доти, поки напруженість усередині провідника не стане рівною нулю.

Поверхня провідника — екіпотенціальна поверхня. Заряд провідника завжди нагромаджується на його поверхні, \vec{E} напрямлений перпендикулярно до цієї поверхні.



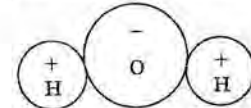
Діелектрики

Діелектрики — речовини, що не мають вільних заряджених частинок, тобто практично не проводять електричний струм.

Види діелектриків

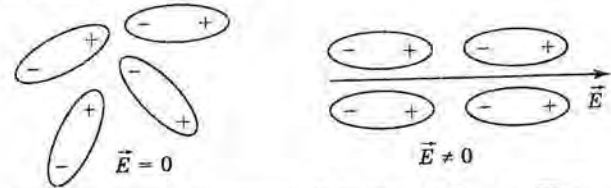
1. Полярні — діелектрики, у молекулах яких центри розподілу позитивних і негативних зарядів розділені навіть за відсутності поля, тобто молекула є диполем.

Диполь — електрично нейтральна система, яка складається з двох точкових різнойменних зарядів.

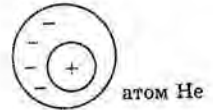


молекула води H_2O

Поляризація: у зовнішньому електричному полі молекули орієнтуються вздовж вектора напруженості \vec{E}_0 .

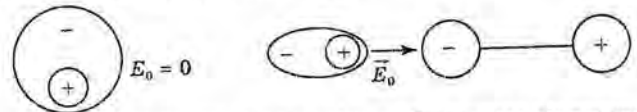


2. Неполарні — діелектрики, у молекулах яких центри розподілу позитивних і негативних зарядів за відсутності поля збігаються.



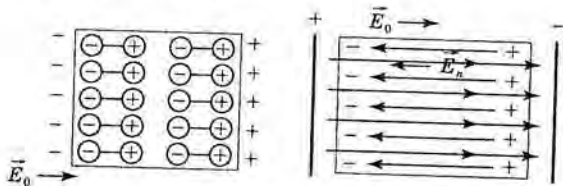
атом He

Поляризація: у зовнішньому електричному полі в результаті деформації молекул виникають диполі, орієнтовані вздовж вектора напруженості \vec{E}_0 .



Електричне поле впливає на поміщений до нього діелектрик → діелектрик поляризується → на поверхні діелектрика з'являються

зв'язані заряди \rightarrow виникає напруженість E_n поля зв'язаних зарядів, вектор якої \vec{E}_n напрямлений протилежно до вектора напруженості \vec{E}_0 зовнішнього електричного поля.



Напруженість поля всередині діелектрика:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_n$$

$$E = E_0 - E_n$$

Діелектрична проникність — фізична величина, яка дорівнює відношенню модуля напруженості електричного поля у вакуумі до модуля напруженості електричного поля в однорідному діелектрику.

$$\epsilon = \frac{E_0}{E}$$

Конденсатори

Конденсатор — система, що складається з двох провідників (обкладок), розділених шаром діелектрика, товщина якого мала порівняно з розмірами провідників.

При зарядженні обкладкам конденсатора надають рівні за модулем різнойменні заряди.

Електрична електроємність конденсатора — фізична величина, яка дорівнює відношенню заряду однієї з обкладок конденсатора до різниці потенціалів між обкладками.

$$C = \frac{q}{\phi_1 - \phi_2} = \frac{q}{U};$$

$$[C] = \frac{\text{Кл}}{\text{В}} = \text{Ф}.$$

Ємність характеризує не окрему пластину, а систему пластин у їхньому взаємному розташуванні одна до одної, тому що фізичний зміст має тільки різниця потенціалів.

Плоский конденсатор — система, що складається з двох плоских паралельних пластин, заряджених рівними за модулем зарядами протилежного знака, розділених шаром діелектрика.

Ємність плоского конденсатора

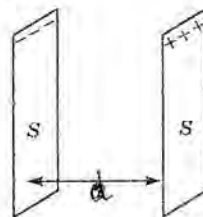
$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d},$$

де S — площа пластини;

d — відстань між пластинами;

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ — електрична стала;

ϵ — діелектрична проникність.



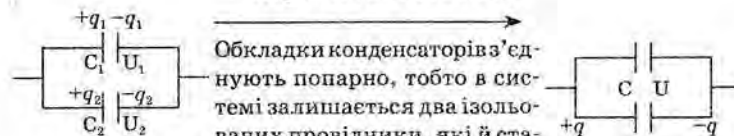
Енергія електричного поля плоского конденсатора

$$W_p = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2},$$

де W_p — потенціальна енергія конденсатора.

З'єднання конденсаторів

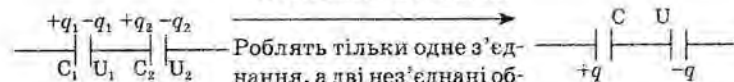
Паралельне з'єднання



Обкладки конденсаторів з'єднують попарно, тобто в системі залишається два ізольованих провідники, які й стають обкладками нового конденсатора.

$$\begin{array}{|l} q = q_1 + q_2 \\ U = U_1 = U_2 \end{array} \xrightarrow[\frac{q}{U=C}]{\frac{q}{U}} \begin{array}{|l} CU = C_1 U_1 + C_2 U_2 = U(C_1 + C_2) \\ C = C_1 + C_2 \end{array}$$

Послідовне з'єднання



Роблять тільки одне з'єднання, а дві нез'єднані обкладки стають обкладками нового конденсатора.

$$\begin{array}{|l} U = U_1 + U_2 \\ q = q_1 = q_2 \end{array} \xrightarrow[\frac{q}{U=C}]{\frac{q}{U}} \begin{array}{|l} \frac{q}{C} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} = q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \\ \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \end{array}$$

Самовчитель

30. Провідна куля заряджена до потенціалу 10^3 В зарядом 1 нКл. Визначити

електроємність кулі.

Дано:

$$q = 1 \text{ нКл} = 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$\varphi = 10^3 \text{ В}$$

$$C = ?$$

Розв'язання

Електроємність кулі пов'язана з її зарядом

і потенціалом залежністю $C = \frac{q}{\varphi}$;

$$[C] = \frac{\text{Кл}}{\text{В}} = \frac{\Phi}{\text{В}}. C = \frac{10^{-9}}{10^3} = 10^{-6} \text{ Ф.}$$

Відповідь: 10^{-6} Ф.

31. Дві металевих кульки мають ємності 20 пФ і 30 пФ, заряди 1 нКл і 3 нКл відповідно. Кульки з'єднали провідником. Чи будуть переміщатися заряди з однієї кульки на іншу?

Дано:

$$C_1 = 20 \text{ пФ} = 20 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}$$

$$C_2 = 30 \text{ пФ} = 30 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}$$

$$q_1 = 1 \text{ нКл} = 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$q_2 = 3 \text{ нКл} = 3 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$\varphi_1 = ?$$

$$\varphi_2 = ?$$

Розв'язання

Переміщення зарядів можливо тільки за наявності різниці потенціалів $\varphi_1 - \varphi_2$.

Визначимо потенціал першої кульки:

$$\varphi_1 = \frac{q_1}{C_1};$$

$$[\varphi] = \frac{\text{Кл}}{\text{Ф}} = \frac{\text{Кл} \cdot \text{В}}{\text{Кл}} = \text{В}; \varphi_1 = \frac{10^{-9}}{20 \cdot 10^{-12}} = 50 \text{ В.}$$

Визначимо потенціал другої кульки:

$$\varphi_2 = \frac{q_2}{C_2}; \varphi_2 = \frac{3 \cdot 10^{-9}}{30 \cdot 10^{-12}} = 100 \text{ В.}$$

Потенціал $\varphi_1 < \varphi_2$, отже, заряди будуть переміщатися.

Відповідь: так.

32. Визначити заряд на обкладках конденсатора електроємністю 5 мкФ, якщо різниця потенціалів 600 В.

Дано:

$$C = 5 \text{ мкФ} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$\varphi = 600 \text{ В} = 6 \cdot 10^2 \text{ В}$$

$$q = ?$$

Розв'язання

Заряд конденсатора, його електроємність і потенціал пов'язані залежністю:

$$q = C\varphi;$$

$$[q] = \text{Ф} \cdot \text{В} = \frac{\text{Кл}}{\text{В}} \cdot \text{В} = \text{Кл.}$$

$$q = 5 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^2 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ Кл.}$$

Відповідь: $3 \cdot 10^{-3}$ Кл.

33. Конденсатор ємністю 100 пФ з'єднали із джерелом струму, внаслідок чого він одержав заряд 100 нКл. Визначити напруженість поля між пластинами конденсатора, якщо відстань між ними 0,1 мм.

Дано:

$$C = 100 \text{ пФ} = 10^{-10} \text{ Ф}$$

$$q = 100 \text{ нКл} = 10^{-7} \text{ Кл}$$

$$d = 0,1 \text{ мм} = 10^{-4} \text{ м}$$

$$E = ?$$

Розв'язання

Напруженість електричного поля між пластинами конденсатора й потенціал пов'язані

співвідношенням $E = \frac{\varphi}{d}$.

Потенціал можна виразити через електроємність конденсатора $\varphi = \frac{q}{C}$, тоді

$$E = \frac{q}{Cd};$$

$$[E] = \frac{\text{Кл}}{\text{Ф} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Кл} \cdot \text{В}}{\text{Кл} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Кл} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}.$$

$$E = \frac{10^{-7}}{10^{-10} \cdot 10^{-4}} = 10^7 \text{ Н/Кл.}$$

Відповідь: 10^7 Н/Кл.

34. Визначити ємність плоского парафінового конденсатора, якщо площа пластин 10 см^2 , відстань між ними 10^{-4} м , а діелектрична проникність парафіну 2.

Дано:

$$d = 10^{-4} \text{ м}$$

$$S = 10 \text{ см}^2 = 10^{-3} \text{ м}^2$$

$$\epsilon = 2$$

$$C = ?$$

Розв'язання

Електроємність плоского конденсатора ви-

значається за формулою: $C = \epsilon_0 \epsilon \frac{S}{d}$;

де $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ — електрична стала;
 ϵ — діелектрична проникність середовища;

S — площа пластин;

d — відстань між пластинами.

$$[C] = \frac{\text{Ф}}{\text{м}} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{м}} = \text{Ф}.$$

$$C = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 2 \cdot \frac{10^{-3}}{10^{-4}} = 17,7 \cdot 10^{-11} \text{ Ф.}$$

Відповідь: $17,7 \cdot 10^{-11}$ Ф.

35. Плоский повітряний конденсатор складається із двох пластин площею 100 см^2 кожна. Після того як одній із пластин надали заряд 10 нКл, між пластинами виникла напруга 150 В. Знайти відстань між пластинами.

Дано:

$$S = 100 \text{ см}^2 = 10^{-2} \text{ м}^2$$

$$\epsilon = 1$$

$$q = 10 \text{ нКл} = 10^{-8} \text{ Кл}$$

$$U = 150 \text{ В}$$

$$d - ?$$

Розв'язання

Відстань між пластинами плоского конденсатора і його електроємність пов'язані співвідношенням $d = \epsilon_0 \epsilon \frac{S}{C}$,

$$\text{де } \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м} \text{ — електрична стала,}$$

$\epsilon = 1$ — діелектрична проникність повітря.

Електроємність C і напруга між пластинами конденсатора пов'язані співвідношенням $C = \frac{q}{U}$, тоді $d = \epsilon_0 \epsilon \frac{S \cdot U}{q}$;

$$[d] = \frac{\text{Ф}}{\text{м}} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{Кл}} \cdot \text{В} = \frac{\text{Кл}}{\text{В}} \cdot \frac{\text{м}}{\text{Кл}} \cdot \text{В} = \text{м}.$$

$$d = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot \frac{150 \cdot 10^{-2}}{10^{-8}} = 1327,5 \cdot 10^{-6} = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Відповідь: $1,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$.

36. Конденсатори мають ємності: 4 пФ, 10 пФ, 20 пФ, 40 пФ. Визначити їх загальну ємність при паралельному і послідовному з'єднаннях.

Дано:

$$C_1 = 4 \text{ пФ} = 4 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}$$

$$C_2 = 10 \text{ пФ} = 10 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}$$

$$C_3 = 20 \text{ пФ} = 20 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}$$

$$C_4 = 40 \text{ пФ} = 40 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}$$

$$C_{\text{пар}} - ?$$

$$C_{\text{посл}} - ?$$

Розв'язання

При паралельному з'єднанні конденсаторів їх загальна ємність визначається формулою $C = C_1 + C_2 + C_3 + C_4$, таким чином, $C_{\text{пар}} = (4 + 10 + 20 + 40) \cdot 10^{-12} = 74 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}$.

При послідовному з'єднанні конденсаторів:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4},$$

тоді

$$\frac{1}{C_{\text{посл}}} = \frac{1}{4 \cdot 10^{-12}} + \frac{1}{10 \cdot 10^{-12}} + \frac{1}{20 \cdot 10^{-12}} + \frac{1}{40 \cdot 10^{-12}} = \frac{1}{10^{-12}} \cdot \frac{17}{40} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_{\text{посл}} = \frac{40}{17} \cdot 10^{-12} = 2,35 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}.$$

Відповідь: $74 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}$; $2,35 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}$.

37. Конденсатори ємностями 3 мкФ і 6 мкФ з'єднані послідовно. Різниця потенціалів між крайніми точками з'єднання 90 В. Визначити заряд і різницю потенціалів кожного конденсатора.

Дано:

$$-3 \text{ мкФ} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$-6 \text{ мкФ} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$-90 \text{ В}$$

$$?$$

$$-?$$

$$-?$$

Розв'язання

При послідовному з'єднанні конденсаторів заряди на кожному з конденсаторів будуть однаковими: $q_1 = q_2$, а напруга $U = U_1 + U_2$.

Тоді, оскільки $q = CU$, то $C_1 U_1 = C_2 U_2$, звідси $U_1 = \frac{C_2 U_2}{C_1} = \frac{C_2}{C_1} (U - U_1)$.

$$\text{Враховуючи, що } \frac{C_2}{C_1} = \frac{6 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-6}} = 2,$$

$$\text{одержимо } U_1 = \frac{2}{3} U = \frac{2}{3} \cdot 90 = 60 \text{ В}; U_2 = U - U_1 = 30 \text{ В}.$$

$$\text{Заряд } q_1 = C_1 U_1.$$

$$q_1 = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 60 = 18 \cdot 10^{-5} \text{ Кл}.$$

Відповідь: $18 \cdot 10^{-5} \text{ Кл}$, 60 В і 30 В.

38. Конденсатор ємністю 10 мкФ й напругою на обкладках 127 В з'єднують паралельно з конденсатором ємністю 5 мкФ й напругою 220 В. Визначити електроємність батареї й різницю потенціалів між крайніми точками з'єднання.

Дано:

$$C_1 = 10 \text{ мкФ} = 10 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$U_1 = 127 \text{ В}$$

$$C_2 = 5 \text{ мкФ} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$U_2 = 220 \text{ В}$$

$$C - ?$$

$$U - ?$$

Розв'язання

При паралельному з'єднанні конденсаторів їх загальна ємність визначається за формулою $C = C_1 + C_2$. $C = (10 + 5) \cdot 10^{-6} = 15 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$.

Напруга між выводами батареї $U = \frac{q}{C}$,

$$\text{де } q = q_1 + q_2 = C_1 U_1 + C_2 U_2, \text{ тоді } U = \frac{C_1 U_1 + C_2 U_2}{C_1 + C_2};$$

$$U = \frac{10 \cdot 10^{-6} \cdot 127 + 5 \cdot 10^{-6} \cdot 220}{10 \cdot 10^{-6} + 5 \cdot 10^{-6}} = \frac{10^{-6}}{10^{-6}} \cdot \frac{10 \cdot 127 + 5 \cdot 220}{10 + 5} = 158 \text{ В}.$$

Відповідь: $15 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$, 158 В.

39. Визначити енергію конденсатора, якщо його електроємність 400 пФ, а різниця потенціалів на обкладках 1000 В.

Дано:

$$C = 400 \text{ пФ} = 4 \cdot 10^{-10} \text{ Ф}$$

$$U = 1000 \text{ В} = 10^3 \text{ В}$$

$$W - ?$$

Розв'язання

Енергія конденсатора визначається за формулою: $W = \frac{CU^2}{2}$.

$$[W] = \Phi \cdot V^2 = \frac{\text{Кл}}{\text{В}} \cdot \text{В}^2 = \text{Дж.}$$

$$W = \frac{4 \cdot 10^{-10} \cdot 10^6}{2} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Дж.}$$

Відповідь: $2 \cdot 10^{-4}$ Дж.

40. Визначити енергію плоского слюдяного конденсатора, якщо площа пластин 200 см^2 , відстань між ними 1 мм , а заряд на обкладках 2 нКл . Діелектрична проникність слюди 6 .

Дано:

$$S = 200 \text{ см}^2 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$$

$$d = 1 \text{ мм} = 10^{-3} \text{ м}$$

$$q = 2 \text{ нКл} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$\epsilon = 6$$

$$W = ?$$

Розв'язання

Енергію конденсатора можна визначити

за формулою $W = \frac{q^2}{2C}$, де $C = \epsilon_0 \epsilon \frac{S}{d}$.

$$\text{Тоді } W = \frac{q^2 d}{2\epsilon_0 \epsilon S}.$$

$$[W] = \frac{\text{Кл}^2 \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{Ф} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Кл}^2 \cdot \text{В}}{\text{Кл}} = \text{Дж.}$$

$$W = \frac{4 \cdot 10^{-18} \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 6 \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = \frac{10^{-7}}{8,85 \cdot 6} =$$

$$= 0,019 \cdot 10^{-10} = 1,9 \cdot 10^{-12} \text{ Дж.}$$

Відповідь: $1,9 \cdot 10^{-12}$ Дж.

41. Конденсатор із площею пластин 400 см^2 і відстанню між ними 5 мм заряджають до напруги 1000 В , потім від'єднують від джерела й розсовують пластини на відстань 10 мм . Обчислити роботу.

Дано:

$$S = 400 \text{ см}^2 = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$$

$$U = 1000 \text{ В} = 10^3 \text{ В}$$

$$d_1 = 5 \text{ мм} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$d_2 = 10 \text{ мм} = 10 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$A = ?$$

Розв'язання

Робота, виконувана при збільшенні відстані між пластинами плоского конденсатора, становить:

$$A = W_1 - W_2,$$

де W_1 — енергія конденсатора при відстані між пластинами d_1 ,

W_2 — енергія конденсатора при відстані між пластинами d_2 .

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\epsilon_0 \epsilon S U^2}{2d}, \text{ тому що } C = \epsilon_0 \epsilon \frac{S}{d}.$$

$$\text{Тоді } A = W_1 - W_2 = \frac{\epsilon_0 \epsilon S U^2}{2} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right);$$

$$[A] = \frac{\text{В}^2 \cdot \text{Ф} \cdot \text{м}^2}{\text{м} \cdot \text{м}} = \frac{\text{В} \cdot \text{Дж} \cdot \text{Кл}}{\text{Кл} \cdot \text{В}} = \text{Дж.}$$

$$A = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot 10^6}{2} \left(\frac{1}{5 \cdot 10^{-2}} - \frac{1}{10 \cdot 10^{-2}} \right) =$$

$$= 17,7 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{1}{10^{-1}} = 17,7 \cdot 10^{-7} \text{ Дж}$$

Відповідь: $17,7 \cdot 10^{-7}$ Дж.

Постійний електричний струм

Це треба знати!

Електричний струм — упорядкований (направлений) рух заряджених частинок.

Умови існування електричного струму:

— Наявність вільних заряджених частинок, здатних переміщатися упорядковано;

— Наявність електричного поля, тобто різниці потенціалів.

За напрямком струму прийнято напрямком від плюса «+» до мінуса «-».

Сила струму — скалярна фізична величина I , чисельно дорівнює заряду, що переноситься за одиницю часу через поперечний переріз провідника:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}; [I] = \frac{\text{Кл}}{\text{с}} = \text{А.}$$

Якщо сила струму з часом не змінюється, електричний струм називають **постійним**.

$$I = |q_0| \cdot n \cdot \bar{v} \cdot S,$$

де q_0 — заряд вільної зарядженої частинки;

n — концентрація носіїв заряду;

\bar{v} — середня швидкість їхнього упорядкованого руху;

S — площа перерізу провідника.

Сторонні сили — сили неелектричного походження, що діють на заряди з боку джерел струму (гальванічних елементів, акумуляторів, генераторів).

Електрорушійна сила (ЕРС) — фізична величина, зумовлена роботою $A_{\text{ст}}$, яку виконують сторонні сили при переміщенні одиничного позитивного заряду.

$$\epsilon = \frac{A_{\text{ст}}}{q};$$

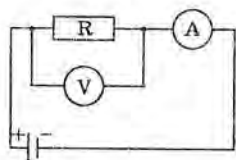
$$[\epsilon] = \text{Дж/Кл} = \text{В.}$$

Напруга U на ділянці кола — фізична величина, яка чисельно дорівнює роботі сторонніх сил при переміщенні одиничного позитивного заряду.

$$U = \frac{A}{q}; [U] = \text{Дж} / \text{Кл} = \text{В}.$$

Для потенціальних полів $U = \Delta\phi$.

Закони постійного струму



Закон Ома для ділянки кола: сила струму прямо пропорційна напрузі й обернено пропорційна опорі ділянки кола:

$$I = \frac{U}{R},$$

де R — опір ділянки кола;

Ⓐ — амперметр — прилад для вимірювання сили струму;

Ⓥ — вольтметр — прилад для вимірювання напруги.

Опір однорідного лінійного провідника

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

де ρ — питомий електричний опір, який чисельно дорівнює опорі провідника довжиною 1 м і площею поперечного перерізу 1 м²;

S — площа поперечного перерізу провідника;

l — його довжина.

Питома електропровідність речовини, з якої виготовлено провідник:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{l}{R \cdot S} = \frac{l \cdot I}{U \cdot S};$$

$$[\sigma] = \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{м}}.$$

Електропровідність — фізична величина, що характеризує здатність тіла проводити електричний струм.

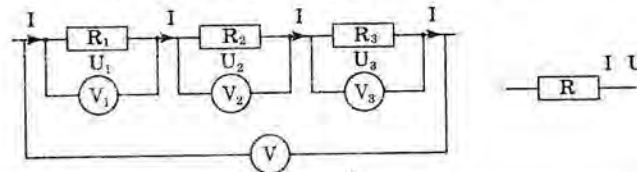
$$G = \frac{1}{R} = \frac{I}{U};$$

$$[G] = \frac{1}{\text{Ом}} = \frac{\text{А}}{\text{В}}.$$

Густина струму: $I = j \cdot S$.

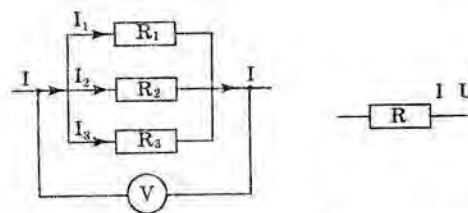
Закон Ома в загальному вигляді: $\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}$.

Послідовне з'єднання провідників



$$\begin{aligned} I_1 = I_2 = I_3 = I \\ U_1 + U_2 + U_3 = U \end{aligned} \xrightarrow{I = \frac{U}{R}} \begin{aligned} U &= I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_3 R_3 \\ IR &= IR_1 + IR_2 + IR_3 \\ R &= R_1 + R_2 + R_3 \end{aligned}$$

Паралельне з'єднання провідників



$$\begin{aligned} I_1 + I_2 + I_3 = I \\ U_1 = U_2 = U_3 = U \end{aligned} \xrightarrow{I = \frac{U}{R}} \begin{aligned} I &= \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_3}{R_3} \\ \frac{U}{R} &= \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3} \\ \frac{1}{R} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \end{aligned}$$

Робота струму

Робота струму — робота сил електричного поля, що створюють електричний струм.

$$A = I \cdot U \cdot \Delta t,$$

де A — робота електричного струму на ділянці кола за час Δt ;

U — напруга.

$[A] = \text{Дж}$.

Потужність струму

Потужність струму дорівнює відношенню роботи струму до часу, за який ця робота виконана:

$$P = \frac{A}{t} = I \cdot U,$$

де P — потужність електричного струму;

I — сила струму;

U — напруга.

$[P] = \text{Дж/с} = \text{Вт}$.

Закон Джоуля—Ленца

Якщо на ділянці кола під дією електричного поля не виконується механічна робота й не відбуваються хімічні перетворення, то робота поля призводить тільки до нагрівання провідника.

$$Q = I^2 \cdot R \cdot t,$$

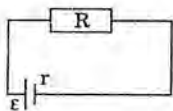
де Q — кількість теплоти, що виділилася в провіднику за час t при проходженні струму;

I — сила струму в провіднику;

R — опір провідника.

Закон Ома для повного кола

Сила струму в електричному колі прямо пропорційна електрорушійній силі (ЕРС) джерела струму й обернено пропорційна сумі електричних опорів зовнішньої й внутрішньої ділянок кола:



$$I = \frac{\varepsilon}{R + r},$$

де r — внутрішній опір джерела струму.

Самовчитель

42. Через провідник з площею перерізу 5 мм і довжиною 5 м, виготовлений з константану (питомий опір $50 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$), за 10 с переноситься 10 Кл електрики. Визначити: силу струму в провіднику; густину струму в кожній точці провідника; опір провідника; електропровідність провідника; питому електропровідність константану; напругу на кінцях провідника; напруженість електричного поля в провіднику.

Дано:

$$S = 5 \text{ мм}^2 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$$

$$l = 5 \text{ м}$$

$$\rho = 50 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$$

$$t = 10 \text{ с}$$

$$q = 10 \text{ Кл}$$

$$I = ?$$

$$j = ?$$

$$R = ?$$

$$G = ?$$

$$\sigma = ?$$

$$U = ?$$

$$E = ?$$

Розв'язання

За визначенням сила струму в провіднику:

$$I = \frac{q}{t}; [I] = \frac{\text{Кл}}{\text{с}} = \text{А}.$$

$$I = \frac{10}{10} = 1 \text{ А}.$$

Густина струму в кожній точці провідника визначається співвідношенням

$$j = \frac{I}{S}; [j] = \frac{\text{А}}{\text{м}^2}; j = \frac{1}{5 \cdot 10^{-6}} = 0,2 \cdot 10^6 \text{ А/м}^2.$$

Опір провідника залежить від його довжини, площі поперечного перерізу й властивостей матеріалу, з якого виготовлено цей провідник:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \text{ де } \rho \text{ — питомий опір провідника.}$$

$$[R] = \frac{\text{Ом} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{м}^2} = \text{Ом}. R = \frac{0,5 \cdot 10^{-6} \cdot 5}{5 \cdot 10^{-6}} = 0,5 \text{ Ом}.$$

Електропровідність провідника обернено пропорційна його опору:

$$G = \frac{1}{R}; [G] = \frac{1}{\text{Ом}}; G = \frac{1}{0,5} = 2 \text{ Ом}^{-1}.$$

σ — питома електропровідність константану, обернено пропорційна його питомому опору

$$\sigma = \frac{1}{\rho}; [\sigma] = \text{Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}; \sigma = \frac{1}{0,5 \cdot 10^{-6}} = 2 \cdot 10^5 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}.$$

За законом Ома для ділянки кола:

$$U = I \cdot R; [U] = \text{А} \cdot \text{Ом} = \text{В}; U = 1 \cdot 0,5 = 0,5 \text{ В}.$$

Напруженість електричного поля в провіднику визначимо за законом Ома в загальному вигляді:

$$j = \sigma \cdot E, \text{ звідси } E = \frac{j}{\sigma}; [E] = \frac{\text{А} \cdot \text{Ом} \cdot \text{м}}{\text{м}^2} = \frac{\text{В}}{\text{м}}; E = \frac{0,2 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^5} = 1 \text{ В/м}.$$

Відповідь: 1 А; $0,2 \cdot 10^6 \text{ А/м}^2$; 0,5 Ом; 2 Ом⁻¹; $2 \cdot 10^5 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$; 0,5 В; 1 В/м.

43. Опір мідного провідника довжиною 1 км — 0,6 Ом, густина струму в ньому $5 \cdot 10^6 \text{ А/м}^2$. Питомий опір міді $1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, густина міді $8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Обчислити: силу струму в провіднику; спадання напруги в провіднику; напругу електричного поля в провіднику; питому електропровідність міді; електропровідність провідника; масу міді, з якої виготовлено провідник.

Дано:

$l = 1 \text{ км} = 10^3 \text{ м}$

$R = 0,6 \text{ Ом}$

$j = 5 \cdot 10^6 \text{ А/м}^2$

$\rho_m = 8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$

$\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$

$I - ?$

$U - ?$

$E - ?$

$\sigma - ?$

$G - ?$

$m - ?$

Розв'язання

Масу міді, з якої виготовлено провідник, можна визначити за рівнянням:

$$m = \rho_m \cdot V, \text{ де } V = l \cdot S \text{ — об'єм міді.}$$

Опір провідника R пов'язаний з його довжиною й площею поперечного перерізу співвідношенням:

$$R = \rho \frac{l}{S} \Rightarrow S = \frac{\rho l}{R}, \text{ тоді}$$

$$m = \rho_m \frac{l^2 \rho}{R}; [m] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Ом} \cdot \text{м}}{\text{м}^2 \cdot \text{Ом}} = \text{кг}.$$

$$m = \frac{8,9 \cdot 10^3 \cdot 10^6 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8}}{0,6} = 252 \text{ кг}.$$

Силу струму I в провіднику можна виразити через густину струму j й площу поперечного перерізу провідника:

$$I = jS = j \frac{\rho l}{R}; [I] = \frac{\text{А} \cdot \text{Ом} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{м}^2 \cdot \text{Ом}} = \text{А}. I = \frac{5 \cdot 10^6 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8} \cdot 10^3}{0,6} = 141 \text{ А}.$$

За законом Ома для ділянки кола знаходимо й $U = I \cdot R$;

$$[U] = \text{А} \cdot \text{Ом} = \text{В}. U = 141 \cdot 0,6 = 84,6 \text{ В} \approx 85 \text{ В}.$$

Питому електропровідність міді визначимо за формулою:

$$\sigma = 1/\rho; [\sigma] = \text{Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1};$$

$$\sigma = \frac{1}{1,7 \cdot 10^{-8}} = 58,8 \cdot 10^6 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}.$$

Напруженість електричного поля в провіднику можна визначити, застосовуючи закон Ома в загальному вигляді $j = \sigma \cdot E$,

$$\text{звідси } E = \frac{j}{\sigma}; [E] = \frac{\text{А} \cdot \text{Ом} \cdot \text{м}}{\text{м}^2} = \frac{\text{В}}{\text{м}}; E = \frac{5 \cdot 10^6}{58,8 \cdot 10^6} = 85 \cdot 10^{-3} \text{ В/м}.$$

Електропровідність провідника є величиною, оберненою до опору R : $G = \frac{1}{R}$; $[G] = 1/\text{Ом}$; $G = \frac{1}{0,6} = 1,67 \text{ Ом}^{-1}$.

Відповідь: 141 А; 85 В; $85 \cdot 10^{-3} \frac{\text{В}}{\text{м}}$; $58,8 \cdot 10^6 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$; $1,67 \text{ Ом}^{-1}$; 252 кг.

44. За який інтервал часу можна нагріти 1 л води від 20°C до кипіння, використовуючи константовий провідник довжиною 5 м, площею поперечного перерізу 5 мм^2 ? Через поперечний переріз провідника за 10 с переноситься 10 Кл електрики. Питомий опір константану $50 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, густина води 10^3 кг/м^3 . ККД установки 50 %.

Дано:

$t = 10 \text{ с}$

$S = 5 \text{ мм}^2 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$

$q = 10 \text{ Кл}$

$l = 5 \text{ м}$

$\rho = 50 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$

$c = 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$

$V = 1 \text{ л} = 10^{-3} \text{ м}^3$

$T_1 = 20^\circ\text{C}$

$T_2 = 100^\circ\text{C}$

$\rho_m = 10^3 \text{ кг/м}^3$

$\eta = 50\% = 0,5$

$\tau - ?$

Розв'язання

ККД установки для нагрівання води

$$\eta = \frac{Q_{\text{кор}}}{Q_{\text{вит}}}$$

За законом Джоуля—Ленца: $Q_{\text{вит}} = I^2 R t$,

де $I = \frac{q}{t}$ — сила струму в провіднику;

$$R = \rho \frac{l}{S} \text{ — опір провідника.}$$

$$\text{Тоді } Q_{\text{вит}} = \frac{q^2}{t^2} \rho \frac{l}{S} \tau.$$

Кількість теплоти, необхідна для нагрівання води:

$$Q_{\text{кор}} = c m \Delta T \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q_{\text{кор}} = c \rho V (T_2 - T_1).$$

$$\eta = \frac{c V \rho_m (T_2 - T_1)}{\left(\frac{q}{t}\right)^2 \rho \frac{l}{S} \tau} = \frac{c V \rho_m (T_2 - T_1) t^2 S}{q^2 \rho l \tau} \Rightarrow \tau = \frac{c V \rho_m (T_2 - T_1) t^2 S}{q^2 \rho l \eta}$$

$$[\tau] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}{\text{кг} \cdot \text{К} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{А}^2 \cdot \text{Ом} \cdot \text{м} \cdot \frac{\text{м}}{\text{м}^2}} = \frac{\text{Дж}}{\text{А}^2 \cdot \text{Ом}} = \frac{\text{В} \cdot \text{Кл} \cdot \text{с}}{\text{Ом} \cdot \text{А} \cdot \text{Кл}} = \text{с}.$$

$$\tau = \frac{4,2 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3 \cdot (100 - 20) \cdot 10^2 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{10^2 \cdot 50 \cdot 10^{-8} \cdot 5 \cdot 0,5} = 13,44 \cdot 10^5 \text{ с}.$$

Отже, нагріти 1 л води неможливо, варто зменшити площу перерізу провідника, щоб скоротити тривалість нагрівання.

Відповідь: $13,44 \cdot 10^5 \text{ с}$.

45. Електродвигун моделі автівки масою 2 кг працює при напрузі 9 В. Автівка рухається з постійною швидкістю 2 м/с. Визначити силу струму в електродвигуні, якщо ККД становить 60 %, а коефіцієнт опору руху 0,08.

Дано:

$m = 2 \text{ кг}$

$U = 9 \text{ В}$

$v = 2 \text{ м/с}$

$\eta = 60\% = 0,6$

$\mu = 0,08$

$I - ?$

Розв'язання

$$\text{ККД } \eta = \frac{A_{\text{кор}}}{A_{\text{вит}}},$$

де $A_{\text{кор}}$ — робота з переміщення автівки;

$$A_{\text{кор}} = F \cdot S.$$

$$F = \mu \cdot N = \mu m g.$$

$S = v \cdot t$, тому що рух рівномірний і прямолінійний.

$$A_{\text{кор}} = \mu mgvt.$$

$A_{\text{віт}}$ — робота струму.

$$A_{\text{віт}} = IUt.$$

$$\eta = \frac{\mu mgvt}{IUt} = \frac{\mu mgv}{IU} \Rightarrow I = \frac{\mu mgv}{\eta U}.$$

$$[I] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{В}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{с} \cdot \text{В}} = \frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot \text{В}} = \frac{\text{Дж} \cdot \text{Кл}}{\text{с} \cdot \text{Дж}} = \frac{\text{Кл}}{\text{с}} = \text{А}.$$

$$I = \frac{0,08 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 2}{0,6 \cdot 9} = 0,59 \text{ А}.$$

Відповідь: 0,59 А.

46. Визначити напругу на виході джерела постійного струму з ЕРС 20 В, внутрішнім опором 2 Ом при підключенні навантаження з електричним опором 8 Ом.

Дано: Розв'язання

$$\varepsilon = 20 \text{ В}$$

$$r = 2 \text{ Ом}$$

$$R = 8 \text{ Ом}$$

$$U = ?$$

Закон Ома для ділянки кола: $I = \frac{U}{R} \Rightarrow U = I \cdot R.$

Закон Ома для повного кола: $I = \frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow U = \frac{\varepsilon}{R+r} \cdot R;$

$$[U] = \frac{\text{В}}{\text{Ом}} \cdot \text{Ом} = \text{В}.$$

$$U = \frac{20}{2+8} \cdot 8 = 16 \text{ В}.$$

Відповідь: 16 В.

47. Визначити внутрішній опір й ЕРС джерела струму, якщо при силі струму 30 А потужність у зовнішньому колі дорівнює 180 Вт, а при силі струму 10 А — 100 Вт.

Дано:

$$I_1 = 30 \text{ А}$$

$$N_1 = 180 \text{ Вт}$$

$$I_2 = 10 \text{ А}$$

$$N_2 = 100 \text{ Вт}$$

$$\varepsilon = ?$$

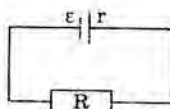
$$r = ?$$

Розв'язання

$$\text{Потужність } N = \frac{A}{t} = \frac{I^2 R \Delta t}{\Delta t} = I^2 R.$$

$$N_1 = I_1^2 R_1 \Rightarrow R_1 = \frac{N_1}{I_1^2},$$

$$N_2 = I_2^2 R_2 \Rightarrow R_2 = \frac{N_2}{I_2^2}.$$



$$\text{Закон Ома для повного кола: } I = \frac{\varepsilon}{R+r}.$$

$$\begin{cases} I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r}, & \left\{ \begin{array}{l} 30 = \frac{\varepsilon}{0,2 + r}, \\ 10 = \frac{\varepsilon}{1 + r}. \end{array} \right. \Rightarrow \varepsilon = 10 + 10r. \end{cases}$$

$$10 + 10r = 6 + 30r,$$

$$20r = 4,$$

$$r = 0,2 \text{ Ом}.$$

$$\varepsilon = 10 + 10 \cdot 0,2 = 12 \text{ В}.$$

Відповідь: 12 В.

Електричний струм у різних середовищах

Це треба знати!

Назва середовища	Носії заряду
Метали	Вільні електрони
Електроліти	Позитивні й негативні йони
Газы, плазма	Електрони і йони
Вакуум	Електрони, що вилетіли з поверхні електрода внаслідок емісії
Напівпровідники	Електрони й дірки

Електричний струм у металах

Усі метали у твердому й рідкому станах є провідниками електричного струму. Поза електричним полем вільні електрони переміщуються в кристалі металу хаотично, а під дією електричного поля, крім хаотичного руху, набувають упорядкованого руху в одному напрямку — у провіднику виникає електричний струм.

Опір металів зумовлений дефектами ґраток і тепловими коливаннями йонів у вузлах ґраток, що перешкоджає спрямованому руху вільних електронів, тому при нагріванні опір збільшується.

Надпровідність

Надпровідність — явище зменшення питомого опору до нуля при температурі, відмінній від абсолютного нуля. Електричний опір стрибком падає до нуля при охолодженні нижче критичної температури T_k , характерної для даного провідника, тобто метал стає абсолютним провідником.

Критична температура для металів становить 1–20 К. Для деяких керамічних матеріалів температура $T_k \geq 100 \text{ К}$ — високотемпературна надпровідність.

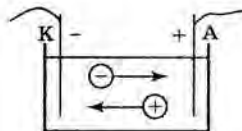
Електричний струм в електролітах

Електроліти — речовини, розчини яких проводять електричний струм. До електролітів належать водяні розчини солей, кислот і лугів.

Електролітична дисоціація — розпад молекул електроліту на позитивні й негативні йони в розчині.

Електроліз — зміна хімічного складу розчину або розплаву, зумовлена втратою або приєднанням електронів йонами.

Закон Фарадея (закон електролізу): маса m речовини, що виділилась на електроді, пропорційна заряду q , що пройшов через електрод:



$$m = k \cdot q \text{ або } m = k \cdot I \cdot t,$$

де k — електрохімічний еквівалент,

$$k = \frac{M}{e \cdot N_A \cdot n},$$

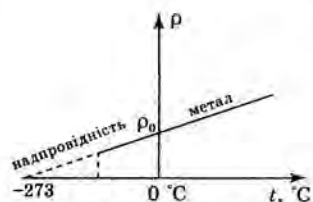
де M — молярна маса;
 n — валентність;
 e — елементарний заряд;
 N_A — стала Авогадро.

*Залежність питомого опору металів
 й електролітів від температури*

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha \cdot t),$$

де ρ — питомий опір за 0°C ;
 t — температура за шкалою Цельсія;
 α — температурний коефіцієнт опору; для металів ($\alpha > 0$) опір при нагріванні збільшується;

для електролітів ($\alpha < 0$) опір при нагріванні зменшується.



Графік залежності питомого опору металів від температури

Електричний струм у газах

Гази в нормальних умовах є діелектриками. Носії електричного струму в газах виникають тільки в результаті йонізації.

Газовий розряд — проходження електричного струму через гази.

Несамостійний газовий розряд — явище проходження електричного струму через газ за умови зовнішнього йонізуючого впливу (ультрафіолетове, рентгенівське й радіоактивне випромінювання, сильне нагрівання).

Самостійний газовий розряд — явище проходження через газ електричного струму, що не залежить від дії зовнішніх йонізаторів.

Йонізація при самостійному розряді здійснюється електронним ударом. Вона можлива за умови

$$\frac{mv^2}{2} \geq A_i,$$

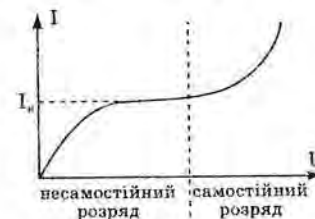
де m — маса електрона;

v — швидкість електрона;

A_i — робота йонізації.

Самостійний газовий розряд виникає тільки за великої напруженості поля ($E = 3 \cdot 10^6 \text{ В/м}$) або високої температури.

Напруга пробою — напруга, за якої виникає самостійний розряд.



Графік залежності сили струму в колі від напруги між електродами — вольт-амперна характеристика

Типи самостійного розряду

- Жевріючий розряд** — виникає за низького тиску. $P \approx 0,01$ – 1 мм рт. ст. , застосовується в газорозрядних трубках і газових лазерах.
- Іскровий розряд** — виникає за великих напруженостей електричного поля в газі, що перебуває під тиском порядку атмосферного (блискавка, пробій діелектрика).
- Дуговий розряд** — виникає:
 - якщо після запалювання іскрового розряду від потужного джерела поступово зменшувати відстань між електродами;
 - якщо електроди зблизити до зіткнення (минаючи стадію іскри), а потім їх розвести.
- Коронний розряд** — виникає за високого тиску в різко неоднорідному полі поблизу електродів з великою кривизною поверхні (наприклад, вістря).

Поняття про плазму

Плазма — четвертий стан речовини — газ, у якому значна частина молекул або атомів йонізована.

У плазмі концентрація позитивних і негативних зарядів практично однакова, тобто плазма електронейтральна.

Газорозрядна плазма виникає під час газових розрядів.
 Високотемпературна плазма виникає за надвисоких температур ($T > 10^6$ K).

Електричний струм у вакуумі

Вакуум — дуже розріджений газ, молекули якого зіштовхують одна з одною рідше, ніж зі стінками посудини.

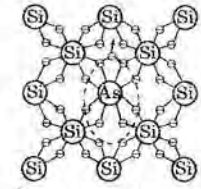
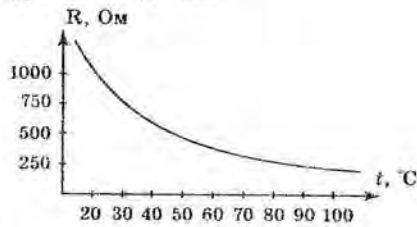
Термоелектронна емісія — явище висилання вільних електронів з поверхлі нагрітих тіл.

Напівпровідники

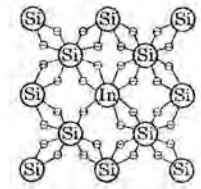
Напівпровідники — речовини, у яких кількість вільних зарядів залежить від температури.

Напівпровідник є діелектриком за низьких температур, але вже при кімнатній температурі напівпровідник проводить струм.

На відміну від металів, питомий опір напівпровідників з підвищенням температури зменшується.



5-валентні атоми Арсену (As) у кристалі кремнію (Si)



3-валентні атоми Індію (In) у кристалі кремнію (Si)

Типи напівпровідників

1. Чисті напівпровідники (кремній, германій) мають власну провідність, що виникає в результаті розриву ковалентних зв'язків у чистому напівпровіднику.
2. Домішкові напівпровідники *n*-типу (домішка Арсену в кремнії) мають електронну провідність. Домішкові атоми мають більшу валентність, ніж основні атоми, тобто містять один зайвий електрон. За підвищення температури ці зайві електрони стають вільними.
3. Домішкові напівпровідники *p*-типу (домішка Індію в кремнії) мають діркову провідність. Валентність домішкових атомів менша від валентності основних атомів, що призводить до нестачі електронів. З'являються «дірки», які «рухаються» під дією електричного поля як позитивно заряджені частинки.

Електронно-дірковий перехід (*p-n*-перехід)

Являє собою контакт між напівпровідниками *p*- і *n*-типу.

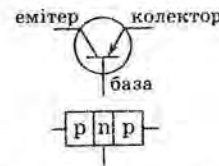
У результаті зустрічної дифузії електронів і дірок біля *p-n*-переходу утворюється заірний електричний шар, поле якого перешкоджає подальшому переходу електронів і дірок через межу. У заірному шарі низька концентрація вільних носіїв заряду, що спричиняє підвищений опір. Якщо зовнішнє електричне поле направлене від напівпровідника *p*-типу до напівпровідника *n*-типу (струм іде в прямому напрямку), опір заірного шару різко зменшується; при протилежному напрямку струму опір різко зростає.

Напівпровідниковий діод — елемент з однобічною провідністю, що містить один *p-n*-перехід.

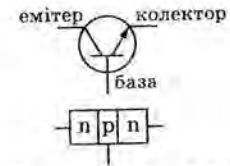
	<p>Вільні носії заряду рухаються до <i>p-n</i>-переходу, що призводить до збільшення сили струму</p>
	<p>Вільні носії заряду рухаються від <i>p-n</i>-переходу, що призводить до зменшення сили струму</p>
<p>Позначення діода на схемі</p>	

Транзистор — напівпровідниковий прилад, що містить два *p-n*-переходи.

Транзистор надає можливості підсилювати слабкі електричні сигнали.



Транзистор типу *p-n-p*



Транзистор типу *n-p-n*

Самовчитель

48. На цоколі електричної лампочки написано: 220 В, 40 Вт. За кімнатної температури опір спіралі 175 Ом. Визначити температуру спіралі лампи в робочому стані. Температурний коефіцієнт опору вольфраму $5,1 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

Дано:

$U = 220 \text{ В}$

$P = 40 \text{ Вт}$

$R = 175 \text{ Ом}$

$t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$

$\alpha = 5,1 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$

$t_1 = ?$

Розв'язання

Залежність опору металу від температури має вигляд $R = R_0(1 + \alpha t)$, де R_0 — опір металу за $0 \text{ }^\circ\text{C}$, звідси

$$R_0 = \frac{R}{1 + \alpha t};$$

$$R_0 = \frac{175}{1 + 5,1 \cdot 10^{-3} \cdot 20} = 158,8 \approx 159 \text{ Ом.}$$

$$R_1 = \frac{U^2}{P}; R_1 = \frac{220^2}{40} = 1210 \text{ Ом.}$$

$$R_1 = R_0(1 + \alpha t_1), \text{ тоді}$$

$$t_1 = \frac{R_1 - R_0}{\alpha R_0}; [t_1] = \frac{\text{Ом} \cdot \text{K}}{\text{Ом}} = \text{K.}$$

$$t_1 = \frac{1210 - 159}{5 \cdot 10^{-3} \cdot 159} = 1300 \text{ }^\circ\text{C.}$$

Відповідь: 1300 °C.

49. За температури $20 \text{ }^\circ\text{C}$ опір мідного провідника 200 Ом. Якщо до нього приєднати джерело струму з ЕРС 300 В і внутрішнім опором 10 Ом, температура збільшиться до $135 \text{ }^\circ\text{C}$. Визначити силу струму в провіднику. Температурний коефіцієнт опору міді $4,3 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

Дано:

$R_1 = 200 \text{ Ом}$

$t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$

$t_2 = 135 \text{ }^\circ\text{C}$

$\alpha = 4,3 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$

$R = 10 \text{ Ом}$

$\varepsilon = 300 \text{ В}$

$I = ?$

Розв'язання

Залежність опору провідника від температури має вигляд $R = R_0(1 + \alpha t)$, де R_0 — опір металу при $0 \text{ }^\circ\text{C}$; α — температурний коефіцієнт опору металу. Тоді $R_1 = R_0(1 + \alpha t_1)$ і $R_2 = R_0(1 + \alpha t_2)$,

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{1 + \alpha t_1}{1 + \alpha t_2}; \frac{R_1}{R_2} = \frac{1 + 4,3 \cdot 10^{-3} \cdot 20}{1 + 4,3 \cdot 10^{-3} \cdot 135} = 0,69.$$

$$R_2 = \frac{R_1}{0,69} = \frac{200}{0,69} = 290 \text{ Ом.}$$

За законом Ома для замкнутого кола: $I = \frac{\varepsilon}{R_2 + r}$.

$$I = \frac{200}{290 + 10} = 0,67 \text{ А.}$$

Відповідь: 0,67 А.

50. Для покриття деталі шаром срібла через електроліт пропускають електричний струм 5 А протягом 10 хвилини. Скільки при цьому використовують срібла? Електрохімічний еквівалент срібла $1,118 \cdot 10^{-6} \text{ кг/Кл}$.

Дано:

$I = 5 \text{ А}$

$t = 10 \text{ хв} = 600 \text{ с}$

$k = 1,118 \cdot 10^{-6} \text{ кг/Кл}$

$m = ?$

Розв'язання

Згідно з першим законом Фарадея для електролізу: $m = kq$, де k — електрохімічний еквівалент; q — заряд, що проходить через електроліт. Але $q = It$, тоді $m = kIt$;

$$[m] = \frac{\text{кг}}{\text{Кл}} \cdot \text{А} \cdot \text{с} = \text{кг. } m = 1,118 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 600 = 3,3 \cdot 10^{-3} \text{ кг.}$$

Відповідь: $3,3 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$.

51. Для покриття деталі шаром міді товщиною 0,01 см через електроліт пропускають електричний струм, середня густина якого 1000 А/м^2 . Визначити час нанесення покриття. Густина міді $8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, валентність 2, відносна атомна маса $63,6 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$.

Дано:

$j = 1000 \text{ А/м}^2 = 10^3 \text{ А/м}^2$

$M = 63,6 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$

$d = 0,01 \text{ см} = 10^{-4} \text{ м}$

$\rho_m = 8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$

$n = 2$

$t = ?$

Розв'язання

Маса речовини, що виділилася при електролізі: $m = \rho_m V = \rho_m Sd$. З іншого боку, за законом Фарадея для електролізу:

$$m = \frac{M}{nF} It.$$

Зрівнявши, одержимо: $\frac{M}{nF} It = \rho_m Sd$, звідси

$$t = \frac{\rho_m SdnF}{MI}, \text{ але, враховуючи те, що } j = \frac{I}{S}, \text{ одержимо:}$$

$$t = \frac{\rho_m dnF}{Mj}; [t] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{Кл} \cdot \text{моль} \cdot \text{м}^2}{\text{м}^3 \cdot \text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{А}} = \frac{\text{Кл} \cdot \text{с}}{\text{Кл}} = \text{с.}$$

$$t = \frac{8,9 \cdot 10^3 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 9,65 \cdot 10^4}{63,6 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3} = 2,7 \cdot 10^3 \text{ с.}$$

Відповідь: $2,7 \cdot 10^3 \text{ с}$.

Це треба знати!

Магнітне поле

Магнітне поле — неперервне поле в просторі, що здійснює силовий вплив на рухомі заряджені частинки.

Магнітне поле:

1) визначає магнітну взаємодію, що виникає:

- між двома струмами;
- між струмом і зарядом, що рухається;
- між двома зарядами, що рухаються.

2) створюється:

- струмами;
- магнітами;
- зарядами, що рухаються.

3) впливає на внесені в нього:

- струми;
- магніти;
- заряди, що рухаються.

Вектор магнітної індукції

Вектор магнітної індукції \vec{B} — силова характеристика магнітного поля.

Напрямок вектора магнітної індукції:

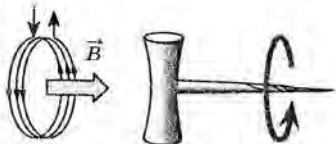
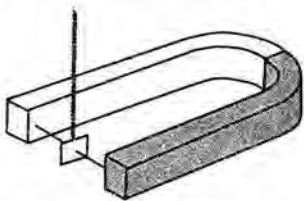
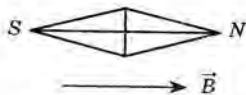
1) збігається з напрямком осі магнітної стрілки в поле від південного полюса до північного;

2) збігається з напрямком вектора позитивної нормалі до вільно підвішеної рамки зі струмом:

позитивний напрямок нормалі — напрямок поступального руху гвинта, голівка якого обертається в напрямку струму, що тече в рамці;

3) визначається за правилом гвинта:

якщо рукоятку гвинта із правою різькою обертати за напрямком струму в рамці, то напрямком руху вістря буде збігатися з напрямком руху \vec{n} .



Сила Ампера

Сила Ампера — сила, що діє з боку магнітного поля на ділянку провідника зі струмом:

$$F_A = I \cdot \Delta l \cdot B \cdot \sin \alpha,$$

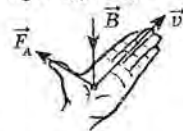
де I — сила струму;

Δl — довжина ділянки;

B — модуль вектора магнітної індукції;

α — кут між вектором \vec{B} і напрямком струму в провіднику.

Вектор \vec{F}_A перпендикулярний до провідника зі струмом і вектора \vec{B} .



Напрямок \vec{F}_A визначається за **правилом лівої руки**: якщо долоню лівої руки розташувати так, щоб у неї входив \vec{B} , а чотири витягнуті пальці розташувати за напрямком струму в провіднику, то відігнутий великий палець покаже напрямок сили Ампера.

Модуль вектора магнітної індукції

Модуль вектора магнітної індукції — відношення максимального значення модуля сили Ампера, що діє на прямолінійний провідник зі струмом, до добутку сили струму в провіднику і його довжини.

Сила Ампера максимальна при $\alpha = 90^\circ$.

$$B = \frac{F_{\max}}{I \cdot \Delta l};$$

$$[B] = \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} = \text{Тл}.$$

Модуль вектора магнітної індукції дорівнює відношенню максимального обертового моменту, що діє в магнітному полі на виток зі струмом, до добутку сили струму у витку на його площу:

$$B = \frac{M_{\max}}{I \cdot S \cdot n},$$

де n — кількість витків.

Магнітна індукція поля прямого провідника зі струмом прямо пропорційна силі струму в ньому й обернено пропорційна відстані від провідника до досліджуваної точки поля:

$$B = k \cdot \frac{I}{r},$$

де $k = \frac{\mu_0}{2\pi}$,

$\mu_0 = 12,56 \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2$ — магнітна стала.

Сила Лоренца

Сила Лоренца — сила, що діє з боку магнітного поля на заряд, що рухається:

$$F_L = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha,$$

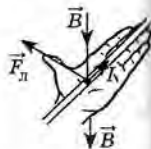
де v — швидкість заряду;

B — модуль вектора магнітної індукції;

α — кут між векторами \vec{B} і \vec{v} .

Вектор \vec{F}_L перпендикулярний векторам \vec{B} і \vec{v} .

Напрямок \vec{F}_L визначається за правилом лівої руки. Для позитивного заряду треба чотири витягнуті пальці направити вздовж \vec{v} , для негативного заряду — протилежно до \vec{v} .



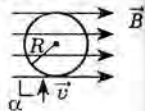
Рух заряджених частинок у магнітному полі

Заряджена частинка влітає в однорідне магнітне поле

1) зі швидкістю \vec{v} перпендикулярно до ліній індукції магнітного поля \vec{B} :

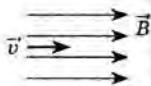
$$\vec{v} \perp \vec{B}, \alpha = 90^\circ,$$

$$\text{траєкторія руху} — \text{коло радіуса } R = \frac{mv}{qB};$$



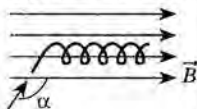
2) зі швидкістю \vec{v} паралельно лініям індукції магнітного поля \vec{B} :

$$\vec{v} \parallel \vec{B}, \alpha = 0^\circ, \vec{F}_L = 0, \text{ траєкторія руху} — \text{пряма};$$



3) зі швидкістю \vec{v} під деяким кутом до ліній індукції магнітного поля \vec{B} :

$$0^\circ < \alpha < 90^\circ, \text{ траєкторія руху} — \text{гвинтова лінія}.$$

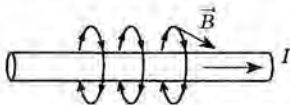


Лінії магнітної індукції

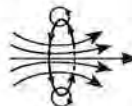
Лінія магнітної індукції — лінія, у будь-якій точці якої вектор магнітної індукції \vec{B} напрямлений по дотичній.

Лінії магнітної індукції завжди утворюють замкнені криві — магнітне поле є вихровим.

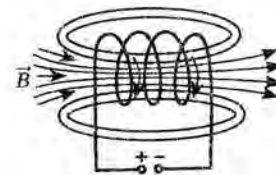
1. Нескінченно довгий провідник зі струмом — лінії являють собою концентричні кола;



2. Виток зі струмом — лінії замикаються зовні, проходячи через площину витка.



3. Котушка зі струмом (соленоїд) — лінії замикаються зовні, проходячи через площини витків, поле усередині котушки однорідне.



Речовина в магнітному полі

Магнітна проникність — фізична величина, що показує, у скільки разів індукція \vec{B} магнітного поля в однорідному середовищі відрізняється за модулем від індукції \vec{B}_0 магнітного поля у вакуумі:

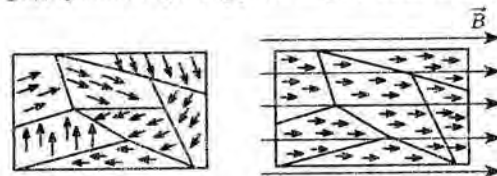
$$\vec{B} = \mu \vec{B}_0,$$

де μ — коефіцієнт, що характеризує магнітні властивості середовища.

Класифікація речовин за їхніми магнітними властивостями:

Діамагнетики	$\mu < 1$ (вісмут $\mu = 0,999824$)	Слабомагнітні речовини
Парамагнетики	$\mu > 1$ (платина $\mu = 1,00036$)	Сильномагнітні речовини
Феромагнетики	$\mu \gg 1$ (залізо, нікель, кобальт)	

Гіпотеза Ампера: магнітні властивості тіла визначаються мікроскопічними електричними струмами усередині речовини. Якщо струми різнонаправлені, то породжувані цими струмами магнітні поля компенсують одне одного. У зовнішньому магнітному полі відбувається впорядкування цих струмів — речовина намагнічується.



52. Рамка площею $0,1 \text{ м}^2$ із силою струму 1 А розміщена в магнітному полі так, що на неї діє максимальний обертальний момент $0,01 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Визначити значення модуля магнітної індукції.

Самовчитель

Дано:

$$I = 1 \text{ А}$$

$$M_{\text{max}} = 0,01 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$S = 0,1 \text{ м}^2$$

$B = ?$

Розв'язання

Модуль магнітної індукції:

$$B = \frac{M_{\text{max}}}{I \cdot S};$$

$$[B] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{А} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} = \text{Тл.}$$

$$B = \frac{0,01}{1 \cdot 0,1} = 0,1 \text{ Тл.}$$

Відповідь: 0,1 Тл.

53. Визначити максимальну магнітну індукцію на відстані 27 см від осі провідника зі струмом 675 А.

<p>Дано: $I = 675 \text{ А}$ $r = 27 \text{ см} = 0,27 \text{ м}$ $B = ?$</p>	<p><i>Розв'язання</i> Магнітна індукція поля прямого провідника дорівнює $B = k \frac{I}{r}$, де $k = \frac{\mu_0}{2\pi}$, $\mu_0 = 12,56 \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2$ — магнітна стала;</p>
---	---

R — відстань від провідника до досліджуваної точки поля.

Таким чином, $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$; $[B] = \frac{\text{Н} \cdot \text{А}}{\text{А}^2 \cdot \text{м}} = \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} = \text{Тл.}$

$$B = \frac{12,56 \cdot 10^{-7} \cdot 675}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,27} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Тл.}$$

Відповідь: $5 \cdot 10^{-4} \text{ Тл.}$

54. На прямий провідник довжиною 1 м, розташований перпендикулярно до ліній магнітної індукції поля, значення якої 30 мТл, діє сила 0,27 Н. Визначити силу струму в провіднику.

<p>Дано: $l = 1 \text{ м}$ $\alpha = 90^\circ$ $B = 30 \text{ мТл} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ Тл}$ $F = 0,27 \text{ Н}$ $I = ?$</p>	<p><i>Розв'язання</i> З боку магнітного поля на провідник зі струмом діє сила Ампера: $F_A = BIl \sin \alpha$; $\alpha = 90^\circ$, тому що $\vec{B} \perp l \Rightarrow F_A = BIl$. Звідси знайдемо силу струму в провіднику: $I = \frac{F_A}{Bl}$;</p>
---	--

$$[I] = \frac{\text{Н}}{\text{м} \cdot \text{Тл}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{А} \cdot \text{м}}{\text{м} \cdot \text{Н}} = \text{А.}$$

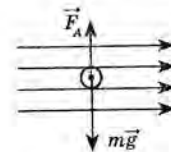
$$I = \frac{0,27}{3 \cdot 10^{-2} \cdot 1} = 9 \text{ А.}$$

Відповідь: 9 А.

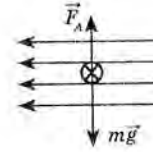
55. Сила струму в горизонтально розташованому провіднику довжиною 40 см і масою 8 г дорівнює 10 А. Визначити модуль і напря-

мок індукції магнітного поля, у яке потрібно помістити провідник, щоб сила тяжіння зрівноважила силу Ампера.

<p>Дано: $l = 40 \text{ см} = 0,4 \text{ м}$ $m = 8 \text{ г} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$ $I = 10 \text{ А}$ $B = ?$</p>	<p><i>Розв'язання</i> $F_A = F_{\text{тяж}}$ (за умовою); $F_A = BIl \sin \alpha$, $F_{\text{тяж}} = mg$; $BIl \sin \alpha = mg$. $B \sin \alpha = \frac{mg}{Il}$; $[B] = \frac{\text{Н} \cdot \text{кг}}{\text{кг} \cdot \text{А} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} = \text{Тл.}$ $B \sin \alpha = \frac{8 \cdot 10^{-3} \cdot 10}{10 \cdot 0,4} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ Тл.}$</p>
--	---



струм до нас



струм від нас

Відповідь: $2 \cdot 10^{-2} \text{ Тл.}$

56. До магнітного поля з індукцією 0,27 Тл влітає позитивно заряджена частинка із зарядом, що дорівнює $2\bar{e}$, зі швидкістю $2,7 \cdot 10^3 \text{ км/с}$. Обчислити силу Лоренца.

<p>Дано: $B = 0,27 \text{ Тл}$ $q = 2\bar{e}$ $v = 2,7 \cdot 10^3 \text{ км/с} = 2,7 \cdot 10^6 \text{ м/с}$ $F_L = ?$</p>	<p><i>Розв'язання</i> З боку магнітного поля на заряджену частинку, що рухається, діє сила Лоренца: $F_L = Bqv \sin \alpha$. Якщо $\vec{v} \perp \vec{B}$, то $\alpha = 90^\circ$, $\sin \alpha = 1$. $F_L = Bqv = B2\bar{e}v$, де $\bar{e} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ — заряд електрона. $[F_L] = \frac{\text{Тл} \cdot \text{Кл} \cdot \text{м}}{\text{с}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{Кл} \cdot \text{м}}{\text{А} \cdot \text{м} \cdot \text{с}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{Кл} \cdot \text{с}}{\text{Кл} \cdot \text{с}} = \text{Н.}$ $F_L = 0,27 \cdot 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2,7 \cdot 10^6 = 2,33 \cdot 10^{-13} \text{ Н.}$</p>
--	--

Відповідь: $2,33 \cdot 10^{-13} \text{ Н.}$

57. В однорідне магнітне поле з індукцією 1 Тл влітає частинка масою 1 мг й зарядом 1 мкКл перпендикулярно до ліній магнітної індукції. Визначити період обертання.

Дано:

$$q = 1 \text{ мкКл} = 10^{-6} \text{ Кл}$$

$$m = 1 \text{ мг} = 10^{-6} \text{ кг}$$

$$B = 1 \text{ Тл}$$

t — ?

Розв'язання

З боку магнітного поля на заряджену частинку, що рухається, діє сила Лоренца:

$$F_L = Bqv \sin \alpha.$$

Якщо $\vec{v} \perp \vec{B}$, то $\alpha = 90^\circ$, $\sin \alpha = 1$.

Частинка рухається по колу, тому на неї діє доцентрова сила:

$$F_{\text{доц}} = ma_{\text{доц}}, \quad a_{\text{доц}} = \frac{v^2}{R}, \quad \text{де } R \text{ — радіус кола.}$$

$$F_L = F_{\text{доц}}, \quad ma_{\text{доц}} = Bqv, \quad m \frac{v^2}{R} = Bqv;$$

$$m \frac{v}{R} = Bq \Rightarrow \frac{v}{R} = \frac{Bq}{m}.$$

$$\text{Період обертання: } T = \frac{2\pi R}{v} \Rightarrow \frac{2\pi m}{Bq};$$

$$[T] = \frac{\text{кг}}{\text{Тл} \cdot \text{Кл}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{А} \cdot \text{м}}{\text{Н} \cdot \text{Кл}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{Кл} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{с} \cdot \text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{Кл}} = \text{с}.$$

$$T = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 10^{-6}}{1 \cdot 10^{-6}} = 6,28 \text{ с}.$$

Відповідь: 6,28 с.

58. Заряджена частинка рухається зі швидкістю 100 м/с перпендикулярно до лінії взаємно перпендикулярних однорідних електричного і магнітного полів. Визначити відношення модуля вектора магнітної індукції до модуля вектора напруженості електричного поля.

Дано:

$$v = 100 \text{ м/с}$$

$$\vec{E} \perp \vec{B} \perp \vec{v}$$

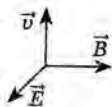
$$\frac{B}{E} \text{ — ?}$$

Розв'язання

З боку електричного поля на частинку діє сила:

$$F_{\text{ел}} = E \cdot q, \quad \text{де } E \text{ — напруженість електричного поля, } \Rightarrow E = \frac{F}{q}.$$

$$\vec{E} \perp \vec{B} \perp \vec{v}$$



З боку магнітного поля на частинку діє сила Лоренца

$$F_M = F_L = B \cdot q \cdot v \cdot \sin \alpha; \quad \alpha = 90^\circ \text{ (за умовою)} \Rightarrow \sin 90^\circ = 1;$$

$$F_M = Bqv \Rightarrow B = \frac{F_M}{qv}.$$

$$\frac{B}{E} = \frac{F_M}{qv} \cdot \frac{q}{F_{\text{ел}}} = \frac{1}{v}.$$

$$\frac{B}{E} = \frac{1}{100} = 0,01.$$

Відповідь: 0,01.

59. Електрон рухається в магнітному полі з індукцією 2 мТл по гвинтовій лінії радіусом 2 см і кроком гвинта 5 см. Визначити швидкість електрона.

Дано:

$$\vec{v} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$$B = 2 \text{ мТл} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}$$

$$R = 2 \text{ см} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$h = 5 \text{ см} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

v — ?

Розв'язання

На заряджену частинку, що рухається, з боку магнітного поля діє сила Лоренца:

$$F_L = Bqv \sin \alpha = B\vec{v} \perp \sin \alpha.$$

Швидкість руху частинки можна розбити на дві складові — швидкість обертання v_\perp й швидкість руху уздовж гвинтової лінії v_\parallel .

$$F_{\text{доц}} = \frac{m_e v_\perp^2}{R}, \quad \text{де } F_{\text{доц}} = F_L, \quad \text{тоді } v_\perp = \frac{B\vec{v} R}{m_e};$$

$$v_\parallel = \frac{h}{T}, \quad \text{де } T \text{ — період обертання по спіралі,}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v_\perp} = \frac{2\pi R m_e}{B\vec{v} R} = \frac{2\pi m_e}{B\vec{v}}, \quad \text{у такий спосіб } v_\parallel = \frac{h B \vec{v}}{2\pi m_e}.$$

$$v^2 = v_\perp^2 + v_\parallel^2, \quad \text{тоді } v = \sqrt{\left(\frac{B\vec{v} R}{m_e}\right)^2 + \left(\frac{h B \vec{v}}{2\pi m_e}\right)^2} = \frac{B\vec{v}}{m_e} \sqrt{R^2 + \left(\frac{h}{2\pi}\right)^2}.$$

$$[v] = \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} \cdot \frac{\text{Кл}}{\text{кг}} \cdot \text{м} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{\text{с}}{\text{Кл} \cdot \text{м}} \cdot \frac{\text{Кл}}{\text{кг}} \cdot \text{м} = \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$v = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}} \sqrt{(2 \cdot 10^{-2})^2 + \left(\frac{5 \cdot 10^{-2}}{2\pi}\right)^2} = 7,5 \cdot 10^6 \text{ м/с}.$$

Відповідь: $7,5 \cdot 10^6$ м/с.

Електромагнітна індукція

Це треба знати!

Електромагнітна індукція — явище виникнення електричного струму в замкненому контурі при змінах магнітного поля, що пронизує контур.

Індукційний струм — струм, що виникає в результаті електромагнітної індукції.

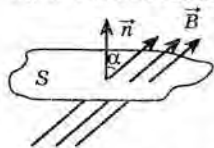
Індукційний струм виникає, якщо рухати котушку або магніт так, щоб змінювалося число ліній магнітної індукції, що пронизують замкнений контур.

Індуковане електричне поле в провіднику, що рухається, характеризується різницею потенціалів:

$$\Delta\varphi = B \cdot l \cdot v \cdot \sin \alpha.$$

Магнітний потік (потік магнітної індукції) через площадку площею S визначається за формулою:

$$\Phi = B_n \cdot S = B \cdot S \cdot \cos \alpha,$$



де B_n — проекція вектора \vec{B} на нормаль \vec{n} до площини площадки;

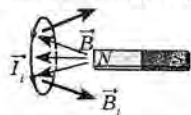
α — кут між \vec{B} і \vec{n} .

$$[\Phi] = \text{Тл} \cdot \text{м}^2 = \text{Вб}.$$

Магнітний потік пропорційний числу ліній магнітної індукції, що пронизують контур.

Правило Ленца

Індукційний струм своїм магнітним полем протидіє зміні магнітного потоку, яким він викликаний.



При зближенні магніту й контуру у контурі виникає індукційний струм I_i такого напрямку, що контур і магніт відштовхуються один від одного.

Напрямок індукційного струму залежить:

- від зростання або зменшення магнітного потоку, що пронизує контур;
- від напрямку вектора індукції магнітного поля відносно контуру.

Закон електромагнітної індукції (закон Фарадея)

ЕРС індукції ϵ_i в замкненому контурі дорівнює модулю швидкості зміни магнітного потоку через поверхню, обмежену контуром:

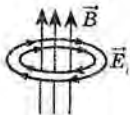
$$\epsilon_i = \left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right|; \text{ з огляду на правило Ленца, } \epsilon_i = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Вихрове електричне поле

Вихрове електричне поле — електричне поле, що виникає при змінах магнітного поля.

Вихрове електричне поле не пов'язане з електричними зарядами, його лінії напруженості — замкнені.

Вихрове електричне поле не потенціальне, тобто робота сил вихрового електричного поля при русі електричного заряду по замкненому контуру може бути відмінною від нуля.



Самоіндукція

Самоіндукція — явище виникнення ЕРС індукції в електричному колі в результаті зміни сили струму в цьому колі.

Згідно з правилом Ленца ЕРС самоіндукції перешкоджає зростанню сили струму при увімкненні кола й зменшенню сили струму при його вимкненні.

Індуктивність

Індуктивність — коефіцієнт пропорційності між силою струму в контурі й магнітним потоком, створюваним цим струмом:

$$\Phi = L \cdot I. \quad [L] = \text{Вб}/\text{А} = \text{Гн}.$$

Величина L — характеристика контуру, що залежить від його розмірів і форми, а також від магнітної проникності середовища.

Згідно з законом електромагнітної індукції: $\epsilon_{si} = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}.$

Енергія магнітного поля струму

Енергія магнітного поля котушки зі струмом:

$$W_m = \frac{LI^2}{2},$$

де L — індуктивність;

I — сила струму.

$$[W_m] = \text{Дж}.$$

60. Обчислити різницю потенціалів між кінцями осі залізничного вагона довжиною 16 м, якщо на горизонтальній ділянці шляху швидкість поїзда 36 км/год. Вертикальна складова індукції магнітного поля Землі $2 \cdot 10^{-5}$ Тл.

Самовчитель

Дано:

$$l = 16 \text{ м}$$

$$v = 36 \text{ км/год}$$

$$B = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}$$

$\Delta\varphi = ?$

Розв'язання

Між кінцями осі залізничного вагона внаслідок електромагнітної індукції виникає різниця потенціалів: $\Delta\varphi = Blv \sin \alpha$, де α — кут між векторами швидкості і магнітної індукції B .

У цьому випадку $\alpha = 90^\circ$, $\sin \alpha = 1$, тоді $\Delta\varphi = Blv$;

$$[\Delta\varphi] = \frac{\text{Тл} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{с}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{А} \cdot \text{м} \cdot \text{с}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В}.$$

$$\Delta\varphi = 2 \cdot 10^{-5} \cdot 16 \cdot 10 = 32 \cdot 10^{-5} \text{ В}.$$

Відповідь: $32 \cdot 10^{-5}$ В.

61. У магнітному полі з індукцією 0,2 Тл рухається провідник, довжина активної частини якого 0,5 м, під кутом 60° до ліній

магнітної індукції. Обчислити швидкість руху провідника, якщо між його кінцями виникла різниця потенціалів 1 В.

<i>Дано:</i> $l = 0,5 \text{ м}$ $\alpha = 60^\circ$ $B = 0,2 \text{ Тл}$ $\Delta\phi = 1 \text{ В}$ $v = ?$	<i>Розв'язання</i> Різниця потенціалів на кінцях провідника пов'язана з його швидкістю руху й магнітною індукцією співвідношенням $\alpha\phi = Blv \sin \alpha$, де α — кут між вектором швидкості й вектором магнітної індукції B .
	$v = \frac{\Delta\phi}{Bl \sin \alpha};$
	$[v] = \frac{\text{В}}{\text{Тл} \cdot \text{м}} = \frac{\text{В} \cdot \text{м} \cdot \text{А}}{\text{Н} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Дж} \cdot \text{А}}{\text{Кл} \cdot \text{Н}} = \frac{\text{Дж} \cdot \text{А}}{\text{А} \cdot \text{с} \cdot \text{Н}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{с} \cdot \text{Н}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}.$
	$v = \frac{1}{0,2 \cdot 0,5 \cdot 0,866} = 11,55 \text{ м/с}.$

Відповідь: 11,55 м/с.

62. Провідник з довжиною активної частини 0,25 м переміщується в однорідному магнітному полі з індукцією 8 мТл зі швидкістю 5 м/с під кутом 30° до ліній напруженості магнітного поля. Визначити ЕРС індукції в провіднику.

<i>Дано:</i> $l = 0,25 \text{ м}$ $\alpha = 30^\circ$ $v = 5 \text{ м/с}$ $B = 8 \text{ мТл} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}$ $\varepsilon = ?$	<i>Розв'язання</i> При рівномірному русі провідника в однорідному магнітному полі з індукцією B виникає електрорушійна сила $\varepsilon = Blv \sin \alpha$; $[\varepsilon] = \frac{\text{Тл} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{с}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{А} \cdot \text{м} \cdot \text{с}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В}.$ $\varepsilon = 8 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 0,25 \cdot 0,5 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ В}.$
---	--

Відповідь: $5 \cdot 10^{-3} \text{ В}.$

63. У вертикальному однорідному магнітному полі з індукцією 10^{-2} Тл по горизонтальних рейках рухається зі швидкістю 10 м/с провідник з довжиною активної частини 1 м. Кінці рейки замкнені нерухомим провідником опором 2 Ом. Яка кількість теплоти виділяється в цьому провіднику протягом 1 с?

<i>Дано:</i> $l = 1 \text{ м}$ $R = 2 \text{ Ом}$ $B = 0,01 \text{ Тл}$ $v = 10 \text{ м/с}$ $t = 1 \text{ с}$ $Q = ?$	<i>Розв'язання</i> За законом Джоуля—Ленца кількість теплоти, що виділяється в провіднику при проходженні струму: $Q = IUt$. Але $I = \frac{U}{R}$, тоді $Q = \frac{U^2}{R} t$. Але $U = Bul$, тоді $Q = \frac{B^2 v^2 l^2}{R} t$.
--	--

$$[Q] = \frac{\text{Тл}^2 \cdot \text{м}^2 \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}}{\text{с}^2 \cdot \text{Ом}} = \frac{\text{Н}^2 \cdot \text{м}^2 \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}}{\text{А}^2 \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Ом}} = \frac{\text{Дж}^2 \cdot \text{с}}{\text{В} \cdot \text{А}} = \frac{\text{Дж}^2 \cdot \text{Кл} \cdot \text{с}}{\text{Дж} \cdot \text{А}} = \text{Дж}.$$

$$Q = \frac{10^{-4} \cdot 10^2 \cdot 1^2}{2} \cdot 1 = 0,5 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}.$$

Відповідь: $0,5 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}.$

64. Який магнітний потік пронизує поверхню площею 50 см^2 , якщо індукція магнітного поля становить 100 мТл?

<i>Дано:</i> $S = 50 \text{ см}^2 = 50 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ $B = 100 \text{ мТл} = 0,1 \text{ Тл}$ $\Phi = ?$	<i>Розв'язання</i> Магнітний потік пов'язаний з магнітною індукцією співвідношенням $\Phi = BS$; $[\Phi] = \text{Тл} \cdot \text{м}^2 = \text{Вб};$ $\Phi = 0,1 \cdot 50 \cdot 10^{-4} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}.$
--	---

Відповідь: $5 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}.$

65. Визначити швидкість зміни магнітного потоку в котушці з 1000 витками, що індукуює ЕРС 100 В.

<i>Дано:</i> $N = 1000 \text{ витків} = 10^3 \text{ витків}$ $\varepsilon = 100 \text{ В}$ $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = ?$	<i>Розв'язання</i> Застосуємо закон Фарадея для електромагнітної індукції: $ \varepsilon = N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, де N — число витків у котушці.
---	--

Звідси швидкість зміни магнітного потоку: $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\varepsilon}{N}$;

$$\left[\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right] = \frac{1}{\text{А}}; \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{100}{10^3} = 0,1 \text{ Вб/с}.$$

Відповідь: 0,1 Вб/с.

66. Визначити середнє значення індукційного струму, що виникає в замкненому мідному кільці довжиною 62,8 см і діаметром перерізу провідника 0,5 мм, поміщеному в однорідне магнітне поле з індукцією 0,2 Тл, що спадає до нуля протягом 0,05 с.

<i>Дано:</i> $l = 62,8 \text{ см} = 62,8 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ $\rho = 1,7 \cdot 10^8 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ $d = 0,5 \text{ мм} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}$ $B_0 = 0,2 \text{ Тл}$ $B = 0 \text{ Тл}$ $\Delta t = 0,05 \text{ с}$ $I_{\text{ср}} = ?$	<i>Розв'язання</i> Індукційний струм визначається за законом Ома $I = \frac{\varepsilon}{R}$; Згідно із законом Фарадея для електромагнітної індукції: $ \varepsilon = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, де $\Delta\Phi = (B_0 - B)S$ — зміна магнітного потоку.
---	--

Тоді $I_{\text{сер}} = \frac{(B_0 - B)S}{R \cdot \Delta t}$, де S — площа кільця.

$$l = 2\pi r, \text{ звідси } r = \frac{l}{2\pi} \Rightarrow S = \pi r^2 = \frac{\pi l^2}{4\pi^2} = \frac{l^2}{4\pi}.$$

R — опір мідного дроту, з якого зроблено кільце;

$$R = \rho \frac{l}{S_1}, \text{ де } S_1 = \frac{\pi d^2}{4} \text{ — площа перерізу провідника.}$$

$$\text{Таким чином, } I_{\text{сер}} = \frac{(B_0 - B)l^2 \pi d^2}{\rho l \Delta t 4\pi \cdot 4} = \frac{(B_0 - B)ld^2}{16\rho \Delta t};$$

$$[I_{\text{сер}}] = \frac{\text{Тл} \cdot \text{м} \cdot \text{м}^2}{\text{Ом} \cdot \text{м} \cdot \text{с}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{А} \cdot \text{м} \cdot \text{Ом} \cdot \text{с}} = \frac{\text{Дж}}{\text{В}} = \frac{\text{Дж} \cdot \text{Кл}}{\text{Дж} \cdot \text{с}} = \text{А}.$$

$$I_{\text{сер}} = \frac{0,2 \cdot 62,8 \cdot 10^{-2} \cdot 25 \cdot 10^{-8}}{1,7 \cdot 10^{-8} \cdot 16 \cdot 0,05} = 2,31 \text{ А}.$$

Відповідь: 2,31 А.

67. Визначити індуктивність соленоїда, якщо за швидкості зміни струму 100 А/с самоіндукція дорівнює 50 В.

<p>Дано:</p> $\frac{\Delta I}{\Delta t} = 100 \text{ А/с}$ $\varepsilon_{\text{ст}} = 50 \text{ В}$ $L = ?$	<p>Розв'язання</p> <p>Електрорушійна сила самоіндукції визначається за формулою: $\varepsilon_{\text{ст}} = L \frac{\Delta I}{\Delta t}$,</p> <p>де $\frac{\Delta I}{\Delta t}$ — швидкість зміни індукційного струму.</p>
---	--

$$\text{Тоді } L = \frac{\varepsilon_{\text{ст}}}{\frac{\Delta I}{\Delta t}}; [L] = \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{А}} = \text{Гн}. \quad L = \frac{50}{100} = 0,5 \text{ Гн}.$$

Відповідь: 0,5 Гн.

68. Визначити ЕРС самоіндукції, що виникає в обмотці електромагніта індуктивністю 0,5 Гн при рівномірній зміні струму в ній на 10 А за 50 мс.

<p>Дано:</p> $L = 0,5 \text{ Гн}$ $\Delta I = 10 \text{ А}$ $\Delta t = 50 \text{ мс} = 0,05 \text{ с}$ $\varepsilon_{\text{ст}} = ?$	<p>Розв'язання</p> <p>ЕРС самоіндукції визначається за формулою:</p> $ \varepsilon_{\text{ст}} = L \frac{\Delta I}{\Delta t}; [\varepsilon_{\text{ст}}] = \text{Гн} \frac{\text{А}}{\text{с}} = \frac{\text{В} \cdot \text{с} \cdot \text{А}}{\text{А} \cdot \text{с}} = \text{В}.$ $ \varepsilon_{\text{ст}} = 0,5 \frac{10}{0,05} = 100 \text{ В}.$
---	---

Відповідь: 100 В.

69. Визначити енергію магнітного поля котушки індуктивністю 25 мГн і опором 8,2 Ом за постійної напруги 505 В.

<p>Дано:</p> $R = 8,2 \text{ Ом}$ $U = 505 \text{ В}$ $L = 25 \text{ мГн} = 25 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$ $W_{\text{м}} = ?$	<p>Розв'язання</p> <p>Енергія магнітного поля виражається формулою: $W_{\text{м}} = \frac{LI^2}{2}$,</p> <p>де $I = \frac{U}{R}$.</p>
---	---

За законом Ома можна визначити силу струму в котушці.

$$W_{\text{м}} = \frac{LU^2}{2R^2};$$

$$[W_{\text{м}}] = \frac{\text{Гн} \cdot \text{В}^2}{\text{Ом}^2} = \frac{\text{В} \cdot \text{с} \cdot \text{В}^2}{\text{А} \cdot \text{Ом}^2} = \frac{\text{В} \cdot \text{с} \cdot \text{В}^2}{\text{В} \cdot \text{Ом}} = \text{с} \cdot \text{А} \cdot \text{В} = \text{Кл} \cdot \text{В} = \text{Дж}.$$

$$W_{\text{м}} = \frac{25 \cdot 10^{-3} \cdot 505^2}{2 \cdot 8,2^2} = 0,56 \text{ Дж}.$$

Відповідь: 0,56 Дж.

70. Обмотка електромагніта опором 20 Ом й індуктивністю 0,5 Гн перебуває під постійною напругою. Потягом якого часу в обмотці виділиться кількість теплоти, що дорівнює енергії магнітного поля котушки зі струмом?

<p>Дано:</p> $R = 20 \text{ Ом}$ $L = 0,5 \text{ Гн}$ $Q = W_{\text{м}}$ $\Delta t = ?$	<p>Розв'язання</p> <p>Енергія магнітного поля залежить від індуктивності L обмотки електромагніта:</p> $W_{\text{м}} = \frac{LI^2}{2}$.
---	---

З іншого боку, за законом Джоуля—Ленца:

$$Q = I^2 R t.$$

$$\text{За умовою } Q = W_{\text{м}},$$

$$\text{тому } \frac{LI^2}{2} = I^2 R t \Rightarrow \frac{L}{2} = R t,$$

$$t = \frac{L}{2R};$$

$$[t] = \frac{\text{Гн}}{\text{Ом}} = \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{А} \cdot \text{Ом}} = \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{В}} = \text{с}.$$

$$t = \frac{0,5}{2 \cdot 20} = 0,0125 \text{ с}.$$

Відповідь: 0,0125 с.

Формули й позначення

Формули

Закон збереження електричного заряду

$$q_1 + q_2 + \dots + q_n = \text{const.}$$

Закон Кулона

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

Напруженість електричного поля

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}, \quad E = k \frac{|q|}{r^2}, \quad \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

Напруга

$$U = \frac{A}{q}, \quad U = Ed, \quad E = \frac{U}{d}$$

Електроємність

$$C = \frac{q}{U}$$

Сила струму

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = q'$$

Закон електролізу

$$m = k\Delta q = kI\Delta t, \quad e = \frac{F}{N_A}, \quad k = \frac{M}{neN_A}$$

Магнітна індукція

$$B = \frac{F_{\text{max}}}{Il} = \frac{M_{\text{max}}}{IS}$$

Сила Лоренца

$$F_{\text{л}} = qvB \sin \alpha$$

Закон електромагнітної індукції

$$\epsilon_i = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

Індуктивність

$$L = \frac{\Phi}{I}$$

ЕРС

$$\epsilon = \frac{A_{\text{ст}}}{q}$$

Закон Ома

$$I = \frac{U}{R}, \quad I = \frac{\epsilon}{R+r}$$

Сила Ампера

$$F = IBl \sin \alpha$$

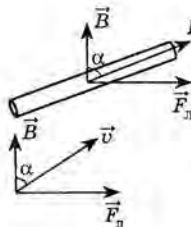
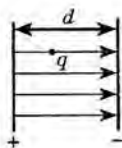
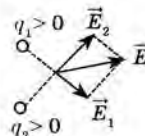
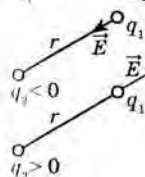
Магнітний потік

$$\Phi = BS \cos \alpha$$

ЕРС самоіндукції

$$\epsilon_{\text{сл}} = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} = -LI'$$

Позначення



q — електричний заряд $[q] = \text{Кл}$
 F — модуль сили електростатичної взаємодії $[F] = \text{Н}$
 $k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$
 ϵ — діелектрична проникність середовища

ϵ_0 — електрична стала $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2}$
 \vec{E} — напруженість електричного поля $[E] = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} = \frac{\text{В}}{\text{м}}$

U — напруга $[U] = \text{В}$
 C — електроємність $[C] = \text{Ф}$

I — сила струму $[I] = \text{А}$
 R — електричний опір $[R] = \text{Ом}$
 r — внутрішній опір електричного струму $[r] = \text{Ом}$

ϵ — електрорушійна сила джерела струму (ЕРС) $[\epsilon] = \text{В}$

$A_{\text{ст}}$ — робота сторонніх сил $[A] = \text{Дж}$

k — електрохімічний еквівалент речовини $[k] = \text{кг/Кл}$

F — стала Фарадея $F = 965 \text{ Кл/моль}$

e — заряд електрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$

\vec{B} — магнітна індукція $[B] = \text{Тл}$

ϵ_i — ЕРС індукції $[\epsilon] = \text{В}$

Φ — магнітний потік $[\Phi] = \text{Вб}$

L — індуктивність $[L] = \text{Гн}$

Перевір себе

Завдання
для самоконтролю

1. Якого заряду набуває при електризації крапля води масою 1,8 мг, якщо їй передають 1 «зайвий» електрон на кожну тисячу молекул?
2. Дві кульки, розташовані на відстані 10 см одна від одної, мають однакові негативні заряди й взаємодіють із силою 230 мкН. Визначити число надлишкових електронів на кожній кульці.
3. У скільки разів кулонівська сила взаємодії в електронному пучку між електронами відрізняється від гравітаційної сили?
4. Дві однакові провідні кульки масою 2 г кожна підвішені на нитках довжиною 1 м, закріплених в одній точці. Який сумарний заряд потрібно надати кулькам, щоб кут між нитками склав 90° ?
5. У вершинах рівностороннього трикутника перебувають три зв'язаних ниткою заряди по 1 нКл кожний. Який заряд потрібно помістити в центрі трикутника, щоб зникла сила натягу ниток?
6. У деякій точці поля на заряд 2 нКл діє сила 0,4 мкН. Визначити напруженість поля в цій точці.
7. З яким прискоренням рухається електрон у полі напруженістю 10 кН/Кл?
8. Визначити напруженість поля заряду 36 нКл в точках, віддалених від нього на відстань 9 см і 18 см.
9. Два заряди, один із яких за модулем в 4 рази більше від іншого, розташовані на відстані 27 см один від одного. У якій точці простору напруженість поля дорівнює нулю, якщо заряди: а) однойменні; б) різнойменні?
10. У вершинах рівностороннього трикутника зі стороною 1 м перебувають заряди $+27$ мкКл, $+27$ мкКл і -24 мкКл. Визначити напруженість у центрі трикутника.
11. У найпростішій моделі атома Гідрогену електрон рухається навколо нерухомого протона по колу радіусом $5 \cdot 10^{-10}$ м. Обчислити швидкість електрона й частоту його обертання.
12. Металевій кулі радіусом 3 см надали заряд 16 нКл. Визначити поверхневу густину заряду й напруженість у точках, віддалених від центра кулі на 2 см і на 4 см.
13. На відстані 3 см від заряду 4 нКл, що перебуває в рідкому діелектрику, напруженість поля дорівнює 20 кН/Кл. Визначити діелектричну проникність діелектрика.
14. Однакові кульки, підвішені на скріплених нитках рівної довжини, зарядили однаковими однойменними зарядами, після чого кут між нитками склав 60° . Після занурення кульок у рідкий

- діелектрик кут між нитками став 50° . Визначити діелектричну проникність середовища.
15. В однорідному полі напруженістю $6 \cdot 10^4$ В/м перемістили заряд 5 нКл на 20 см під кутом 60° до силових ліній. Визначити роботу поля, зміни потенціальної енергії взаємодії заряду й поля, напругу між початковою й кінцевою точками переміщення.
 16. Яку різницю потенціалів повинен пройти електрон, щоб його швидкість збільшилася від 10 мм/с до 30 мм/с?
 17. Які однакові заряди треба розташувати у вершинах рівностороннього трикутника зі стороною 10 см, щоб потенціал поля в центрі трикутника дорівнював -100 В?
 18. Який заряд надали плоскому конденсатору ємністю 10 пФ, якщо напруженість поля між пластинами 50 кВ/м, а відстань між пластинами 5 мм?
 19. Ємності двох конденсаторів 2 мкФ і 3 мкФ. Батареї яких ємностей можна виготовити із цих конденсаторів?
 20. Конденсатор невідомої ємності, заряджений до напруги 800 В, підключили паралельно конденсатору ємністю 4 мкФ, зарядженому до напруги 200 В. Визначити ємність першого конденсатора, якщо після з'єднання напруга на батареї стала 400 В.
 21. У скільки разів і як зміниться енергія конденсатора при збільшенні напруги на ньому в 4 рази?
 22. При збільшенні в 2 рази напруги, поданої на конденсатор ємністю 20 мкФ, енергія поля зросла на 0,3 Дж. Визначити початкові значення напруги й енергії поля.
 23. Мідний дріт масою 300 г має електричний опір 57 Ом. Визначити довжину дроту й площу його поперечного перерізу. Питомий опір міді $1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом \cdot м, густина міді $8,9 \cdot 10^3$ кг \cdot м³.
 24. Електричну лампу опором 240 Ом, розраховану на напругу 120 В, треба живити від мережі напругою 220 В. Якої довжини ніхромовий провідник із площею поперечного перерізу $0,55$ мм² треба включити послідовно з лампою? Питомий опір ніхрому дорівнює $110 \cdot 10^{-8}$ Ом \cdot м.
 25. З однакових резисторів по 10 Ом потрібно скласти коло опором 6 Ом. Яка найменша кількість резисторів для цього буде потрібна?
 26. При ремонті електричної плитки спіраль була вкорочена на 10 % від первісної довжини. У скільки разів змінилася потужність плитки?
 27. Підйомник, двигун якого підключений до мережі постійної напруги 120 В при силі струму 4 А, піднімає вантаж 72 кг рівномірно зі швидкістю 0,5 м/с. Визначити ККД підйомника.

28. До акумулятора з ЕРС 6 В і внутрішнім опором 0,5 Ом підключили реостат опором 5,5 Ом. Визначити силу струму в реостаті й напругу на клеммах акумулятора.
29. Три однакові гальванічні елементи з ЕРС 1,5 В і внутрішнім опором 0,3 Ом з'єднані: 1) послідовно; 2) паралельно. Визначити ЕРС і внутрішній опір батареї.
30. Лампочки з опором 3 Ом і 12 Ом, по черзі підключені до джерела струму, споживають однакову потужність. Визначити внутрішній опір джерела і ККД кола в кожному випадку.
31. Визначити швидкість упорядкованого руху електронів у провіднику площею поперечного перерізу 5 мм^2 при силі струму 10 А, якщо концентрація електронів провідності $5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$.
32. За якої температури опір срібного провідника стане в 2 рази більше, ніж за $0 \text{ }^\circ\text{C}$? Температурний коефіцієнт $0,004 \text{ К}^{-1}$.
33. Концентрація електронів провідності германію при кімнатній температурі $3 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$. Яку частку становить число електронів провідності від загального числа атомів?
34. У діоді електрон підходить до аноду зі швидкістю 8 мм/с. Визначити анодну напругу.
35. В електронно-променевої трубці потік електронів прискорюється полем з різницею потенціалів 5 кВ і потрапляє в простір між вертикально відхильними пластинами довжиною 5 см, напруженість поля між якими 40 кН/Кл. Визначити вертикальний зсув променя на виході з простору між пластинами.
36. Яка енергія витрачається на рафінування 1 т міді, якщо напруга на електролітичній ванні 0,4 В? Електрохімічний еквівалент міді $0,33 \cdot 10^{-6} \text{ К/Кл}$.
37. Скільки електроенергії потрібно витратити для одержання 2,5 л водню за температури $25 \text{ }^\circ\text{C}$ й тиску 10^5 Па , якщо електроліз проводять при нарузі 5 В? ККД установки 75 %. Електрохімічний еквівалент водню $0,0104 \cdot 10^{-6} \text{ кг} \cdot \text{Кл}$.
38. Концентрація йонізованих молекул повітря за нормальних умов дорівнює $2,7 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}$. Скільки молекул йонізовано?
39. Електрон влітає в однорідне магнітне поле з індукцією 50 мТл зі швидкістю $2 \cdot 10^7 \text{ м/с}$ перпендикулярно до ліній магнітної індукції. Визначити радіус кола, по якому буде рухатися електрон.
40. Електрон, розігнаний різницею потенціалів 2 кВ, влітає в однорідне магнітне поле з індукцією 150 мТл перпендикулярно до ліній магнітної індукції. Визначити радіус кола, що опише електрон.
41. За яким законом повинен змінюватися магнітний потік залежно від часу, щоб ЕРС індукції, що виникає в контурі, залишалася постійною?

42. Який заряд пройде через поперечний переріз витка з опором 0,03 Ом при зменшенні магнітного потоку всередині витка на 12 мВб?
43. Який магнітний потік виникає в контурі індуктивністю 0,2 мГн при силі струму 10 А?
44. З якою швидкістю потрібно переміщати провідник, довжина активної частини якого 1 м, у магнітному полі з індукцією 0,2 Тл під кутом 60° до ліній індукції магнітного поля, щоб у провіднику збуджувалася ЕРС індукції 1 В?
45. У котушці індуктивністю 0,6 Гн сила струму дорівнює 20 А. Яка енергія магнітного поля цієї котушки? Як зміниться енергія поля, якщо сила струму зменшиться вдвічі?

КОЛИВАННЯ ТА ХВИЛІ

Механічні коливання та хвилі

Це треба знати!

Коливання

Коливання — рухи, які точно або приблизно повторюються через певні проміжки часу.

Механічні коливання — коливання механічних величин (швидкості, координати, прискорення тощо).

Вільні коливання — коливання, що виникають під дією внутрішніх сил.

Внутрішні сили — сили, що діють між тілами всередині розглянутої системи.

Змушені коливання — коливання, що виникають під дією зовнішніх сил, які періодично змінюються.

Зовнішні сили — сили, що діють на систему з боку тіл, які не входять у систему.

Умови виникнення вільних коливань

1. Наявність повертаючої сили, тобто при виведенні тіла з положення рівноваги (рівнодійна сила $\vec{F}_{\text{рв}} = 0$) виникає сила ($\vec{F}_{\text{рв}} \neq 0$), напрямлена до положення рівноваги.
2. Сили тертя в системі повинні бути малими.

Характеристики коливань

Амплітуда A — модуль максимального відхилення від положення рівноваги.

Частота коливань ν — число повних коливань, здійснених в одиницю часу:

$$\nu = \frac{n}{t}; \quad [\nu] = \frac{1}{\text{с}} = \text{Гц.}$$

Період коливань T — тривалість одного повного коливання:

$$T = \frac{1}{\nu}; \quad [T] = \text{с.}$$

Циклічна частота ω — число повних коливань, здійснених за час 2π с:

$$\omega = 2\pi\nu, \quad T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Гармонічні коливання

Гармонічні коливання — коливання, при яких коливна величина змінюється в часі за законом синуса або косинуса.

Рівняння гармонічних коливань

$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi_0),$$

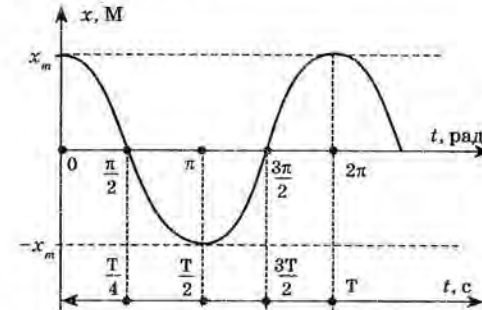
де x — відхилення (зміщення) від положення рівноваги в момент часу t ;

$x_m = A$ — амплітуда;

ω — циклічна частота;

$(\omega t + \varphi_0)$ — фаза коливань;

φ_0 — початкова фаза коливань, тобто фаза коливань у початковий момент часу $t = 0$.



Графік гармонічних коливань

Якщо тіло робить гармонічні коливання уздовж осі Ox за законом $x = x_m \cos \omega t$, тоді

проекція швидкості поступального руху на вісь Ox :

$$v_x = x'(t) = -x_m \omega \sin \omega t = x_m \omega \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right),$$

проекція прискорення:

$$a_x = v_x'(t) = -x_m \omega^2 \cos \omega t = -x_m \omega^2 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right).$$

1. Написати рівняння гармонічного коливання тіла, якщо амплітуда коливань 1 м, а частота 1,5 Гц.

Самовчитель

Дано:

$$A = 1 \text{ м}$$

$$\nu = 1,5 \text{ Гц}$$

$$x(t) = ?$$

Розв'язання

Рівняння гармонічного коливання в загальному вигляді $x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$,

де x — зміщення коливного тіла;

A — амплітуда;

ω — циклічна частота, $\omega = 2\pi\nu$;

φ_0 — початкова фаза, $\varphi_0 = 0$.

У цьому випадку рівняння гармонічного коливання матиме вигляд: $x = 1 \cdot \cos 3\pi t$.

Відповідь: $x = \cos 3\pi t$.

2. Гармонічні коливання описуються рівнянням $x = 0,1 \sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$

Визначити амплітуду коливань, частоту, циклічну частоту, період і початкову фазу коливань.

Дано:

$$x = 0,1 \sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

A — ?

v — ?

ω — ?

T — ?

φ_0 — ?

Розв'язання

Рівняння гармонічних коливань у загальному вигляді: $x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$ (1)

Рівняння гармонічних коливань, наведені в умові задачі:

$$x = 0,1 \sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (2)$$

Порівнюючи рівняння (1) і (2), одержимо:

$$A = 0,1 \text{ м}, \quad v = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{4\pi}{2\pi} = 2 \text{ Гц}; \quad \omega = 4\pi;$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{v} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ с}; \quad \varphi_0 = \frac{\pi}{2}.$$

Відповідь: 0,1 м; 2 Гц; 4π; 0,5 с; π/2.

3. За графіком коливань знайти амплітуду, період і частоту. Написати рівняння гармонічних коливань. Визначити координату тіла через 2 с від початку коливань.

Дано:

$$x_{\max} = 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м}$$

$x(t = 2 \text{ с})$ — ?

T — ?

A — ?

v — ?

Розв'язання

$$T = 4 \text{ с}, \quad v = \frac{1}{T} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ Гц};$$

$$\omega = 2\pi v, \quad \omega = 2\pi \cdot 0,25 = \frac{\pi}{2};$$

$$A = 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м}, \quad \varphi_0 = 0.$$

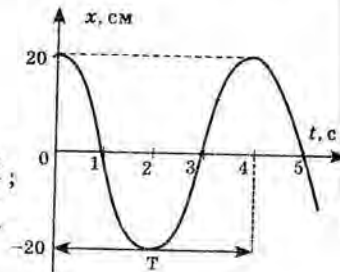
Рівняння гармонічних коливань у загальному вигляді:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0).$$

У нашому випадку

$$x = 0,2 \cos \frac{\pi}{2} t.$$

Координата тіла через 2 с:



$$x(t = 2 \text{ с}) = 0,2 \cdot \cos \frac{\pi}{2} \cdot 2 = 0,2 \cos \pi = -0,2 \text{ м}.$$

Відповідь: 0,2 м; 4 с; 0,25 Гц; $x = 0,2 \cos \frac{\pi}{2} t$; -0,2 м.

Пружинний маятник

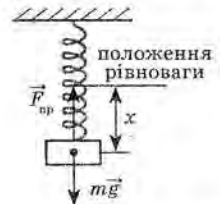
Це треба знати!

Коливання відбуваються під дією сили пружності.

$$F_{\text{пр}} = -kx;$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}};$$

m — маса вантажу, $[m] = \text{кг}$;
 k — жорсткість пружини, $[k] = \text{Н/м}$.



4. Знайти масу вантажу, який здійснює 20 коливань за 16 с на пружині жорсткістю 250 Н/м.

Самовчитель

Дано:

$$k = 250 \text{ Н/м}$$

$$n = 20$$

$$t = 16 \text{ с}$$

$$m = ?$$

Розв'язання

Частота коливань визначається рівнянням:

$$v = \frac{n}{t}.$$

$$\text{Період коливань: } T = \frac{1}{v} = \frac{t}{n}.$$

Оскільки $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$, то, зрівнявши вирази для періоду, одержимо:

$$\frac{t}{n} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{і} \quad \frac{t^2}{n^2} = 4\pi^2 \cdot \frac{m}{k};$$

$$m = \frac{kt^2}{4\pi^2 n^2}; \quad [m] = \frac{\text{Н} \cdot \text{с}^2}{\text{м}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{с}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{м}} = \text{кг}.$$

$$m = \frac{250 \cdot 16^2}{4 \cdot 3,14^2 \cdot 20^2} = \frac{40}{3,14^2} = \frac{40}{10} = 4 \text{ кг}.$$

Відповідь: 4 кг.

5. Гармонічні коливання вантажу масою 1 кг на пружині описуються рівнянням $x = 0,1 \cos\left(8\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$. Обчислити: повну механічну енергію системи, максимальну швидкість вантажу, жорсткість пружини.

Дано: $m = 1 \text{ кг}$ $x = 0,1 \cos\left(8\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ $E - ?$ $v_{\max} - ?$ $k - ?$	Розв'язання Рівняння гармонічного коливання вантажу на пружині має вигляд: $x = 0,1 \cos\left(8\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$, $A = 0,1 \text{ м}$ — амплітуда коливань; $\left(8\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ — фаза коливань;
---	---

ω — циклічна частота;

φ_0 — початкова фаза.

Повна механічна енергія системи $E = E_p + E_k$,

де $E_p = \frac{kx^2}{2}$ — потенціальна енергія пружини;

$E_k = \frac{mv^2}{2}$ — кінетична енергія вантажу.

У момент часу, коли $E_p = 0$, кінетична енергія є максимальною:

$$E_k = \frac{mv_{\max}^2}{2}, \text{ при цьому } E = \frac{mv_{\max}^2}{2}.$$

Швидкість гармонічного коливання $v = x'(t) = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0)$.

v_{\max} знайдемо умови $\sin(\omega t + \varphi_0) = 1$, тоді $v_{\max} = -A\omega$.

$$v_{\max} = -0,1 \cdot 8\pi = -2,51 \text{ м/с},$$

$$\text{тоді } E = \frac{mA^2\omega^2}{2},$$

$$E = \frac{1 \cdot 0,1^2 \cdot (8\pi)^2}{2} = 0,01 \cdot 32 \cdot 3,14^2 = 3,16 \text{ Дж}.$$

Якщо не враховувати втрати механічної енергії в колівній системі, то $\frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{kx_{\max}^2}{2}$.

$$mA^2\omega^2 = kA^2, \text{ тому що } x_{\max} = A \text{ при } \cos(\omega t + \varphi_0) = 1.$$

$$k = m\omega^2,$$

$$k = 1 \cdot 64\pi^2 = 631 \text{ Н/м}.$$

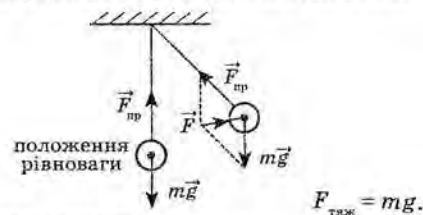
Відповідь: 3,16 Дж; -2,51 м/с; 631 Н/м.

Математичний маятник

Це треба знати!

Математичний маятник — матеріальна точка, підвішена на довгій невагомій нерозтяжній нитці.

Коливання відбуваються під дією сили тяжіння.



Період вільних коливань:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

де l — довжина нитки;

g — прискорення вільного падіння.

6. Обчислити період коливань математичного маятника довжиною 1 м.

Самовчитель

Дано: $l = 1 \text{ м}$ $T - ?$	Розв'язання Період коливань математичного маятника виражається формулою $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$, де l — довжина маятника; g — прискорення вільного падіння. $[T] = \sqrt{\frac{\text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{м}}} = \text{с}; T = 6,28 \sqrt{\frac{1}{9,8}} = 2 \text{ с}.$
--	--

Відповідь: 2 с.

7. Період коливань математичного маятника 1 с. Обчислити частоту й довжину маятника.

Дано: $t = 1 \text{ с}$ $l - ?$ $v - ?$	Розв'язання Період коливань математичного маятника виражається формулою $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$, тоді $T^2 = 4\pi^2 \frac{l}{g}$, звідси $l = \frac{T^2 g}{4\pi^2}$,
---	---

$$[l] = \frac{\text{с}^2 \cdot \text{м}}{\text{с}^2} = \text{м}; l = \frac{1^2 \cdot 9,8}{4 \cdot 3,14^2} = 0,248 = 0,25 \text{ м}.$$

Частота коливань математичного маятника є величина, обернена до величини періоду:

$$\nu = \frac{1}{T}, [\nu] = \frac{1}{\text{с}} = \text{Гц}; \nu = 1 \text{ Гц}.$$

Відповідь: 0,25 м, 1 Гц.

8. Як зміниться період коливань маятника, якщо його перенести із Землі на Марс? Маса Марса в 9,3 разу менше маси Землі, а радіус — менше в 1,9 разу.

<p>Дано:</p> $\frac{m_3}{m_M} = 9,3$ $\frac{R_3}{R_M} = 1,9$ $\frac{T_3}{T_M} = ?$	<p><i>Розв'язання</i></p> <p>Період коливань математичного маятника</p> $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ <p>На Землі: $T_3 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_3}}$,</p> <p>На Марсі: $T_M = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_M}}$.</p>
--	--

Визначимо прискорення вільного падіння на Марсі зі співвідношення $g_M = G \cdot \frac{m_M}{R_M^2}$, якщо $m_M = \frac{m_3}{9,3}$, $R_M = \frac{R_3}{1,9}$ (за умовою);

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \text{ — гравітаційна стала.}$$

$$g_M = G \cdot \frac{m_3}{9,3} \cdot \frac{1,9^2}{R_3^2} = \frac{0,38Gm_3}{R_3^2}.$$

$$\text{Прискорення вільного падіння на Землі: } g_3 = G \cdot \frac{m_3}{R_3^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{T_3}{T_M} = \frac{2\pi\sqrt{l}}{\sqrt{g_3}} \cdot \frac{\sqrt{g_M}}{2\pi\sqrt{l}} = \sqrt{\frac{g_M}{g_3}} = \sqrt{\frac{0,38 \cdot G \cdot m_3 \cdot R_3^2}{R_3^2 \cdot G \cdot m_3}} = \sqrt{0,38} = 0,62.$$

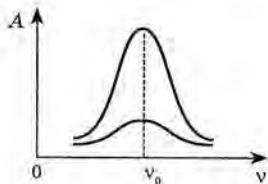
$$T_3 = 0,62 \cdot T_M \Rightarrow T_M = 1,62 \cdot T_3.$$

Відповідь: період коливань збільшиться в 1,62 разу.

Це треба знати!

Резонанс

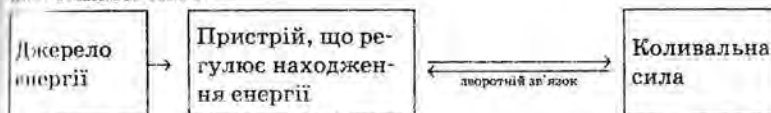
Резонанс — різке збільшення амплітуди коливань при збігу частоти ν зовнішньої сили й частоти ν_0 вільних коливань системи.



Графік залежності амплітуди змушених коливань від частоти сили, що змушує.

Автоколивальна система

Автоколивання — незгасаючі коливання в системі, підтримувані внутрішнім джерелом енергії при відсутності впливу зовнішньої змінної сили.



Приклад: годинник із маятником.

Хвилі

Хвиля — процес поширення коливань у просторі із часом.

Механічні хвилі — поширення коливань у пружних середовищах із часом.

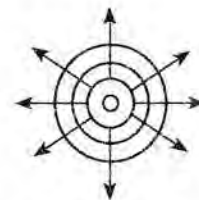
Поздовжні хвилі — частки середовища коливаються в напрямку поширення хвилі.

Поперечні хвилі — частки середовища коливаються в площинах, перпендикулярних напрямку поширення хвилі.

Хвильовий фронт (хвильова поверхня) — поверхня, на якій всі точки коливаються в однаковій фазі.

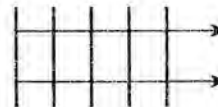
Промінь — лінія, перпендикулярна хвильовій поверхні. Поширення хвиль відбувається за напрямом променя.

Сферичні хвилі — хвилі, у яких хвильові поверхні мають форму концентричних сфер, що поширюються в однорідному середовищі від точкового джерела.



Амплітуда зменшується в міру віддалення від епіцентру.

Плоскі хвилі — хвилі, у яких хвильові поверхні мають форму паралельних площин.



Плоскі хвилі — окремий випадок сферичних хвиль при $R \rightarrow \infty$, де R — відстань від епіцентру.

Принцип суперпозицій

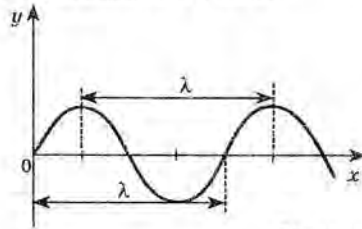
Хвилі від декількох джерел поширюються незалежно друг від друга.

Характеристики хвиль

Швидкість хвилі — швидкість поширення коливань у просторі

$$v = \frac{\lambda}{T} \quad v = \lambda \cdot \nu,$$

де λ — довжина хвилі, тобто відстань між найближчими точками, що коливаються у фазі.



$[\lambda] = \text{м};$
 T — період коливань;
 ν — частота коливань.

Частота хвилі визначається частотою коливань джерела, а **швидкість хвилі** — властивостями середовища.

Рівняння плоскої хвилі

$$x = x_m \sin \omega \left(t - \frac{l}{v} \right),$$

де x — координата в момент часу t ; $x_m = A$;
 ω — циклічна частота;
 l — відстань від джерела;
 v — швидкість поширення хвилі.

Принцип Гюйгенса

Християн Гюйгенс (1629–1695)

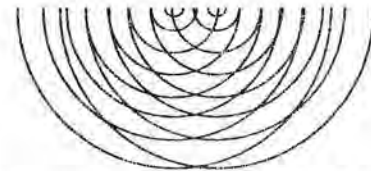
Кожна точка поверхні, якої досягла в цей момент хвиля, є точковим джерелом вторинних хвиль. Поверхня, дотична до всіх вторинних хвиль, являє собою хвильову поверхню в наступний момент часу.

**Інтерференція й дифракція хвиль**

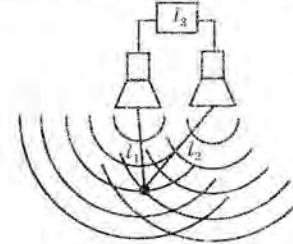
Когерентні джерела хвиль — джерела хвиль, що мають однакову частоту й постійну різницю фаз: $\nu_1 = \nu_2$ $\Delta\phi = \text{const}$.

Інтерференція

Інтерференція хвиль — накладання двох або декількох когерентних хвиль, за якого відбувається збільшення або зменшення амплітуди сумарної хвилі.



Різниця ходу хвиль: $\Delta l = |l_1 - l_2|$.

**Умова максимумів**

Амплітуда коливань середовища в даній точці максимальна (max), якщо різниця ходу двох хвиль дорівнює цілому числу довжин хвиль при збігу фаз коливань:

$$\Delta l = k\lambda, \text{ де } k \in \mathbb{Z}.$$

Умова мінімумів

Амплітуда коливань середовища в даній точці мінімальна (min), якщо різниця ходу двох хвиль дорівнює непарному числу напівхвиль:

$$\Delta l = (2k+1) \cdot \frac{\lambda}{2}, \text{ де } k \in \mathbb{Z}.$$

Дифракція

Дифракція хвиль — відхилення напрямку поширення хвиль від прямолінійного в границі перешкоди.

Умови виникнення дифракції:

$$d = \lambda,$$

де d — розмір перешкоди;

λ — довжина хвилі.

Принцип Гюйгенса — Френеля

Дифракція зумовлена інтерференцією вторинних хвиль.

9. Відстань між гребенями хвиль у морі

5 м. При русі катера проти хвиль частота ударів хвиль об катер 4 Гц, а при русі за хвилями — 2 Гц. Знайти швидкість руху катера та хвилі.

Самовчитель

Дано:

$\lambda = 5 \text{ м}$

$v_n = 4 \text{ Гц}$

$v_s = 2 \text{ Гц}$

$v_k - ?$

$v_{xn} - ?$

Розв'язання

$$v = \lambda \cdot \nu \Rightarrow \lambda = \frac{v}{\nu}$$

$$\text{При русі проти хвиль: } \lambda = (v_k + v_{xn}) \cdot \frac{1}{\nu_n}$$

$$\text{При русі за хвилями: } \lambda = (v_{xn} - v_k) \cdot \frac{1}{\nu_s}$$

Отже,

$$\left\{ \begin{array}{l} (v_k + v_{xn}) \cdot \frac{1}{\nu_n} = \lambda, \\ (v_{xn} - v_k) \cdot \frac{1}{\nu_s} = \lambda \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_k + v_{xn} = 20, \\ v_{xn} - v_k = 10; \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} v_k = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}, \\ v_{xn} = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \end{array} \right.$$

Відповідь: 5 м/с; 15 м/с.

10. Різниця ходу двох когерентних хвиль із рівними амплітудами коливань дорівнює 8 см, а довжина хвилі 4 см. Який результат інтерференції?

Дано:

$\Delta l = 8 \text{ см} = 8 \cdot 10^{-2} \text{ м}$

$\lambda = 4 \text{ см} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}$

Розв'язання

Умова max: $\Delta l = k\lambda$, де $k \in Z$.

$$k = \frac{\Delta l}{\lambda}, k = \frac{8 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^{-2}} = 2 - \text{max.}$$

Відповідь: max.

11. Знайти різницю фаз між точками хвилі, якщо різниця ходу від джерела становить 25 см, частота коливань 680 Гц, швидкість хвилі 340 м/с.

Дано:

$\Delta l = 25 \text{ см} = 0,25 \text{ м}$

$\nu = 680 \text{ Гц}$

$v = 340 \text{ м/с}$

$\Delta\phi - ?$

Розв'язання

Різниця фаз $\Delta\phi = 2\pi \cdot \frac{\Delta l}{\lambda}$, де

λ — довжина хвилі.

$$v = \lambda\nu \Rightarrow \lambda = \frac{v}{\nu} \Rightarrow \Delta\phi = 2\pi \cdot \frac{\Delta l \cdot \nu}{v}$$

$$[\Delta\phi] = \frac{\text{м} \cdot \text{Гц} \cdot \text{с}}{\text{м}} \cdot \text{рад} = \text{рад.}$$

$$\Delta\phi = 2\pi \cdot \frac{0,25 \cdot 680}{340} = \pi.$$

Відповідь: π .

Звукові хвилі

Це треба знати!

Акустика — розділ фізики, що займається вивченням звукових явищ.

Звукові (акустичні) хвилі — поширення механічних коливань у пружних середовищах

У частотному діапазоні:

$20 \text{ Гц} \leq \nu \leq 20000 \text{ Гц.}$

у хвильовому діапазоні:

$17 \text{ мм} \leq \lambda \leq 19 \text{ мм.}$

при $\nu < 20 \text{ Гц}$ — інфразвукпри $\nu > 20000 \text{ Гц}$ — ультразвук

} звук

} людським вухом не відчуються

Характеристика звуку

Швидкість звуку

У повітрі за 20 °С	$v = 343 \text{ м/с}$
За 0 °С	$v = 331 \text{ м/с}$
У метали	$v = 5850 \text{ м/с}$
У воді	$v = 1435 \text{ м/с}$

Гучність звуку визначається амплітудою й частотою коливань.

Висота звуку визначається частотою коливань.

12. Визначити швидкість звуку у воді, якщо джерело звуку, що коливається з періодом 0,2 мс, збуджує у воді хвилі довжиною 3 м.

Самовчитель

Дано:

$T = 0,2 \text{ мс} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ с}$

$\lambda = 3 \text{ м}$

$\nu - ?$

Розв'язання

Швидкість поширення хвилі: $v = \lambda\nu$.

$$\nu = \frac{1}{T} \Rightarrow \nu = \frac{\lambda}{T}; [\nu] = \text{м/с};$$

$$\nu = \frac{3}{2 \cdot 10^{-2}} = 1500 \text{ м/с.}$$

Відповідь: 1500 м/с.

13. Літак летить горизонтально з постійною швидкістю. Коли спостерігач чує, що літак перебуває над ним, він бачить літак під кутом 60° до обр'ю. Знайти швидкість літака.

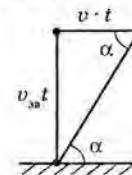
Дано:

$v = \text{const}$

$\alpha = 60^\circ$

$\nu - ?$

Розв'язання

Звук зі швидкістю $v_{zn} = 340 \text{ м/с}$ доходить до спостерігача за час t і проходитьшлях $v_{zn} \cdot t$.

За той самий час t літак, рухаючись зі швидкістю v , проходить шлях $v \cdot t$. Розглянемо прямокутний трикутник.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_{\text{ан}} \cdot t}{v \cdot t} = \frac{v_{\text{ан}}}{v}$$

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{340}{v} \Rightarrow v = \frac{340}{\operatorname{tg} 60^\circ} = \frac{340}{\sqrt{3}} = 200 \text{ м/с.}$$

Відповідь: 200 м/с.

Це треба знати!

Електромагнітні коливання та хвилі

Коливання

Коливальний контур — система, що складається з конденсатора й котушки індуктивності, які утворюють замкнене електричне коло.

Вільні електромагнітні коливання

Вільні електромагнітні коливання — періодично повторювані зміни сили струму в котушці й напруги між обкладками конденсатора без споживання енергії від зовнішніх джерел.

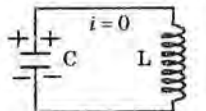
У коливальному контурі відбуваються вільні електромагнітні коливання з періодом T згідно з формули Томсона:

$$T = 2\pi\sqrt{LC},$$

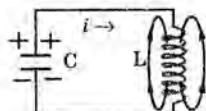
де T — період вільних коливань;

L — індуктивність котушки;

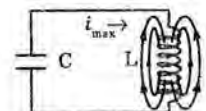
C — ємність конденсатора.



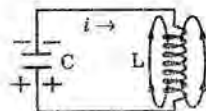
При замиканні обкладок зарядженого конденсатора в котушці виникає струм.



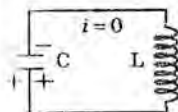
За рахунок самоіндукції сила струму поступово зростає.



До моменту повної розрядки конденсатора сила струму досягає максимальної величини.



Сила струму починає поступово зменшуватися, але струм тече в той самий бік, перезаряджаючи конденсатор.



Стан системи через $\frac{T}{2}$.

У коливальному контурі відбуваються періодичні перетворення енергії електричного поля конденсатора в енергію магнітного поля котушки індуктивності та у зворотньому напрямку. За відсутності втрат на нагрівання й випромінювання енергія в контурі зберігається:

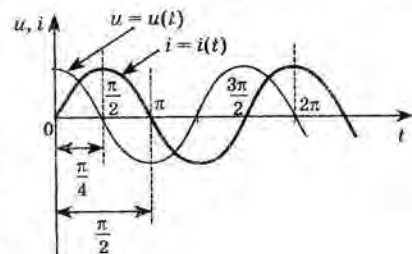
$$\frac{CU_{\text{max}}^2}{2} = \frac{LI_{\text{max}}^2}{2}$$

Електромагнітні коливання в коливальному контурі характеризують періодичні зміни електричного заряду, сили струму й напруги.

$$q = q_{\text{max}} \cos \omega t$$

$$i = -\omega q_{\text{max}} \sin \omega t = -I_{\text{max}} \sin \omega t$$

$$u = \frac{q_{\text{max}}}{C} \cos \omega t = U_{\text{max}} \cos \omega t$$



14. Коливальний контур складається з конденсатора ємністю 10 пФ й котушки індуктивністю 3 мГн. Визначити частоту електромагнітних коливань у контурі.

Самовчитель

Дано:

$$C = 10 \text{ пФ} = 10^{-11} \text{ Ф}$$

$$L = 3 \text{ мГн} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$$

$\nu = ?$

Розв'язання

Частота ν гармонійних коливань у коливальному контурі й період T пов'язані

співвідношенням $T = \frac{1}{\nu}$.

Період коливань у коливальному контурі визначається формулою Томсона $T = 2\pi\sqrt{LC}$, тоді $\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$;

$$[\nu] = \frac{1}{\sqrt{\text{Гн} \cdot \text{Ф}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\text{В} \cdot \text{с} \cdot \text{Кл}}{\text{А}} \cdot \frac{\text{Кл}}{\text{В}}}} = \frac{1}{\sqrt{\text{с}^2}} = \frac{1}{\text{с}} = \text{Гц.}$$

$$\nu = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \sqrt{3 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-11}}} = 9,2 \cdot 10^5 \text{ Гц.}$$

Відповідь: $9,2 \cdot 10^5$ Гц.

15. Визначити період електромагнітних коливань у контурі, якщо максимальний електричний заряд конденсатора 5 мкКл, а максимальна сила струму 20 мА.

<p>Дано: $q_{\max} = 5 = \text{мкКл} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$ $I_{\max} = 20 \text{ мА} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ А}$ $T - ?$</p>	<p><i>Розв'язання</i> За визначенням сила струму I прямо пропорційна заряду q й обернено пропорційна часу t, протягом якого заряд рухається по провіднику,</p>
---	--

$$\text{тоді } t = \frac{q}{I}, \text{ а } T = 2\pi t, \text{ тоді } T = 2\pi \frac{q}{I}; [T] = \frac{\text{Кл} \cdot \text{с}}{\text{Кл}} = \text{с};$$

$$T = 2 \cdot 3,14 \frac{5 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-2}} = 15,7 \cdot 10^{-4} \text{ с.}$$

Відповідь: $15,7 \cdot 10^{-4} \text{ с.}$

16. Конденсатор ємністю 90 пФ спочатку з'єднали із джерелом постійного струму з ЕРС 6В, а потім — з котушкою індуктивністю 10 мкГн. Визначити частоту коливань у контурі й максимальну силу струму в контурі.

<p>Дано: $C = 90 \text{ пФ} = 9 \cdot 10^{-11} \text{ Ф}$ $L = 10 \text{ мкГн} = 10^{-5} \text{ Гн}$ $\varepsilon = 6 \text{ В}$ $v - ?$ $I_{\max} - ?$</p>	<p><i>Розв'язання</i> Частота коливань, що відбуваються в коливальному контурі, залежить від періоду коливань за формулою $v = \frac{1}{T}$, де T — період коливань, що визначається формулою Томсона $T = 2\pi\sqrt{LC}$, тоді $v = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$.</p>
---	---

$$[v] = \frac{1}{\sqrt{\text{Гн} \cdot \text{Ф}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{А}} \cdot \frac{\text{Кл}}{\text{В}}}} = \frac{1}{\sqrt{\text{с}^2}} = \frac{1}{\text{с}} = \text{Гц};$$

$$v = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \sqrt{10^{-5} \cdot 9 \cdot 10^{-11}}} = \frac{1}{6,28 \cdot 3 \cdot 10^{-8}} = 5,3 \cdot 10^6 \text{ Гц.}$$

Застосувавши закон збереження енергії в коливальному контурі, одержимо: $\frac{CU_{\max}^2}{2} = \frac{LI_{\max}^2}{2}$, звідси $I_{\max} = \sqrt{\frac{CU_{\max}^2}{L}}$.

$$[I] = \sqrt{\frac{\text{Ф} \cdot \text{В}^2}{\text{Гн}}} = \sqrt{\frac{\text{Кл} \cdot \text{А} \cdot \text{В}^2}{\text{В} \cdot \text{В} \cdot \text{с}}} = \sqrt{\frac{\text{Кл}^2}{\text{с}^2}} = \sqrt{\text{А}^2} = \text{А};$$

$$I_{\max} = \sqrt{\frac{9 \cdot 10^{-11} \cdot 6^2}{10^{-5}}} = 3 \cdot 6 \cdot 10^{-3} = 18 \cdot 10^{-3} \text{ А.}$$

Відповідь: $5,3 \cdot 10^6 \text{ Гц}; 18 \cdot 10^{-3} \text{ А.}$

17. Батарею із двох однакових конденсаторів по 0,01 мкФ підключають до котушки індуктивністю 8 мкГн. Визначити період і частоту виникаючих у контурі електромагнітних коливань, якщо конденсатори з'єднані: 1) послідовно; 2) паралельно.

<p>Дано: $C_1 = C_2 = 0,01 \text{ мкФ} = 10^{-8} \text{ Ф}$ $L = 8 \text{ мкГн} = 8 \cdot 10^{-6} \text{ Гн}$ $T - ?$ $v - ?$</p>	<p><i>Розв'язання</i> Період коливань визначається формулою Томсона $T = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$. Частота $v = \frac{1}{T}$.</p>
---	---

- 1) При послідовному з'єднанні ємність батареї дорівнює

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}. T = 2\pi \cdot \sqrt{L \cdot \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}},$$

$$T = 2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{\frac{8 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-8} \cdot 10^{-8}}{10^{-8} + 10^{-8}}} = 6,28 \cdot \sqrt{4 \cdot 10^{-14}} = 12,56 \cdot 10^{-7} \text{ с.}$$

$$v = 8 \cdot 10^5 \text{ Гц.}$$

- 2) При паралельному з'єднанні ємність батареї дорівнює $C = C_1 + C_2$.

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{L \cdot (C_1 + C_2)};$$

$$T = 2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{8 \cdot 10^{-6} \cdot (10^{-8} + 10^{-8})} = 6,28 \cdot \sqrt{16 \cdot 10^{-14}} = 25,12 \cdot 10^{-7} \text{ с};$$

$$v = 4 \cdot 10^5 \text{ Гц.}$$

Відповідь: 1) $12,56 \cdot 10^{-7} \text{ с}, 8 \cdot 10^5 \text{ Гц}; 2) 25,12 \cdot 10^{-7} \text{ с}, 4 \cdot 10^5 \text{ Гц.}$

Генератор

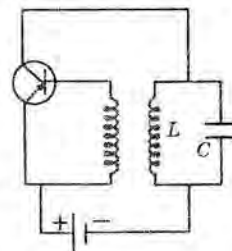
електромагнітних коливань

Для створення незгасаючих коливань використовується генератор електромагнітних коливань — автоколивальна система.

Транзистор — пристрій, що регулює надходження енергії від джерела.

Зворотний зв'язок — індуктивний зв'язок котушки коливального контуру з котушкою в колі емітер—база транзистора.

Це треба знати!



Змінний електричний струм

Змінний електричний струм i — електричний струм, що залежить від часу. Змінний електричний струм — приклад змушених електричних коливань.

і низької частоти одержують за допомогою індукційного генератора, принцип дії якого — рамка, що обертається в однорідному магнітному полі.

і високої частоти одержують за допомогою генератора на транзисторі.

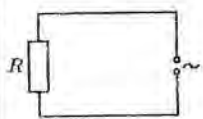
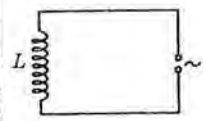
Діюче значення сили струму — сила постійного струму, що виділяє в провіднику таку саму кількість теплоти, як і змінний струм за той самий час. Аналогічно визначається й діюче значення напруги:

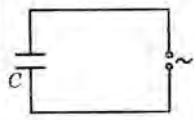
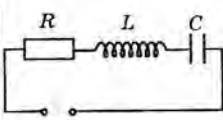
$$I_{\text{д}} = \frac{I_{\text{max}}}{\sqrt{2}};$$

$$U_{\text{д}} = \frac{U_{\text{max}}}{\sqrt{2}}.$$

Коло змінного струму

Закон Ома справедливий для миттєвих значень змінного струму.

Активний опір	
	<p>Коливання напруги й сили струму збігаються по фазі.</p> <p>Якщо $u = U_{\text{max}} \cos \omega t$, то $i = I_{\text{max}} \cos \omega t$.</p> <p>Потужність змінного струму (середня за період), що виділяється на активному опорі:</p> $P = \frac{1}{2} I_{\text{max}} U_{\text{max}} = IU = I^2 R$
Індуктивний опір	
	<p>Коливання напруги випереджають по фазі коливання сили струму на чверть періоду.</p> <p>Якщо $i = I_{\text{max}} \cos \omega t$,</p> <p>то $u = U_{\text{max}} \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = -U_{\text{max}} \sin \omega t$.</p> <p>Величина $X_L = \omega L$ — індуктивний опір.</p> $I_{\text{max}} = \frac{U_{\text{max}}}{X_L}, I = \frac{U}{X_L};$ <p>Середня за період потужність $P = 0$</p>

Ємнісний опір	
	<p>Коливання напруги відстають по фазі від коливань сили струму на чверть періоду.</p> <p>Якщо $i = I_{\text{max}} \cos \omega t$,</p> <p>то $u = U_{\text{max}} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = U_{\text{max}} \sin \omega t$.</p> <p>Величина $X_C = \frac{1}{\omega C}$ — ємнісний опір.</p> <p>Середня за період потужність $P = 0$</p>
Повний опір	
	$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2},$ <p>де R — активний опір;</p> <p>$X_L = \omega L$, $X_C = \frac{1}{\omega C}$ — реактивний опір</p>

18. Значення сили струму задано рівнянням $i = 0,28 \cdot \sin 50\pi t$. Визначити амплітуду сили струму, частоту, циклічну частоту, період. Визначити миттєві значення сили змінного струму: 1) для фази $\pi/4$; 2) через 0,02 с.

Самовчитель

Дано:

$$i = 0,28 \cdot \sin 50\pi t$$

$$\varphi_1 = \frac{\pi}{4}$$

$$t_2 = 0,02 \text{ с}$$

$$A - ?$$

$$v - ?$$

$$\omega - ?$$

$$T - ?$$

$$i(\varphi_1) - ?$$

$$i(t_2) - ?$$

Розв'язання

У загальному вигляді $i = A \sin \omega t \Rightarrow A = 0,28 \text{ А}$,

$$\omega = 2\pi v \Rightarrow v = \frac{\omega}{2\pi}, \omega = 50\pi.$$

$$v = \frac{50\pi}{2\pi} = 25 \text{ Гц}.$$

$$T = \frac{1}{v} \Rightarrow T = \frac{1}{25} = 0,04 \text{ с}.$$

$$i\left(\varphi_1 = \frac{\pi}{4}\right) = 0,28 \sin \frac{\pi}{4} = 0,28 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,2 \text{ А}.$$

$$i(t_2 = 0,02) = 0,28 \cdot \sin(50\pi \cdot 0,02) = 0,28 \sin \pi = 0 \text{ А}.$$

Відповідь: 0,28 А; 25 Гц; $\omega = 50\pi$; 0,04 с; 0,2 А; 0 А.

19. У коливальному контурі напруга на обкладках конденсатора ємністю 0,9 мкФ змінюється за законом $u = 50 \cos 10^4 \pi t$.

Дано:

$$C = 0,9 \text{ мкФ} = 9 \cdot 10^{-7} \text{ Ф}$$

$$u = 50 \cos 10^4 \pi t$$

L — ?

Розв'язання

У загальному вигляді $u = A \cos \omega t$;

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (1)$$

$$\text{Формула Томсона: } T = 2\pi\sqrt{LC} \quad (2)$$

Зрівнявши вирази (1) і (2), одержимо: $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

$$\omega^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow L = \frac{1}{\omega^2 C}, \quad \omega = 10^4 \pi,$$

$$[L] = \frac{c^2}{\Phi} = \frac{c^2 \cdot \text{В}}{\text{Кл}} = \frac{\text{Дж} \cdot c^2}{\text{Кл} \cdot \text{Кл}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{А}^2} \cdot \frac{\text{м}}{\text{м}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{А} \cdot \text{м} \cdot \text{А}} = \frac{\text{Тл} \cdot \text{м}^2}{\text{А}} = \frac{\text{Вб}}{\text{А}} = \text{Гц};$$

$$L = \frac{1}{(10^4 \pi)^2 \cdot 9 \cdot 10^{-7}} \approx \frac{1}{10^8 \cdot 9,86 \cdot 9 \cdot 10^{-7}} = 1,12 \cdot 10^{-3} \text{ Гц.}$$

Відповідь: $1,12 \cdot 10^{-3}$ Гц.

20. У коливальному контурі електричний заряд на пластинах конденсатора змінюється за законом $q = 10^{-6} \cos 10^5 \pi t$. Записати рівняння залежності сили струму від часу, знайти амплітуду коливань заряду й сили струму, період і частоту коливань.

Дано:

$$q = 10^{-6} \cos 10^5 \pi t$$

$$i(t) \text{ — ?}$$

$$q_{\max} \text{ — ?}$$

$$I_{\max} \text{ — ?}$$

$$T \text{ — ?}$$

$$\nu \text{ — ?}$$

Розв'язання

Сила струму визначається як перша похідна від заряду за часом:

$$i(t) = q'(t) = -0,1\pi \sin 10^5 \pi t$$

 $q_{\max} = 10^{-6}$ Кл — амплітуда коливань заряду в контурі; $I_{\max} = 0,1\pi = 0,314$ А — амплітуда коливань сили струму в контурі.

Циклічна частота ω пов'язана з періодом коливань у коливальному контурі співвідношенням $\omega = \frac{2\pi}{T}$, звідси $T = \frac{2\pi}{\omega}$, де $\omega = 10^5 \pi$, тоді $T = \frac{2 \cdot 3,14}{10^5 \cdot 3,14} = 2 \cdot 10^{-5}$ с.

Знаючи період коливань T , можна знайти частоту ν :

$$\nu = \frac{1}{T},$$

$$\text{таким чином, } \nu = \frac{1}{2 \cdot 10^{-5}} = 5 \cdot 10^4 \text{ Гц.}$$

Відповідь: $i(t) = -0,1\pi \sin 10^5 \pi t$; 10^{-6} Кл; $0,314$ А; $2 \cdot 10^{-5}$ с; $5 \cdot 10^4$ Гц.

Резонанс

у колі змінного струму

Це треба знати!

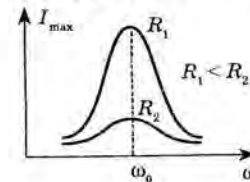
Резонанс у колі змінного струму — різке зростання амплітуди коливань сили струму при збігу частоти зовнішньої ЕРС із частотою вільних коливань у контурі.

Умова резонансу

Індуктивний опір дорівнює за величиною ємнісному:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C},$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Графіки залежності амплітуди I_{\max} змінного струму від частоти ω 

21. У коло змінного струму включений конденсатор на 2 мкФ й котушка індуктивністю $0,05 \text{ Гн}$. Якої частоти струм треба подати, щоб здійснився резонанс?

Самовчитель

Дано:

$$C = 2 \text{ мкФ} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$L = 0,05 \text{ Гн}$$

$$\omega_p \text{ — ?}$$

Розв'язання

Умова резонансу:

$$\omega \cdot L = \frac{1}{\omega \cdot C} \Rightarrow \omega_p = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}}.$$

$$[\omega_p] = \sqrt{\frac{1}{\text{Гн} \cdot \text{Ф}}} = \sqrt{\frac{\text{В}}{\text{Гн} \cdot \text{Кл}}} = \sqrt{\frac{\text{В} \cdot \text{А}}{\text{Вб} \cdot \text{Кл}}} = \sqrt{\frac{\text{В} \cdot \text{Кл}}{\text{Вб} \cdot \text{Кл} \cdot \text{с}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{\text{В}}{\text{Тл} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}}} = \sqrt{\frac{\text{Дж}}{\text{Кл} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}} \cdot \frac{\text{А} \cdot \text{м}}{\text{Н}}} = \sqrt{\frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Кл} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}} \cdot \frac{\text{Кл}}{\text{с}} \cdot \frac{\text{Н}}{\text{Н}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{\text{с}^2}} = \text{Гц};$$

$$\omega_p = \sqrt{\frac{1}{0,05 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}} = 10^4 \sqrt{0,1} = 3162 \text{ Гц.}$$

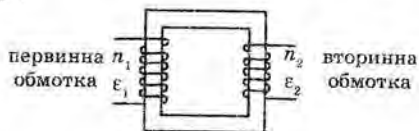
Відповідь: 3162 Гц.

Це треба знати!

Трансформатор

Трансформатор — пристрій для перетворення напруги змінного струму, що складається із двох котушок (обмотки) на загальному феромагнітному осерді.

Осердя концентрує магнітне поле так, що всі витки первинної й вторинної обмоток пронизуються практично однаковим змінним магнітним потоком, відповідно в кожному витку наводиться однакова ЕРС індукції.



$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} = \frac{n_1}{n_2} = k,$$

де k — коефіцієнт трансформації;

$k > 1$ — трансформатор знижувальний;

$k < 1$ — трансформатор підвищувальний.

ККД трансформатора:

$$\eta = \frac{N_2}{N_1} = \frac{I_2 U_2}{I_1 U_1},$$

де N_2 — корисна потужність;

N_1 — використана потужність.

Трансформатори застосовують для підвищення напруги при передачі електроенергії по лініях електропередач і для зниження напруги при розподілі електроенергії споживачам.

Самовчитель

22. Знижувальний трансформатор з коефіцієнтом трансформації, що дорівнює 5, знижує напругу з 5 кВ до 400 В. Струм у вторинній обмотці дорівнює 6 А. Визначити опір вторинної обмотки.

Дано:

$$k = 5$$

$$U_1 = 5 \text{ кВ} = 5 \cdot 10^3 \text{ В}$$

$$U_2 = 400 \text{ В}$$

$$I_2 = 6 \text{ А}$$

$$r = ?$$

Розв'язання

Коефіцієнт трансформації

$$k = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} = \frac{U_1}{U_2} \Rightarrow k = \frac{U_1}{\epsilon_2} \Rightarrow \epsilon_2 = \frac{U_1}{k}.$$

$$\text{Закон Ома для повного кола } I_2 = \frac{\epsilon_2}{R+r},$$

де R — опір навантаження,

$$\Rightarrow \epsilon_2 = I_2 \cdot (R+r) = I_2 R + I_2 r.$$

$$\text{Закон Ома для ділянки кола: } U_2 = I_2 R$$

$$\Rightarrow \epsilon_2 = I_2 r + U_2.$$

$$\text{Таким чином, } \frac{U_1}{k} = I_2 r + U_2 \Rightarrow I_2 r = \frac{U_1}{k} - U_2 \Rightarrow r = \left(\frac{U_1}{k} - U_2 \right) \frac{1}{I_2}.$$

$$[r] = \text{В} \cdot \frac{1}{\text{А}} = \text{Ом}, \quad r = \left(\frac{5 \cdot 10^3}{5} - 400 \right) \cdot \frac{1}{6} = 100 \text{ Ом}.$$

Відповідь: 100 Ом.

23. До трансформатора із ККД 90%, що знижує напругу від 600 В до 30 В, підключені 300 гучномовців зі струмом 6 мА у кожному. Обчислити споживану трансформатором потужність.

Дано:

$$\eta = 90\% = 0,9$$

$$U_1 = 600 \text{ В}$$

$$U_2 = 30 \text{ В}$$

$$n = 300$$

$$I = 6 \text{ мА} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ А}$$

$$N_1 = ?$$

Розв'язання

$$\text{ККД трансформатора } \eta = \frac{N_2}{N_1},$$

де N_1 — потужність у первинній обмотці;

N_2 — потужність у вторинній обмотці.

$$N_1 = \frac{N_2}{\eta}.$$

$$\text{За визначенням, } N = I \cdot U \Rightarrow N_2 = I_2 \cdot U_2,$$

де $I_2 = n \cdot I$ — струм у вторинній обмотці.

$$\text{Таким чином, } N_1 = \frac{n \cdot I \cdot U_2}{\eta}, \quad [N_1] = \frac{\text{Кл} \cdot \text{Дж}}{\text{с} \cdot \text{Кл}} = \text{Вт};$$

$$N_1 = \frac{300 \cdot 6 \cdot 10^{-3} \cdot 30}{0,9} = 60 \text{ Вт}.$$

Відповідь: 60 Вт.

Електромагнітні хвилі

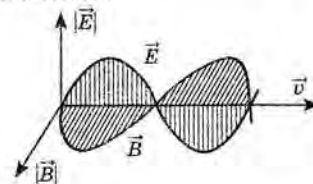
Це треба знати!

Електромагнітна хвиля — процес поширення змінних магнітного й електричного полів.

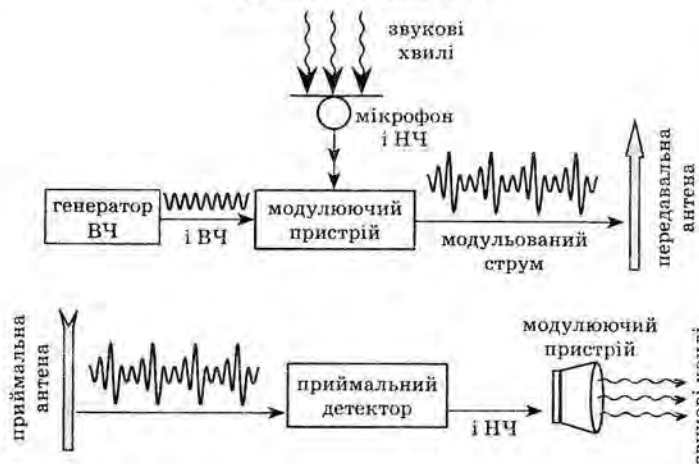
Властивості

електромагнітних хвиль:

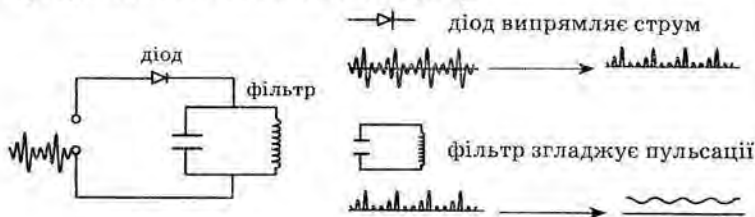
- випромінюються електричними зарядами, що прискорено рухаються;
- є поперечними, $\vec{B} \perp \vec{E} \perp \vec{v}$;
- поглинаються;
- заломлюються;
- відбиваються.



Принцип радіозв'язку



Детектор — пристрій, що перетворює модульовані високочастотні (ВЧ) коливання в низькочастотні (НЧ).



Поширення радіохвиль

Довгі й середні хвилі ($\lambda > 100$ м) поширюються на більші відстані, тому що здатні обгинати опуклу поверхню Землі завдяки дифракції й рефракції.

Короткі хвилі ($10 \text{ м} < \lambda < 100 \text{ м}$) поширюються на більші відстані завдяки здатності багаторазово відбиватися від іоносфери.

Ультракороткі хвилі ($\lambda < 100$ м) поширюються в межах прямої видимості антени передавача.

Радіолокація — виявлення й точне визначення місця розташування предмета за допомогою радіохвиль при частоті $\nu = 10^8 - 10^{11}$ Гц (надвисокі частоти).

Відстань до об'єкта $l = \frac{ct}{2}$, де c — швидкість поширення електромагнітної хвилі.

24. У скільки разів зміниться швидкість електромагнітної хвилі при переході в вакууму в середовище, якщо довжина хвилі зменшиться в 9 разів?

Самовчитель

Дано:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 9$$

$$\frac{v_1}{v_2} = ?$$

Розв'язання

Швидкість електромагнітної хвилі в середовищі $v = \lambda\nu$. Якщо середовище — вакуум, то $c = \lambda\nu$, де $c = 3 \cdot 10^8$ м/с — швидкість електромагнітної хвилі у вакуумі.

Таким чином, при $\nu_1 = \nu_2 = \nu$ $\frac{c}{v_2} = \frac{\lambda_1\nu}{\lambda_2\nu} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 9$ разів.

Відповідь: збільшиться в 9 разів.

25. Скільки коливань відбувається в електромагнітній хвилі з довжиною 500 м за час, що дорівнює періоду звукових коливань із частотою 3 кГц?

Дано:

$$\lambda_1 = 500 \text{ м}$$

$$t_1 = t_2 = T_2$$

$$\nu_2 = 3 \text{ кГц} = 3000 \text{ Гц}$$

$$n = ?$$

Розв'язання

Період звукових коливань $T_2 = \frac{1}{\nu_2}$;

Частота електромагнітної хвилі $\nu_1 = \frac{c}{\lambda_1}$.

Тоді число коливань $n = \nu_1 t_1 = \frac{c}{\lambda_1} \frac{1}{\nu_2}$; $n = \frac{3 \cdot 10^8}{500 \cdot 3000} = 200$.

Відповідь: 200.

26. Визначити довжину хвилі, що поширюється зі швидкістю $2 \cdot 10^8$ м/с в середовищі, якщо її частота у вакуумі 10^6 Гц.

Дано:

$$v = 2 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

$$\nu_0 = 10^6 \text{ Гц}$$

$$\lambda = ?$$

Розв'язання

У вакуумі $c = \nu_0 \lambda_0$, а в середовищі $v = \nu_0 \lambda$, тоді

$$\lambda = \frac{v}{\nu_0}, \lambda = \frac{2 \cdot 10^8}{10^6} = 200 \text{ м.}$$

Відповідь: 200 м.

27. На яку довжину хвилі настроєний коливальний контур, що складається з котушки індуктивністю 2,5 мГн й конденсатора ємністю 400 пФ?

Дано:

$$L = 2,5 \text{ мГн} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$$

$$C = 400 \text{ пФ} = 4 \cdot 10^{-10} \text{ Ф}$$

$$\lambda = ?$$

Розв'язання

Згідно з формулою Томсона:

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}},$$

$\lambda = 2\pi c\sqrt{LC}$, де c — швидкість поширення електромагнітної хвилі.

$$\lambda = 6,28 \cdot 3 \cdot 10^8 \sqrt{25 \cdot 10^{-4} \cdot 4 \cdot 10^{-10}} = 1884 \text{ м.}$$

Відповідь: 1884 м.

28. Коливальний контур складається з конденсатора ємністю 5 нФ і котушки зі змінною індуктивністю. Визначити індуктивність котушки, за якої контур резонує з електромагнітною хвилею довжиною 500 м.

Дано: $C = 5 \text{ нФ} = 5 \cdot 10^{-9} \text{ Ф}$ $\lambda = 500 \text{ м}$ $L - ?$	Розв'язання Резонансна частота $\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, тоді $\lambda = 2\pi c\sqrt{LC}$, звідси одержимо: $L = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 c^2 C}$;
---	---

$$L = \frac{25 \cdot 10^4}{4 \cdot 3,14^2 \cdot 9 \cdot 10^{16} \cdot 5 \cdot 10^{-9}} = 14 \cdot 10^{-6} \text{ Гн.}$$

Відповідь: $14 \cdot 10^{-6}$ Гн.

29. Коливальний контур радіоприймача складається з конденсатора ємністю 75 пФ і котушки індуктивністю 1,34 мГн. Яка частота власних коливань контуру радіоприймача? Хвилі якої довжини приймає радіоприймач?

Дано: $C = 75 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}$ $L = 1,34 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$ $\nu - ?$ $\lambda - ?$	Розв'язання Згідно з формулою Томсона: $\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, тоді $\lambda = 2\pi c\sqrt{LC}$. $\nu = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \sqrt{75 \cdot 10^{-12} \cdot 1,34 \cdot 10^{-3}}} = 0,5 \cdot 10^6 \text{ Гц,}$ $\lambda = 2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 10^8 \sqrt{75 \cdot 10^{-12} \cdot 1,34 \cdot 10^{-3}} = 597 \text{ м.}$
---	--

Відповідь: $0,5 \cdot 10^6$ Гц, 597 м.

30. У котушці виникає ЕРС самоіндукції 0,23 мВ при зміні сили струму на 1 А за 0,6 с. Визначити довжину хвилі випромінювання генератора, у коливальний контур якого входить ця котушка й конденсатор ємністю 14,1 пФ.

Дано: $C = 14,1 \text{ пФ} = 14,1 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}$ $\Delta I = 1 \text{ А}$ $\Delta t = 0,6 \text{ с}$ $\varepsilon_{si} = 0,23 \cdot 10^{-3} \text{ В}$ $\lambda - ?$	Розв'язання Закон Фарадея $\varepsilon_{si} = \frac{ \Delta\Phi }{\Delta t}$, де $\Delta\Phi$ — зміна магнітного потоку; $\Delta\Phi = L \cdot \Delta I$.
--	--

Таким чином, $\varepsilon_{si} = \frac{|L \cdot \Delta I|}{\Delta t} \Rightarrow L = \frac{|\varepsilon_{si} \cdot \Delta t|}{\Delta I}$.

Згідно з формулою Томсона $\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, тоді $\lambda = 2\pi c\sqrt{LC}$.

Отже, $\lambda = 2\pi c\sqrt{\frac{\varepsilon_{si} \cdot \Delta t}{\Delta I} C}$,

$$\lambda = 2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 10^8 \sqrt{\frac{0,23 \cdot 10^{-3} \cdot 0,6 \cdot 14,1 \cdot 10^{-12}}{1}} = 831 \text{ м.}$$

Відповідь: 831 м.

31. Частота сигналів у телебаченні 50 МГц. Визначити кількість довжин хвиль сигналу, що припадає на 1 елемент зображення, якщо протягом 0,04 с передається $5 \cdot 10^5$ елементів зображення.

Дано: $\nu = 50 \text{ МГц} = 5 \cdot 10^7 \text{ Гц}$ $t = 0,04 \text{ с}$ $n = 5 \cdot 10^5$ $N - ?$	Розв'язання $N = \frac{\nu t}{n}$; $N = \frac{5 \cdot 10^7 \cdot 0,04}{5 \cdot 10^5} = 4$.
--	--

Відповідь: 4.

32. Обчислити відстань до перешкоди, якщо сигнал радіолокатора повернувся назад через 40 мкс.

Дано: $\Delta t = 40 \text{ мкс} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ с}$ $l - ?$	Розв'язання Відстань до перешкоди $l = \frac{c\Delta t}{2}$; $l = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 4 \cdot 10^{-5}}{2} = 6 \cdot 10^3 \text{ м.}$
---	--

Відповідь: $6 \cdot 10^3$ м.

33. Визначити найбільшу й найменшу дальність виявлення мети радіолокатором, якщо тривалість імпульсу 10^{-6} с, інтервал часу між імпульсами 10^{-4} с.

Дано: $t_{\text{імн}} = 10^{-6} \text{ с}$ $\Delta t = 10^{-4} \text{ с}$ $l_{\text{макс}} - ?$ $l_{\text{мін}} - ?$	Розв'язання $l_{\text{макс}} = \frac{c\Delta t}{2}$; $l_{\text{мін}} = \frac{ct_{\text{імн}}}{2}$; $l_{\text{макс}} = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 10^{-4}}{2} = 1,5 \cdot 10^4 \text{ м;}$ $l_{\text{мін}} = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 10^{-6}}{2} = 1,5 \cdot 10^2 \text{ м.}$
--	--

Відповідь: $1,5 \cdot 10^4$ м; $1,5 \cdot 10^2$ м.

34. Телевежа висотою 300 м перебуває в зоні прямої видимості від приймальної антени телеприймача висотою 10 м. Визначити відстань між ними.

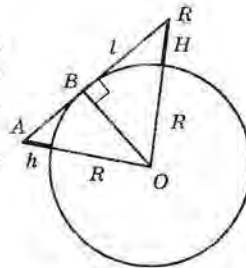
Дано:
 $H = 300$ м
 $h = 10$ м
 $l = ?$

Розв'язання

Оскільки телевежа й антена перебувають у зоні прямої видимості, то $l = AC$ — дотична, тоді $AC \perp R_{\text{землі}}$.

Розглянемо прямокутний трикутник BCO :

$$BC = \sqrt{CO^2 - BO^2}$$



$$BC = \sqrt{(R_{\text{землі}} + H)^2 - R_3^2} = \sqrt{R_3^2 + 2HR_3 + H^2 - R_3^2} = \sqrt{2HR_3 + H^2};$$

$$BC = \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 10^2 \cdot 6,4 \cdot 10^6 + 9 \cdot 10^4} \approx 61968 \text{ м.}$$

Розглянемо прямокутний трикутник BAO :

$$AB = \sqrt{AO^2 - BO^2};$$

$$AB = \sqrt{(R_3 + h)^2 - R_3^2} = \sqrt{R_3^2 + 2hR_3 + h^2 - R_3^2} = \sqrt{2hR_3 + h^2};$$

$$BC = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 6,4 \cdot 10^6 + 10^2} \approx 11314 \text{ м.}$$

$$l = AB + BC;$$

$$l = 61968 + 11314 = 73282 \text{ м.}$$

Відповідь: 73282 м.

Геометрична оптика

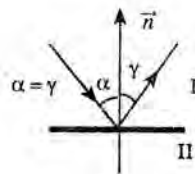
Це треба знати!

Геометрична оптика — розділ фізики, що вивчає закони поширення світла

на основі таких уявлень про світлові промені:

- прямолінійність поширення в однорідному середовищі;
- незалежність поширення світлових пучків.

Світловий промінь — лінія, уздовж якої поширюється енергія світлових електромагнітних хвиль



Закони геометричної оптики

Закон прямолінійного поширення світла.

В однорідному середовищі або вакуумі світло поширюється прямолінійно.

Закон відбивання. Падаючий промінь, відбитий промінь і перпендикуляр до границі поділу

двох середовищ лежать в одній площині, кут відбивання дорівнює куту падіння.

Закон заломлення. Падаючий промінь, промінь заломлений і перпендикуляр до границі поділу двох середовищ лежать в одній площині, причому відношення синуса кута падіння до синуса кута заломлення є величина, постійна для даних середовищ — відносний показник заломлення n_{21} :

$$n_{21} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

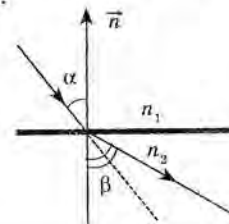
Відносний показник заломлення дорівнює відношенню швидкостей світла в даних середовищах: $n_{21} = \frac{v_1}{v_2}$.

Абсолютний показник заломлення — показник заломлення відносно вакууму, що показує, у скільки разів швидкість світла в даному середовищі менше швидкості світла у вакуумі:

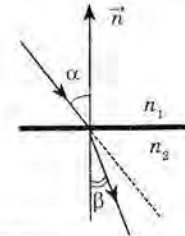
$$n = \frac{c}{v}$$

Оптична густина середовища

Промінь із середовища з більшою оптичною густиною переходить у середовище з меншою оптичною густиною, тобто $n_1 > n_2$, $\alpha < \beta$.



Промінь із середовища з меншою оптичною густиною переходить у середовище з більшою оптичною густиною, тобто $n_1 < n_2$, $\alpha > \beta$.

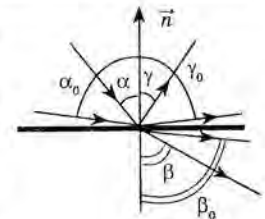


Повне відбивання

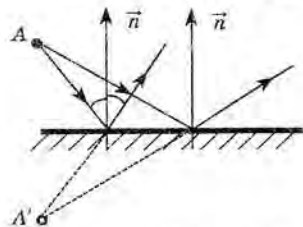
Граничний кут повного відбивання α_0 — кут падіння, за якого відбувається повне відбивання світла.

$$\alpha_0 = \arcsin n_2/n_1, \text{ де } n_1 > n_2.$$

За умови $\alpha > \alpha_0$ все падаюче світло повністю відбивається усередину середовища.

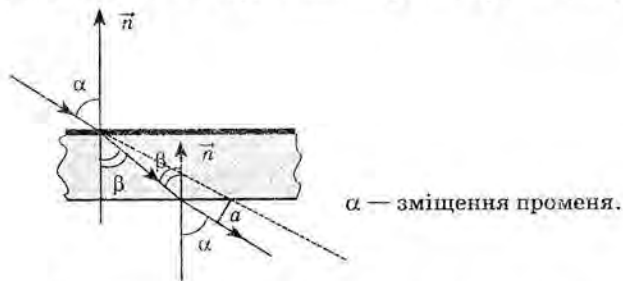


Побудова зображення в плоскому дзеркалі
Плоске дзеркало — плоска відбивна поверхня.



Зображення предмета в плоскому дзеркалі є уявним.

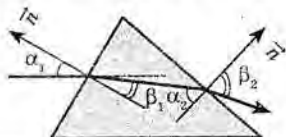
Проходження світла через плоскопаралельну пластинку



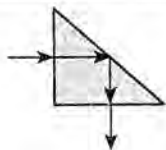
a — зміщення променя.

Проходження світла через трикутну призму

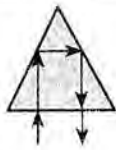
Якщо немає повного відбивання



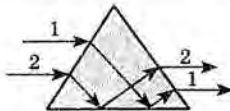
При повнім відбиванні



Застосовується в перископі



Застосовується у відбивачах



Застосовується в біноклях

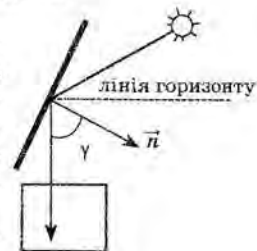
35. Сонячні промені падають на землю під кутом 30° до обрїю. Як за допомогою плоского дзеркала освітити дво колодязя?

Самовчитель

Дано:
 $\alpha = 30^\circ$
 $\gamma = ?$

Розв'язання

Дзеркало необхідно поставити таким чином, щоб відбитий промінь був перпендикулярний дну колодязя. Тоді кут між падаючим і відбитим променем буде дорівнювати $90^\circ + \alpha$. Оскільки кут падіння дорівнює куту відбиття, $\gamma = \frac{90^\circ + \alpha}{2}$, таким чином, $\gamma = \frac{90^\circ + 30^\circ}{2} = 60^\circ$.



Відповідь: 60° .

36. Якої висоти повинне бути плоске дзеркало, щоб ви змогли побачити себе на повний зріст?

Розв'язання

Побудуємо в плоскому дзеркалі Z зображення людини $A'B'$. Промені AA' і AB' обмежують кут зору, під яким людина бачить своє зображення.

Розглянемо трикутники $AA'B'$ і AOC .

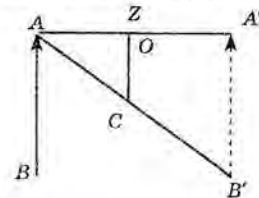
Вони подібні, тому

$$\frac{A'A}{OA} = \frac{A'B'}{OC}, \text{ але } A'B' = AB, OA' = OA, AA' = 2OA, \text{ тому}$$

$$\frac{2OA}{OA} = \frac{AB}{OC}, \text{ звідси } OC = \frac{1}{2} AB.$$

Якщо $AB = L$, то $OC = \frac{L}{2}$,
 L — зріст людини.

Відповідь: $L/2$.



37. Визначити фокусну відстань увігнутого дзеркала, якщо його радіус кривизни 50 см.

Дано:

$$R = 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м}$$

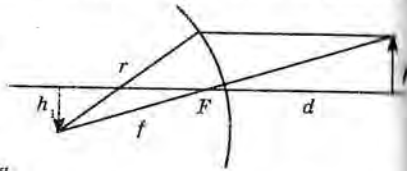
$F = ?$

Розв'язання

$F = \frac{R}{2}$, де R — радіус кривизни сферичного дзеркала. $F = \frac{0,5}{2} = 0,25 \text{ м}$.

Відповідь: 0,25 м.

38. На відстані 20 см від опуклого сферичного дзеркала з радіусом кривизни 2 м розташований предмет висотою 10 см. Визначити висоту зображення предмета. На якій відстані перебуває зображення предмета?



Дано:

$r = 2 \text{ м}$

$d = 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м}$

$h = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$

$f = ?$

$h_1 = ?$

Розв'язання

Формула для опуклого дзеркала: $-\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$,
але $F = \frac{r}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ м}$;

$$\frac{1}{f} = -\frac{1}{F} - \frac{1}{d}$$

звідси $\frac{1}{f} = -\frac{d+F}{Fd}$ або $f = -\frac{Fd}{d+F}$; $f = -\frac{0,2 \cdot 1}{0,2+1} = -\frac{1}{6} \text{ м}$,

також $\frac{h}{h_1} = \frac{d}{f}$; $h_1 = \frac{hf}{d}$; $h_1 = \frac{0,1 \cdot 1}{0,2 \cdot 6} = \frac{1}{12} \text{ м}$.

Відповідь: 1/6 м, 1/12 м.

39. Швидкість світла в склі $713,52 \cdot 10^6$ км/год, а у воді $810 \cdot 10^6$ км/год. Визначити відносний показник заломлення скла.

Дано:

$v_1 = 713,52 \cdot 10^6 \text{ км/год} = 19,82 \cdot 10^7 \text{ м/с}$

$v_2 = 810 \cdot 10^6 \text{ км/год} = 22,5 \cdot 10^7 \text{ м/с}$

$n_{12} = ?$

Розв'язання

Відносний показник заломлення $n_{12} = \frac{v_2}{v_1}$;

$$n_{12} = \frac{22,5 \cdot 10^7}{19,82 \cdot 10^7} = 1,135.$$

Відповідь: 1,135.

40. Визначити показник заломлення скла, якщо світло поширюється в ньому зі швидкістю $2 \cdot 10^8$ м/с.

Дано:

$v = 2 \cdot 10^8 \text{ м/с}$

$n = ?$

Розв'язання

Показник заломлення $n = \frac{c}{v}$,

де $c = 3 \cdot 10^8$ м/с — швидкість світла у вакуумі,
 v — швидкість світла в речовині;

$$n = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^8} = 1,5.$$

Відповідь: показник заломлення скла дорівнює 1,5.

41. Кут падіння променя на поверхню рідини дорівнює 25° . Визначити кут заломлення променя, якщо швидкість поширення світла в рідині дорівнює $2,4 \cdot 10^8$ м/с.

Дано:

$v = 2,4 \cdot 10^8 \text{ м/с}$

$\alpha = 25^\circ$

$\beta = ?$

Розв'язання

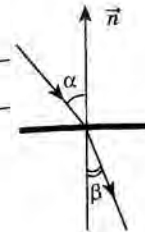
$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n; \text{ де } n = \frac{c}{v}, \text{ де } c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

швидкість світла у вакуумі, а v — швидкість світла в речовині.

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{v} \Rightarrow \sin \beta = \frac{v \sin \alpha}{c}$$

$$\sin \beta = \frac{2,4 \cdot 10^8 \cdot 0,42}{3 \cdot 10^8} = 0,33;$$

$$\sin \beta = 0,33 \Rightarrow \beta = 19^\circ.$$

Відповідь: кут заломлення 19° .

42. Кут падіння променя на поверхню рідини дорівнює 45° . Визначити кут заломлення променя, якщо показник заломлення рідини дорівнює 1,63.

Дано:

$n = 1,63$

$\alpha = 45^\circ$

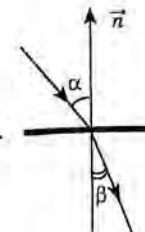
$\beta = ?$

Розв'язання

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n;$$

$$\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n}; \sin \beta = \frac{\sin 45^\circ}{1,63} = \frac{0,7}{1,63} = 0,43.$$

$$\sin \beta = 0,43 \Rightarrow \beta = 26^\circ.$$

Відповідь: кут заломлення 26° .

43. Кут падіння променя на поверхню рідини дорівнює 40° , а кут заломлення — 24° . Визначити кут заломлення при куті падіння 80° .

Дано:

$\alpha_1 = 40^\circ$

$\alpha_2 = 80^\circ$

$\beta_1 = 24^\circ$

$n_1 = n_2 = n$

$\beta_2 = ?$

Розв'язання

Оскільки досліди проведено на одній і тій самій рідині,

$$n = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \beta_2} \Rightarrow \sin \beta_2 = \frac{\sin \beta_1 \cdot \sin \alpha_2}{\sin \alpha_1}$$

$$\sin \beta_2 = \frac{\sin 80^\circ \cdot \sin 24^\circ}{\sin 40^\circ} = \frac{0,98 \cdot 0,41}{0,64} = 0,61.$$

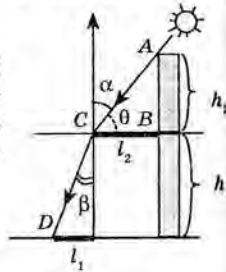
$$\sin \beta_2 = 0,61 \Rightarrow \beta = 38^\circ.$$

Відповідь: кут заломлення 38° .

44. У дно водойми глибиною 2 м вбитий стовп, що виступає з води на 1 м. Визначити довжину тіні стовпа, якщо висота сонця над обрієм 30° .

Дано: $h_1 = 2$ м
 $h_2 = 1$ м
 $\theta = 30^\circ$
 $n = 1,33$
 $l - ?$

Розв'язання
 Довжина тіні стовпа дорівнює сумі довжин тіней від надводної частини й підводної частини стовпа: $l = l_1 + l_2$. Розглянемо прямокутний трикутник ABC :



$AB = h_2$ — висота надводної частини стовпа; $CB = l_2$ — довжина тіні надводної частини.

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{AB}{CB} \Rightarrow \frac{h_2}{l_2} \Rightarrow l_2 = \frac{h_2}{\operatorname{tg} \theta};$$

$$\text{оскільки } \operatorname{tg} 30^\circ = 0,57, \quad l_2 = \frac{1}{0,57} = 1,75 \text{ м.}$$

Розглянемо прямокутний трикутник CFD :

$CF = h_1$ — висота підводної частини стовпа;

$DF = l_1$ — довжина тіні підводної частини;

β — кут між заломленим променем і нормаллю до границі поділу

двох середовищ (повітря й води);

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{DF}{CF} \Rightarrow \frac{l_1}{h_1} \Rightarrow l_1 = h_1 \cdot \operatorname{tg} \beta;$$

$$\text{Знайдемо } \operatorname{tg} \beta: \quad \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n, \quad \alpha = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ;$$

$$\text{тоді } \frac{\sin 60^\circ}{\sin \beta} = 1,33 \Rightarrow \sin \beta = \frac{\sin 60^\circ}{1,33} = \frac{0,86}{1,33} = 0,65;$$

$$\sin \beta = 0,65, \quad \beta = 37^\circ; \quad \operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} 37^\circ = 0,75;$$

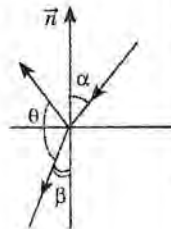
$$l_1 = 2 \cdot 0,75 = 1,5 \text{ м. } \quad l = 1,75 + 1,5 = 3,25 \text{ м.}$$

Відповідь: 3,25 м.

45. Обчислити кут падіння променя на поверхню скла, якщо кут між заломленим і відбитим променями дорівнює 120° .

Дано: $n = 1,6$
 $\theta = 120^\circ$
 $\alpha - ?$

Розв'язання
 $\alpha = \gamma$ — закон відбивання світла;
 $\theta = 180^\circ - (\beta - \alpha)$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$$


Складемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n, \\ 180^\circ - (\beta - \alpha) = 120^\circ; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\sin (60^\circ - \beta)}{\sin \beta} = 1,6, \\ \alpha = 60^\circ - \beta \end{cases}$$

$$\sin (60^\circ - \beta) = 1,6 \sin \beta; \text{ враховуючи,}$$

що $\sin (x - y) = \sin x \cdot \cos y - \sin y \cdot \cos x$, одержимо:

$$\sin 60^\circ \cdot \cos \beta - \sin \beta \cdot \cos 60^\circ = 1,6 \sin \beta,$$

з огляду на те, що $\sin 60^\circ = 0,86$ й $\cos 60^\circ = 0,5$, одержимо:

$$0,86 \cdot \cos \beta - 0,5 \cdot \sin \beta = 1,6 \cdot \sin \beta; \quad 0,86 \cdot \cos \beta = 2,1 \cdot \sin \beta;$$

$$\frac{2,1 \cdot \sin \beta}{0,86 \cdot \cos \beta} = 1 \Rightarrow 2,4 \operatorname{tg} \beta = 1 \Rightarrow \operatorname{tg} \beta = 0,41 \Rightarrow \beta = 23^\circ,$$

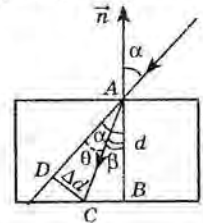
$$\text{тоді } \alpha = 60^\circ - 23^\circ = 37^\circ.$$

Відповідь: кут падіння 37° .

46. Промінь падає під кутом 60° на скляну пластину з паралельними гранями. Визначити товщину пластини, якщо після виходу з неї промінь зміщається на 2,5 см. Показник заломлення скла 1,8.

Дано: $\alpha = 60^\circ$
 $\Delta d = 2,5 \cdot 10^{-2}$ м
 $n = 1,8$
 $d - ?$

Розв'язання
 Знайдемо $\angle \beta$ — кут заломлення:
 $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n \Rightarrow \sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n}$



$$\sin \beta = \frac{\sin 60^\circ}{1,8} = \frac{0,86}{1,8} = 0,47 \Rightarrow \beta = 28^\circ.$$

$$\text{Знайдемо } \angle \theta: \quad \beta + \theta = \alpha \Rightarrow \theta = \alpha - \beta,$$

$$\theta = 60^\circ - 28^\circ = 32^\circ.$$

Знайдемо AC :

$$\sin \theta = \frac{DC}{AC} = \frac{\Delta d}{AC} \Rightarrow AC = \frac{\Delta d}{\sin \theta}, \text{ де } \Delta d \text{ — зміщення променя.}$$

$$AC = \frac{2,5 \cdot 10^{-2}}{\sin 32^\circ} = \frac{2,5 \cdot 10^{-2}}{0,53} = 4,7 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

Знайдемо $AB = d$:

$$\cos \beta = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AB = AC \cos \beta;$$

$$AB = d = 4,7 \cdot 10^{-2} \cdot \cos 28^\circ = 4,7 \cdot 10^{-2} \cdot 0,88 = 4,2 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

Відповідь: $4,2 \cdot 10^{-2}$ м.

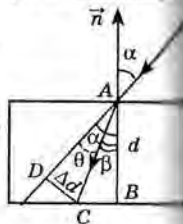
47. Визначити зміщення променя, що проходить через плоскопаралельну пластину товщиною 4 см з показником заломлення 1,6, якщо кут падіння дорівнює 55° .

Дано:
 $\alpha = 55^\circ$
 $d = 4 \text{ см} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
 $n = 1,6$

Розв'язання
 Знайдемо $\angle \beta$ — кут заломлення:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n \Rightarrow \sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n},$$

тоді



$$\sin \beta = \frac{\sin 55^\circ}{1,6} = \frac{0,82}{1,6} = 0,51 \Rightarrow \beta = 30^\circ.$$

Розглянемо $\triangle ABC$:

$$AC = \frac{AB}{\cos \beta} = \frac{d}{\cos \beta}; AC = \frac{4 \cdot 10^{-2}}{\cos 31^\circ} = \frac{4 \cdot 10^{-2}}{0,86} = 4,65 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

З $\triangle ACD$:

$$\sin \theta = \frac{DC}{AC} = \frac{\Delta d}{AC} \Rightarrow \Delta d = AC \sin \theta;$$

$\beta + \theta = \alpha \Rightarrow \theta = \alpha - \beta$, тоді

$$\Delta d = 4,65 \cdot 10^{-2} \cdot \sin(55^\circ - 30^\circ) = 4,65 \cdot 10^{-2} \cdot \sin 25^\circ = 4,65 \cdot 10^{-2} \cdot 0,42 = 1,95 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

Відповідь: $1,95 \cdot 10^{-2} \text{ м}$.

48. Визначити значення граничного кута при переході світла з алмаза у воду. Показник заломлення води 1,33, алмаза — 2,42.

Дано:

$n_1 = 2,42$
 $n_2 = 1,33$
 $\alpha_0 = ?$

Розв'язання

$$\sin \alpha_0 = \frac{n_2}{n_1}. \text{ Граничний кут } \alpha_0 = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$$

$$\alpha_0 = \arcsin \frac{1,33}{2,42} = \arcsin 0,54 = 33^\circ.$$

Відповідь: 33° .

49. Визначити швидкість світла в етиловому спирті, якщо граничний кут заломлення при переході променя зі спирту в повітря дорівнює 42° .

Дано:

$\alpha_0 = 42^\circ$
 $v = ?$

Розв'язання

$$\sin \alpha_0 = \frac{1}{n}, \text{ де } \alpha_0 \text{ — граничний кут,}$$

$$n = \frac{c}{v}, \text{ де } c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с — швидкість світла у вакуумі.}$$

$$\sin \alpha_0 = \frac{1}{n} = \frac{v}{c} \Rightarrow v = c \cdot \sin \alpha_0;$$

$$v = 3 \cdot 10^8 \cdot \sin 42^\circ = 3 \cdot 10^8 \cdot 0,669 = 2,007 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

Відповідь: $2,007 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

50. Джерело світла розміщене на дні акваріума глибиною 0,5 м. Непрозорий диск лежить на воді таким чином, що світло не виходить із води. Визначити радіус диска.

Дано:

$h = 0,5 \text{ м}$
 $n = 1,33$
 $R = ?$

Розв'язання

Промінь світла буде виходити з води при $\alpha < \alpha_0$, де α_0 — граничний кут.

α_0 пов'язаний із показником заломлення середовища співвідношенням:

$$\sin \alpha_0 = \frac{1}{n}.$$

$$\text{Визначимо } \alpha_0: \alpha_0 = \arcsin \frac{1}{n}.$$

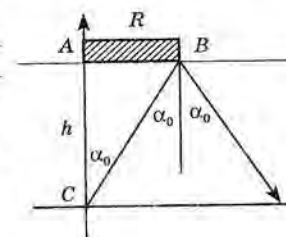
Розглянемо прямокутний трикутник ABC :

$AC = h$ — глибина акваріума;

$AB = R$ — радіус диска, що лежить на воді.

$$\text{tg } \alpha_0 = \frac{AB}{AC} = \frac{R}{h} \Rightarrow R = h \cdot \text{tg } \alpha_0; R = 0,5 \cdot \text{tg } 49^\circ = 0,5 \cdot 1,15 = 0,575 \text{ м.}$$

Відповідь: $0,575 \text{ м}$.

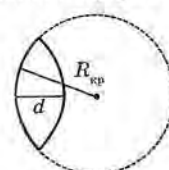


Лінза

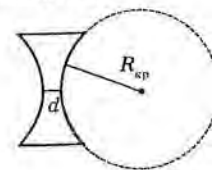
Лінза — прозоре тіло, обмежене двома сферичними поверхнями.

Це треба знати!

Лінза називається **тонкою**, якщо її товщина мала в порівнянні з радіусами кривизни сферичних поверхонь.



$d \ll R_{\text{кр}}$
схематично



$d \ll R_{\text{кр}}$
схематично



Основні елементи лінзи

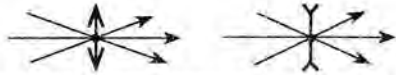
Головна оптична вісь — пряма, що проходить через центри сферичних поверхонь лінзи.



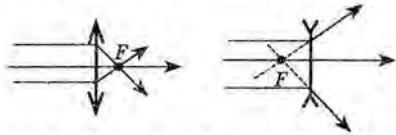
Оптичний центр — перетин головної оптичної осі з лінзою.



Побічна оптична вісь — будь-яка пряма, що проходить через оптичний центр.



Фокус — точка, у якій після заломлення збираються всі промені, що падають на лінзу паралельно головній оптичній осі.



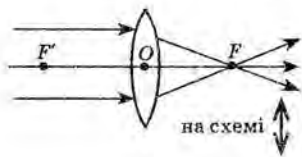
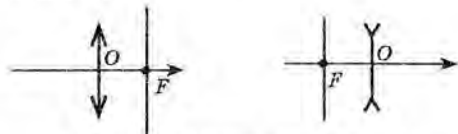
Фокусна відстань — відстань від лінзи до її фокуса.



Оптична сила лінзи — величина, обернена фокусній відстані:

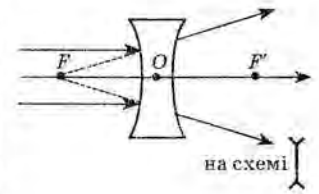
$$D = \frac{1}{F}$$

Фокальна площина — площина, проведена через фокус перпендикулярно до головної осі.



Збиральна лінза (оптичний центр розміщений у найбільш товстому місці лінзи). Промені, що падають на лінзу паралельно головній оптичній осі, після проходження лінзи збираються в її фокусі.

Розсіювальна лінза (оптичний центр розміщений у найбільш тонкому місці лінзи). Промені, що падають на лінзу паралельно головній оптичній осі, після проходження лінзи йдуть так, що їхні продовження проходять через фокус, розташований з тієї сторони лінзи, звідки падають промені.



Побудова зображень у лінзі

Для побудови зображень звичайно використовують промені, хід яких після проходження через лінзи відомий:

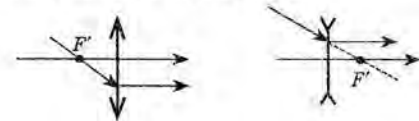
1. Промінь, що проходить через оптичний центр, не міняє свого напрямку.



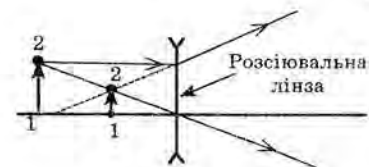
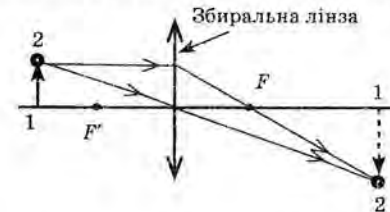
2. Промінь, паралельний головній оптичній осі.



3. Промінь, що проходить через фокус.

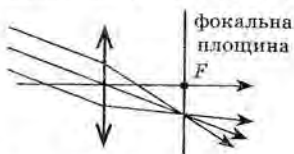


Зображення точки, що не лежить на головній оптичній осі.

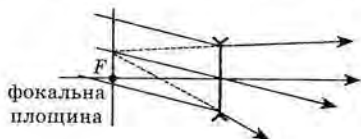


Хід пучка паралельних променів, що йдуть уздовж побічної оптичної осі

Після проходження через збиральну лінзу промені перетинаються в одній точці, що розміщена у фокальній площині лінзи.



Після проходження через розсіювальну лінзу промені йдуть так, що їхні продовження перетинаються в одній точці «ближньої» фокальної площини.



Побудова зображення точки, що лежить на головній оптичній осі

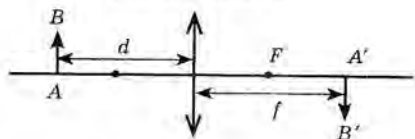


Дійсне зображення: промені, що пройшли крізь лінзу, утворюють збіжний пучок і перетинаються в одній точці; може бути отримане на екрані.

Уявне зображення: промені, що пройшли крізь лінзу, утворюють розбіжний пучок; перебуває в точці перетину продовжень променів, що пройшли крізь лінзу; не може бути отримане на екрані.

Найважливішою властивістю всіх оптичних систем є оборотність ходу променів: джерело і його зображення завжди можна поміняти місцями.

Формула лінзи



$F > 0$ для збиральної лінзи; $F < 0$ для розсіювальної;
 $f > 0$ для дійсного зображення; $f < 0$ для уявного;
 $d > 0$, якщо на лінзу падає розбіжний пучок променів; $d < 0$, якщо пучок збіжний.

Збільшення лінзи

$$\Gamma = \frac{H}{h},$$

де H — лінійний розмір зображення;
 h — лінійний розмір предмета.

Виконується співвідношення $\Gamma = \left| \frac{f}{d} \right|$.

При $d > 0$ можливі наступні випадки:

- $\Gamma < 1$ — розсіювальна лінза завжди дає уявне та зменшене зображення предмета (окуляри для короткозорих).
- $\Gamma > 1$, $d < F$ — збиральна лінза, формує уявне та збільшене зображення предмета (луна).
 $d > F$ — зображення дійсне;
 $d < 2F$ — зображення збільшене (проекційний апарат);
 $d > 2F$ — зображення зменшене (фотоапарат).

51. Визначити фокусну відстань двоопуклої лінзи, що дає дійсне зображення предмета, розташованого на відстані 20 см від лінзи, на такій самій відстані від неї.

Самовчитель

Дано:

$$f = 20 \text{ см} = 20 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$d = 20 \text{ см} = 20 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$F = ?$

Розв'язання

$$\text{Формула лінзи } \frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} \Rightarrow F = \frac{df}{f+d};$$

$$F = \frac{20 \cdot 10^{-2} \cdot 20 \cdot 10^{-2}}{20 \cdot 10^{-2} + 20 \cdot 10^{-2}} = \frac{400 \cdot 10^{-4}}{40 \cdot 10^{-2}} = 10 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 0,1 \text{ м}.$$

Відповідь: 0,1 м.

52. Фокусна відстань двоопуклої лінзи 50 см. На відстані 60 см від неї розташований предмет висотою 1,2 см. Визначити висоту зображення предмета й відстань від лінзи до зображення.

Дано:

$$d = 60 \text{ см} = 0,6 \text{ м}$$

$$F = 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м}$$

$$h = 1,2 \text{ см} = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$f = ?$; $H = ?$

Розв'язання

$$\text{Формула лінзи } \frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{d},$$

$$\text{тоді } f = \frac{Fd}{d-F}.$$

$$\text{Збільшення лінзи } \frac{H}{h} = \frac{|f|}{|d|} \Rightarrow H = \frac{|f|}{|d|} h;$$

$$f = \frac{0,5 \cdot 0,6}{0,6 - 0,5} = \frac{0,3}{0,1} = 3 \text{ м};$$

$$H = \frac{3}{0,6} 1,2 \cdot 10^{-2} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

Відповідь: 3 м; $6 \cdot 10^{-5}$ м.

53. Фокусна відстань об'єктива фотоапарата 10 см, а довжина камери 10,5 см. Визначити зріст людини, якщо висота його зображення на фотографії 8 см.

<p>Дано: $F = 10 \text{ см} = 10 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ $f = 10,5 \text{ см} = 10,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ $H = 8 \text{ см} = 8 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ $h = ?$</p>	<p><i>Розв'язання</i> $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{d} = \frac{1}{F} - \frac{1}{f}$, тоді $d = \frac{Ff}{f-F}$; Збільшення лінзи $\frac{H}{h} = \frac{ f }{ d } \Rightarrow h = \frac{ f }{ d } H \Rightarrow$</p>
---	---

$$\Rightarrow h = \frac{HFf}{|f|(f-F)} = \frac{HF}{(f-F)} \cdot h = \frac{8 \cdot 10^{-2} \cdot 10 \cdot 10^{-2}}{(10,5 \cdot 10^{-2} - 10 \cdot 10^{-2})} = \frac{0,8}{0,5} = 1,6 \text{ м.}$$

Відповідь: 1,6 м.

54. Лампа розташована на відстані 2 м від екрана. На якій відстані від екрана потрібно поставити збиральну лінзу з фокусною відстанню 40 см, щоб одержати на екрані чітке зображення лампи?

<p>Дано: $f + d = 2 \text{ м}$ $F = 40 \text{ см} = 0,4 \text{ м}$ $f = ?$</p>	<p><i>Розв'язання</i> Формула лінзи $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} \Rightarrow F = \frac{df}{f+d}$, підставимо значення й розв'яжемо рівняння відносно f: $0,4 = \frac{df}{2}$; $d = 2 - f$;</p>
--	--

$$0,4 = \frac{(2-f)f}{2}.$$

$$(2-f)f = 0,8; f^2 - 2f + 0,8 = 0; D = 4 - 3,2 = 0,8, \text{ тоді } \sqrt{D} = 0,89.$$

$$f_1 = \frac{2 + 0,89}{2} = 1,445;$$

$$f_2 = \frac{2 - 0,89}{2} = 0,555.$$

Відповідь: на відстані 1,45 м або на відстані 0,56 м.

55. Зображення предмета, розташованого перед розсіювальною лінзою на відстані 50 см, в 5 разів менше предмета. Визначити оптичну силу лінзи.

<p>Дано: $d = 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м}$ $\Gamma = \frac{1}{5}$ $\Gamma = ?$</p>	<p><i>Розв'язання</i> Оптична сила $D = \frac{1}{F}$, а формула лінзи $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$.</p>
--	--

$$\text{Збільшення } \Gamma = \frac{H}{h} = \frac{|f|}{|d|}.$$

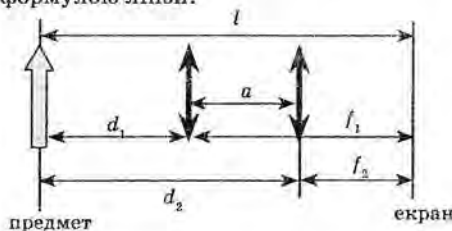
Підставивши значення, складемо й розв'яжемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{f}{d} = \Gamma, \\ \frac{1}{f} - \frac{1}{d} = D; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{f}{0,5} = \frac{1}{5}, \\ \frac{1}{f} - \frac{1}{0,5} = D; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f = 0,1 \text{ м}, \\ D = \frac{1}{0,1} - \frac{1}{0,5} = 8 \text{ дптр}. \end{cases}$$

Відповідь: 8 дптр.

56. Лампа розташована на відстані 2,5 м від екрана. Якщо між лампою й екраном помістити збиральну лінзу, то на екрані буде чітке збільшене зображення лампи. Якщо лінзу перемістити на 1 м ближче до екрана, то на екрані буде чітке зменшене зображення лампи. Визначити фокусну відстань.

<p>Дано: $l = 2,5 \text{ м}$ $a = 1 \text{ м}$ $F = ?$</p>	<p><i>Розв'язання</i> Для визначення фокусної відстані лінзи скористаємося формулою лінзи:</p>
--	---



$$D = \frac{1}{F} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2},$$

де D — оптична сила лінзи;

F — фокусна відстань лінзи;

d_1, d_2 — відстань від предмета до лінзи;

f_1, f_2 — відстань від лінзи до зображення.

Виразимо f_1 , f_2 й d_2 через l , a і d_1 згідно з рисунком:

$$f_1 = l - d_1 \text{ і } f_2 = d_1 + a, \text{ також } d_2 = l - f_2 = l - d_1 - a.$$

Підставимо значення f_1 , f_2 й d_2 у формулу лінзи, одержимо:

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{l - d_1} = \frac{1}{l - d_1 - a} + \frac{1}{d_1 + a}, \text{ звідси } d_1 = \frac{l - a}{2};$$

з формули лінзи випливає:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{f_1 + d_1}{f_1 d_1}, \text{ тоді } F = \frac{d_1 f_1}{f_1 + d_1}.$$

В отриману формулу фокусної відстані лінзи F підставимо значення d_1 й f_1 .

$$\text{Таким чином, } F = \frac{l^2 - a^2}{4l}; F = \frac{2,5^2 - 1^2}{4 \cdot 2,5} = \frac{6,25 - 1}{10} = 0,525 \text{ м.}$$

Відповідь: 0,525 м.

Елементи фізичної оптики

Це треба знати!

Фізична оптика — розділ фізики, що вивчає закони поширення світла на основі уявлення про хвильову природу світлових променів.

Монохроматичне світло — світло зі строго визначеною довжиною хвилі (або частотою).

Хвильові властивості світла пояснюють явища інтерференції, дифракції, поляризації й дисперсії.

Інтерференція світла

Інтерференція світла — просторовий перерозподіл світлового потоку при накладанні двох (або декількох) когерентних світлових хвиль, у результаті чого в одних місцях виникають максимуми, а в інших — мінімуми інтенсивності (інтерференційна картина).

Умова інтерференційних максимумів:

$$\Delta l = k\lambda.$$

Умова інтерференційних мінімумів:

$$\Delta l = \pm(2k + 1)\lambda/2.$$

Δl — різниця ходу двох хвиль, що збуджують коливання в даній точці;

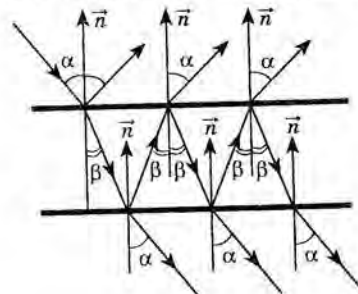
λ — довжина хвилі;

$k = 0, 1, \dots, n$.

Когерентні хвилі — хвилі, що мають однакову частоту й постійну різницю фаз.

Інтерференція в тонких плівках

Світлові хвилі, відбиті двома поверхнями тонкої плівки, проходять різні шляхи, тобто виникає різниця ходу Δl .



57. До однієї точки екрана приходять два когерентних пучки білого світла з різницею ходу 3 мкм. Визначити, які хвилі видимого світла в цій точці будуть підсилюватися, які — ослаблюватися, якщо діапазон довжин хвиль видимого світла від $4 \cdot 10^{-7}$ м до $8 \cdot 10^{-7}$ м.

Самовчитель

Дано:

$$\Delta l = 3 \text{ мкм} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$4 \cdot 10^{-7} \text{ м} \leq \lambda \leq 8 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$\lambda_{\max} \text{ — ?}$$

$$\lambda_{\min} \text{ — ?}$$

Розв'язання

Різниця ходу Δl інтерферуючих пучків при максимальному посиленні й ослабленні (умови max й min) світла становить:

$$\Delta l = 2k \frac{\lambda}{2} \text{ — max; } \Delta l = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \text{ — min,}$$

де λ — довжина хвилі, а $k = 1, 2, 3, \dots, n$.

Таким чином, посилення освітленості екрана буде максимальним за умови $\lambda_{\max} = \frac{\Delta l}{k}$.

$$\lambda_4 = \frac{3 \cdot 10^{-6}}{4} = 7,5 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 0,75 \text{ мкм.}$$

$$\lambda_5 = \frac{3 \cdot 10^{-6}}{5} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 0,6 \text{ мкм;}$$

$$\lambda_6 = \frac{3 \cdot 10^{-6}}{6} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 0,5 \text{ мкм;}$$

Ослаблення освітленості буде максимальним за умови

$$\lambda_{\min} = \frac{2\Delta l}{2k + 1}$$

$$\lambda_4 = \frac{2 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{9} = 6,7 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 0,67 \text{ мкм;}$$

$$\lambda_5 = \frac{2 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{11} = 5,5 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 0,55 \text{ мкм};$$

$$\lambda_6 = \frac{2 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{13} = 4,6 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 0,46 \text{ мкм}.$$

Відповідь: max — $7,5 \cdot 10^{-7}$ м; $6 \cdot 10^{-7}$ м; $5 \cdot 10^{-7}$ м;

min — $6,7 \cdot 10^{-7}$ м; $5,5 \cdot 10^{-7}$ м; $4,6 \cdot 10^{-7}$ м.

58. Два когерентних джерела, що розташовані на відстані 120 мкм, випромінюють монохроматичне світло з довжиною хвилі 480 нм. У результаті інтерференції світла на екрані чергуються темні та світлі смуги. Визначити відстань між центрами двох найближчих темних смуг на екрані, що віддалений від джерел на 3,6 м.

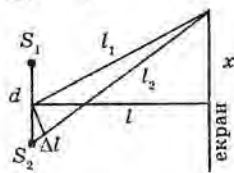
Дано:

$$d = 120 \text{ мкм} = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

$$\lambda = 480 \text{ нм} = 4,8 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$l = 3,6 \text{ м}$$

$$\Delta x = ?$$



Розв'язання

Результат інтерференції визначається різницею ходу променів $\Delta l = l_2 - l_1$ від джерел S_1 і S_2 до точки A , а також довжиною світлової хвилі λ .

Умова max — різниця ходу Δl дорівнює парному числу напівхвиль: $\Delta l = 2k \frac{\lambda}{2} = k\lambda$.

Умова min — різниця ходу Δl дорівнює непарному числу напівхвиль: $\Delta l = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$.

З рисунка видно, що $l_1^2 = L^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2$ (1)

і $l_2^2 = L^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2$ (2)

З рівняння (2) віднімемо рівняння (1):

$$l_2^2 - l_1^2 = 2xd, \text{ або } (l_2 - l_1)(l_2 + l_1) = 2xd, \text{ тому що } l_2 + l_1 = 2l, \text{ тоді}$$

$$\Delta l = l_2 - l_1 = \frac{2xd}{2l} = \frac{xd}{l}. \text{ Таким чином, для темних смуг, розташованих поруч, } (2k + 1) \frac{\lambda}{2} = \frac{xd}{l}, \text{ звідси } x = \frac{(2k + 1)\lambda l}{2d};$$

приймемо $k = 1; 2$, тоді $\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{5\lambda l}{2d} - \frac{3\lambda l}{2d} = \frac{\lambda l}{d}$.

Підставивши чисельні значення, одержимо:

$$\Delta x = \frac{4,8 \cdot 10^{-7} \cdot 3,6}{1,2 \cdot 10^{-4}} = 0,0144 \text{ м} = 14,4 \text{ мм}.$$

Відповідь: 14,4 мм.

59. Дві вузькі щілини, освітлені білим світлом, розташовані на відстані 0,54 мм одна від одної й 2,7 м від екрана. На екрані спостерігається інтерференційна картина. Визначити відстань між червоною ($\lambda_{\text{ч}} = 760$ нм) і фіолетовою ($\lambda_{\text{ф}} = 400$ нм) лініями другого порядку інтерференційного спектра.

Дано:

$$d = 0,54 \text{ мм} = 5,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

$$l = 2,7 \text{ м}$$

$$k = 2$$

$$\lambda_{\text{ч}} = 760 \text{ нм} = 7,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$\lambda_{\text{ф}} = 400 \text{ нм} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$\Delta x = ?$$

Розв'язання

Різниця ходу променів від двох вузьких щілин $\Delta l = \frac{xd}{l}$ (див. попередню задачу).

З іншого боку, $\Delta l = k\lambda$ — умова інтерференційного максимуму.

$\frac{xd}{l} = k\lambda$, звідси $x = \frac{k\lambda l}{d}$.

$$\text{де } x_1 = \frac{k\lambda_{\text{ч}} l}{d} \text{ і } x_2 = \frac{k\lambda_{\text{ф}} l}{d}, \text{ тоді } \Delta x = \frac{k\lambda_{\text{ч}} l}{d} - \frac{k\lambda_{\text{ф}} l}{d} = \frac{kl}{d} (\lambda_{\text{ч}} - \lambda_{\text{ф}});$$

$$\Delta x = \frac{2 \cdot 2,7}{5,4 \cdot 10^{-4}} (7,6 \cdot 10^{-7} - 4,0 \cdot 10^{-7}) = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Відповідь: $3,6 \cdot 10^{-3}$ м.

Дифракція світла

Дифракція світла — явище відхилення світла від прямолінійного поширення. Спостерігається при проходженні світла крізь малі отвори або при обгинанні світлом перешкод, розміри яких порівнянні з довжиною світлової хвилі.

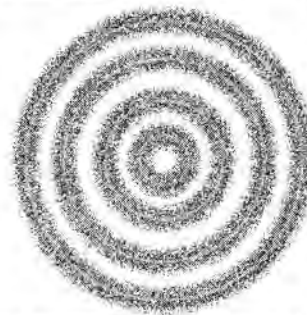
При проходженні світла через малий круглий отвір на екрані навколо центральної світлої плями спостерігаються темні та світлі кільця, що чергуються.

Пояснення Френеля: світлові хвилі, що приходять у результаті дифракції з різних точок отвору в одну точку на екрані, інтерферують між собою.

Дифракційні ґрати

Являють собою прозору пластинку з нанесеною системою паралельних непрозорих смуг (щілин), розташованих на однаковій відстані одна від одної.

Це треба знати!



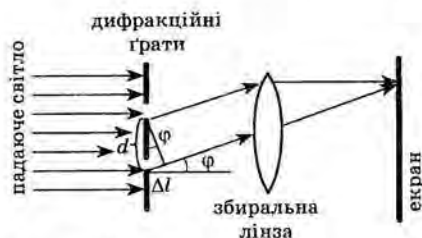
Стала (період) ґрат: $d = a + b$,

де a — ширина щілини;

b — ширина проміжку.



На ґрати падає монохроматична хвиля із плоским хвильовим фронтом.



Δl — різниця ходу; $\Delta l = d \sin \varphi$

Інтерференційний максимум спостерігається під кутом φ , який відповідає умові:

$$d \sin \varphi = k \lambda \quad (\text{формула дифракційних ґрат}),$$

де k — порядок максимуму, $k = 0, 1, 2, \dots$

λ — довжина хвилі світла.

Самовчитель

60. За допомогою дифракційних ґрат з періодом 10^{-5} м отримано дифракцій-

не зображення першого порядку на відстані

2,7 см від центрального максимуму й 2,2 м —

від ґрат. Знайти довжину хвилі світла.

Дано:

$$d = 10^{-5} \text{ м}$$

$$k = 1$$

$$h = 2,7 \text{ см} = 2,7 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$l = 1,2 \text{ м}$$

$$\lambda = ?$$

Розв'язання

Формула дифракційних ґрат: $k \lambda = d \sin \varphi$.

Для малих кутів, тобто $\varphi \rightarrow 0$,

$$\sin \varphi = \text{tg } \varphi, \text{ де } \text{tg } \varphi = \frac{h}{l};$$

таким чином,

$$k \lambda = d \frac{h}{l} \Rightarrow \lambda = \frac{hd}{kl};$$

$$\lambda = \frac{10^{-5} \cdot 2,7 \cdot 10^{-2}}{1 \cdot 1,2} = 2,25 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

Відповідь: $2,25 \cdot 10^{-7}$ м.

61. Якщо освітити дифракційні ґрати світлом з довжиною хвилі 590 нм, то спектр третього порядку буде спостерігатися під кутом 10° . За якої довжини хвилі спектр другого порядку буде спостерігатися під кутом 6° ?

Дано:

$$\lambda = 590 \text{ нм} = 5,9 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$k_1 = 3$$

$$\varphi_1 = 10^\circ$$

$$k_2 = 2$$

$$\varphi_2 = 6^\circ$$

$$\lambda_2 = ?$$

Розв'язання

Формула дифракційних ґрат:

$$k \lambda = d \sin \varphi \Rightarrow d = \frac{k \lambda}{\sin \varphi}.$$

Оскільки в обох дослідах були використані одні й ті самі ґрати, $d = d_1 = d_2$:

$$\frac{k_1 \lambda_1}{\sin \varphi_1} = \frac{k_2 \lambda_2}{\sin \varphi_2};$$

$$k_1 \lambda_1 \sin \varphi_2 = k_2 \lambda_2 \sin \varphi_1,$$

$$\lambda_2 = \frac{k_1 \lambda_1 \sin \varphi_2}{k_2 \sin \varphi_1};$$

$$\lambda_2 = \frac{3 \cdot 5,9 \cdot 10^{-7} \cdot 0,10}{2 \cdot 0,17} = 5,2 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

Відповідь: $5,2 \cdot 10^{-7}$ м.

62. Дифракційні ґрати містять 100 штрихів на 1 мм. На ґрати падає світло з довжиною хвилі 670 нм. Скільки інтерференційних смуг буде спостерігатися на екрані?

Дано:

$$d = \frac{1}{100} \text{ мм} = 10^{-5} \text{ м}$$

$$\lambda = 670 \text{ нм} = 6,7 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$k_{\text{max}} = ?$$

$$k_{\text{max}} \lambda = d \cdot 1 \Rightarrow k_{\text{max}} = \frac{d}{\lambda};$$

$$k_{\text{max}} = \frac{10^{-5}}{6,7 \cdot 10^{-7}} = 0,15 \cdot 10^2 = 15.$$

Відповідь: 15.

Розв'язання

Формула дифракційних ґрат:

$$k \lambda = d \sin \varphi.$$

Для дифракційних ґрат кількість смуг обмежена умовою $0 \leq \sin \varphi \leq 1$.

Дисперсія світла

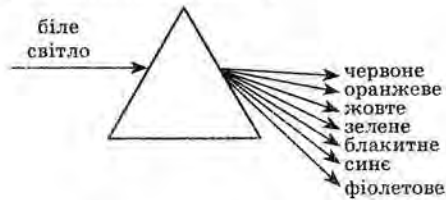
Дисперсія світла — залежність швидкості світла в речовині від довжини хвилі.

Біле світло — сукупність електромагнітних монохроматичних хвиль.

У вакуумі швидкість світла дорівнює $c = 299792458$ м/с й не залежить від довжини хвилі, а в речовині — залежить від довжини хвилі.

Це треба знати!

У результаті дисперсії пучок білого світла при проходженні його через призму розкладається в спектр.



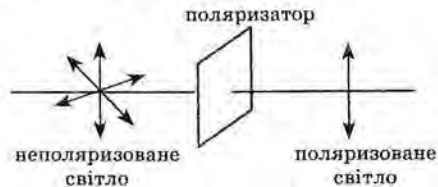
Поляризація світла

Неполяризоване світло — природне світло, що містить хвилі, в яких коливання вектора \vec{E} , перпендикулярного напрямку поширення хвилі, відбуваються в багатьох площинах.

Поляризоване світло — світло, яке містить світлові хвилі з коливаннями вектора \vec{E} , що лежать тільки в одній площині.

Поляризатори — поляроїди (кристали турмаліну) пропускають світлові хвилі з коливаннями вектора \vec{E} , що лежать тільки в одній площині.

Пучок поляризованого світла випускає лазер.



Елементи теорії відносності

Спеціальна теорія відносності Ейнштейна (СТВ) — система сучасних поглядів на простір-час.

Релятивістські явища — явища, описувані СТВ, але не пояснені з погляду класичної фізики.

Класична (ньютонівська) механіка розглядає $v \ll c$.

Релятивістська механіка розглядає $v < c$.

Постулати СТВ

- Принцип відносності Ейнштейна:** будь-які фізичні процеси перебігають однаково в різних інерціальних системах відліку (ICB) при однакових початкових умовах.

- Принцип сталості швидкості світла:** швидкість світла у вакуумі однакова у всіх ICB й не залежить ані від швидкості джерела, ані від швидкості приймача світлового сигналу.

Наслідки постулатів СТВ

- Швидкість світла у вакуумі є максимально можливою швидкістю передачі взаємодій.**
- Відносність одночасності.** Дві просторово розділених події, одночасні в одній ICB, можуть бути неодноразовими в іншій ICB.
- Відносність відстаней.** Довжина рухомого предмета l скорочується в напрямку руху:

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow l < l_0,$$

де l_0 — довжина нерухомого предмета;
 v — швидкість його руху в даній ICB.

Розміри предметів у напрямку, перпендикулярному напрямку руху, не змінюються.

- Відносність проміжків часу.** Хід рухомого годинника сповільнюється $\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \tau > \tau_0$,

де τ_0 — інтервал часу, вимірюваний нерухомим годинником у тій системі відліку, де дві події відбулися в одній і тій самій точці простору;
 τ — інтервал часу між двома подіями, вимірюваний рухомим годинником.

- Релятивістський закон додавання швидкостей, напрямлених**

$$\text{уздовж однієї прямої: } v_2 = \frac{v + v_1}{1 + \frac{v \cdot v_1}{c^2}},$$

де v_1 — швидкість тіла в першій системі відліку;

v_2 — швидкість того самого тіла в другій системі відліку;

v — швидкість руху першої системи відліку відносно другої.

Релятивістська динаміка

Залежність маси від швидкості $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$,

де m_0 — маса нерухомого тіла;

m — маса того самого тіла, що рухається зі швидкістю v .

Імпульс рухомого тіла

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Рівняння руху: $\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}$, де \vec{F} — сила, що діє на тіло.

Закон взаємозв'язку маси й енергії

$$\Delta E = \Delta m c^2,$$

де ΔE — зміна енергії;
 Δm — зміна маси.

Гіпотеза Ейнштейна: Будь-яке тіло, що має масу спокою, має власну енергію спокою $E_0 = m_0 c^2$.

$$E = m c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}};$$

При збільшенні енергії будь-якої нерухомої системи на ΔE її маса зростає на $\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}$.

Приклади:

- при нагріванні тіла його маса зростає;
- маса ядра менше суми мас утворюючих його нуклонів на величину дефекту маси.

Самовчитель

63. Довжина лінійки в одній системі відліку дорівнює 1 м. Визначити швидкість руху лінійки, за якої її довжина відносно другої системи відліку зменшується на 20 см.

Дано:

$$l_0 = 1 \text{ м}$$

$$\Delta l = 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м}$$

$$v = ?$$

Розв'язання

$l = l_0 - \Delta l$, де l — довжина в рухомій системі відліку (1);

l_0 — довжина в системі відліку, відносно якої рухається система відліку (1).

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \text{ де } c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с — швидкість світла.}$$

$$\left(\frac{l}{l_0}\right)^2 = 1 - \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow v^2 = \left(1 - \left(\frac{l}{l_0}\right)^2\right) c^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = c \sqrt{1 - \left(\frac{l_0 - \Delta l}{l_0}\right)^2} = c \sqrt{1 - \left(1 - \frac{\Delta l}{l_0}\right)^2};$$

$$v = 3 \cdot 10^8 \sqrt{1 - \left(1 - \frac{0,2}{1}\right)^2} = 3 \cdot 10^8 \sqrt{1 - (0,8)^2} = 3 \cdot 10^8 \sqrt{0,36} = \\ = 3 \cdot 10^8 \cdot 0,6 = 1,8 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Відповідь: $1,8 \cdot 10^8$ м/с.

64. Обчислити відношення швидкості елементарної частинки до швидкості світла, якщо за час свого існування $\frac{4}{3}$ мкс ця частинка пролетить 300 м.

Дано:

$$\tau_0 = \frac{4}{3} \text{ мкс} = \frac{4}{3} \cdot 10^{-6} \text{ с}$$

$$S = 300 \text{ м}$$

$$\frac{v}{c} = ?$$

Розв'язання

Згідно з релятивістською теорією в рухомій

системі відліку $\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$,

де $c = 3 \cdot 10^8$ м/с — швидкість світла.

Таким чином, $S = v \cdot \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, тоді

$$\left(\frac{S}{\tau_0}\right)^2 = \frac{v^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow \left(\frac{S}{\tau_0}\right)^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = v^2 \Rightarrow \left(\frac{S}{c\tau_0}\right)^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{S}{c\tau_0}\right)^2 = \left(1 + \left(\frac{S}{c\tau_0}\right)^2\right) \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{\left(\frac{S}{c\tau_0}\right)^2}{1 + \left(\frac{S}{c\tau_0}\right)^2} = \frac{S^2}{c^2\tau_0^2 + S^2};$$

$$\frac{v}{c} = \sqrt{\frac{S^2}{c^2\tau_0^2 + S^2}} = \frac{S}{\sqrt{c^2\tau_0^2 + S^2}};$$

$$\frac{v}{c} = \frac{300}{\sqrt{9 \cdot 10^{16} \cdot \frac{16}{9} \cdot 10^{-12} + (3 \cdot 10^2)^2}} = \frac{300}{\sqrt{16 \cdot 10^4 + 9 \cdot 10^4}} =$$

$$= \frac{3}{\sqrt{25}} = 0,6.$$

Відповідь: 0,6.

65. Обчислити масу електрона, якщо його швидкість у прискорювачі елементарних частинок складає 0,6 від швидкості світла.

Дано: $v = 0,6c$ $m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг $m = ?$	Розв'язання Маса залежить від швидкості руху згідно з рівнянням $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$,
---	---

$$m = \frac{9,1 \cdot 10^{-31}}{\sqrt{1 - (0,6 \cdot c)^2/c^2}} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31}}{\sqrt{1 - 0,36}} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31}}{0,8} = 11,375 \cdot 10^{-31} \text{ кг} =$$

$$= 1,25 \cdot m_0.$$

Відповідь: $1,25 \cdot m_0$.

66. Маса електрона збільшилася в 3 рази. Визначити кінетичну енергію електрона.

Дано: $m = 3m_0$ $E_k = ?$	Розв'язання Повна енергія $E = E_0 + E_k$, де E_0 — енергія спокою; $E = mc^2$, тоді $mc^2 = m_0c^2 + E_k$; $E_k = mc^2 - m_0c^2 = c^2(m - m_0) = c^2(3m_0 - m_0) = 2m_0c^2$;
----------------------------------	--

$$E_k = 2m_0c^2;$$

$$E_k = 2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 9 \cdot 10^{16} = 2 \cdot 81,9 \cdot 10^{-15} = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ Дж.}$$

Відповідь: $1,6 \cdot 10^{-13}$ Дж.

67. Температуру води масою 100 кг підвищили на 27 °С. Обчислити зміну маси води, якщо її об'єм не змінився.

Дано: $m = 300$ кг $\Delta T = 100$ °С = 100 К $V = \text{const}$ $\Delta m = ?$	Розв'язання Повна енергія $E = E_0 + Q$; (1) $Q = ct\Delta T$, де $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ — питома теплоємність води;
--	---

Згідно з гіпотезою Ейнштейна $E = (m_0 + \Delta m)c^2 = E_0 + \Delta mc^2$, (2) де c — швидкість світла;

Зрівнявши (1) і (2), одержимо $Q = \Delta mc^2$.

Таким чином, $\Delta mc^2 = ct\Delta T$, $\Delta m = \frac{ct\Delta T}{c^2}$.

$$[\Delta m] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг} \cdot \text{К} \cdot \text{с}^2}{\text{кг} \cdot \text{К} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{м}^2} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{м}} = \text{кг};$$

$$\Delta m = \frac{4200 \cdot 300 \cdot 100}{9 \cdot 10^{16}} = \frac{42 \cdot 3 \cdot 10^6}{9 \cdot 10^{16}} = 1,4 \cdot 10^{-9} \text{ кг.}$$

Відповідь: $1,4 \cdot 10^{-9}$ кг.

ФОРМУЛИ Й ПОЗНАЧЕННЯ

Формули

Довжина хвилі
 $\lambda = vT$, $v = \lambda \cdot \nu = \frac{\lambda}{T}$.

Заломлення хвиль
 $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n = \text{const.}$

Заломлення світла
 $n = \frac{c}{v_1}$, $n_{1,2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$.

Дифракційні ґрати
 $\Delta l = d \sin \varphi$,
 $d \sin \varphi = k\lambda - \text{max.}$

Интерференція хвиль
 $\Delta l = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} - \text{min}$, $\Delta l = k\lambda - \text{max.}$

Формула лінзи
 $\frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{d}$.

Збільшення лінзи
 $\Gamma = \frac{H}{h} = \frac{f}{d}$.

Оптична сила лінзи
 $D = \frac{1}{F}$.

Збиральна лінза
 $F > 0$, $d > 0$.

Розсіювальна лінза
 $F < 0$, $d > 0$.

Зображення дійсне
 $f > 0$.

Зображення уявне
 $f < 0$.

Релятивістський закон додавання швидкостей

$$v_2 = \frac{v_1 + v}{1 + \frac{v_1 v}{c^2}}$$

Релятивістський імпульс

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Релятивістська маса

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Закон взаємозв'язку маси й енергії

$$\Delta E = \Delta mc^2.$$

Повна енергія тіла

$$E = mc^2.$$

Позначення

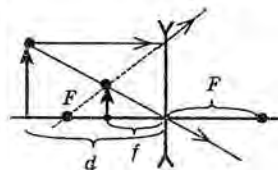
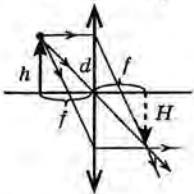
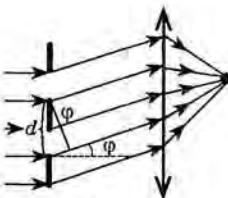
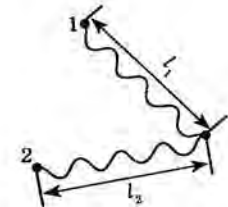
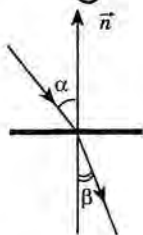
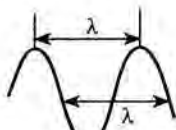
λ	— довжина хвилі	$[\lambda] = \text{м}$
v	— швидкість поширення коливань	$[v] = \text{м/с}$
T	— період коливань	$[T] = \text{с}$
ν	— частота	$[\nu] = \text{Гц}$
c	— швидкість світла у вакуумі	$c = 2,998 \times 10^8 \text{ м/с} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$

$n_{1,2}$	— відносний показник заломлення
n_1, n_2	— абсолютні показники заломлення

$\Delta l = l_1 - l_2$ — різниця ходу

d	— період ґрат
F	— фокусна відстань лінзи
f	— відстань до зображення
d	— відстань до предмета
Γ	— збільшення
D	— оптична сила лінзи

$[D] = \text{дптр}$



m_0	— маса спокою
m	— релятивістська маса
\vec{p}	— релятивістський імпульс
Δm	— зміна маси
ΔE	— зміна енергії
E	— повна енергія тіла

Завдання для самоконтролю

Перевір себе

1. Напишіть рівняння гармонійних коливань, якщо частота 1 Гц, а амплітуда 70 см.
2. Амплітуда коливань 12 см, частота 50 Гц. Обчислити зміщення точки через 0,4 с.
3. Вантаж масою 9,86 кг коливається на пружині з періодом коливань 2 с. Визначити жорсткість пружини й частоту коливань.
4. Вантаж масою 400 г коливається на пружині жорсткістю 250 Н/м. Визначити повну механічну енергію й найбільшу швидкість.
5. Прискорення вільного падіння на Місяці 1,6 м/с². Визначити довжину математичного маятника, якщо період його коливань 4,9 с.
6. Як співвідносяться довжини математичних маятників, якщо за однаковий проміжок часу один здійснює 10, а інших — 30 коливань?
7. Різниця ходу двох когерентних хвиль із рівними амплітудами коливань 15 см, довжина хвилі 10 см. Який результат інтерференції?
8. Визначити відстань між другим і п'ятим гребенями хвилі, якщо довжина хвилі дорівнює 60 см.
9. Повз нерухомого спостерігача пройшло 6 гребенів хвилі за 20 с. Визначити довжину й період коливань, якщо швидкість поширення хвилі 2 м/с.
10. Артилерист почув звук розриву снаряда, випущеного їм під кутом 45° до обрію, через 2,5 хв після пострілу. Знайти початкову швидкість снаряда.
11. Визначити індуктивність котушки коливального контуру, якщо ємність конденсатора 5 мкФ, а період коливань 1 мс.

12. Як зміниться період коливань у контурі, якщо в n раз збільшити діелектричну проникність середовища між пластинами конденсатора?
13. Конденсатор включений у коло змінного струму стандартної частоти. Напруга в мережі 220 В. Сила струму в колі конденсатора 2,5 А. Визначити ємність конденсатора.
14. Який індуктивний опір котушки індуктивністю 0,2 Гн при частоті струму 50 Гц?
15. Струм у коливальному контурі змінюється за законом $i = 0,01 \cos 10^3 \pi t$. Визначити індуктивність котушки, якщо ємність конденсатора 20 мкФ.
16. У коло змінного струму із частотою 400 Гц включена котушка індуктивністю 0,1 Гн. Конденсатор якої ємності потрібно включити в це коло, щоб здійснився резонанс?
17. За яких фаз у межах одного періоду миттєве значення напруги дорівнює за модулем половині амплітудного?
18. Трансформатор, що містить у первинній обмотці 840 витків, підвищує напругу з 220 В до 660 В. Знайти коефіцієнт трансформації й кількість витків у вторинній обмотці. У якій обмотці провід має більшу площу поперечного перерізу?
19. Знижувальний трансформатор з коефіцієнтом трансформації 10 включений у мережу напругою 220 В. Визначити напругу на виході трансформатора, якщо опір вторинної обмотки 0,2 Ом, а опір корисного навантаження 2 Ом.
20. Визначити період коливань у відкритому коливальному контурі, що випромінює радіохвилі з довжиною хвилі 300 м.
21. Котушка приймального контуру радіоприймача має індуктивність 1 мкГн. Визначити ємність конденсатора, якщо йде прийом станції, що працює на довжині хвилі 1000 м.
22. Сила струму у відкритому коливальному контурі змінюється залежно від часу за законом $i = 0,1 \cos 6 \cdot 10^5 \pi t$. Визначити довжину випромінюваної хвилі.
23. На якій відстані від антени радіолокатора перебуває об'єкт, якщо відбитий від нього радіосигнал повернувся назад через 200 нс?
24. Кутова висота сонця над обрієм 20° . Як потрібно розташувати плоске дзеркало, щоб відбиті промені направити: 1) вертикально вгору; 2) вертикально вниз?
25. Знаючи швидкість світла у вакуумі ($3 \cdot 10^8$ м/с), знайти швидкість світла в алмазі. Показник заломлення алмаза 2,42.
26. Промінь падає на поверхню води під кутом 40° . Під яким кутом повинен упасти промінь на поверхню скла, щоб кут залом-

- лення виявився таким самим. Показник заломлення води 1,3, скла — 1,6.
27. Водолазові, що перебуває під водою, сонячні промені здаються падаючими під кутом 60° до поверхні води. Визначити кутову висоту сонця над обрієм.
 28. Хлопчик намагається потрапити тичиною в предмет, що перебуває на дні струмка на глибині 40 см. На якій відстані від предмета тичина попадає в дно струмка, якщо хлопчик, точно прицілившись, рухає тичиною під кутом 45° до поверхні води?
 29. Промінь падає під кутом 50° на пряму трикутну скляну призму із заломним кутом 60° . Визначити кут заломлення променя при виході із призми.
 30. Визначити показник заломлення рубіна, якщо граничний кут повного відбивання для рубіна дорівнює 34° .
 31. Відстань від уявного зображення предмета до збиральної лінзи, оптична сила якої 2 дптр, дорівнює 40 см. Визначити відстань від лінзи до предмета.
 32. Визначити оптичну силу розсіювальної лінзи, якщо вона дає зображення предмета висотою 4 см на відстані 6 см від самого предмета, висота якого дорівнює 8 см.
 33. Визначити висоту будинку, якщо на фотографії висота зображення 7 см, а головна фокусна відстань об'єктива 20 см. При зйомці фотоапарат перебував на відстані 80 м від будинку.
 34. За допомогою тонкої лінзи виходить збільшене у два рази дійсне зображення предмета. Якщо предмет розмістити на 1 см ближче до лінзи, зображення буде збільшеним у три рази. Визначити фокусну відстань лінзи.
 35. Для даного світла довжина хвилі у воді 0,46 мкм. Яка довжина хвилі в повітрі? Показник заломлення води 1,33.
 36. Дві когерентні світлові хвилі приходять у деяку точку простору з різницею ходу 2,25 мкм. Який результат інтерференції в цій точці, якщо довжина хвилі 750 нм?
 37. Біле світло, що падає перпендикулярно на мильну плівку й відбивається від неї, дає у видимому спектрі інтерференційний максимум на хвилі 640 нм й найближчий до нього мінімум на хвилі 450 нм. Визначити товщину плівки, якщо її показник заломлення 1,33.
 38. Дифракційні ґрати містять 120 штрихів на 1 мм. Визначити довжину хвилі монохроматичного світла, що падає на ґрати, якщо кут між двома спектрами першого порядку дорівнює 8° .
 59. Визначити кут відхилення променів зеленого світла з довжиною хвилі 0,55 мкм в спектрі першого порядку, отриманому за допомогою дифракційних ґрат з періодом 0,02 мм.

40. Яка ширина всього спектра першого порядку (довжини хвиль від 0,38 мкм до 0,76 мкм), отриманого на екрані, що віддалений на 3 м від дифракційних ґрат з періодом 0,01 мм?
41. Визначити число штрихів на 1 см дифракційних ґрат, якщо при нормальному падінні світла з довжиною хвилі 600 нм ґрати дають на екрані, віддаленому на 110 см, перший максимум на відстані 2,3 см від центрального.
42. Дві частинки, відстань між якими 10 м, летять назустріч одна одній зі швидкостями 0,6 с. Через який проміжок часу відбудеться зіткнення?
43. Яка маса протона, що летить зі швидкістю $2,4 \cdot 10^8$ м/с? Маса спокою протона 1 а. о. м. = $1,66057 \cdot 10^{-27}$ кг.
44. У скільки разів збільшиться маса частинки при русі зі швидкістю 0,99 с?
45. За якої швидкості руху космічного корабля маса продуктів харчування збільшиться у два рази? Чи збільшиться вдвічі час використання запасу продуктів?
46. Потужність загального випромінювання Сонця $3,83 \cdot 10^{26}$ Вт. На скільки щомиті зменшується маса Сонця?
47. Піднімальний кран підняв вантаж масою 18 т на висоту 5 м. На скільки змінилася маса вантажу?
48. Чайник із двома кілограмами води нагріли від 10°C до кипіння. На скільки змінилася маса води? Питома теплоємність води $4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$.
49. Визначити кінетичну енергію електрона, що рухається з такою швидкістю, що його маса збільшується у два рази.
50. Визначити імпульс протона, що рухається зі швидкістю 0,8 с.

КВАНТОВА ФІЗИКА

Світлові кванти

Це треба знати!

Природа світла дуже складна: в одних умовах світло виявляє властивості електромагнітної хвилі, а в інших — корпускул (частинок).

Корпускулярно-хвильовий дуалізм — виявлення світлом як хвильових, так і корпускулярних властивостей.

Явища, які пояснюють корпускулярними властивостями світла:

- фотоэффект;
- фотолюмінесценція;
- фотохімічні перетворення.

Явища, які пояснюють хвильовими властивостями світла:

- інтерференція;
- дифракція;
- поляризація;
- дисперсія світла.

Гіпотеза Планка: світло випромінюється й поглинається окремими «порціями» — квантами (фотонами). Енергія кожного кванта визначається формулою:

$$E = h\nu,$$

де ν — частота світла;

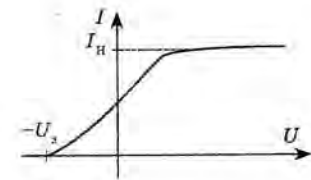
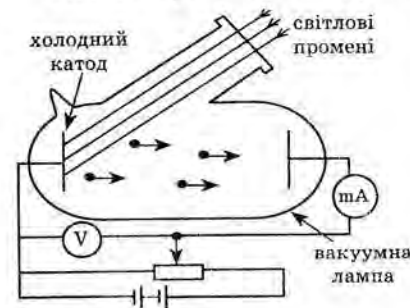
$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \text{ — стала Планка.}$$

Квант енергії — мінімальна кількість енергії, яку може поглинути або випромінити система.

Фотоэффект — явище висилання електронів речовиною під дією електромагнітного випромінювання.

Закони фотоэффекту

1. Сила струму насичення прямо пропорційна інтенсивності світлового випромінювання, що падає на поверхню тіла.



$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = eU_3$$

$I_{\text{н}}$ — струм насичення;

U_3 — затримуюча напруга.

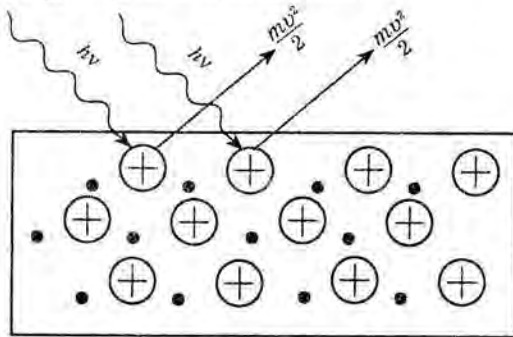
- Максимальна кінетична енергія фотоелектронів лінійно зростає з частотою світла й не залежить від його інтенсивності.
- Якщо частота світла менша деякої певної для даної речовини мінімальної частоти, то фотоэффект не відбувається (червона межа фотоэффекту).

Рівняння Ейнштейна для фотоэффекту

Квантова теорія: світло — потік особливих частинок, які називають фотонами, з енергією $E = h\nu$, масою $m = \frac{E}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}$, імпульсом $p = mc = \frac{h\nu}{c}$. Фотони поглинаються як єдине ціле.

Поглинаючи фотон, електрон збільшує енергію на $h\nu$, що йде на виконання роботи виходу електрона з металу $A_{\text{вих}}$ і на збільшення кінетичної енергії фотоелектрона.

$$h\nu = \frac{mv^2}{2} + A_{\text{вих}} \text{ — рівняння Ейнштейна.}$$



Якщо $h\nu < A_{\text{вих}}$, то фотоэффект не відбувається. Червона межа фотоэффекту визначається так:

$$v = 0 \Rightarrow E_k = 0 \Rightarrow h\nu_{\min} = A_{\text{вих}}; \nu_{\min} = \frac{A_{\text{вих}}}{h}$$

Самовчитель

1. Чому дорівнює маса, енергія й імпульс фотонів видимої частини спектра для найкоротших (400 нм) і найдовших (760 нм) світлових хвиль?

Дано:

$$\lambda_1 = 400 \text{ нм} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$\lambda_2 = 760 \text{ нм} = 7,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$K_1 = ?$$

$$p_1 = ?$$

$$m_1 = ?$$

$$K_2 = ?$$

$$p_2 = ?$$

$$m_2 = ?$$

Розв'язання

$$\text{Енергія } E = h\nu = \frac{hc}{\lambda},$$

де $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж — стала Планка.

$$\text{Імпульс } p = \frac{h}{\lambda}. \text{ Маса } m = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{hc}{\lambda c^2} = \frac{h}{\lambda c}.$$

$$E_1 = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^{-7}} = 4,97 \cdot 10^{-19} \text{ Дж,}$$

$$E_2 = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{7,6 \cdot 10^{-7}} = 2,62 \cdot 10^{-19} \text{ Дж;}$$

$$p_1 = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{4 \cdot 10^{-7}} = 1,66 \cdot 10^{-27} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}},$$

$$p_2 = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{7,6 \cdot 10^{-7}} = 0,87 \cdot 10^{-27} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}};$$

$$m_1 = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{4 \cdot 10^{-7} \cdot 3 \cdot 10^8} = 5,5 \cdot 10^{-36} \text{ кг,}$$

$$m_2 = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{7,6 \cdot 10^{-7} \cdot 3 \cdot 10^8} = 2,9 \cdot 10^{-36} \text{ кг.}$$

Відповідь: $4,97 \cdot 10^{-19}$ Дж, $2,62 \cdot 10^{-19}$ Дж; $1,66 \cdot 10^{-27} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$, $0,87 \cdot 10^{-27} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$; $5,5 \cdot 10^{-36}$ кг, $2,9 \cdot 10^{-36}$ кг.

2. Знайти імпульс, довжину хвилі й масу фотона з енергією 1 МеВ.

Дано:

$$E = 1 \text{ МеВ} = 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 1,6 \cdot 10^{-13}$$

$$\lambda = ?$$

$$m = ?$$

$$p = ?$$

Розв'язання

$$\text{Енергія } E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \text{ тоді } \lambda = \frac{hc}{E};$$

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{hc}{\lambda c^2} = \frac{h}{\lambda c}; \quad p = \frac{h}{\lambda};$$

$$\lambda = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{-13}} = 12,42 \cdot 10^{-13} \text{ м;}$$

$$m = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{12,42 \cdot 10^{-13} \cdot 3 \cdot 10^8} = 1,8 \cdot 10^{-30} \text{ кг;}$$

$$p = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{12,42 \cdot 10^{-13}} = 0,53 \cdot 10^{-21} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}.$$

Відповідь: $12,42 \cdot 10^{-13}$ м; $1,8 \cdot 10^{-30}$ кг; $0,53 \cdot 10^{-21} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$.

3. Знайти швидкість електрона, якщо його кінетична енергія дорівнює енергії фотона, яка відповідає довжині хвилі 600 нм.

Дано:
 $E_k = E_\phi$
 $\lambda = 600 \text{ нм} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$
 $v = ?$

Розв'язання
 Електрон з кінетичною енергією, яка дорівнює енергії фотона з довжиною хвилі λ , має хвильову характеристику $\lambda = \frac{h}{mv}$, де $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж — стала Планка,

$$\text{звідси } v = \frac{h}{\lambda m};$$

$$[v] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{с}}{\text{кг} \cdot \text{м}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{м}} = \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$v = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 6 \cdot 10^{-7}} = 1,2 \cdot 10^3 \text{ м/с.}$$

Відповідь: $1,2 \cdot 10^3$ м/с.

4. Яку кінетичну енергію і швидкість матимуть фотоелектрони, що вилітають із поверхні оксиду барію, якщо її опромінювати зеленим світлом з довжиною хвилі 550 нм? Робота виходу електронів з поверхні оксиду барію дорівнює 1,2 еВ.

Дано:
 $A_{\text{вих}} = 1,2 \text{ еВ} = 1,92 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$
 $\lambda = 550 \text{ нм} = 5,5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$
 $E_k = ?$
 $v = ?$

Розв'язання
 Рівняння Ейнштейна для фотоелефекту: $h\nu = A_{\text{вих}} + \frac{mv^2}{2}$, де $h\nu$ — енергія падаючого проміння, причому $h\nu = \frac{hc}{\lambda}$, оскільки $\nu = \frac{c}{\lambda}$;

$\frac{mv^2}{2}$ — кінетична енергія фотоелектронів;

$A_{\text{вих}}$ — робота виходу електронів,

тоді $\frac{hc}{\lambda} = A_{\text{вих}} + \frac{mv^2}{2}$, звідси $E_k = \frac{hc}{\lambda} - A_{\text{вих}}$.

$$E_k = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{5,5 \cdot 10^{-7}} - 1,92 \cdot 10^{-19} = 1,68 \cdot 10^{-19} \text{ Дж.}$$

Швидкість фотоелектронів можна визначити як

$$E_k = \frac{mv^2}{2}, \text{ тоді } v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}; v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,68 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 0,61 \cdot 10^6 \text{ м/с.}$$

Відповідь: $1,68 \cdot 10^{-19}$ Дж; $0,61 \cdot 10^6$ м/с.

5. Обчислити червону межу фотоелефекту для цезію, якщо робота виходу електрона для цезію дорівнює 1,9 еВ.

Дано:
 $A_{\text{вих}} = 1,9 \text{ еВ} = 3,04 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$
 $\lambda_0 = ?$

Розв'язання
 Червона межа фотоелефекту визначається з умови $\frac{hc}{\lambda_0} = A_{\text{вих}}$,

звідси

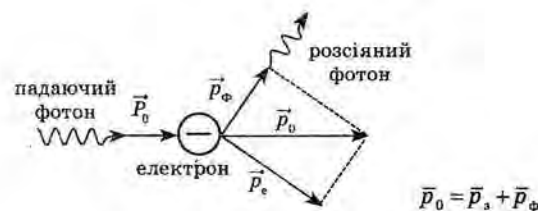
$$\lambda_0 = \frac{hc}{A_{\text{вих}}}; [\lambda_0] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{с} \cdot \text{м}}{\text{Дж} \cdot \text{с}} = \text{м.}$$

$$\lambda_0 = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3,04 \cdot 10^{-19}} = 6,53 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

Відповідь: $6,53 \cdot 10^{-7}$ м.

Ефект Комптона

Це треба знати!



При проходженні рентгенівських променів через шар речовини виникає розсіяне рентгенівське випромінювання з довжиною хвилі λ' , більшою, ніж довжина хвилі λ первинного пучка, це свідчить про те, що при зіткненні фотона з електроном, який перебуває в стані спокою, відбувається передача частини енергії й імпульсу фотона цьому електрону.

$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_K \cdot (1 - \cos\phi)$, де $\lambda_K = 2,43 \cdot 10^{-12}$ м — комптонівська довжина хвилі.

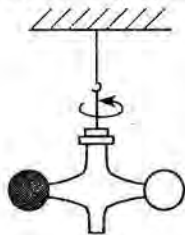
Тиск світла. Дослід Лебедева

Світло — потік частинок (фотонів), що мають імпульс ($p = \frac{E}{c}$, де c — швидкість світла) і передають його тілу при відбитті або поглинанні. При відбитті фотона переданий імпульс у два рази більший, ніж при поглинанні.

$\Delta p = mv$ — при поглинанні;

$\Delta p = 2mv$ — при відбитті.

За однакової густини потоку світлового випромінювання тиск світла на дзеркальну поверхню повинен бути у два рази більшим від тиску на чорну поверхню, яка поглинає світло.



Установка Лебедева складалася з легкого стрижня, підвішеного у вакуумі на тонкій нитці. На кінцях стрижня було закріплено дві тонкі пластинки — одна відбиваюча, інша поглинаюча. Освітлюючи пластинки й вимірюючи закручування нитки, він обчислював світловий тиск.

Хімічна дія світла

Під дією світла можуть відбуватися процеси дисоціації молекул, приєднання атомів до молекул.

Фотохімічні реакції — різні хімічні реакції, що перебігають під дією світла.

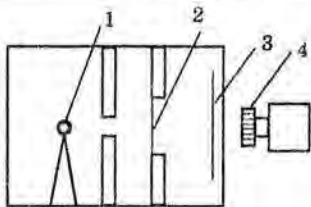
Фотографія — утворення тонкого шару срібла внаслідок падіння світла на кристали аргентум броміду.

Фотосинтез — під дією світла з вуглекислого газу й води у хлорофілі утворюється кисень та органічні речовини.

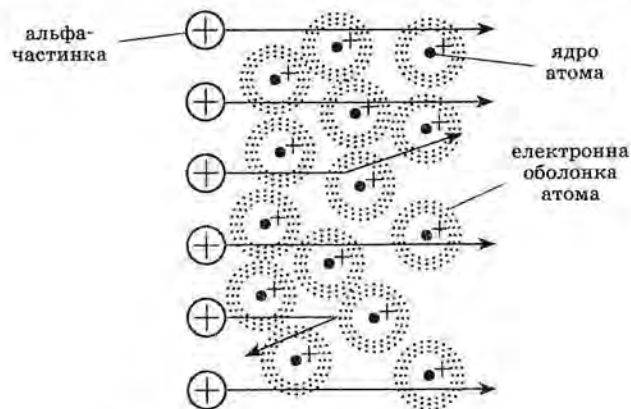
Атомне ядро

Досліди Резерфорда щодо розсіювання α -частинок — відкриття атомного ядра.

- 1 — радіоактивна речовина;
- 2 — тонка металева пластинка;
- 3 — екран, покритий шаром кристалів цинк сульфід, здатних світитися під ударами швидких заряджених частинок;
- 4 — мікроскоп.



Більшість α -частинок відхиляються від прямої траєкторії на $1-2^\circ$, але невелика кількість α -частинок зазнає відхилення на більші кути, що свідчить про існування масивного атомного ядра, розмір якого в 10^4-10^8 разів менший від розміру атома. Радіус колової орбіти найдальшого від ядра електрона — це радіус атома. Така модель атома називається *планетарною моделлю*.



Квантові постулати Бора

1. **Атомна система може перебувати в особливих квантових стаціонарних станах**, кожному з яких відповідає певна енергія E_n ; у стаціонарному стані атом не випромінює й не поглинає енергію.
2. **При переході атома з одного стаціонарного стану в інший стаціонарний стан** висилаються або поглинаються кванти електромагнітного випромінювання.

Енергія фотона дорівнює різниці енергії атома у двох стаціонарних станах:

$$\Delta E = h\nu = E_m - E_n.$$

Правило квантування Бора

$$mvr = n \frac{h}{2\pi},$$

- де m — маса електрона;
 v — швидкість електрона;
 R — радіус колової орбіти;
 n — номер енергетичного стану (ціле число).

Усі стаціонарні стани атома, крім одного, є стаціонарними умовами. Нескінченно довго атом може перебувати у стаціонарному стані з мінімальним запасом енергії.

Основний стан атома — стаціонарний стан з мінімальною енергією.

Збуджений стан атома — стаціонарний стан атома з будь-якими значеннями енергії, крім мінімального.

Час існування атома в збудженому стані складає $10^{-8}-10^{-7}$ с.

Електрон рухається по колу, його доцентрове прискорення a спричинено кулонівською силою \vec{F}_k :

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{F_k}{m},$$

де R — радіус орбіти.

В атомі Гідрогену заряд ядра дорівнює заряду електрона, тому

$$F_k = \frac{ke^2}{R^2} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R^2}, \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0},$$

$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}, \quad \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м};$$

$$\frac{v^2}{R} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R^2 m} \Rightarrow v^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R m}.$$

$$\text{Згідно з правилом квантування Бора } m v R = n \frac{h}{2\pi} \Rightarrow R = \frac{nh}{2\pi m v},$$

$$\text{тоді } R^2 = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m^2 v^2}.$$

Підставивши вираз для v^2 , одержимо:

$$R^2 = \frac{n^2 h^2 4\pi\epsilon_0 m R}{4\pi^2 m^2 e^2} = \frac{n^2 h^2 \epsilon_0 R}{\pi m e^2}, \quad R = \frac{n^2 h^2 \epsilon_0}{\pi m e^2}.$$

Підставляючи значення номера енергетичного стану ($n = 1, 2, 3, 4, \dots$), можна обчислити радіуси відповідних стаціонарних колових орбіт електронів в атомі.

Зміни, внесені у фізику Бором:

- відмова від уявлень про неперервність фізичних величин;
- ідея квантування фізичних величин: існує дискретний ряд значень радіуса колової орбіти, енергії та швидкості.

Види випромінювання

1. **Теплове випромінювання** — випромінювання, яке здійснюють атоми за рахунок енергії теплового руху (лампи розжарювання).
2. **Електролюмінесценція** — випромінювання, що виникає при проходженні електричного розряду в газі (північне сяйво).
3. **Катодолімінесценція** — світіння твердих тіл внаслідок бомбардування електронними пучками (екран телевізора).
4. **Хемілюмінесценція** — світіння холодних тіл внаслідок хімічних реакцій (світлячки).
5. **Фотолімінесценція** — світіння тіл під дією світла, яке падає на них.

Спектри

Спектральний склад світла — частоти проміння, що входять до складу даного світла.

Спектроскоп, спектрограф — прилади для визначення спектрального складу світла.

Спектральний аналіз — метод визначення хімічного складу речовини за виглядом його спектра випромінювання або поглинання.

Спектри випромінювання

Суцільний (неперервний) — суцільна кольорова смуга, забарвлена якої переходить від червоного до фіолетового кольорів.

Джерело випромінювання — розпечені тверді й рідкі тіла, гаряча плазма.

Лінійчастий — окремі світлі лінії різних кольорів на темному тлі.

Джерело випромінювання — нагріті одноатомні гази.

Смугастий — окремі світлі смуги, розділені темними проміжками.

Джерело випромінювання — нагріті багатоатомні гази.

Спектр поглинання — темні лінії на тлі суцільного спектра, які відповідають тим самим частотам, що й лінії спектра випромінювання. Атоми газу найбільш інтенсивно поглинають світло тих частот, які вони випромінюють у збудженому стані.

Лінії атомних спектрів утворюють серії, що відповідають певним законам. Формула Ридберга — узагальнені вирази для частот спектральних ліній атома Гідрогену:

$$\nu = R \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

де $R = 3,29 \cdot 10^{15}$ Гц — стала Ридберга.

Для видимої частини спектра Гідрогену спектральні лінії утворюють серію Бальмера:

$$m = 2, n = 3, 4, 5, 6 \dots$$

6. Радіус орбіти електрона атома Гідрогену дорівнює $5,29 \cdot 10^{-11}$ м. Обчислити його кінетичну, потенціальну та повну енергії.

Самовчитель

Дано:

$$r = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ м}$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$E_k = ?$$

$$E_p = ?$$

$$E = ?$$

Розв'язання

Електрон в атомі Гідрогену обертається по коловій орбіті під дією сили $F_{\text{дл}} = F_k$ або

$$\frac{m v^2}{r} = k \frac{e^2}{r^2}, \text{ де } e \text{ — заряд електрона, а } k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0};$$

F_n — кулонівська сила взаємодії між ядром атома Гідрогену й електроном.

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2} k \frac{e^2}{r}, \text{ але } \frac{mv^2}{2} = E_k, \text{ таким чином, } E_k = \frac{1}{2} k \frac{e^2}{r};$$

$$E_k = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2}{2 \cdot 5,29 \cdot 10^{-11}} = 2,17 \cdot 10^{-18} = 2,2 \cdot 10^{-18} \text{ Дж.}$$

$$\text{Потенціальна енергія } E_n = -\frac{ke^2}{r^2} r = -\frac{ke^2}{r} = -2E_k.$$

$$E_n = -2 \cdot 2,2 \cdot 10^{-18} = -4,4 \cdot 10^{-18} \text{ Дж.}$$

Тоді повна енергія електрона атома Гідрогену:

$$E = E_k + E_n = E_k - 2E_k = -E_k,$$

$$[E] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \cdot \frac{\text{Кл}^2}{\text{м}} = \text{Дж.}$$

$$E = -2,2 \cdot 10^{-18} \text{ Дж.}$$

$$\text{Відповідь: } 2,2 \cdot 10^{-18} \text{ Дж; } -4,4 \cdot 10^{-18} \text{ Дж; } -2,2 \cdot 10^{-18} \text{ Дж.}$$

7. Визначити частоту й довжину хвилі випромінювання, якщо під час квантового переходу енергія атома змінилася на 2,5 еВ.

Дано:

$$\Delta E = 2,5 \text{ еВ} = 4 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

v — ?

λ — ?

Розв'язання

Згідно з другим постулатом Бора, при переході атома з одного стаціонарного стану в інший він випромінює або поглинає квант енергії $\Delta E = h\nu$, звідси

$$v = \frac{\Delta E}{h}, \text{ де } h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \text{ — стала Планка;}$$

$$[v] = \frac{\text{Дж}}{\text{Дж} \cdot \text{с}} = \frac{1}{\text{с}} = \text{Гц.}$$

$$v = \frac{4 \cdot 10^{-19}}{6,626 \cdot 10^{-34}} = 6 \cdot 10^{14} \text{ Гц;}$$

$$\text{Крім того, } v = \frac{c}{\lambda}, \text{ звідси } \lambda = \frac{c}{v} \quad [v] = \frac{\text{м}}{\text{с} \cdot \text{м}} = \text{Гц;}$$

$$\lambda = \frac{3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{14}} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 500 \text{ нм;}$$

$$\text{Відповідь: } 6 \cdot 10^{14} \text{ Гц; } 500 \text{ нм.}$$

8. Визначити довжину хвилі світла, що випромінює атом Гідрогену при квантовому переході з п'ятого на другий рівень.

Дано:

$$m = 2$$

$$n = 5$$

$$\lambda - ?$$

Розв'язання

Згідно з формулою Ридберга, що визначає частоту спектральних ліній атома Гідрогену, $v = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$; але

$$v = \frac{c}{\lambda}, \text{ тоді } \frac{c}{\lambda} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

$$\text{або } \frac{1}{\lambda} = \frac{R}{c} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \text{ де } R = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ Гц} \text{ — стала Ридберга;}$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{3,29 \cdot 10^{15}}{3 \cdot 10^8} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{5^2} \right) = 23,03 \cdot 10^5 \text{ 1/м,}$$

$$\lambda = \frac{1}{23,03 \cdot 10^5} = 4,34 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 434 \text{ нм.}$$

$$\text{Відповідь: } 434 \text{ нм.}$$

9. Енергія Гідрогену в незбудженому стані дорівнює 13,55 еВ. Визначити мінімальну енергію збудження атома Гідрогену.

Дано:

$$E_1 = 13,55 \text{ еВ} =$$

$$= 21,68 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

$$E_{\min} - ?$$

Розв'язання

Енергія збудження атома Гідрогену буде мінімальною при переході електрона з першого енергетичного рівня на другий. В основному стані енергія атома Гідрогену $E_1 = 13,55 \text{ еВ}$,

$$\text{тоді } E_{\min} = E_1 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = 0,75 E_1;$$

$$E_{\min} = 0,75 \cdot 13,55 = 10,16 \text{ еВ} = 16,26 \cdot 10^{-19} \text{ Дж.}$$

$$\text{Відповідь: } 16,26 \cdot 10^{-19} \text{ Дж.}$$

10. Визначити мінімальну довжину хвилі світла в серії Бальмера.

Дано:

$$m = 2$$

$$\lambda_{\min} - ?$$

Розв'язання

Довжина хвилі в серії Бальмера (видима область спектра) буде мінімальною при значенні $n = \infty$.

$$v = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right); \quad v_{\max} = R \frac{1}{m^2} = \frac{R}{4};$$

$$\text{Оскільки } \lambda_{\min} = \frac{c}{v_{\max}}, \text{ то } \lambda_{\min} = \frac{4c}{R},$$

$$\text{де } R = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ Гц} \text{ — стала Ридберга;}$$

$$\lambda_{\min} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 10^8}{3,29 \cdot 10^{15}} = 3,65 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 365 \text{ нм.}$$

$$\text{Відповідь: } 365 \text{ нм.}$$

Це треба знати!

Будова ядра

Точні вимірювання електричного заряду атомного ядра виконав у 1913 р. Генрі Мозлі: *електричний заряд ядра дорівнює добутку елементарного заряду e на порядковий номер у таблиці Менделєєва.*

Заряд ядра дорівнює eZ .

Ядро атома складається із протонів і нейтронів.

Протон, p : його заряд дорівнює $+e = 1,673 \cdot 10^{-19}$ Кл; маса $m_p = 1,673 \cdot 10^{-27}$ кг.

Нейтрон, n : заряд дорівнює нулю; маса $m_n = 1,675 \cdot 10^{-27}$ кг.

Загальна назва протонів і нейтронів — нуклони. Між нуклонами діють короткодійні сили притягання — ядерні сили.

Кількість протонів у ядрі позначається Z і збігається з порядковим номером елемента в таблиці Менделєєва.

Кількість нейтронів у ядрі атома позначається N .

Загальна кількість нейтронів і протонів у ядрі позначається A — масове число: $A = Z + N$.

Позначення: ${}^A_Z X$, де X — хімічний елемент.

Наприклад: ${}^{235}_{92}U$ — ядро урану, у якому міститься 92 протони і $235 - 92 = 143$ нейтрони.

Ізотопи

Ізотопи — атоми, що мають однаковий заряд ядра Z , але різну масу A , тобто кількість протонів однакова, а кількість нейтронів може бути різною.

Усі ізотопи того самого елемента мають однакові хімічні властивості, але різні фізичні властивості (наприклад, радіоактивність).

Ізотопи є у всіх елементах: речовина являє собою суміш ізотопів у певній пропорції. У деяких ядрах є тільки один стабільний ізотоп, решта — радіоактивні; починаючи з $Z = 84$, всі ізотопи елементів радіоактивні.

Застосування ізотопів

Метод позначених атомів — біологія, фізіологія, медицина, промисловість, археологія.

Джерела γ -променів — «кобальтова гармата» з ізотопом ${}^{60}_{27}Co$.

Прискорення мутацій для штучного добору в сільському господарстві.

Маса атомного ядра

Вимірювання мас атомів та атомних ядер виконується за допомогою мас-спектрографа.



На електричний заряд, що рухається зі швидкістю \vec{v} у поперечному магнітному полі з індукцією \vec{B} , діє сила Лоренца:

$$F = qvB,$$

$$F = ma,$$

де $a = \frac{v^2}{R}$ — доцентрове прискорення.

$$\text{Таким чином, } qvB = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow m = \frac{RqB}{v}.$$

За відомими значеннями величин індукції магнітного поля B , заряду q , швидкості v й радіуса кола R визначається маса іона.

Енергія зв'язку атомних ядер

Енергія зв'язку — мінімальна енергія, яку необхідно витратити для поділу атомного ядра на нуклони, з яких воно складається; ця енергія витрачається на виконання роботи проти дії ядерних сил притягання між нуклонами.

Енергія зв'язку $\Delta E = \Delta mc^2$, де $\Delta m = Zm_p + Nm_n - m_{\text{ядра}}$ — **дефект маси ядра**.

Питома енергія зв'язку — енергія зв'язку, що припадає на один нуклон.

Найбільшу питому енергію зв'язку (8,6 МеВ/Кл) мають елементи з номерами від 50 до 60, тому ядра цих елементів найбільш стійкі.

Позасистемна одиниця вимірювання енергії — електрон-вольт (eВ) = $1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Самовчитель

II. Охарактеризувати склад ядер атомів Al, Au, Cs.

Дано: Al, Au, Cs Z — ? W — ?	Розв'язання До складу ядра атома входять нуклони — протони та нейтрони; оскільки атом електрично нейтральний, то кількість протонів у ядрі дорівнює кількості електронів у електронній оболонці атома, тобто порядковому номеру Z елемента в Періодичній таблиці Д. І. Менделєєва.
--	--

$A = Z + N$, де A — масове число, тобто кількість нуклонів у ядрі; Z — зарядове число, тобто кількість протонів; N — кількість нейтронів.

$${}_{13}^{27}\text{Al}: Z = 13, N = 14; {}_{79}^{197}\text{Au}: Z = 79, N = 118; {}_{55}^{132}\text{Cs}: Z = 55, N = 77.$$

Відповідь: Al: $Z = 13, N = 14$; Au: $Z = 79, N = 118$; Cs: $Z = 55, N = 77$.

12. Чим відрізняються ядра атомів урану-238 й урану-235?

Дано: ${}_{92}^{235}\text{U}; {}_{92}^{238}\text{U}$ N — ?	Розв'язання Ізотопи урану ${}_{92}^{235}\text{U}$ та ${}_{92}^{238}\text{U}$ відрізняються масовим числом A , де $A = Z + N$, тобто кількістю нейтронів у ядрі. ${}_{92}^{238}\text{U}$ нейтронів на 3 більше, ніж у ${}_{92}^{235}\text{U}$.
---	--

Відповідь: у ${}_{92}^{238}\text{U}$ нейтронів на 3 більше, ніж у ${}_{92}^{235}\text{U}$.

13. Маса ядра літію дорівнює $11,6475 \cdot 10^{-27}$ кг. Знайти енергію зв'язку ядра Літію.

Дано: ${}_{3}^7\text{Li}$ $m_n = 1,675 \cdot 10^{-27}$ кг $m_p = 1,672 \cdot 10^{-27}$ кг $m_p = 1,672 \cdot 10^{-27}$ кг $\Delta E_{\text{зв}} = ?$	Розв'язання Енергія зв'язку ядра атома $\Delta E_{\text{зв}} = \Delta m c^2$, де Δm — дефект маси $\Delta m = Zm_p + Nm_n - m_n$; $\Delta E_{\text{зв}} = (Zm_p + Nm_n - m_n) c^2$, де $Z = 3, N = A - Z = 4$; $[\Delta E_{\text{зв}}] = \text{кг} \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}$.
--	---

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{зв}} &= (3 \cdot 1,672 \cdot 10^{-27} + 4 \cdot 1,675 \cdot 10^{-27} - 11,6475 \cdot 10^{-27}) \cdot 9 \cdot 10^{16} = \\ &= 9 \cdot 10^{16} \cdot 10^{-27} (11,716 - 11,6475) = 9 \cdot 0,0685 \cdot 10^{-9} = \\ &= 6,165 \cdot 10^{-12} \text{ Дж}. \end{aligned}$$

Відповідь: $6,165 \cdot 10^{-12}$ Дж.

14. Яке процентне співвідношення ізотопів хлору ${}_{17}^{35}\text{Cl}$ і ${}_{17}^{37}\text{Cl}$, якщо атомна маса Хлору дорівнює 35,45 а. о. м.?

Дано: ${}_{17}^{35}\text{Cl}$ ${}_{17}^{37}\text{Cl}$ $m_n = 35,45$ а. о. м. ${}_{17}^{35}\text{Cl} — ?$ ${}_{17}^{37}\text{Cl} — ?$	Розв'язання Cl складається із двох ізотопів з різними масовими числами. Складемо рівняння, з якого визначимо процентний вміст цих ізотопів: $35x + (1-x)37 = 35,45$; $x = 0,775 = 77,5\%$ — процентний вміст ізотопу ${}_{17}^{35}\text{Cl}$, тоді частка ізотопу ${}_{17}^{37}\text{Cl}$ дорівнює 22,5 %.
--	---

Відповідь: ${}_{17}^{35}\text{Cl} — 77,5\%$; ${}_{17}^{37}\text{Cl} — 22,5\%$.

15. Визначити дефект маси ядра ${}_{10}^{20}\text{Ne}$ та енергію зв'язку, що припадає на один нуклон. Маса ядра ${}_{10}^{20}\text{Ne}$ дорівнює $33,1888 \cdot 10^{-27}$ кг.

Дано: ${}_{10}^{20}\text{Ne}$ $m_n = 1,675 \cdot 10^{-27}$ кг $m_n = 33,1888 \cdot 10^{-27}$ кг $m_p = 1,672 \cdot 10^{-27}$ кг $\Delta E_{\text{зв}} — ?$ A $\Delta m — ?$	Розв'язання Дефект маси ядра Неону дорівнює $\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_n$; $\Delta m = 10 \cdot 1,672 \cdot 10^{-27} + 10 \cdot 1,675 \cdot 10^{-27} - 33,1888 \times 10^{-27} = 2,812 \cdot 10^{-28}$ кг. Енергія зв'язку, що припадає на 1 нуклон (з огляду на те, що $\frac{\Delta E_{\text{зв}}}{A} = \frac{\Delta m c^2}{A}$).
---	---

$$\begin{aligned} \frac{\Delta E_{\text{зв}}}{A} &= \frac{2,812 \cdot 10^{-28} \cdot 9 \cdot 10^{16}}{20} = 1,2654 \cdot 10^{-12} \text{ Дж} = \\ &= \frac{1,2654 \cdot 10^{-12}}{1,6 \cdot 10^{-13}} = 7,9 \text{ МеВ}. \end{aligned}$$

Відповідь: $2,812 \cdot 10^{-28}$ кг; $1,2654 \cdot 10^{-12}$ Дж, або 7,9 МеВ.

Радіоактивність

Це треба знати!

Радіоактивність — висилання ядрами деяких елементів різноманітних частинок (α -, β -, γ -квантів), що супроводжується переходом їх в інший стан і зміною їхніх параметрів.

Момент часу, коли такого перетворення зазнає дане ядро, непередбачуваний; однак щосекунди розпадається певна частина ядер.

Активність — кількість розпадів в одиницю часу.

Радіоактивний розпад — природне радіоактивне перетворення ядер, що відбувається спонтанно.

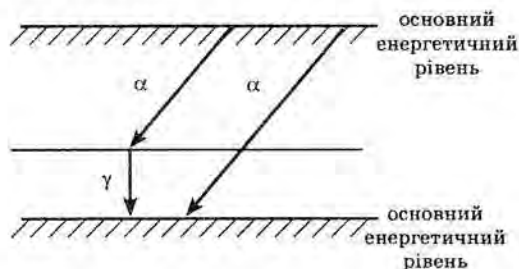
Види радіоактивного розпаду

α -розпад: спонтанний розпад атомного ядра на α -частинку (ядро гелію ${}^4_2\text{He}$) і ядро-продукт. Маса ядра зменшується на 4 одиниці, а заряд — на 2 одиниці.

Правило зміщення для α -розпаду: ${}^A_Z\text{X} \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}\text{Y} + {}^4_2\text{He}$.

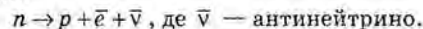
α -радіоактивними є ядра важких елементів: $Z > 82$.

γ -випромінювання при α -розпаді: іноді частина енергії йде на збудження ядра-продукту, яке висилає γ -кванти, після чого переходить у нормальний стан.



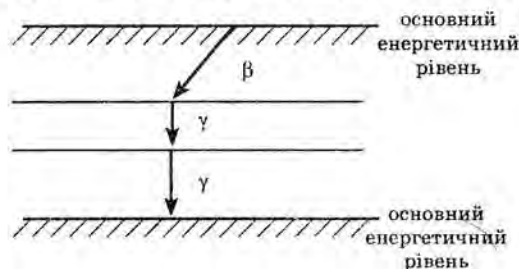
β -розпад (електронний): спонтанне перетворення атомного ядра через висилання електрона.

В основі β -розпаду лежить здатність протонів і нейтронів до взаємного перетворення:



Правило зміщення для β -розпаду: ${}^A_Z\text{X} \rightarrow {}^A_{Z+1}\text{Y} + {}^0_{-1}e$.

γ -випромінювання при β -розпаді: іноді частина енергії йде на збудження ядра-продукту, що випускає γ -кванти. β -частинки мають різні енергії, тому що частина енергії припадає на частинку нейтрино.



Ядро, що розпалося, звичайно теж радіоактивне, тобто відбувається ланцюжок послідовних радіоактивних перетворень.

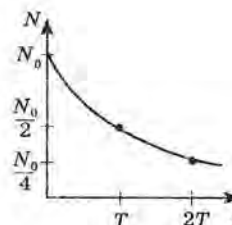
Закон радіоактивного розпаду

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}},$$

де N — кількість атомів, що не розпалися, у момент часу t ;

N_0 — кількість таких атомів у початковий момент часу;

T — період напіврозпаду; це проміжок часу, протягом якого кількість радіоактивних атомів зменшується вдвічі, тобто це константа, що залежить від типу радіоактивного ізотопу.



Період напіврозпаду характеризує активність радіонукліда A , тобто кількість розпадів атомних ядер за одну секунду.

Закон радіоактивного розпаду є статистичним законом: він дійсний тільки при $N \gg 1$.

Передбачити момент розпаду даного конкретного ядра неможливо: це випадкова подія.

16. Записати реакції електронного β -розпаду й подальшого α -розпаду радіоактивного ізотопу Літію ${}^7_3\text{Li}$. Ізотопи яких елементів при цьому утворюються?

Самовчитель

Дано:
 ${}^7_3\text{Li}$
 β^- і α

Розв'язання

При ядерних реакціях виконуються закони збереження заряду й закони збереження маси. Тому в цьому випадку можна записати: ${}^7_3\text{Li} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^3_1\text{H}$;

у результаті α -розпаду ${}^7_3\text{Li} \rightarrow {}^3_2\text{He} + {}^4_2\text{He}$; отже, з ${}^7_3\text{Li}$ у результаті електронного β -розпаду й α -розпаду утворилися ізотопи ${}^7_4\text{Be}$ і ${}^3_2\text{He}$.

Відповідь: ${}^7_4\text{Be}$ і ${}^3_2\text{He}$.

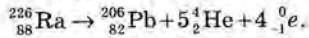
17. У результаті послідовної серії п'яти α -розпадів і чотирьох β -електронних розпадів радіоактивного радію ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ утворяться ядра нових елементів. Написати реакцію й визначити, ядра яких елементів утворяться.

Дано:
 5α і $4\beta^-$.
 ${}^{226}_{88}\text{Ra}$

Розв'язання

При α -розпаді заряд ядра атома Z зменшується на 2 одиниці, а масове число A — на 4 одиниці. При β -електронному розпаді утворюються ядра атомів з Z на одиницю більшим, а масове число A при цьому не змінюється.

Згідно з законом збереження заряду й масового числа маємо:

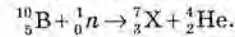


Відповідь: ${}_{82}^{206}\text{Pb}$.

18. Дописати реакцію: ${}_{5}^{10}\text{B} + {}_0^1n \rightarrow ? + {}_2^4\text{He}$.

Розв'язання

Згідно з законом збереження заряду й масового числа маємо:



У таблиці Д. І. Менделєєва під номером 3 знаходиться Li.

Відповідь: ${}_{5}^{10}\text{B} + {}_0^1n \rightarrow {}_3^7\text{Li} + {}_2^4\text{He}$.

19. Визначити період напіврозпаду радіоактивного елемента, активність якого за 8 діб зменшилася в 4 рази.

Дано:	Розв'язання
$t = 8$ діб	Активність радіоактивного елемента змінюється за законом $A = A_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, де T — період напіврозпаду.
$\frac{A_0}{A} = 4$	Тоді $\frac{A}{A_0} = 2^{-\frac{t}{T}}$; оскільки за умовою $\frac{A_0}{A} = 4$, то $4 = 2^{\frac{t}{T}}$,
$T = ?$	або $\ln 4 = \frac{t}{T} \ln 2$; таким чином, $T = \frac{t \ln 2}{\ln 4} = \frac{8 \ln 2}{\ln 4} = \frac{8 \cdot 0,693}{1,386} = 4$ доби.

Відповідь: 4 доби.

20. Період напіврозпаду радіоактивного Купруму — 10 хвилин. Яка частка від початкової кількості залишиться через 1 годину?

Дано:	Розв'язання
$T = 10$ хв	За законом радіоактивного розпаду $N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$,
$t = 1$ год = 60 хв	
$\frac{N_0}{N} = ?$	звідси $\frac{N}{N_0} = 2^{-\frac{t}{T}}$, або $\frac{N}{N_0} = 2^{-\frac{60}{10}} = 2^{-6} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64} = 1,6\%$.

Відповідь: 1,6 %.

Це треба знати!

Експериментальні методи реєстрації заряджених частинок

Методи ґрунтуються на застосуванні систем у довготривалому нестійкому стані, коли внаслідок пролітання зарядженої частинки відбувається перехід у стійкий стан.

Дія лічильника Гейгера ґрунтується на ударній іонізації газу; лічильник фіксує тільки факт прольоту частинки.

У камері Вільсона застосовується пересичена пара. Камера фіксує траєкторію зарядженої частинки; уздовж траєкторії виникають іони, на яких конденсуються крапельки рідини.

Бульбашкова камера містить перегріту рідину. Частинки добре сальмуються рідиною, що дає змогу спостерігати кілька послідовних реакцій.

У товстошарових фотоемульсіях частинки, пролітаючи, утворюють приховане зображення. Після проявлення видно всі події, що відбулися за час спостереження.

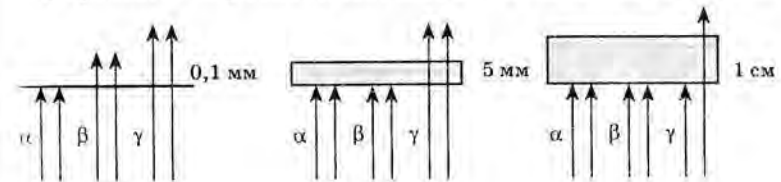
Біологічна дія радіоактивного випромінювання

Проходячи через речовину, заряджені частинки зіштовхуються з електронами атомів та залишають за собою ланцюжок іонів — відбувається руйнування або ушкодження молекул живої тканини.

α -частинки — повністю поглинаються аркушем паперу завтовшки 0,1 мм.

β -частинки — повністю поглинаються алюмінієвим екраном завтовшки 4–5 мм.

γ -промені — шар свинцю завтовшки 1 см послаблює їх у 2 рази.



Поглинена доза випромінювання:

$$D = \frac{E}{m}, \quad [D] = \text{Гр (грей)} = \text{Дж/кг};$$

де E — поглинена енергія випромінювання;

m — маса опромінюваної речовини.

Потужність дози випромінювання:

$$N = \frac{D}{t},$$

де D — поглинена доза випромінювання;

t — час опромінювання.

Поглинена доза випромінювання накопичується з часом — чим більший час опромінювання, тим більша поглинена доза.

Природний фон радіації відповідає річній дозі $2 \cdot 10^{-3}$ Гр.

Гранично допустима доза — 0,05 Гр за рік. Разова доза в 3–10 Гр — смертельна.

На практиці широко застосовується позасистемна одиниця рентген (Р). Можна наближено вважати $1 \text{ Р} = 0,01 \text{ Гр}$.

Ядерні реакції

Ядерні реакції — перетворення атомних ядер при взаємодії з елементарними частинками, у тому числі з γ -квантами, або одне з одним.

Для здійснення таких реакцій необхідне зближення ядер і частинок на відстань порядку 10^{-15} м (розміри ядра). Для реакції між ядрами потрібна більша енергія для подолання їхнього кулонівського відштовхування.

Цю енергію можна надати ядрам за допомогою прискорювачів або нагрівання до дуже високих температур.

При бомбардуванні нейтронами велика енергія не потрібна, тому що кулонівського відштовхування немає.

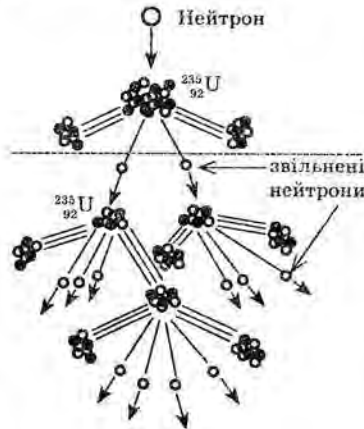
Енергетичний вихід ядерної реакції: $\Delta E = \Delta mc^2$,

де Δm — різниця між сумарною масою спокою частинок та ядер, що вступають у реакцію, і продуктів реакції.

$\Delta E < 0$ — енергія поглинається;

$\Delta E > 0$ — енергія виділяється.

Закони збереження електричних зарядів і масових чисел: сума зарядів (масових чисел) ядер і частинок, що вступають у ядерну реакцію, дорівнює сумі зарядів (масових чисел) кінцевих продуктів (ядер і частинок) реакції.



Реакція поділу ядра — реакція, у якій важке ($Z > 82$) ядро під дією нейтронів (або інших частинок) ділиться на дещо легші ядра, близькі за масою.

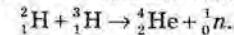
Ланцюгова реакція — ядерна реакція, у якій частинки, що викликають реакцію, утворюються як продукти цієї реакції.

Необхідна умова ланцюгової реакції: $K \geq 1$, де K — коефіцієнт розмноження нейтронів, тобто відношення кількості нейтронів у даному поколінні до кількості нейтронів у попередньому поколінні.

Критична маса — мінімальна маса урану, в якій може виникнути ланцюгова реакція

При поділі 1 г урану виділяється така сама енергія, як і при згорянні 3 т вугілля.

Термоядерна реакція — реакція синтезу легких атомних ядер, що відбувається при надвисокій температурі (порядку 10^7 Кл):



21. Обчислити енергетичний вихід ядерної реакції ${}^6_3\text{Li} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He} + {}^4_2\text{He}$.

Самовчитель

Дано:

$$m_{{}^6_3\text{Li}} = 6,01512 \text{ а. о. м.}$$

$$m_{{}^1_1\text{H}} = 1,00782 \text{ а. о. м.}$$

$$m_{{}^3_2\text{He}} = 3,01605 \text{ а. о. м.}$$

$$m_{{}^4_2\text{He}} = 4,00260 \text{ а. о. м.}$$

ΔE — ?

Розв'язання

Для обчислення енергетичного виходу ядерної реакції необхідно знайти різницю мас частинок, що вступають у реакцію, і частинок — продуктів реакції. У реакції беруть участь атомні ядра. Масу кожного атомного ядра можна знайти, віднімаючи від маси атома (відомості в таблицях) масу всіх електронів.

Можна використати й масу атома, маючи на увазі, що в атомах, які вступають у реакцію, і в продуктах реакції однакова кількість електронів. $\Delta E = \Delta mc^2$; $\Delta m = m_{{}^6_3\text{Li}} + m_{{}^1_1\text{H}} - m_{{}^3_2\text{He}} - m_{{}^4_2\text{He}}$;

$$\Delta m = 6,01512 + 1,00782 - 3,01605 - 4,0026 = 0,00429 \text{ а. о. м.}$$

$$1 \text{ а. о. м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг.}$$

Обчислимо енергетичний вихід при зміні маси на 1 а. о. м.:

$$\Delta E = 1,66 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16} = 1,49 \cdot 10^{-10} \text{ Дж} = 931 \text{ МеВ.}$$

Вихід ядерної реакції дорівнює $\Delta E = 0,0429 \cdot 931 = 4 \text{ МеВ}$.

Відповідь: 4 МеВ.

22. Яка енергія виділяється при синтезі одного грама гелію з дейтерію і тритію? Скільки кам'яного вугілля (питома теплота згоряння — 30 кДж/кг) треба було б спалити для одержання такої самої енергії?

Дано:

$$m_{\text{He}} = 10^{-3} \text{ кг}$$

$$m_{{}^2_1\text{H}} = 2,01474 \text{ а. о. м.}$$

$$m_{{}^3_1\text{H}} = 3,01700 \text{ а. о. м.}$$

$$m_{{}^4_2\text{He}} = 4,00388 \text{ а. о. м.}$$

$$m_{{}^1_0\text{n}} = 1,00866 \text{ а. о. м.}$$

$$q = 30 \text{ кДж/кг} = 3 \cdot 10^4 \text{ Дж/кг}$$

E — ? m_1 — ?

Розв'язання

При здійсненні термоядерної реакції синтезу ядра гелію з дейтерію і тритію ${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$ виділяється енергія ΔE :

$\Delta E = \Delta mc^2$, де $c^2 = 931 \text{ МеВ/а. о. м.}$ — квадрат швидкості світла;

$$\Delta E = c^2 \left[(m_{{}^2_1\text{H}} + m_{{}^3_1\text{H}}) - (m_{{}^4_2\text{He}} + m_{{}^1_0\text{n}}) \right];$$

$$\Delta E = 931 \cdot [(2,01474 + 3,017) - (4,00388 + 1,00866)] =$$

$$= 931 \cdot 0,0192 = 17,87 \text{ МеВ} = 28,6 \cdot 10^{-13} \text{ Дж.}$$

Для розрахунків на 1 г синтезованого гелію слід помножити ΔE на кількість здійснених реакцій, яка дорівнює кількості атомів гелію N в 1 г.

$$N = \frac{m}{M} N_A; N = \frac{10^{-3}}{4 \cdot 10^{-3}} 6,02 \cdot 10^{23} = 1,5 \cdot 10^{23}.$$

$$\text{Тому енергія } E = N \Delta E; E = 1,5 \cdot 10^{23} \cdot 28,6 \cdot 10^{-13} = 4,3 \cdot 10^{11} \text{ Дж.}$$

З умови $Q = E$ випливає: $Q = qm_1 = E$, тоді $Q = qm_1 = E$, звідси

$$m_1 = \frac{E}{q}; m_1 = \frac{42,9 \cdot 10^{10}}{3 \cdot 10^4} = 14,3 \cdot 10^6 \text{ кг.}$$

Відповідь: $4,3 \cdot 10^{11}$ Дж; $14,3 \cdot 10^6$ кг.

23. У зоні радіоактивного зараження потужність дози гамма-випромінювання становить 0,2 мГр/год. Як довго може перебувати людина в цій зоні, якщо гранично допустима поглинена доза становить 0,25 Гр?

Дано:

$$N = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Гр/год}$$

$$D = 0,25 \text{ Гр}$$

$$t = ?$$

Розв'язання

Поглинена доза випромінювання D пов'язана з потужністю дози співвідношенням: $N = \frac{D}{t}$,

$$t = \frac{D}{N}; t = \frac{0,25}{2 \cdot 10^{-4}} = 1250 \text{ год.}$$

Відповідь: 1250 год.

24. Порівняти енергії ядерної, кулонівської та гравітаційної взаємодій між двома протонами в ядрі.

Дано:

$$m_p = 1,672 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

$$q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$E_n : E_{кул} : E_{гр} = ?$$

Розв'язання

Нуклони в ядрі атома утримуються завдяки ядерним силам, які за своєю природою короткодіїні ($r \approx 10^{-15}$ м), але дуже інтенсивні.

У межах атомного ядра вони майже в 100 разів перевищують сили електростатичної взаємодії двох протонів і в 10^{28} разів — силу гравітаційної взаємодії; але на відстанях, що перевищують розміри ядер, вони настільки малі, що їхньою дією можна знехтувати, тоді

$$E_n : E_{кул} : E_{гр} = 1 : 10^{-2} : 10^{-38}.$$

Відповідь: $E_n : E_{кул} : E_{гр} = 1 : 10^{-2} : 10^{-38}$.

25. Яка енергія виділяється при термоядерній реакції ${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$?

Дано:

$$m_{{}^2_1\text{H}} = 2,0142 \text{ а. о. м.}$$

$$m_{{}^3_1\text{H}} = 3,0165 \text{ а. о. м.}$$

$$m_{{}^4_2\text{He}} = 4,0026 \text{ а. о. м.}$$

$$m_{{}^1_0\text{n}} = 1,00866 \text{ а. о. м.}$$

$$\Delta E = ?$$

Розв'язання

При здійсненні термоядерної реакції синтезу ядра Гелію з ядер ізотопів Гідрогену (дейтерію й тритію) вивільняється енергія $\Delta E = \Delta mc^2$,

$$\text{де } \Delta m = m_{{}^2_1\text{H}} + m_{{}^3_1\text{H}} - (m_{{}^4_2\text{He}} + m_{{}^1_0\text{n}}).$$

$$\Delta m = 2,0142 + 3,0165 - (4,0026 + 1,00866) = 0,019944 \text{ а. о. м.}$$

$$1 \text{ а. о. м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг,}$$

$$\Delta m = 0,0323 \cdot 10^{-27} \text{ кг;}$$

$$\Delta E = 0,0323 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 0,29 \cdot 10^{-11} \text{ Дж;}$$

$$1 \text{ МеВ} = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ Дж,}$$

$$\Delta E = \frac{0,29 \cdot 10^{-11}}{1,6 \cdot 10^{-13}} \approx 18 \text{ МеВ.}$$

Відповідь: 18 МеВ, або $2,9 \cdot 10^{-12}$ Дж.

Елементарні частинки

Елементарні частинки — частинки, які, стикаючись одна з одною, не розпадаються, а зазнають взаємного перетворення.

Античастинки — частинки такої самої маси, але протилежної за знаком величини заряду. Для кожної частинки існує античастинка:

електрон — позитрон,
нейтрон — антинейтрон.

При зіткненні частинки зі своєю античастинкою відбувається **анігіляція** — перетворення частинок у проміння.

Види взаємодій між частинками:

1. Сильна;
 2. Електромагнітна;
 3. Слабка;
 4. Гравітаційна.
- } Електрослабка

ФОРМУЛИ Й ПОЗНАЧЕННЯ

Формули

Фотон

$$E = h\nu, \quad m = \frac{E}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}, \quad p = mc = \frac{h\nu}{c}$$

Фотоелектричний ефект

$$E_k = h\nu - A_{\text{вих}}, \quad h\nu_{\text{мін}} = A_{\text{вих}},$$

$$\nu_{\text{мін}} = \frac{A_{\text{вих}}}{h}, \quad \frac{m\nu_{\text{макс}}^2}{2} = eU_3.$$

Постулат Бора та правило квантування

$$h\nu = E_m - E_n, \quad mvr = n \frac{h}{2\pi}$$

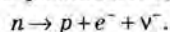
Енергія зв'язку атомного ядра

$$\Delta E_{\text{зв}} = \Delta mc^2, \quad \Delta m = Zm_p + Nm_n - m_{\text{я}}$$

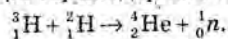
Закон радіоактивного розпаду

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$$

Бета-розпад нейтрона



Реакція термоядерного синтезу



Позначення

m — маса [m] = кг

c — швидкість світла у вакуумі

$c = 3 \cdot 10^8$ м/с

E — енергія фотона [E] = Дж;

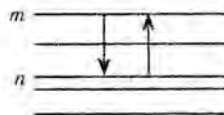
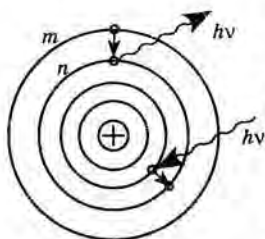
1 eB = $1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж

h — стала Планка [h] = $6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с

ν — частота [ν] = с⁻¹

A — робота виходу електрона [A] = Дж

E_k — максимальна кінетична енергія фотоелектронів [E] = Дж



$\nu_{\text{мін}}$ — частота червоної межі фотоелекту

[ν] = Гц

$\Delta E_{\text{зв}}$ — енергія зв'язку атомного ядра

[E] = Дж

Z — кількість протонів у ядрі

N — кількість нейтронів у ядрі

m_p — маса спокою вільного протона

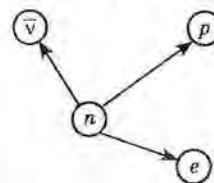
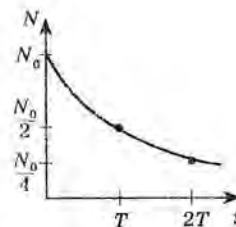
m_n — маса спокою вільного нейтрона

$m_{\text{я}}$ — маса спокою атомного ядра

N — кількість радіоактивних ядер, що не розпалися, у момент часу t

N_0 — кількість радіоактивних ядер, що не розпалися, у момент часу $t = 0$

T — період напіврозпаду [T] = с



n — нейтрон; $m_n = 1,6749543 \cdot 10^{-27}$ кг

p — протон; $m_p = 1,6726485 \cdot 10^{-27}$ кг

e — електрон; $m_e = 9,109534 \cdot 10^{-31}$ кг

$\bar{\nu}$ — антинейтрино

Завдання

для самоконтролю

Перевір себе

1. Робота виходу електронів із цезію дорівнює 1,8 eB. Якої довжини хвилі світло треба направити на поверхню цезію, щоб максимальна швидкість фотоелектронів була 2 Мм/с?
2. На металеву пластину падає монохроматичне світло довжиною хвилі 0,42 мкм. При затримуючій напрузі 0,95 В фотострум припиняється. Визначити роботу виходу електронів з поверхні металу.
3. Під якою напругою працює рентгенівська трубка, якщо найбільш «жорсткі» промені в її рентгенівському спектрі мають частоту 10^{19} Гц?
4. Джерело світла потужністю 100 Вт висилає $5 \cdot 10^{20}$ фотонів за 1 секунду. Знайти середню довжину хвилі випромінювання.
5. Енергія фотона дорівнює 3 eB. Знайти його імпульс.

6. Який тиск на чорну поверхню створює проміння з довжиною хвилі 400 нм, якщо кожної секунди на кожен квадратний сантиметр поверхні падає $2,8 \cdot 10^{17}$ квантів випромінювання?
7. Для йонізації атома Нітрогену необхідна енергія 14,53 еВ. Визначити довжину хвилі проміння, що спричиняє іонізацію.
8. Обчислити, у скільки разів довжина хвилі атома Гідрогену при переході з 4-ої орбіти на 2-у більша, ніж довжина хвилі при переході електрона з 2-ої орбіти на 1-у.
9. У результаті послідовної серії радіоактивних розпадів Уран $^{238}_{92}\text{U}$ перетворюється на Плюмбум $^{206}_{82}\text{Pb}$. Скільки α - і β -перетворень він при цьому зазнає?
10. Період напіврозпаду ізотопу Радону 3,82 доби. У скільки разів зменшиться кількість атомів цього ізотопу за 1,91 доби?
11. Написати відсутні позначення в ядерних реакціях:
 - 1) $^{239}_{94}\text{Pu} + {}^4_2\text{He} \rightarrow ? + {}^1_0\text{n}$;
 - 2) ${}^6_3\text{Li} + {}^1_1\text{p} \rightarrow ? + {}^4_2\text{He}$;
 - 3) $? + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^{22}_{11}\text{Na} + {}^4_2\text{He}$.
12. При бомбардуванні α -частинками алюмінію утворюється нейтрон і нове ядро. Записати ядерну реакцію. Визначити, ядро якого елемента утвориться.
13. Визначити енергію зв'язку й питому енергію зв'язку для ізотопу ядра Карбону $^{12}_6\text{C}$.
14. Яка електрична потужність атомної електростанції, що витрачає за добу 220 г ізотопу Урану $^{235}_{92}\text{U}$ і яка має ККД 25 %?
15. Товщина h шару перекриття, що ослаблює дане іонізуюче випромінювання в 2 рази, називається товщиною шару половинного ослаблення. Довести, що шар товщиною $H = nh$ ослаблює випромінювання в 2^n разів.

ВІДПОВІДІ

Механіка

- | | |
|---------------------------------|--|
| 1. 1) Так; 2) немає; 3) немає. | 2. 0,314 м; 0,2 м. |
| 3. $\frac{5}{3}$. | 4. 7 км; 5 км. |
| 5. У 2 рази. | 6. 500 м/с. |
| 7. -1 м; 1 с. | 8. 112 км. |
| 9. 4 км/год. | 10. 50 с. |
| 11. 4 м/с. | 12. 22 м/с ² ; 0,33 м/с. |
| 13. 195 м. | 14. 1 с. |
| 15. 35 м. | 16. $\sqrt{2}$. |
| 17. 0,5 м/с; 2 рад/с; 1,57 с; | 18. 20 м/с. |
| 0,63 Гц. | 19. 250 Н. |
| 20. 20 Н. | 21. 10^8 Н. |
| 22. 6 м/с. | 23. $2,5 \cdot 10^7$ м. |
| 24. 1) 920 Н; 2) 680 Н; донизу. | 25. $2 \cdot 10^{-3}$ м. |
| 26. 500 Н/м. | 27. 0,5. |
| 28. 20 Н; 0,04. | 29. 6 м/с ² . |
| 30. $1,5 \cdot 10^8$ Н. | 31. 0,5. |
| 32. 4590 Н. | 33. 120 Н · с. |
| 34. $8,7 \cdot 10^{-24}$ Н · с. | 35. 1 м/с. |
| 36. 8,6 м/с. | 37. 1200 Дж. |
| 38. 1,125 Дж. | 39. 60 Дж; 90 Дж. |
| 40. 100 Н. | 41. 0,29 м. |
| 42. $6 \cdot 10^3$ Н. | 43. 98 %. |
| 44. 9,6 м/с ² . | 45. 0,1 м; 0,3 м. |
| 46. 5. | 47. Зменшиться на $2,6 \cdot 10^{-3}$ м. |
| 48. 1500 кг/м ³ . | 49. 10,3 м. |
| 50. $2,5 \cdot 10^4$ Па. | 51. 274 м. |

Електродинаміка

- | | |
|---|--|
| 1. $9,6 \cdot 10^{-3}$ Кл. | 2. 10^{11} . |
| 3. Кулонівська сила більше в $4,2 \cdot 10^{42}$ рази. | 4. $4,2 \cdot 10^{-6}$ Кл. |
| 6. 200 Н/Кл. | 5. $-5,77 \cdot 10^{-10}$ Кл. |
| 8. $4 \cdot 10^4$ Н/Кл, 10^4 Н/Кл. | 7. $1,76 \cdot 10^{15}$ м/с ² . |
| 9. а) На прямій, що з'єднує заряди, на відстані $9 \cdot 10^{-2}$ м від меншого і $18 \cdot 10^{-2}$ м від більшого. б) На прямій, що з'єднує заряди, на відстані $27 \cdot 10^{-2}$ м від меншого і $54 \cdot 10^{-2}$ м від більшого. | |

10. $1,46 \cdot 10^6$ Н/Кл.
 12. $1,4 \cdot 10^{-6}$ Кл/м²; 0;
 $9 \cdot 10^4$ Н/Кл.
 14. 1,7.
 16. $-2,27 \cdot 10^3$ В.
 18. $5 \cdot 10^{-9}$ Кл.
 20. $2 \cdot 10^{-6}$ Ф.
 22. 100 В; 0,1 Дж.
 24. 100 м.
 26. Збільшилася в 1,1 разу.
 28. 1 А; 5,5 В.
 30. 6 Ом, 33 %, 37 %.
 32. 250 °С.
 34. 180 В.
 36. 330 кВт · год.
 38. 0,1 %.
 40. 10^{-3} м.
 42. 0,4 Кл.
 44. 5,8 м/с.
11. $71 \cdot 10^4$ м/с, $2,4 \cdot 10^{14}$ Гц.
 13. 2.
 15. $3 \cdot 10^{-5}$ Дж; $-3 \cdot 10^{-5}$ Дж;
 $6 \cdot 10^3$ В.
 17. $-0,21 \cdot 10^{-9}$ Кл.
 19. $5 \cdot 10^{-6}$ Ф; $1,2 \cdot 10^{-6}$ Ф.
 21. Збільшиться в 16 разів.
 23. 340 м, 10^{-7} м².
 25. 4.
 27. 73,5 %.
 29. 1) 4,5 В; 0,9 Ом; 2) 1,5 В; 0,1 Ом.
 31. $25 \cdot 10^{-5}$ м/с.
 33. $6,7 \cdot 10^{-10}$.
 35. $5 \cdot 10^{-3}$ м.
 37. $0,13 \cdot 10^6$ Дж.
 39. $2,3 \cdot 10^{-3}$ м.
 41. Лінійна залежність.
 43. $2 \cdot 10^{-3}$ Вб.
 45. 120 Дж; зменшиться в 4 рази.

Молекулярна фізика

1. $3 \cdot 10^{26}$ молекул.
 3. Збільшиться в 3 рази.
 5. На 10 %.
 7. $0,17$ кг/м³.
 9. $\frac{P_A \cdot (n-1)}{\rho g}$,
 11. 10^{-4} .
 13. $47 \cdot 10^{-5}$ м.
 15. 0,57 кг.
 17. 74 %.
 19. Понад 13 дротів.
 21. $37,4 \cdot 10^3$ Дж.
 23. $4 \cdot 10^5$ Дж.
 25. 55 °С.
 27. Кисень.
 29. $3 \cdot 10^3$ Дж.
 31. $Q = N \cdot t + m(cT + \lambda)$.
2. $3 \cdot 10^{24}$ атомів.
 4. 725 К.
 6. 450 м/с.
 8. $7 \cdot 10^{-3}$ м³.
 10. Збільшиться в 1,5 рази.
 12. 280 К.
 14. $28 \cdot 10^{-6}$ кг.
 16. 6,3 %.
 18. 52,2 Н.
 20. 135 м.
 22. Збільшується; зменшується; не змінюється.
 24. 0,31 кг.
 26. 385 м/с.
 28. $17 \cdot 10^3$ Дж; 0.
 30. $\frac{1}{3}$.

Коливання та хвилі

1. $x = 0,7 \cos 2\pi t$.
 3. 97 Н/м, 0,5 Гц.
 5. 0,98 м.
 7. min.
 9. 8 м, 4 с.
 11. $5 \cdot 10^{-3}$ Гн.
 13. $36 \cdot 10^{-6}$ Ф.
 15. 0,05 Гн.
 17. $\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$.
 19. 20 В.
 21. $28 \cdot 10^{-8}$ Ф.
 23. $3 \cdot 10^4$ м.
 25. $1,24 \cdot 10^8$ м/с.
 27. 48,3°.
 29. 56°.
 31. 0,22 м.
 33. 28 м.
 35. $6 \cdot 10^{-7}$ м.
 37. $3 \cdot 10^{-7}$ м.
 39. 1,5°.
 41. 500.
 43. 1,67 а. о. м.
 45. 0,866 с; ні.
 47. 10^{-11} кг.
 49. 0,511 МеВ.
2. 0,12 м.
 4. 2,81 Дж, 3,75 Н/м.
 6. 9 : 1.
 8. 1,8 м.
 10. 506 м/с.
 12. \sqrt{n} разів.
 14. 63 Ом.
 16. $1,6 \cdot 10^{-6}$ Ф.
 18. $\frac{1}{3}$, 2520. У первинній.
 20. 10^{-6} с.
 22. 1000 м.
 24. 1) 35°; 2) 55°.
 26. 50,6°.
 28. 15°.
 30. 1,8.
 32. -8,3 дптр.
 34. 0,06 м.
 36. max.
 38. $58 \cdot 10^{-8}$ м.
 40. 0,11 м.
 42. $27,8 \cdot 10^{-9}$ с.
 44. У 7,09 рази.
 46. 4,3 Мт.
 48. $8,4 \cdot 10^{-12}$ кг.
 50. $6,69 \cdot 10^{-19} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$.

Квантова фізика

1. $94,4 \cdot 10^{-9}$ м.
 3. $4,1 \cdot 10^4$ В.
 5. $1,6 \cdot 10^{-27} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$.
 7. $8,53 \cdot 10^{-8}$ м.
 9. α -перетворень — 8, β -перетворень — 6.
 10. У 1,41 рази.
 13. $1,48 \cdot 10^{-11}$ Дж; $1,23 \cdot 10^{-12}$ Дж.
 14. $53 \cdot 10^6$ Вт.
2. $3,2 \cdot 10^{-19}$ Дж.
 4. $9,9 \cdot 10^{-7}$ м.
 6. $4,6 \cdot 10^{-6}$ Па.
 8. У 4 рази.

АЛФАВІТНИЙ ПОКАЖЧИК

Абсолютний показник заломлення 211
 Автоколивальна система 191, 199
 Адіабатний процес 114
 Акустика 195
 Античастинки 265
 Атмосферний тиск 72
 Атом 82
 Атомне ядро 248
 Біологічна дія радіоактивного випромінювання 261
 Будова ядра 254
 Відносна вологість повітря 99
 Відносна молекулярна маса 82
 Вільні електромагнітні коливання 196
 Вільні заряди 140
 Вільна матеріальна точка 26
 Вільне падіння 17
 Вага тіла 36
 Важіль 62
 Вакуум 160
 Вектор магнітної індукції 164
 Векторні величини 7
 Види випромінювання 250
 Види рівноваги 66
 Випаровування і конденсація 98
 Вихрове електричне поле 172
 Властивості рідин 96
 Внутрішня енергія 106
 Гідростатика й аеростатика 69
 Гіпотеза ампера 167
 Гіпотеза планка 243
 Газовий розряд 158
 Гармонічні коливання 184
 Генератор електромагнітних коливань 199
 Геометрична оптика 210
 Головна оптична вісь 220
 Густина 69
 Густина струму 150
 Дії над векторами 7
 Діелектрики 141
 Діелектрична проникність 142
 Дефект маси ядра 255
 Деформація 33

Динаміка 26
 Динаміка тіла, що рухається по колу 29
 Динамічна рівновага 99
 Диполь 141
 Дисперсія світла 231
 Дифракційні ґрати 229
 Дифракція 193
 Дифракція світла 229
 Дифракція хвиль 193
 Дослід Лебедева 247
 Доцентрове прискорення 24
 Друга космічна швидкість 31
 Другий закон Ньютона 27
 Другий закон термодинаміки 114
 Дуговий розряд 159
 Еквіпотенціальна поверхня 137
 Експериментальні методи реєстрації заряджених частинок 260
 Електризація — надання тілу електричного заряду 123
 Електрична електроємність конденсатора 142
 Електричне поле 128
 Електричний заряд 123
 Електричний струм 149
 Електричний струм в електролітах 158
 Електричний струм у вакуумі 160
 Електричний струм у газах 158
 Електричний струм у металах 157
 Електричний струм у різних середовищах 157
 Електродинаміка 123
 Електроліз 158
 Електроліти 158
 Електролітична дисоціація 158
 Електролюмінесценція 250
 Електромагнітні коливання та хвилі 196
 Електромагнітні хвилі 205
 Електромагнітна індукція 171
 Електрометр 123
 Електрон 123
 Електронно-дірковий перехід (*p-n*-перехід) 161
 Електропровідність 150
 Електрорушійна сила 149
 Електростатика 123
 Електростатична індукція 140
 Електростатичне поле 128
 Елементарні частинки 265

Елементарний заряд 123
 Елементи теорії відносності 232
 Елементи фізичної оптики 226
 Енергія 50
 Енергія електричного поля плоского конденсатора 143
 Енергія зв'язку 255
 Енергія зв'язку атомних ядер 255
 Енергія магнітного поля струму 173
 Ефект комптона 247
 Ємність плоского конденсатора 142
 Жевріючий розряд 159
 З'єднання конденсаторів 143
 Закон Архімеда 71
 Закон Бойля—Маріотта 93
 Закон відбивання 210
 Закон всесвітнього тяжіння 29
 Закон Гей-Люссака 93
 Закон Джоуля—Ленца 152
 Закон електромагнітної індукції (закон Фарадея) 172
 Закон заломлення 211
 Закон збереження імпульсу 46
 Закон збереження механічної енергії 57
 Закони геометричної оптики 210
 Закони збереження електричних зарядів і масових чисел 262
 Закони Ньютона 27
 Закони постійного струму 150
 Закони термодинаміки 114
 Закони фотоефекту 243
 Закон Кулона 124
 Закон Ома в загальному вигляді 150
 Закон Ома для ділянки кола 150
 Закон Ома для повного кола 152
 Закон Паскаля 69
 Закон прямолінійного поширення світла 210
 Закон радіоактивного розпаду 259
 Закон Фарадея 158
 Закон Шарля 93
 Залежність питомого опору металів й електролітів від температури 158
 Заряд тіла 123
 Збуджений стан атома 249
 Зворотний зв'язок 199
 Звукові хвилі 195
 Зміна агрегатних станів речовини 96

Змінний електричний струм 199
 «Золоте правило» механіки 63
 Ідеальний газ 85
 Ізобарний процес 92
 Ізопроекти 92
 Ізотермічний процес 92
 Ізотопи 254
 Ізохорний процес 93
 Імпульс тіла 46
 Індуктивність 173
 Індукційний струм 171
 Інертність 26
 Інерціальна система відліку 26
 Інерція 26
 Інтерференція 192
 Інтерференція й дифракція хвиль 192
 Інтерференція світла 226
 Іскровий розряд 159
 Кількість нейтронів 254
 Кількість протонів 254
 Кількість речовини 83
 Кількість теплоти 110
 Кінетична енергія 50
 Капілярні явища 97
 Катодолюмінесценція 250
 Квант енергії 243
 Квантові постулати Бора 249
 Квантова фізика 243
 Кипіння 98
 Коефіцієнт корисної дії (ккд) 59
 Коливальний контур 196
 Коливання 184, 196
 Коливання та хвилі 184
 Коло змінного струму 200
 Конденсатор 142
 Конденсатори 142
 Концентрація 83
 Коронний розряд 159
 Криволінійний рух 23
 Критична маса 262
 Ланцюгова реакція 262
 Лінії магнітної індукції 166
 Лінії напруженості (силові лінії) 129
 Лінза 219

Типи напівпровідників	160
Типи самостійного розряду	159
Тиск	69
Тиск рідини на дно посудини	69
Тиск світла	247
Точка роси	99
Траєкторія	6
Транзистор	199
Трансформатор	204
Третій закон Ньютона	27
Умова рівноваги важеля	62
Умови виникнення вільних коливань	184
Умови рівноваги тіл	66
Універсальна газова стала	88
Фізична оптика	226
Фізичний зміст рівняння Бернуллі	73
Фокальна площина	220
Фокус	220
Фокусна відстань	220
Форма меніска	96
Формула лінзи	222
Формули й позначення	75, 118, 178
Фотографія	248
Фотоефект	243
Фотолюмінесценція	250
Фотосинтез	248
Фотохімічні реакції	248
Хімічна дія світла	248
Характеристика звуку	195
Характеристики коливань	184
Характеристики хвиль	192
Хвилі	191
Хвильовий фронт	191
Хвиля	191
Хемілюмінесценція	250
Центр ваги	66
Центр мас	66
Число (стала) Авогадро	83
Швидкість	8
Швидкість тіла	8
Шлях	6
Ядерні реакції	262
Ядерні сили	254

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	3
-----------	---

Теорія плюс практика

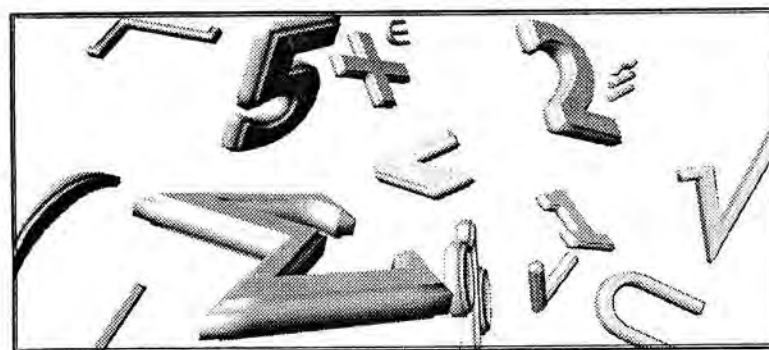
МЕХАНІКА	6
Кінематика	6
Динаміка	26
Закони Ньютона	27
Статика	65
Гідростатика й аеростатика	69
Формули й позначення	75
Завдання для самоконтролю	78
МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА	82
Молекулярно-кінетична теорія (МКТ)	82
Зміна агрегатних станів речовини	96
Основи термодинаміки	106
Формули й позначення	118
Завдання для самоконтролю	120
ЕЛЕКТРОДИНАМІКА	123
Електростатика	123
Постійний електричний струм	149
Магнітне поле	164
Формули й позначення	178
Завдання для самоконтролю	180
КОЛИВАННЯ ТА ХВИЛІ	184
Механічні коливання та хвилі	184
Електромагнітні коливання та хвилі	196
Геометрична оптика	210
Елементи фізичної оптики	226
Елементи теорії відносності	232

Формули й позначення	237
Завдання для самоконтролю	239
КВАНТОВА ФІЗИКА	243
Світлові кванти	243
Атомне ядро	248
Елементарні частинки	265
Формули й позначення	266
ВІДПОВІДІ	269
Механіка	269
Електродинаміка	269
Молекулярна фізика	270
Квантова фізика	271
Коливання та хвилі	271
АЛФАВІТНИЙ ПОКАЖЧИК	272



ВКЛАДКА

Зразок тестового зошита ЗНО



БРАЗОК ТЕСТОВОГО ЗОШИТА

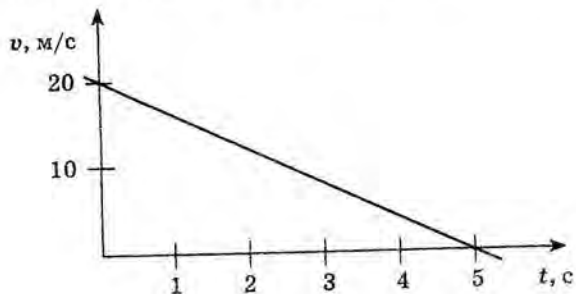
Завдання 1–25 мають по п'ять варіантів відповідей, з яких тільки **ОДНА** правильна. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її в бланку А.

При розрахунках вважати, що $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

1. Плавець пливе за течією річки. Знайдіть швидкість плавця відносно берега річки, якщо швидкість плавця відносно води $1,5 \text{ м/с}$, а швидкість течії — $0,5 \text{ м/с}$.

А	Б	В	Г	Д
$0,5 \text{ м/с}$	$1,2 \text{ м/с}$	$1,5 \text{ м/с}$	2 м/с	1 м/с

2. За графіком залежності швидкості рівноприскореного руху тіла знайдіть рівняння координати руху, якщо початкова координата тіла дорівнює 0.



А	Б	В	Г	Д
$x = 10t + t^2$	$x = 20t + 2t^2$	$x = 20t - 2t^2$	$x = 20t + 4t^2$	$x = 20t - 4t^2$

3. Камінь, кинутий горизонтально зі швидкістю 10 м/с , впав на землю під кутом 45° до горизонту. З якої висоти був кинутий камінь?

А	Б	В	Г	Д
5 м	10 м	15 м	20 м	25 м

4. Тіло, маса якого дорівнює 8 кг , рухається зі швидкістю 2 м/с . Як зміниться швидкість цього тіла, якщо на нього протягом 10 с діятиме сила 4 Н ?

А	Б	В	Г	Д
Зменшиться на 5 м/с	Збільшиться на 5 м/с	Зменшиться на 8 м/с	Збільшиться на 8 м/с	Не зміниться

5. Коефіцієнт тертя між тілом і поверхнею дорівнює $0,4$. Визначте час гальмування тіла, що рухається по горизонтальній поверхні зі швидкістю 20 м/с .

А	Б	В	Г	Д
2 с	5 с	8 с	20 с	50 с

6. Кінетична енергія тіла вагою 40 Н дорівнює 200 Дж . Визначте швидкість цього тіла.

А	Б	В	Г	Д
5 м/с	10 м/с	15 м/с	20 м/с	50 м/с

7. Атмосферний тиск зменшується зі збільшенням висоти приблизно на 10 Па/м . На скільки зменшиться висота стовпчика води в манометрі, якщо його перенести з рівня моря на узгір'я заввишки 100 м ?

А	Б	В	Г	Д
1 мм	1 см	10 см	1 м	10 м

8. Який вигляд має перший закон термодинаміки для ізохорного процесу?

А	Б	В	Г	Д
$\Delta U = Q$	$\Delta U = A$	$Q + A = 0$	$Q = 0$	$\Delta U = 0$

9. З деяким тілом відбулися такі фазові зміни: плавлення, випаровування та ресублимація. Що в результаті утворилося?

А	Б	В	Г	Д
Рідина	Пара	Газ	Тверде тіло	Насичена пара

10. За якої з наведених нижче температур H_2O не може існувати в рідкому стані під тиском 0,1 МПа?

А	Б	В	Г	Д
279 К	100 °С	330 К	0 °С	390 К

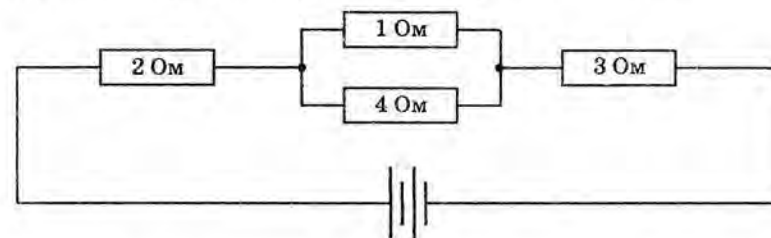
11. Заряджену частинку помістили в точку електричного поля, потенціал якої дорівнює 2 кВ, а напруженість — 8 Н/Кл. Потенціальна енергія частинки при цьому дорівнює 4 мДж. Визначте силу, з якою поле діє на частинку.

А	Б	В	Г	Д
16 мкН	32 мкН	64 Н	2 мН	4 мН

12. Конденсатор якої ємності потрібно послідовно підключити до конденсатора ємністю 800 пФ, щоб ємність батареї дорівнювала 160 пФ?

А	Б	В	Г	Д
50 пФ	100 пФ	150 пФ	200 пФ	250 пФ

13. На якому з резисторів спад напруги найбільший?



А	Б	В	Г	Д
1 Ом	2 Ом	3 Ом	4 Ом	На будь-якому

14. Яке з наведених нижче тверджень є правильним?

А	Провідність газів зумовлена тільки рухом електронів
Б	Провідність газів зумовлена рухом електронів і йонів
В	Струм у газах спрямований у бік руху електронів
Г	Струм у газах спрямований у бік руху позитивних йонів
Д	Провідність газів зумовлена тільки рухом йонів

15. Зображення на екрані телевізійного кінескопа виникає в результаті зіткнень з ним потоку електронів, що летять до екрана. Якщо поставити телевізор між полюсами

двох магнітів, створюючих магнітне поле, індукція якої напрямлена вертикально вниз, то людина побачить на екрані зображення, що відхилилося:

А	Б	В	Г	Д
Ліворуч	Праворуч	Догори	Донизу	Не відхилилося, а тільки спотворилося

16. Визначте формулу, за якою можна обчислити період обертання зарядженої частинки масою m та зарядом q у магнітному полі з індукцією B .

А	Б	В	Г	Д
$T = \frac{qB}{2\pi m}$	$T = \frac{2\pi q}{mB}$	$T = \frac{2\pi B}{qm}$	$T = \frac{qm}{2\pi B}$	$T = \frac{2\pi m}{qB}$

17. Яке з наведених нижче тверджень неправильне?

А	Потужність лампи збільшується зі збільшенням підведеної до неї напруги
Б	Потужність лампи зменшується при послідовному вмиканні її з іншою лампою
В	Потужність лампи при певній напрузі зменшується з підвищенням температури її волоска
Г	Потужність лампи не залежить від напруги струму, що через неї проходить
Д	Потужність лампи дорівнює номінальній лише за певних умов

18. Яку кількість витків повинна мати котушка з площею поперечного перерізу 50 см^2 , щоб при зміні магнітної індукції від $0,2$ до $0,3 \text{ Тл}$ за 4 мс в ній виникала ЕРС 10 В ?

А	Б	В	Г	Д
100 витків	80 витків	50 витків	200 витків	120 витків

19. Сила струму в котушці протягом 1 хв рівномірно зменшилася на 6 А . Визначте індуктивність котушки, якщо в ній виникла ЕРС індукції 5 мВ .

А	Б	В	Г	Д
3 мГн	5 мГн	30 мГн	50 мГн	300 мГн

20. Для визначення прискорення вільного падіння на планеті треба знайти період коливань математичного маятника, довжина якого дорівнює L . Шукану величину слід обчислити за формулою:

А	Б	В	Г	Д
$g = \frac{4\pi^2}{T^2}$	$g = \frac{2\pi^2}{T^2}$	$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$	$g = \frac{4\pi L}{T^2}$	$g = \frac{2\pi L}{T^2}$

21. Ротор 40-полюсного генератора змінного струму здійснює 1200 обертів за 1 хвилину. Струм якої частоти в ньому отримано?

А	Б	В	Г	Д
48 кГц	24 кГц	800 Гц	400 Гц	50 Гц

22. Оберіть правильне твердження. Атмосфера Землі:

А	Найбільше розсіює червоне випромінювання
Б	Найбільше розсіює жовте випромінювання
В	Найбільше розсіює зелене випромінювання
Г	Найбільше розсіює блакитне випромінювання
Д	Однаково розсіює будь-яке випромінювання

23. За якою формулою можна обчислити кількість фотонів, що падають на сітківку ока людини за час t , якщо око сприймає світло з довжиною хвилі λ , а потужність світлового потоку дорівнює P ?

А	Б	В	Г	Д
$N = Pt/hc\lambda$	$N = Pt\lambda/hc$	$N = hc/Pt\lambda$	$N = P\lambda/hct$	$N = ht\lambda/cP$

24. Яке з наведених нижче тверджень відповідає змісту постулатів Бора?

А	В атомі електрони рухаються по колу і випромінюють при цьому електромагнітні хвилі
Б	Атом може перебувати тільки в одному із стаціонарних станів; у стаціонарному стані атом енергію не випромінює
В	Атом випромінює енергію тільки при зміні орбіти електрона на більш віддалену від ядра
Г	Атоми поглинають енергію і при цьому випромінюють електромагнітні хвилі
Д	Якщо електрон переходить ближче до ядра, він поглинає квант електромагнітної енергії

25. Визначте, які види радіоактивних перетворень здійснювались у ході перетворення ядра ${}_{83}^{214}\text{Bi}$ у ядро ${}_{82}^{210}\text{Pb}$?

А	Б	В	Г	Д
β -мінус-розпад	β -плюс-розпад	α -розпад	β -плюс-розпад і α -розпад	β -мінус-розпад і α -розпад

Завдання 26–29 мають на меті встановлення відповідності (логічні пари). До кожного рядка, позначеного буквою, доберіть твердження, позначене цифрою, і впишіть її в таблицю. Потім послідовність цифр перенесіть до бланка А.

26. Установіть відповідність між назвами формул та самими формулами.

А. Формула Планка. 1. $\eta = (T_1 - T_2)/T_1$.

Б. Формула Ейнштейна. 2. $T = 2\pi\sqrt{LC}$.

В. Формула Томсона. 3. $E = mc^2$.

Г. Формула Карно. 4. $F = ma$.

5. $E = h\nu$.

А	
Б	
В	
Г	

27. Установіть відповідність між поняттями, пов'язаними з поширенням електричного струму у різних середовищах, та їх основним фізичним змістом.

А. Надпровідність. 1. З'являються вільні

Б. Термоелектронна емісія. 2. Зростає число нейтральних молекул або атомів.

В. Електронно-дірковий перехід. 3. Опір провідника різко зменшується і падає до нуля.

Г. Рекомбінація.

А	
Б	
В	
Г	

4. На електроді відкладається речовина.
5. Виникає електричний струм через контакт різних речовин.

28. Установіть відповідність між фізичним законом та його математичною формулою.

- А. Закон Джоуля–Ленца. 1. $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$.
- Б. Закон Гука. 2. $\varepsilon_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$.
- В. Закон Ома для замкнутого кола. 3. $Q = I^2 \cdot R \cdot t$.
- Г. Закон електромагнітної індукції. 4. $F = -kx$.
5. $Q = c \cdot m \cdot \Delta t$.

А	
Б	
В	
Г	

29. Установіть відповідність між фізичним приладом та фізичним явищем, яке лежить в основі його роботи.

- А. Генератор змінного струму. 1. Явище інтерференції.
2. Явище резонансу.
- Б. Інтерферометр. 3. Явище електромагнітної індукції.
- В. Частотометр. 4. Явище самоіндукції.
- Г. Спектроскоп. 5. Явище дисперсії.

А	
Б	
В	
Г	

У завданнях 30–36 впишіть відповідь та перенесіть її до бланка відповідей А.

30. Визначте молярну масу газу (у г/моль), якщо при концентрації $3,01 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$ і тиску $2,64 \cdot 10^4 \text{ Па}$ його молекули мають середньоквадратичну швидкість 600 м/с.

Відповідь: _____

31. Тонке алюмінієве кільце радіусом 5 см дотикається до мильного розчину. Яким зусиллям можна відірвати кільце від розчину, якщо маса кільця 5 г, а коефіцієнт поверхневого натягу мильного розчину дорівнює 40 мН/м? Відповідь запишіть у мН.

Відповідь: _____

32. Маленька кулька масою 1 мг нерухомо висить між пластинами конденсатора з напругою 2 кВ. Відстань між пластинами дорівнює 2 см. Визначте (у нКл) заряд кульки.

Відповідь: _____

33. При електролізі розчину сірчаної кислоти за 50 хв виділилося 0,6 г водню. Визначте потужність (у Вт), що витрачається для нагрівання електроліту, якщо його опір становить 0,4 Ом. Електрохімічний еквівалент водню дорівнює 0,0104 мг/Кл. Відповідь запишіть у вигляді цілого числа.

Відповідь: _____

34. З відстані 25 м фотографували потяг апаратом, фокусна відстань якого становить 7,5 см. Яке за величиною лінійне зображення (у см) одержали на фотоплівці, якщо висота вагона потяга 3 м?

Відповідь: _____

35. Плоский конденсатор, який має відстань між пластинами 4 мм, занурили у гас до половини. Діелектрична проникність гасу дорівнює 2. На яку відстань (у мм) потрібно віддалити пластини конденсатора, щоб його ємність залишилася незмінною?

Відповідь: _____

36. Крижина площею поперечного перерізу $0,5 \text{ м}^2$ та висотою 40 см плаває у воді. Визначте роботу, яку потрібно виконати, щоб повністю занурити крижину в воду.

Відповідь: _____

Бланк відповідей до зошита з фізики

A

Увага! Відмічайте тільки один варіант відповіді. Дотримуйтесь правил запису відповідей. У завданнях 29–35 записуйте тільки числове значення відповіді (по одній цифрі в кожному прямокутнику), не вказуючи одиниці вимірювання.

Наприклад: відповідь «Автомобілю знадобиться 1200 с» у бланку запишіть так:

1 2 0 0 □ □

У завданнях 1–25 правильну відповідь позначайте тільки так:

	А	Б	В	Г	Д		А	Б	В	Г	Д		А	Б	В	Г	Д
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	11	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	12	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	8	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	13	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	14	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	10	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	15	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

	А	Б	В	Г	Д		А	Б	В	Г	Д
16	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
17	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	22	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
18	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	23	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	24	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	25	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

У завданнях 26–29 правильну відповідь запишіть тільки цифрами.

	А	Б	В	Г		А	Б	В	Г
26	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	27	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	5	3	2	1		3	1	5	2
	А	Б	В	Г		А	Б	В	Г
28	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	29	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	3	4	1	2		5	3	1	4

У завданнях 30–36 запишіть по одній цифрі в кожному прямокутнику.

30 31 32

33 34 35

36

Щоб виправити відповідь, запишіть номер завдання і правильну відповідь.

Завдання 1–25

Номер завдання	А	Б	В	Г	Д
<input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Завдання 26–29

Номер завдання	А	Б	В	Г
<input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Завдання 30–36

Номер завдання	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З
<input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Для нотаток

