

# ОГЛАВЛЕНИЕ

---

Предисловие .....	5
<b>Раздел I. ОПИСАТЕЛЬНАЯ СТАТИСТИКА</b>	
Глава 1. <b>Статистика как наука</b> .....	7
1.1. Методические указания .....	7
1.2. Задачи и упражнения .....	12
1.3. Рекомендации преподавателям.....	15
Глава 2. <b>Сбор статистической информации (теория статистического наблюдения)</b> .....	16
2.1. Методические указания .....	16
2.2. Задачи и упражнения .....	22
2.3. Рекомендации преподавателям .....	28
Глава 3. <b>Статистическая сводка и группировка</b> .....	29
3.1. Методические указания и решение типовых задач.....	29
3.2. Задачи и упражнения .....	47
3.3. Рекомендации преподавателям .....	53
Глава 4. <b>Статистические таблицы</b> .....	53
4.1. Методические указания и решение типовых задач .....	53
4.2. Задачи и упражнения .....	62
4.3. Рекомендации преподавателям.....	72
Глава 5. <b>Графическое изображение статистических данных</b> ..	73
5.1. Методические указания и решение типовых задач .....	73
5.2. Задачи и упражнения .....	90
5.3. Рекомендации преподавателям .....	99
Глава 6. <b>Формы выражения статистических показателей</b> .....	100
6.1. Методические указания и решение типовых задач .....	100
6.2. Задачи и упражнения .....	112
6.3. Рекомендации преподавателям .....	123

## **Раздел II. АНАЛИТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

Глава 7. Показатели вариации и анализ частотных распределений .....	124
7.1. Методические указания и решение типовых задач .....	124
7.2. Задачи и упражнения .....	156
7.3. Рекомендации преподавателям .....	167
Глава 8. Выборочное наблюдение .....	169
8.1. Методические указания и решение типовых задач .....	169
8.2. Задачи и упражнения .....	178
8.3. Рекомендации преподавателям .....	186
Глава 9. Статистическое изучение взаимосвязи социально-экономических явлений .....	187
9.1. Методические указания и решение типовых задач .....	187
9.2. Задачи и упражнения .....	222
9.3. Рекомендации преподавателям .....	233
Глава 10. Статистическое изучение динамики социально-экономических явлений .....	234
10.1. Методические указания и решение типовых задач .....	234
10.2. Задачи и упражнения .....	260
10.3. Рекомендации преподавателям .....	279
Глава 11. Статистический анализ структуры .....	280
11.1. Методические указания и решение типовых задач .....	280
11.2. Задачи и упражнения .....	292
11.3. Рекомендации преподавателям .....	299
Глава 12. Экономические индексы .....	300
12.1. Методические указания и решение типовых задач .....	300
12.2. Задачи и упражнения .....	317
12.3. Рекомендации преподавателям .....	325
Глава 13. Общие вопросы анализа и обобщения статистических данных .....	325
13.1. Методические указания и решение комплексных задач .....	325
13.2. Задачи и упражнения .....	349
13.3. Рекомендации преподавателям .....	352
Задания для самостоятельной работы студентов .....	353
Приложения .....	359
Ответы к задачам .....	412

# ПРЕДИСЛОВИЕ

---

Цель практикума — помочь студентам лучше осмыслить категории статистической науки, научить их применять научные методы статистического исследования и за статистическими показателями увидеть конкретное содержание, а также выработать практические навыки решения конкретных задач различного типа в разных областях экономики. По содержанию, применяемой терминологии и символике практикум ориентирован на учебник под редакцией профессора Р.А.Шмойловой «Теория статистики», который успешно выдержал четыре издания: первое издание вышло в 1996 г., а четвертое — в 2003 г.

Практикум состоит из двух разделов и тринадцати глав. Каждая глава содержит три подраздела: Методические указания и решение типовых задач, Задачи и упражнения и Рекомендации преподавателям.

В первом подразделе даются методические указания для студентов, где раскрываются основные категории статистической науки и показывается методология исчисления показателей, которые используются в аналитической работе, а также приводятся решения типовых задач (кроме глав 1 и 2).

Во втором подразделе представлен набор задач и упражнений для проведения практических занятий и самостоятельных заданий студентов, построенных на фактических данных, взятых из статистических сборников и периодической печати, или на условных данных. В конце практикума на сложные задачи даны ответы.

Третий, весьма краткий, подраздел главы предназначен для преподавателей. В нем авторы учебного пособия делятся опытом организации учебного процесса по курсу теории статистики, в частности излагается содержание аудиторных (практических и семинарских) занятий со студентами, даются разъяснения авторов о том, что должна представлять собой внеаудиторная работа студентов, содержатся рекомендации относительно контрольных работ по темам курса.

После всех глав практикума представлены индивидуальные задания по всему курсу для самостоятельной работы студентов с

необходимыми статистическими данными. Эти задания могут раздаваться студентам на первом же занятии по курсу, что в значительной мере облегчит работу и преподавателя, и студента. Ими можно воспользоваться при решении задач по отдельным темам курса в соответствии с рекомендациями, содержащимися в конце каждой главы практикума.

В приложениях 1 – 17 содержатся необходимые данные для решения задач и математико-статистические таблицы, а в приложении 18 приведены интернет-ресурсы, содержащие статистическую информацию и аналитические обзоры.

Многолетний опыт работы кафедры показывает, что предлагаемые задания, представляющие собой взаимосвязанную систему упражнений, выполнение которых студентами обязательно, обеспечивают систематическую последовательную работу студентов в течение всего времени изучения курса по учебному плану.

Во втором издании практикума (1-е изд. – 1998 г.) полностью переработаны главы 7 и 8, обновлены цифровые материалы, в некоторых главах добавлены новые типы задач, а также представлены интернет-ресурсы статистической информации.

Учебное пособие подготовлено авторским коллективом преподавателей кафедры теории статистики и прогнозирования Московского государственного университета экономики, статистики и информатики. Труд авторов распределился следующим образом: Р. А. Шмойлова, профессор, кандидат экономических наук – предисловие, главы 1, 2, 5, 7 и 10; В. Г. Минашкин, профессор, кандидат экономических наук – главы 6, 8, 11 и 12; Н. А. Садовникова, доцент, кандидат экономических наук – главы 3, 4, 9 и 13. В подготовке приложений принимали участие все авторы.

# РАЗДЕЛ

## I

# ОПИСАТЕЛЬНАЯ СТАТИСТИКА

## ГЛАВА I СТАТИСТИКА КАК НАУКА

### 1.1 Методические указания

Эта тема имеет большое значение не только для курса теории статистики, но и для всех статистических дисциплин вообще. В ней излагаются важнейшие вопросы статистической науки: предмет статистической науки, ее метод, теоретические основы, задачи и др. В результате изучения темы студент должен получить ясное представление о том, что изучает статистика, ее место в системе наук, теоретические основы, важнейшие принципы, категории и понятия, основные задачи статистики на современном этапе.

Изучение темы вооружит студента пониманием основ теории статистики и статистической методологии.

При рассмотрении темы важно уяснить необходимость привлечения массовых данных для объективного познания действительности; ведущую роль социально-экономических категорий в статистическом исследовании.

Необходимо хорошо усвоить такие важнейшие понятия статистической науки, как статистическая совокупность, единица совокупности, признаки и их классификация, вариация признаков, статистический показатель. Без них невозможно обойтись в дальнейшем изучении других статистических дисциплин, в которых применяются понятия, термины, показатели, формулы теории статистики, но не разъясняется их сущность, смысл и значение, поскольку это составляет задачу теории статистики.

**Понятие статистики.** Статистика, вернее ее методы исследования, широко применяется в различных областях человеческих знаний. Однако, как и любая наука, она требует определения предмета ее исследования.

Авторы большинства современных отечественных вузовских учебников по теории статистики (общей теории статистики) под статистикой понимают предметную общественную науку, т. е. науку, имеющую свои особые предмет и метод познания. Поэтому в процессе изучения темы необходимо уяснить, что статистика — общественная наука, которая изучает количественную сторону качественно определенных массовых социально-экономических явлений и процессов, их структуру и распределение, размещение в пространстве, движение во времени, выявляет действующие количественные зависимости, тенденции и закономерности, причем в конкретных условиях места и времени.

**Предмет статистики.** При изучении темы необходимо в первую очередь обратить особое внимание на определение предмета, метода и задач статистики, на уяснение сущности и содержания статистической науки, отличающих ее от других социально-экономических наук, а также от математики. Вопросы предмета и метода статистики являются исходными, с них начинается первое знакомство с основами статистической науки.

В процессе изучения данной темы важно уяснить, что статистика как наука исследует не отдельные факты, а *массовые социально-экономические явления и процессы*, выступающие как множество отдельных факторов, обладающих как индивидуальными, так и общими признаками.

Объект статистического исследования (в каждом конкретном случае) в статистике называют статистической совокупностью. *Статистическая совокупность — это множество единиц, обладающих массовостью, однородностью, определенной целостностью, взаимозависимостью состояния отдельных единиц и наличием вариации.* Например, в качестве особых объектов статистического исследования, т. е. статистических совокупностей, может выступать множество коммерческих банков, зарегистрированных на территории Российской Федерации, множество акционерных обществ, множество граждан какой-либо страны и т. д. Важно помнить, что статистическая совокупность состоит из реально существующих материальных объектов.

Каждый отдельно взятый элемент данного множества называется *единицей статистической совокупности*. Единицы статистической совокупности характеризуются общими свойствами, именуемыми в статистике *признаками*, т. е. под качественной однородностью совокупности понимается сходство единиц (объектов, явлений, процессов) по каким-либо существенным признакам, но различие по каким-либо другим признакам. Например, из названных совокупностей множество коммерческих банков наряду с качественной определенностью (принадлежностью к разряду кредитных учреждений) обладает различиями по размеру объявленных уставных фондов, численности работающих, сумме активов и т. д.

Качественная определенность совокупности хотя и имеет объективную основу, устанавливается в каждом конкретном статистическом исследовании в соответствии с его целями и познавательными задачами.

Единицы совокупности наряду с общими для всех единиц признаками, обуславливающими качественную определенность совокупности, также обладают индивидуальными особенностями и различиями, отличающими их друг от друга, т. е. существует *вариация признаков*. Она обусловлена различным сочетанием условий, которые определяют развитие элементов множества. Например, уровень производительности труда работников банка определяется его возрастом, квалификацией, отношением к труду и т. д. *Именно наличие вариации предопределяет необходимость статистики*. Необходимо помнить, что вариация признака может отражаться статистическим распределением единиц совокупности.

Важно также помнить, что статистика как наука изучает прежде всего количественную сторону общественных явлений и процессов в конкретных условиях места и времени, т. е. *предметом статистики являются размеры и количественные соотношения социально-экономических явлений, закономерности их связи и развития*.

Количественную характеристику статистика выражает через определенного рода числа, которые называются статистическими показателями. *Статистический показатель отражает результат измерения единиц совокупности и совокупности в целом*.

Однако тогда возникает вопрос, чем же статистика отличается от математики?

Основное отличие состоит в том, что *статистика изучает количественную сторону качественно определенных массовых общественных явлений в данных условиях места и времени. При этом качественную определенность единичных явлений обычно определяют сопряженные науки.*

При изучении данной темы важно выяснить теоретические основы статистики и проблему применения закона больших чисел.

**Теоретические основы статистики как науки.** Теоретическую основу любой науки, в том числе и статистики, составляют понятия и категории, в совокупности которых выражаются основные принципы данной науки. В статистике к важнейшим категориям и понятиям относятся: совокупность, вариация, признак, закономерность.

При изучении данного вопроса важно уяснить, что статистические совокупности обладают определенными свойствами, носителями которых выступают *единицы совокупности (явления)*, обладающие определенными признаками. По форме внешнего выражения признаки делятся на атрибутивные (описательные, качественные) и количественные. *Атрибутивные (качественные) признаки* не поддаются количественному (числовому) выражению.

Отличие *количественных* признаков от *качественных* состоит в том, что первые можно выразить итоговыми значениями, например общий объем перевозок грузов предприятиями транспорта и т. д., вторые — только числом единиц совокупности, например число театров по видам деятельности.

Количественные признаки можно разделить на прерывные (дискретные) и непрерывные.

Важной категорией статистики является также статистическая закономерность.

*Статистическая закономерность* — это форма проявления причинной связи, выражающаяся в последовательности, регулярности, повторяемости событий с достаточно высокой степенью вероятности, если причины (условия), порождающие события, не изменяются или изменяются незначительно. Статистическая закономерность устанавливается на основе анализа массовых данных. Она возникает в результате действия объективных законов, выражая каузальные отношения.

Так как статистическая закономерность обнаруживается в итоге массового статистического наблюдения, это обуславливает ее взаимосвязь с законом больших чисел.



*Сущность закона больших чисел* заключается в том, что в числах, суммирующих результат массовых наблюдений, выступают определенные правильности, которые не могут быть обнаружены на небольшом числе факторов. Закон больших чисел порожден свойствами массовых явлений. Важно помнить, что тенденции и закономерности, вскрытые с помощью закона больших чисел, имеют силу лишь как массовые тенденции, но не как законы для каждого отдельного, индивидуального случая.

Предмет и метод составляют сущность любой науки, в том числе и статистики.

**Метод статистики.** Статистика как наука выработала приемы и способы изучения массовых общественных явлений, зависящие от особенностей ее предмета и задач, которые ставятся при его изучении. Приемы и способы, с помощью которых статистика изучает свой предмет, образуют статистическую методологию.

*Под статистической методологией понимается система приемов, способов и методов, направленных на изучение количественных закономерностей, проявляющихся в структуре, динамике и взаимосвязях социально-экономических явлений.* Задача статистического исследования состоит в получении обобщающих характеристик и выявлении закономерностей в общественной жизни в конкретных условиях места и времени, которые проявляются лишь в большой массе явлений через преодоление свойственной ее единичным элементам случайности. Важно уяснить, что статистическое исследование состоит из трех стадий:

- 1) статистическое наблюдение;
- 2) сводка и группировка результатов наблюдения;
- 3) анализ полученных обобщающих показателей.

Все три стадии связаны между собой, и на каждой из них используются специальные методы, объясняемые содержанием выполняемой работы.

**Познавательные задачи статистики.** Исходя из характера и основных черт предмета статистики как науки можно сформулировать следующие ее задачи. Это изучение:

- уровня и структуры массовых социально-экономических явлений и процессов;
- взаимосвязей массовых социально-экономических явлений и процессов;
- динамики массовых социально-экономических явлений и процессов.

Важно также уяснить, что статистика состоит из ряда отраслей, выделившихся в процессе развития, и *общая теория статистики* является методологической основой, ядром всех отраслевых статистик, так как она разрабатывает наиболее общие понятия, категории, принципы, которые имеют общестатистический смысл, и методы количественного изучения социально-экономических явлений.

## 1.2 Задачи и упражнения

1.1. Назовите основные этапы в эволюции смыслового содержания термина «Статистика».

1.2. Укажите, как именуется работник, для которого сбор статистических данных является родом профессиональной деятельности.

1.3. Назовите в качестве примера сферы социально-экономической жизни общества, изучаемые статистикой.

1.4. Сформулируйте определение статистики как науки и дайте ему соответствующее обоснование.

1.5. Дайте характеристику основным чертам определения предмета статистики:

а) почему статистика является общественной наукой?

б) почему статистика изучает количественную сторону общественных явлений в связи с их качественным содержанием?

в) почему статистика изучает массовые явления?

г) почему каждое статистическое исследование должно опираться на изучение всех относящихся к данному вопросу фактов?

1.6. К каким видам (количественным или атрибутивным) относятся следующие признаки:

а) количество работников на фирме;

б) родственные связи членов семьи;

в) пол и возраст человека;

г) социальное положение вкладчика в Сбербанк;

д) этажность жилых помещений;

е) количество детей в семье;

ж) розничный товарооборот торговых объединений.

1.7. Укажите, какие совокупности можно выделить в высшем учебном заведении для статистического изучения?

1.8. Укажите, какие можно выделить статистические совокупности кредитных учреждений; сферы потребительского рынка; крестьянских хозяйств; строительного производства.

**1.9.** Какими количественными и атрибутивными признаками можно охарактеризовать совокупность студентов вуза?

**1.10.** Исследуется совокупность коммерческих банков Москвы. Какими количественными и качественными признаками можно ее охарактеризовать?

**1.11.** Назовите наиболее существенные варьирующие признаки, характеризующие студенческую группу.

**1.12.** Назовите основные факторные признаки, определяющие вариацию успеваемости студентов.

**1.13.** Назовите варьирующие и неварьирующие признаки, характеризующие людей; фермерские хозяйства; автомобильный транспорт.

**1.14.** Назовите группы предприятий по формам собственности.

**1.15.** Какими признаками – прерывными или непрерывными – являются:

а) численность населения страны;

б) количество браков и разводов;

в) производство продукции легкой промышленности в стоимостном выражении;

г) капитальные вложения в стоимостном выражении;

д) процент выполнения плана реализованной продукции;

е) число посадочных мест в самолете;

ж) урожайность зерновых культур в центнерах с 1 га.

**1.16.** К каким видам (качественным или количественным) относятся следующие признаки;

а) тарифный разряд рабочего;

б) балл успеваемости;

в) форма собственности;

г) вид школы (начальная, неполная средняя и т. д.);

д) национальность;

е) состояние в браке.

**1.17.** Назовите общественные группы населения по источникам средств существования.

**1.18.** Какими показателями можно охарактеризовать совокупность жителей города?

**1.19.** Приведите перечень показателей, которыми можно при статистическом обследовании полно охарактеризовать следующие явления:

а) население;

- б) потребительский рынок;
- в) промышленность;
- г) транспорт и связь.

Для этой цели используйте ежемесячный журнал Госкомстата России «Статистическое обозрение» или статистические ежегодники Госкомстата России или интернет-источники.

**1.20.** Найдите соответствующие данные и сравните половой состав населения России по данным переписей населения 1970, 1979, 1989 и 2002 гг. Какие выводы на основании этого сравнения можно сделать о половой структуре населения России и тенденциях ее изменения?

**1.21.** Приведите примеры статистических показателей по качественным и количественным признакам, а также прерывным и непрерывным количественным признакам. Для этой цели используйте статистические ежегодники Госкомстата России и интернет-источники.

**1.22.** Используя статистические сборники, или интернет-источники выпишите данные, характеризующие структуру:

- а) поголовья скота по категориям хозяйств;
- б) использования денежных доходов населения;
- в) производственных инвестиций по отраслям экономики.

**1.23.** По статистическим сборникам Госкомстата России или интернет-источникам выпишите данные, характеризующие динамику за четыре-пять лет:

- а) численности населения;
- б) производства отдельных видов продовольственных товаров;
- в) экспорта и импорта;
- г) курса доллара США и индекса потребительских цен на товары и платные услуги.

**1.24.** Каким путем можно установить закономерное соотношение между числом рождающихся мальчиков и девочек? На действие какого закона надо при этом опираться?

**1.25.** Назовите, какие понятия, категории и методы излагаются в отрасли статистической науки – общей теории статистики.

**1.26.** Назовите, что изучает экономическая статистика. Какие отрасли экономической статистики вы знаете?

**1.27.** Укажите, чем объясняется разделение статистической науки на отдельные отрасли и почему изучение статистической науки начинается с общей теории статистики?

**1.28.** Перечислите специфические методы, присущие статистическому исследованию.

**1.29.** Какие вы знаете статистические сборники, издающиеся в России?

**1.30.** Назовите, какие принципы положены в основу организации статистической службы в России?

**1.31.** Опишите структуру органов государственной статистики на современном этапе.

## 1.3

### Рекомендации преподавателям

**1. Практические занятия.** По данной теме целесообразно провести семинар «Статистическая наука, ее предмет и метод». Примерный план семинара: а) предмет статистики; б) метод статистики; в) отрасли статистической науки и задачи статистики в условиях рыночной экономики. В процессе обсуждения пунктов а) и б) плана семинара должны быть раскрыты: объект статистического изучения, специфические особенности статистической науки, ее отличия от других общественных наук и роль качественного анализа в статистике. Здесь же должны быть рассмотрены следующие вопросы: значение теории познания как методологической основы статистической науки и специфические особенности статистического метода. В последнем пункте плана семинара необходимо рассмотреть роль общей теории статистики как отрасли статистической науки.

Так как семинары представляют собой первые аудиторные занятия по статистике, целесообразно провести их по докладной системе. Практика показывает, что студенты обычно испытывают значительные затруднения в выступлениях на первых занятиях без специальной и обстоятельной подготовки по какому-нибудь вопросу. Постановка докладов мобилизует внимание всей аудитории, вызывает желание высказываться по обсуждаемым вопросам.

Вместе с тем мы не считаем докладную систему семинарских занятий обязательной для всех. В зависимости от конкретных особенностей группы, ее состава может быть применена и «свободная» форма семинара, без предварительного распределения докладов между студентами.

**2. Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов.** Можно предложить написать небольшие рефераты по вопро-

сам темы, а также рефераты, посвященные выдающимся ученым, например А. Кетле, В. Петти, Ю. Я. Янсону, А. И. Чупрову, А. А. Кауфману, А. А. Чупрову и др.

3. **Аудиторная контрольная работа.** По теме целесообразно провести получасовую контрольную работу в виде кратких ответов студентов на один-два вопроса (например: что такое статистическая закономерность, что изучает статистика? и т. д.). Можно также рекомендовать контрольные вопросы, построенные на основании и трактовке конкретного статистического материала, взятого из периодической печати или интернет-ресурсов. В частности, студентам рекомендуется предложить систему показателей, характеризующих население, например, страны, области, района, и попросить их сделать соответствующие выводы, а также контрольные вопросы в виде тестов.

## **ГЛАВА 2**

# **СБОР СТАТИСТИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ**

### **(ТЕОРИЯ СТАТИСТИЧЕСКОГО НАБЛЮДЕНИЯ)**

## **2.1**

### **Методические указания**

**Статистическое наблюдение.** В теме рассматриваются основные вопросы, касающиеся сбора первичных данных, которые в дальнейшем будут систематизироваться и обобщаться.

Изучая данную тему, необходимо уяснить основные принципы организации и проведения наблюдения, а также научиться решать практические задачи, встающие перед наблюдателем.

Всякая новая работа начинается со *статистического наблюдения*, представляющего собой массовое, планомерное, научно организованное наблюдение за явлениями социальной и экономической жизни, заключающееся в регистрации отобранных признаков у каждой единицы совокупности.

Необходимо четко уяснить, что статистическое наблюдение является целенаправленным, научно организованным процессом. Это выражается в том, что оно проводится с определенной, заранее установленной целью, организуется по плану, в котором предусматривается решение всех вопросов, связанных с подготовкой наблюдения, его проведением, разработкой собранных

материалов. В основе сбора информации, как и последующих стадий статистического исследования, лежит всестороннее теоретико-методологическое обоснование исследования в целом, выступающее в качестве его начального этапа.

Подготовка наблюдения включает в себя большой круг разного вида работ. Сначала необходимо решить программно-методологические вопросы его проведения. Это определение цели и объекта наблюдения, состава признаков, подлежащих регистрации; разработка документов для сбора данных, выбор отчетной единицы и единицы, относительно которой будет проводиться наблюдение. Затем необходимо решить проблемы организационного характера, например определить состав органов, проводящих наблюдение; подобрать и подготовить кадры для проведения наблюдения; составить календарный план работ по подготовке, проведению и обработке материалов наблюдения; провести тиражирование документов для сбора данных.

Проведение массового сбора данных заключается в выполнении работ, связанных непосредственно с заполнением статистических формуляров.

Прилагаемая ниже система занятий по данной теме направлена на то, чтобы помочь изучающему курс теории статистики лучше усвоить основные вопросы темы и путем выполнения упражнений (решения задач) выработать некоторые практические навыки их решения.

**Основные организационные формы, виды и способы статистического наблюдения.** В этой части изучающему тему необходимо уяснить принципы классификации форм, видов и способов статистического наблюдения, а затем понять сущность каждой из форм наблюдения, каждого из видов и способов наблюдения. Лишь после этого можно с успехом выполнить предлагаемые ниже упражнения и задачи.

*Формы статистического наблюдения* выделяются на основе их наиболее общих организационных особенностей. В отечественной статистике по этому признаку выделяют три основные формы наблюдения: отчетность, специальное (специально организованное) наблюдение и регистры.

*Виды статистического наблюдения* классифицируются чаще всего по следующим трем признакам:

- а) охвату наблюдением единиц совокупности, подлежащих статистическому исследованию;
- б) систематичности наблюдения;

в) источнику сведений, на основании которого устанавливаются факты, подлежащие регистрации в процессе наблюдения.

При этом нужно помнить, что признаки рассматриваемых классификаций различны, а это приводит к разнообразию в сочетании отдельных видов наблюдения (например, обследование может быть единовременным, сплошным, проводимым путем опроса, либо периодическим, выборочным, основанным на документальном способе регистрации факторов и т. п.).

*По первому признаку* выделяют *сплошное наблюдение*, когда наблюдению подвергаются все без исключения единицы совокупности, и *несплошное*, при котором сведения собирают не о всех единицах совокупности, а только некоторой части их, отобранной определенным образом. Несплошное наблюдение, в свою очередь, подразделяют на *выборочное, основного массива, монографическое*. Различие между этими видами заключается в способе отбора тех единиц, которые должны быть подвергнуты наблюдению.

*По признаку систематичности* наблюдения различают *непрерывное, или текущее, и прерывное наблюдение*. Последнее подразделяют на периодическое и единовременное. *Текущее* — это наблюдение, которое проводится постоянно; факты, подлежащие регистрации, фиксируются по мере их возникновения (например, регистрация браков и разводов). *Прерывное* проводится с перерывами, время от времени. Если оно проводится строго регулярно, т. е. через равные промежутки времени, оно называется *периодическим*, если же такой регулярности нет, то оно называется *единовременным*.

*По источнику сведений* различают наблюдение *непосредственное*, когда факты, подлежащие регистрации, устанавливаются лицами, проводящими наблюдение (путем замера, подсчета числа каких-либо предметов и т. п.), *документированное*, при котором необходимые сведения берутся из соответствующих документов, и *опрос*, особенность которого состоит в том, что сведения фиксируются со слов опрашиваемого.

В статистике применяются следующие виды опросов: а) *экспедиционный (устный)*; б) *саморегистрации*; в) *явочный способ*; г) *корреспондентский способ*; д) *анкетный*.

**Программно-методологические вопросы наблюдения.** Очень важно хорошо усвоить основные понятия и определения темы, в частности объект и единица наблюдения, программа наблюде-



ния, статистический формуляр, его виды и инструкция к нему. Эти вопросы составляют основное содержание программно-методологического раздела плана статистического наблюдения.

При выполнении упражнений следует обратить внимание на необходимость точного определения объекта наблюдения, которое достигается указанием существенных отличительных его черт (признаков). Каждый объект состоит, как правило, из многих элементов или единиц, его составляющих. Тот элемент объекта, который является носителем признаков, подлежащих регистрации, называется *единицей наблюдения*. Определяя единицу конкретного статистического наблюдения, нужно как можно точнее ее охарактеризовать, указав специфические черты, которые позволили бы легче отличить ее от близких к ней по виду единиц других объектов, например при демографических обследованиях единицей наблюдения может быть человек, но может быть и семья; при бюджетном обследовании — семья или домашнее хозяйство.

Программа наблюдения получает свое воплощение в перечне вопросов, ответы на которые нужно получить в процессе наблюдения. Вопросы программы наблюдения фиксируются в *формуляре (бланке)* наблюдения. Очень важно, чтобы вопросы были сформулированы ясно и по возможности наиболее кратко. Для этого при выполнении упражнения нужно привести различные возможные формулировки вопроса. Целесообразно ознакомиться с формулировками вопросов в формулярах, в которых собирают сведения наши статистические учреждения (бланки форм отчетности, переписей и т. п.).

Конструируя формуляр наблюдения по условиям нижеприводимых задач, следует обосновать выбор той или иной его формы. При этом надо учитывать объем программы наблюдения, способ проведения наблюдения и способ обработки данных, записанных в формулярах в процессе наблюдения. Формуляры могут предназначаться для записи данных об одной единице наблюдения (индивидуальная форма, иначе бланк-карточка) или нескольких (списочная форма, бланк-список). Надо помнить, что применение списочной формы бланка возможно лишь при относительно небольшой программе и только при экспедиционном способе наблюдения.

*При разработке инструкции к проектируемому наблюдению* необходимо стремиться возможно точнее выполнить требования, предъявляемые к ней как по ее содержанию, так и по форме. Ос-

новное назначение инструкции – разъяснение программно-методологических вопросов наблюдения. В ней должны быть указаны: цель проведения наблюдения, что подлежит наблюдению, т. е. объект и единица наблюдения, время наблюдения, кто проводит наблюдение. Особое место в инструкции отводится разъяснению вопросов, содержащихся в формуляре наблюдения, а также как следует записать в нем ответ на тот или иной вопрос и на основании чего (источник сведений). Формулировка положений инструкции должна быть ясной и краткой.

Инструкция может быть оформлена в виде отдельного документа или записана на самом бланке наблюдения, что зависит от ее объема и типа бланка (носителя информации), связанного со способами технической обработки данных наблюдения. Совокупность документов, применяемых при наблюдении, называется *инструментарием наблюдения*.

На разработку формуляра и инструкции следует обратить большое внимание, так как они являются основными документами наблюдения. Проектируя статистическое наблюдение, нужно решить ряд вопросов о *времени его проведения*. Прежде всего необходимо выбрать наиболее подходящее *время года* для проведения наблюдения. Обратите внимание на то, что этот выбор зависит как от особенностей объекта наблюдения, так и от цели и программы наблюдения. Кроме этого времени, нужно определить еще и время, в течение которого следует осуществить наблюдение, иначе говоря, определить *продолжительность наблюдения*. Продолжительность наблюдения зависит от размеров объекта наблюдения, программы, наличия кадров, которые можно привлечь для решения этой работы, и т. п. Затем необходимо точно установить *срок наблюдения*, указав дату начала и его окончания.

Наконец, при некоторых наблюдениях, в частности при переписях, необходимо установить *критический момент наблюдения*. Критическим моментом называется момент времени, по состоянию на который регистрируются сведения, собираемые в процессе наблюдения (например, критическим моментом микропереписи населения Российской Федерации 1994 г. было 0 часов в ночь с 13 на 14 февраля 1994 г., а переписи 2002 г. – 0 часов с 8 на 9 октября).

В некоторых случаях необходимо решить вопрос и о месте наблюдения, т. е. о том, где нужно производить регистрацию данных (заполнение формуляров наблюдения), особенно в тех слу-

чаях, когда наблюдению подвергается объект с перемещающимися в пространстве единицами наблюдения, например при переписях населения.

**Организационные вопросы наблюдения.** Выполняя упражнения по проектированию статистического наблюдения, постарайтесь составить подробный организационный план наблюдения, так как успех любого статистического наблюдения зависит не только от тщательности методологической подготовки, но и от правильного и своевременного решения широкого спектра организационных вопросов. *Оргплан* наблюдения — это документ, в котором зафиксированы все важнейшие организационные мероприятия, проведение которых необходимо для успешного осуществления наблюдения.

Обычно в оргплане наблюдения указываются цель, объект, единицы, место, время (срок), орган наблюдения; иногда указывается и программа наблюдения. Далее перечисляются подготовительные мероприятия к наблюдению. Это обычно делается при проведении специально организованного наблюдения. Среди этих мероприятий могут быть: подбор и обучение кадров, привлекаемых к проведению наблюдения; составление списков единиц наблюдения; подготовка картографического материала; разбивка территории на части, в которых проведение наблюдения поручается различным лицам; определение местонахождения (размещение) работников разных рангов, проводящих наблюдение. В оргплане должны быть указаны порядок и сроки обеспечения лиц, участвующих в проведении наблюдения, статистическим инструментарием и необходимыми материалами, а также транспортными средствами.

В ряде случаев, например при переписи населения, должна быть проведена работа по разъяснению населению целей, задач, значения и порядка проведения переписи.

**Вопросы точности наблюдения.** Важнейшая задача наблюдения — получение доброкачественных, достоверных данных. Ее решение зависит от успешного выполнения требований, предъявляемых к наблюдению.

Однако надо иметь в виду, что в ходе наблюдения могут возникнуть погрешности. Погрешности, появляющиеся в процессе наблюдения, называются *ошибками наблюдения*. Все погрешности, возникающие при сплошном наблюдении, называются *ошибками регистрации*.

Кроме мероприятий, о которых говорилось выше, для предупреждения или уменьшения размеров этих погрешностей в оргпланах наблюдения следует предусматривать специальные контрольные мероприятия (например, проведение повторного наблюдения единиц наблюдения, отобранных в порядке выборки; требования документального подтверждения регистрируемых факторов и т. п.). В программе наблюдения могут быть поставлены контрольные вопросы, ответы на которые разрабатываться не будут. В процессе регистрации такие вопросы помогают уточнить ответы на другие вопросы, а в последующем с их помощью произвести проверку данных наблюдения.

При несплошном наблюдении, в частности выборочном, могут возникать специфические ошибки, называемые *ошибками репрезентативности*. Они появляются в силу того, что наблюдение является несплошным.

После получения статистических формуляров следует провести проверку полноты и качеств собранных данных. *Контроль полноты* — это проверка того, насколько полно охвачен объект наблюдением, иначе говоря, о всех ли единицах наблюдения собраны сведения. *Контроль качества материала* осуществляется с помощью логического и арифметического контроля.

## 2.2 Задачи и упражнения

2.1. Приложение 1 содержит копии формуляров Всесоюзных переписей населения 1979 г., 1989 г., а также Всероссийской переписи населения 2002 г.

Внимательно рассмотрев и сопоставив их между собой, ответьте на следующие вопросы:

- а) К какому виду относится каждый из них?
- б) Дайте определение объекта каждой из переписей.
- в) В чем заключаются различия в программах этих переписей?
- г) В чем заключаются различия в формулировках вопросов о возрасте?
- д) Укажите различия в постановке вопросов о семейном положении.
- е) В чем заключаются и чем обусловлены различия в постановке вопросов о занятиях населения в этих переписях?
- ж) Чем еще между собой различаются формуляры переписей?

з) Имеются ли в переписном листе переписи населения 2002 г. подсказки? Если есть, то в каких вопросах и какого содержания (полные, неполные)?

2.2. Заполните формуляр переписи населения 2002 г. данными о себе и о других членах своей семьи по состоянию на критический момент (см. приложение 1). Критический момент устанавливается по указанию преподавателя.

2.3. Проведите классификацию форм ответов на вопросы переписного листа переписи населения 2002 г. (см. приложение 1). Результаты классификации представьте в следующей таблице:

№ п/п	Форма ответа	Номер вопроса переписного листа, на который даются ответы в соответствующей форме
1	Словесная	
2	Альтернативная	
3	Численная	

2.4. Перечислите вопросы переписного листа Всероссийской переписи населения 2002 г., ответы на которые нужно дать в форме чисел.

2.5. Сформулируйте определение объекта наблюдения:

- а) переписи почтовых отделений связи;
- б) переписи торговых предприятий;
- в) переписи научных учреждений;
- г) переписи коммерческих банков;
- д) переписи больниц, поликлиник и других учреждений здравоохранения;
- е) переписи школ;
- ж) обследование организаций о составе затрат на рабочую силу.

2.6. Составьте перечень наиболее существенных признаков следующих единиц статистического наблюдения:

- а) фермерское хозяйство;
- б) жилой дом (для жилищной переписи);
- в) вуз;
- г) библиотека;
- д) театр;
- е) совместное предприятие.

**2.7.** Какие вы наметите признаки, которые следует регистрировать при проведении:

а) обследования промышленной фирмы с целью изучения текучести рабочей силы;

б) обследования работы городского транспорта с целью изучения роли различных его видов в перевозках пассажиров;

в) обследования студентов вуза с целью изучения бюджета времени.

**2.8.** Сформулируйте объект, единицу и цель наблюдения и разработайте программу обследования:

а) детских садов;

б) фирм, выпускающих детское питание;

в) автозаправочных станций; гостиничного комплекса региона.

**2.9.** Сформулируйте вопросы для включения их в формуляр наблюдения по следующим признакам объектов наблюдения:

а) количество работников на фирме;

б) численный состав семьи;

в) родственные связи членов семьи;

г) пол и возраст человека?

**2.10.** Сформулируйте вопросы программы наблюдения и составьте макет статистического формуляра, а также краткую инструкцию к его заполнению для изучения зависимости успеваемости от пола, возраста, семейного положения, жилищных условий и общественной активности студента вуза при проведении специального статистического обследования по состоянию на 1 февраля 2003 г. Укажите, к какому виду относится данное наблюдение по времени, охвату и способу получения данных.

**2.11.** Торговая фирма «Партия» поручает вам разработать бланк анкетного опроса покупателей с целью изучения контингента, посещающего фирму, удовлетворения их спроса и затрат времени на приобретение необходимой аудио- и видеотехники. Укажите, к какому виду относится данное наблюдение по времени, охвату и способу получения данных.

**2.12.** С целью изучения мнения студентов об организации учебного процесса вуза, в котором вы учитесь, необходимо провести специальное обследование. Требуется определить:

а) объект и единицу наблюдения;

б) признаки, подлежащие регистрации;

в) вид и способ наблюдения;

г) разработать формуляр и написать краткую инструкцию к его заполнению;

д) составить организационный план обследования;  
е) произвести наблюдение в вашей студенческой группе и результаты его представить в виде таблиц.

**2.13.** Определите объект и единицу наблюдения единовременного обследования читателей публичных библиотек. Разработайте программу и формуляр данного обследования.

**2.14.** Разработайте программу и формуляр единовременного обследования жилищных условий студентов вузов своего города по состоянию на 01.01.2003 г., а также организационный план этого наблюдения.

**2.15.** Сделайте макеты формуляров статистических наблюдений в соответствии с программами, разработанными вами в задаче 2.8.

**2.16.** В 1994 г. Госкомстат России проводил микроперепись населения Российской Федерации. К какому виду наблюдения относится это обследование?

**2.17.** В 1994 г. Госкомстат России проводил (через свои органы) единовременное обследование организаций о составе затрат на рабочую силу. К какому виду статистического наблюдения по признаку времени относится это обследование?

**2.18.** На оптовую торговую базу поступила партия товара. Для проверки его качества была отобрана в случайном порядке десятая часть партии и путем тщательного осмотра каждой единицы товара определялось и фиксировалось его качество. К какому виду наблюдения (и по каким признакам) можно отнести это обследование партии товара?

**2.19.** Производится статистическое наблюдение. Ответы на вопросы формуляра наблюдения записываются на основании документов, содержащих соответствующие сведения. Как называется такого рода наблюдение?

**2.20.** Редакция журнала, желая выяснить мнение читателей о журнале и их пожелания по его улучшению, разослала анкету с просьбой ответить на содержащиеся в ней вопросы и возвратить ее в редакцию. Как называется в статистике такое наблюдение?

**2.21.** При проведении в 2002 г. переписи населения ответы на вопросы переписного листа записывались на основе ответов на них опрашиваемых лиц. Как называется такого рода наблюдение? Как называют работника переписи, производящего опрос населения и заполнение переписных листов?

**2.22.** Во время Всероссийской переписи населения 2002 г. счетчики посетили каждую семью и записывали в переписные листы каждого в отдельности члена семьи и его ответы на вопросы переписного листа. Как называется такой способ наблюдения?

**2.23.** Предполагается провести перепись скота в хозяйствах населения. Какой способ и вид наблюдения (по источнику сведений) вы предпочли бы для этой переписи? Мотивируйте свой выбор.

**2.24.** Необходимо провести единовременное обследование использования оборудования на текстильных предприятиях. Каким из известных вам способом следовало бы статистическим органам провести это обследование? Мотивируйте ваш выбор.

**2.25.** Определите место, время и органы проведения статистических наблюдений:

- а) учета валютных операций коммерческих банков;
- б) выборочного обследования бюджетов семей пенсионеров;
- в) учета доходов граждан и источников их поступлений, который осуществляется налоговыми инспекциями по итогам календарного года;
- г) учета иммигрантов с целью выяснения их социально-демографического состава, цели въезда и страны выезда.

**2.26.** С помощью логического контроля подвергните проверке следующие ответы на вопросы переписного листа переписи населения:

- а) фамилия, имя, отчество – Иванова Ирина Петровна;
- б) пол – мужской;
- в) возраст – 5 лет;
- г) состоит ли в браке в настоящее время – да;
- д) национальность – русская;
- е) родной язык – русский;
- ж) образование – среднее специальное;
- з) место работы – детский сад;
- и) занятие по этому месту работы – медицинская сестра.

В ответах на какие вопросы вероятнее всего произведены ошибочные записи? Можно ли исправить какие-либо из них?

**2.27.** В одном из переписных листов переписи населения, имевшей критическим моментом 0 часов с 08 на 09 октября 2002 г., были произведены следующие записи:

- а) фамилия, имя, отчество – Петров Сергей Иванович;
- б) пол – мужской;
- в) возраст – 50 лет, родился в 4-м месяце 1925 г.;



- г) состоит ли в браке в настоящее время – нет;
- д) национальность – русский;
- е) образование – среднее;
- ж) место работы – ателье верхней одежды;
- з) занятие по этому месту работы – бухгалтер;
- и) общественная группа – рабочий.

Укажите, какие из ответов не согласуются между собой.

**2.28.** Проверьте с помощью счетного (арифметического) контроля следующие данные, полученные из статистической отчетности о работе детского сада:

- а) всего детей в детском саду – 133;
- б) в том числе: в старших группах – 37, в средних группах – 43, в младших группах – 58;
- в) из всего числа детей: мальчиков – 72, девочек – 66.

Если вы установили несоответствие между некоторыми числами, то считаете ли вы достаточными основания для внесения соответствующей поправки?

**2.29.** Проверьте следующие данные о выручке от обслуживания населения предприятиями связи района города и дайте наиболее вероятное объяснение несоответствия между числами, которые вы обнаружили (тыс. руб.):

Всего выручка	– 255
В том числе от:	
продажи конвертов, марок,	
открыток и других видов товаров	– 150
подписки на периодические издания	– 200
продажи газет и журналов	– 45

**2.30.** Перепись населения проводилась в период с 9 по 16 октября 2002 г. Критическим моментом было 0 часов ночи с 08 на 09 октября.

Счетчик пришел:

1) в семью № 1 – 11 октября. В этой семье 10 октября умер человек. Как должен поступить счетчик:

- а) не вносить сведения об умершем в переписной лист;
- б) внести с отметкой о смерти;
- в) внести без отметки о смерти;

2) в семью № 2 – 15 октября и попал на свадьбу. Два часа назад молодожены возвратились из загса после регистрации брака

(до этого в зарегистрированном браке они не состояли). Что должен записать счетчик в ответ на вопрос: «Состоите ли вы в браке в настоящее время» о каждом из супругов — состоит или не состоит?

3) в семью № 3 — 16 октября. В семье 14 октября родился ребенок. Как должен поступить счетчик относительно этого ребенка:

а) внести в переписной лист;

б) не вносить в переписной лист;

4) в семью № 4 — также 16 октября. Один из членов семьи на вопрос: «Состоит ли он в браке в настоящее время», ответил, что не состоит, и показал счетчику свидетельство о расторжении брака, в котором указано, что брак расторгнут в первый день переписи — 9 октября. Несмотря на возражения опрашиваемого, счетчик зарегистрировал его состоящим в браке. Правильно ли поступил счетчик?

**2.31.** В городское управление государственной статистики поступил от предприятия «Отчет промышленного предприятия о выполнении плана по труду» за II квартал текущего года. Все необходимые сведения о выполнении плана по труду в нем имеются, но нет подписей соответствующих должностных лиц. Можно направить этот отчет в разработку или нет?

## 2.3

### Рекомендации преподавателям

**1. Практические занятия.** Их целесообразно строить так: а) избирается какой-либо реальный объект наблюдения; б) проектируется весь процесс его наблюдения: формулируется цель наблюдения, разрабатываются программа, формуляр, инструкция, решаются организационные вопросы и т. п., т. е. решается весь комплекс вопросов наблюдения, о которых говорилось в п. 2.1; в) проводится само наблюдение, т. е. сбор сведений об этом объекте; г) контроль материалов наблюдения. (В качестве объекта можно взять студентов курса, факультета, преподавателей факультета, вуза и т.п.)

Материалы, полученные в процессе наблюдения, могут быть положены в основу практических занятий по последующим темам курса (сводка и группировка, абсолютные и относительные величины, средние величины и т. п.).

Можно, конечно, ограничиться выполнением лишь пунктов а) и б). Если время позволяет, целесообразно провести семинар, взяв для этого основные вопросы темы из п. 2.1.

**2. Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов.** Эти задания могут состоять из: а) проектирования какого-либо наблюдения (формулировка цели наблюдения, разработка программы, инструментария и основ оргплана); б) проектирования и проведения наблюдения (например, опрос студентов об итогах сессии; о работе в течение учебного семестра; о бюджете времени и т. д.); в) подготовки реферата о каком-либо статистическом наблюдении, проведенном органами статистики, или его программе, организационных принципах, инструкции и т. п.; г) реферата о своей практической работе по статистике (например, об участии в переписи населения); д) написания небольшой научной работы по какому-либо вопросу теории (методологии) статистического наблюдения; е) рецензии на какую-либо статью по вопросам статистического наблюдения; ж) краткого обзора материалов журнала «Вопросы статистики» по вопросам статистического наблюдения (за два-три года).

**3. Аудиторная контрольная работа.** Она может состоять из двух-трех вопросов по теме, на которые студенты должны дать более или менее обстоятельные ответы (например, что такое критический момент наблюдения, в каких случаях и для чего он устанавливается) или представлять собой сочинение по статистическому наблюдению на заданную тему (например, «как бы я организовал перепись населения крупных городов»).

## **ГЛАВА 3**

# **СТАТИСТИЧЕСКАЯ СВОДКА И ГРУППИРОВКА**

### **3.1**

## **Методические указания и решение типовых задач**

Важнейшим этапом исследования социально-экономических явлений и процессов является систематизация первичных данных и получение на этой основе сводной характеристики объекта в целом при помощи обобщающих показателей, что достигается путем сводки и группировки первичного статистического материала.

В процессе изучения данной темы надо уяснить, что метод группировок в единстве с другими статистическими методами является важным средством социально-экономического познания, а также ведущим звеном в статистическом исследовании. Можно собрать прекрасный статистический материал, но испортить его неумелой сводкой и группировкой. Рассмотрим основные понятия и категории.

*Сводка* — это комплекс последовательных операций по обобщению конкретных единичных фактов, образующих совокупность, для выявления типичных черт и закономерностей, присущих изучаемому явлению в целом.

По глубине и точности обработки материала различают сводку простую и сложную.

*Простая сводка* — это операция по подсчету общих итогов по совокупности единиц наблюдения.

*Сложная сводка* — это комплекс операций, включающих группировку единиц наблюдения, подсчет итогов по каждой группе и по всему объекту и представление результатов группировки и сводки в виде статистических таблиц.

Проведение сложной сводки необходимо осуществлять по следующим этапам:

- выбор группировочного признака;
- определение порядка формирования групп;
- разработка системы статистических показателей для характеристики групп и объекта в целом;
- разработка макетов статистических таблиц для представления результатов сводки.

**Метод группировки и его место в системе статистических методов.** *Группировкой* называется расчленение единиц изучаемой совокупности на однородные группы по определенным, существенным для них признакам. Группировка в статистическом анализе выполняет следующие определенные функции:

- выделение социально-экономических типов явлений;
- изучение структуры и структурных сдвигов, происходящих в социально-экономических явлениях;
- анализ взаимосвязей между явлениями.

**Виды статистических группировок.** При изучении данной темы надо уделить особое внимание применению группировок в статистике и экономике. На конкретных примерах из статистических сборников и справочников необходимо уяснить использование различных видов группировок для решения конкретных задач в

области промышленности, сельского хозяйства, транспорта, торговли, бизнеса и других отраслей национального хозяйства.

В соответствии с функциями группировки различают следующие ее виды: типологическая, структурная, аналитическая.

*Типологическая группировка* — это разделение качественно неоднородной совокупности на отдельные качественно однородные группы и выявление на этой основе экономических типов явлений. Таким образом, основная задача такой группировки — это идентификация типов социально-экономических явлений, поэтому важное значение при ее построении должно уделяться выбору группировочного признака.

*Структурная группировка* — это выявление закономерностей распределения единиц однородной совокупности по варьирующим значениям исследуемого признака. Она позволяет изучить структуру совокупности и происходящих в ней сдвигов. Надобность в таких группировках возникает потому, что однородность однокачественных явлений, элементов, входящих в статистическую совокупность, отнюдь не означает их тождественности.

Структурные группировки отличаются от типологических не столько по внешнему виду, сколько по целям, т. е. отличаются по уровню качественных различий между группами.

*Аналитическая группировка* — это исследование взаимосвязей варьирующих признаков в пределах однородной совокупности. При ее построении можно установить взаимосвязи между двумя признаками и более. При этом один признак будет результативным, а другой (другие) — факторным.

*Факторными* называются признаки, оказывающие влияние на изменение результативных. *Результативными* называются признаки, изменяющиеся под влиянием факторных.

Основные этапы построения аналитической группировки следующие:

- обоснование и выбор факторного и результативного признаков;

- группировка единиц совокупности по факторному признаку;

- подсчет числа единиц в каждой из образованных групп, а также определение объема варьирующих признаков в пределах созданных групп;

- исчисление средних размеров результативного показателя (признака) по каждой из образованных групп;

- оформление результатов группировки в таблице;

• сопоставление изменения значений факторного и результативного признаков, определяющее характер связи между ними, т. е. выявление взаимосвязи между признаками, когда с возрастанием значения факторного признака систематически возрастает или убывает значение признака результативного.

**Принципы построения статистических группировок и классификаций.** Построение группировки начинается с определения состава группировочных признаков.

Выбор группировочного признака, т. е. признака, по которому производится объединение единиц исследуемой совокупности в группы, — один из самых существенных и сложных вопросов теории группировки и статистического исследования. От правильного выбора группировочного признака зависят выводы статистического исследования. В качестве основания группировки необходимо использовать существенные обоснованные признаки.

*Группировочным признаком* называется признак, по которому проводится разбиение единиц совокупности на отдельные группы. В основание группировки могут быть положены как количественные, так и атрибутивные признаки. Первые имеют числовое выражение (объем торгов, возраст человека, доход семьи и т. д.), а вторые отражают состояние единицы совокупности (пол человека, семейное положение, отраслевую принадлежность предприятия, его форму собственности и т. д.).

После того как определено основание группировки, следует решить вопрос о количестве групп, на которые надо разбить исследуемую совокупность.

Если группировка строится по атрибутивному признаку, то число групп, как правило, будет столько, сколько имеется градаций, видов состояний у этого признака. Например, группировка предприятий по формам собственности учитывает муниципальную, федеральную и собственность субъектов Федерации.

Если группировка проводится по количественному признаку, то число групп зависит от числа единиц исследуемого объекта и степени колеблемости группировочного признака, в каждом отдельном случае его необходимо обосновать.

Определение числа групп можно осуществить и математическим путем с использованием формулы Стерджесса:

$$n = 1 + 3,322 \cdot \lg N, \quad (3.1)$$

где  $n$  — число групп;

$N$  — число единиц совокупности.

Согласно формуле (3.1) выбор числа групп зависит от объема совокупности.

Недостаток формулы (3.1) состоит в том, что ее применение дает хорошие результаты, если совокупность состоит из большого числа единиц и распределение единиц по признаку, положенному в основание группировки, близко к нормальному.

Другой способ определения числа групп основан на применении среднего квадратического отклонения. Если величина интервала равна  $0,5\sigma$ , то совокупность разбивается на 12 групп, а когда величина интервала равна  $2/3\sigma$  и  $\sigma$ , то совокупность делится соответственно на 9 и 6 групп. Однако при определении групп данными методами существует большая вероятность получения «пустых», или малочисленных, групп.

Когда определено число групп, то следует определить интервалы группировки.

*Интервал* — это значение варьирующего признака, лежащее в определенных границах. Каждый интервал имеет свою величину, верхнюю и нижнюю границы или хотя бы одну из них. *Нижней границей* интервала называется наименьшее значение признака в интервале, а *верхней границей* — наибольшее значение признака в интервале. Величина интервала представляет собой разность между верхней и нижней границами интервала.

Интервалы группировки в зависимости от их величины бывают равные и неравные.

Если вариация признака проявляется в сравнительно узких границах и распределение носит равномерный характер, то строят группировку с *равными интервалами*.

Величина равного интервала определяется по следующей формуле:

$$h = \frac{R}{n} = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n}, \quad (3.2)$$

где  $x_{\max}$  и  $x_{\min}$  — максимальное и минимальное значения признака в совокупности;

$n$  — число групп.

Если максимальное и минимальное значения сильно отличаются от смежных с ними значений вариантов в упорядоченном ряду значений группировочного признака, то для определения величины интервала следует использовать не максимальное и минимальное значения, а значения, несколько превышающие минимум и несколько меньшие, чем максимум.

Существуют следующие правила записи числа шага интервала. Если величина интервала, рассчитанная по формуле (3.2), представляет собой величину, которая имеет один знак до запятой (например, 0,88; 1,585; 4,71), то в этом случае полученные значения целесообразно округлить до десятых и их использовать в качестве шага интервала. В приведенном выше примере это будут соответственно значения: 0,9; 1,6; 4,7. Если рассчитанная величина интервала имеет две значащие цифры до запятой и несколько знаков после запятой (например 15,985), то это значение необходимо округлить до целого числа (до 16). В случае, когда рассчитанная величина интервала представляет собой трехзначное, четырехзначное и так далее число, эту величину следует округлить до ближайшего числа, кратного 100 или 50. Например, 557 следует округлить до 600.

Если размах вариации признака велик и его значения варьируются неравномерно, то необходимо использовать группировку с *неравными интервалами*.

Неравные интервалы могут быть прогрессивно-возрастающими или прогрессивно-убывающими в арифметической или геометрической прогрессии. Величина интервалов, изменяющихся в арифметической прогрессии, определяется следующим образом:

$$h_{i+1} = h_i + a, \quad (3.3)$$

а в геометрической прогрессии:

$$h_{i+1} = h_i \cdot q, \quad (3.4)$$

где  $a$  — константа, имеющая для прогрессивно-возрастающих интервалов знак «+», а для прогрессивно-убывающих интервалов знак «-»;

$q$  — константа (для прогрессивно-убывающих интервалов  $q > 1$ ; в другом случае —  $q < 1$ ).

Применение неравных интервалов обусловлено тем, что в первых группах небольшая разница в показателях имеет большое значение, а в последних группах эта разница незначительна.

Например, при построении группировки промышленных предприятий строительного комплекса по показателю численности работающих, который варьирует от 400 до 2800 чел., целесообразно рассматривать неравные интервалы. Поэтому следует образовывать неравные интервалы: 400 — 800; 800 — 1600; 1600 —



2800, т. е. величина каждого последующего интервала больше предыдущего на 400 чел. и увеличивается в арифметической прогрессии.

Интервалы группировок могут быть закрытыми и открытыми.

*Закрытыми* называются интервалы, у которых имеются верхняя и нижняя границы. У *открытых* интервалов указана только одна граница: верхняя — у первого, нижняя — у последнего.

Например, группы коммерческих банков по уровню дохода работающих в них сотрудников (тыс. руб.): до 10; 10 — 20; 20 — 30; 30 — 40; 40 и более.

При группировке единиц совокупности по количественному признаку границы интервалов могут быть обозначены по-разному в зависимости от того, непрерывный это признак или прерывный.

Если основанием группировки служит непрерывный признак (например, группы строительных фирм по объему работ (млн. руб.): 12 — 14, 14 — 16, 16 — 18, 18 — 20), то одно и то же значение признака выступает и верхней, и нижней границами двух смежных интервалов. В данном случае объем работ 14 млн руб. составляет верхнюю границу первого и нижнюю границу второго интервалов; 16 млн руб. — соответственно второго и третьего и т. д., т. е. верхняя граница  $i$ -го интервала равна нижней границе  $(i+1)$  интервала.

При таком обозначении границ может возникнуть вопрос, в какую группу включать единицы объекта, значения признака у которых совпадают с границами интервалов. Например, во вторую или третью группу должна войти строительная фирма с объемом работ 16 млн руб. Если нижняя граница формируется по принципу «включительно», а верхняя — по принципу «исключительно», то фирма должна быть отнесена к третьей группе, в противном случае — ко второй. Для того чтобы правильно отнести к той или иной группе единицу объекта, значение признака у которой совпадает с границами интервалов, можно использовать открытые интервалы (по нашему примеру группы строительных фирм по объему работ преобразуются в следующие: до 14, 14 — 16, 16 — 18, 18 и более). В данном случае вопрос отнесения отдельных единиц совокупности, значения которых являются граничными, к той или иной группе решается на основе анализа последнего открытого интервала. Возможны два случая обозначения открытого последнего интервала: 1) 18 млн руб. и более; 2) более 18 млн руб. В первом случае строи-

тельные фирмы с объемом работ 16 млн руб. попадут в третью группу; во втором случае – во вторую группу.

Если в основании группировки лежит прерывный признак, то нижняя граница  $i$ -го интервала равна верхней границе  $(i-1)$  интервала, увеличенной на 1. Например, группы строительных фирм по числу занятого персонала будут иметь вид (чел.): 100 – 150, 151 – 200, 201 – 300.

При определении границ интервалов статистических группировок необходимо исходить из того, что изменение количественного признака приводит к появлению нового качества. В этом случае граница интервала должна устанавливаться там, где происходит переход одного качества в другое. Это достигается путем использования группировок со специализированными интервалами.

*Специализированными* называются интервалы, которые применяются для выделения из совокупности одних и тех же типов по одному и тому же признаку для явлений, находящихся в различных условиях. Например, группировка по отраслям экономики.

При изучении социально-экономических явлений на макроуровне часто применяют группировки, интервалы которых не будут ни прогрессивно-возрастающими, ни прогрессивно-убывающими. Такие интервалы называются *произвольными* и, как правило, используются при группировке предприятий, например, по уровню рентабельности.

**Пример.** Произведем анализ 30 самых надежных среди малых и средних коммерческих банков по региону (на 01.10.2003 г.), применяя метод группировок (табл. 3.1).

#### 1. Построим структурную группировку.

В качестве группировочного признака возьмем уставный капитал. Образует четыре группы банков с равными интервалами. Величину интервала определим по формуле

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n} = \frac{23,1 - 2,1}{4} = 5,3.$$

Обозначим границы групп:

Граница	Группа
2,1 – 7,4	1-я
7,4 – 12,7	2-я
12,7 – 18,0	3-я
18,0 – 23,3	4-я

Таблица 3.1

**Основные показатели деятельности коммерческих банков по региону РФ  
на 01.10.2003 г.<sup>1</sup>**

(млрд руб.)

Номер банка	Капитал	Работающие активы	Уставный капитал
1	20,7	11,7	2,4
2	19,9	19,8	17,5
3	9,3	2,6	2,7
4	59,3	43,6	2,1
5	24,7	29,0	23,1
6	47,7	98,5	18,7
7	24,2	25,6	5,3
8	7,8	6,2	2,2
9	38,3	79,8	6,8
10	10,3	10,1	3,5
11	35,7	30,0	13,6
12	20,7	21,2	8,9
13	8,2	16,7	2,2
14	10,2	9,1	9,0
15	23,5	31,7	3,6
16	55,8	54,4	7,5
17	10,3	21,4	4,3
18	16,7	41,1	5,1
19	15,8	29,8	9,9
20	6,8	10,9	2,9
21	22,4	53,4	13,4
22	13,6	22,6	4,8
23	9,9	11,7	5,0
24	24,0	27,3	6,1
25	23,0	70,2	5,9
26	75,1	124,2	17,2
27	56,2	90,4	20,5
28	60,7	101,7	10,7
29	14,8	18,2	2,9
30	41,5	127,7	12,1

<sup>1</sup> Цифры условные.

Распределив коммерческие банки по группам, подсчитаем число банков в каждой из них.

Техника подсчета следующая: необходимо сделать выборку коммерческих банков из табл. 3.1 по величине уставного капита-

ла и распределить их по полученным выше группам. При этом каждая вертикальная палочка будет соответствовать одной единице совокупности, т. е. одному банку.

Группы банков по величине уставного капитала, млрд. руб.	Число банков
2,1 – 7,4	IIIIIIIIIIIIIIIIII
7,4 – 12,7	IIIIII
12,7 – 18,0	IIII
18,0 – 23,3	III

После того как определен группировочный признак – уставный капитал, задано число групп – 4 и образованы сами группы, необходимо отобрать показатели, которые характеризуют группы, и определить их объемные показатели по каждой группе. Показатели, характеризующие банки, разносятся по указанным группам, и подсчитываются итоги по группам в разработочной таблице (табл. 3.2). Результаты группировки заносятся в сводную

Таблица 3.2

Разработочная таблица группировки малых и средних коммерческих банков одного из регионов РФ по величине уставного капитала на 01.10.2003 г.<sup>1</sup>

Но- мер груп- пы	Группы банков по величине уставного капитала, млрд руб.	Номер банка	Уставный капитал. млрд руб.	Работаю- щие активы, млрд руб.	Капитал, млрд руб.
А	Б	1	2	3	4
1	2,1 – 7,4	1	2,4	11,7	20,7
		3	2,7	2,6	9,3
		4	2,1	43,6	59,3
		7	5,3	25,6	24,2
		8	2,2	6,2	7,8
		9	6,8	79,8	38,3
		10	3,5	10,1	10,3
		13	2,2	16,7	8,2
		15	3,6	31,7	23,5
		17	4,3	21,4	10,3
		18	5,1	41,1	16,7
	20	2,9	10,9	6,8	

Но- мер груп- пы	Группы банков по величине уставного капитала, млрд руб.	Номер банка	Уставный капитал. млрд руб.	Работаю- щие активы, млрд руб.	Капитал, млрд руб.
А	Б	1	2	3	4
		22	4,8	22,6	13,6
		23	5,0	11,7	9,9
		24	6,1	27,3	24,0
		25	5,9	70,2	23,0
		29	2,9	18,2	14,8
		Итого	17	67,8	451,4
2	7,4 – 12,7	12	8,9	21,2	20,7
		14	9,0	9,1	10,2
		16	7,5	54,4	55,8
		19	9,9	29,8	15,8
		28	10,7	101,7	60,7
		30	12,1	127,7	41,5
Итого	6	58,1	343,9	204,7	
3	12,7 – 18,0	2	17,5	19,8	19,9
		11	13,6	30,0	35,7
		21	13,4	53,4	22,4
		26	17,2	124,2	75,1
		Итого	4	61,7	227,4
4	18,0 – 23,3	5	23,1	29,0	24,7
		6	18,7	98,5	47,7
		27	20,5	90,4	56,2
		Итого	3	62,3	217,9
	Всего	30	249,9	1240,6	807,1

<sup>1</sup> Цифры условные.

таблицу, и определяются общие итоги по совокупности единиц наблюдения по каждому показателю (табл. 3.3).

Для того чтобы выявить закономерности распределения малых и средних коммерческих банков по величине уставного капитала, заменим абсолютные показатели, характеризующие выделенные группы, относительными показателями структуры (табл. 3.4).

Таблица 3.3

**Группировка малых и средних коммерческих банков  
региона РФ по величине уставного капитала  
на 01.10.2003 г.**

Но- мер груп- пы	Группы банков по величине уставного капитала, млрд руб.	Число банков, ед.	Уставный капитал, млрд руб.	Работаю- щие активы, млрд руб.	Капитал, млрд руб.
1	2,1 – 7,4	17	67,8	451,4	320,7
2	7,4 – 12,7	6	58,1	343,9	204,7
3	12,7 – 18,0	4	61,7	227,4	153,1
4	18,0 – 23,3	3	62,3	217,9	128,6
	Итого	30	249,9	1240,6	807,1

Таблица 3.4

**Группировка малых и средних коммерческих банков  
региона РФ по величине уставного капитала  
на 01.10.2003 г.**

Но- мер груп- пы	Группы банков по величине уставного капитала, млрд руб.	Число банков, % к итогу	Уставный капитал, % к итогу	Работаю- щие активы, % к итогу	Капитал, % к итогу
1	2,1 – 7,4	56,7	27,1	36,4	39,7
2	7,4 – 12,7	20,0	23,2	27,7	25,4
3	12,7 – 18,0	13,3	24,7	18,3	19,0
4	18,0 – 23,3	10,0	25,0	17,6	15,9
	Итого	100,0	100,0	100,0	100,0

Из табл. 3.3 видно, что в основном преобладают малые банки 56,7%, на долю которых приходится 39,7% всего капитала. Более конкретный анализ взаимосвязи показателей можно сделать на основе аналитической группировки.

2. *Построим аналитическую группировку.* В качестве факторного (группировочного) признака примем уставный капитал, а результативного признака – работающие активы.

Результаты группировки изложены в табл. 3.5.

Таблица 3.5

**Зависимость работающих активов от величины уставного капитала  
по малым и средним коммерческим банкам региона РФ на 01.10.2003 г.**

Но- мер груп- пы	Группы банков по величине уставного капитала, млрд руб.	Число банков, ед.	Уставный капитал, млрд руб.		Работающие активы, млрд руб.	
			всего	в сред- нем на один банк	всего	в сред- нем на один банк
1	2,1 – 7,4	17	67,8	3,99	451,4	26,6
2	7,4 – 12,7	6	58,1	9,68	343,9	57,3
3	12,7 – 18,0	4	61,7	15,43	227,4	56,9
4	18,0 – 23,3	3	62,3	20,77	217,9	72,6
	<b>Итого</b>	30	249,9	–	1240,6	–
	<b>В среднем на один банк</b>	–	–	8,33	–	41,4

Данные, приведенные в табл. 3.5, показывают, что с увеличением величины уставного капитала от группы к группе увеличиваются средние размеры работающих активов. Это говорит о наличии прямой связи между рассматриваемыми признаками, т. е. чем крупнее банк, тем эффективнее управление работающими активами.

Мы рассмотрели примеры группировок по одному признаку. Однако в ряде случаев для решения поставленных задач такая группировка является недостаточной. В этих случаях переходят к группировке исследуемой совокупности по двум и более существенным признакам во взаимосвязи (сложной группировке):

**3. Проведем группировку данных коммерческих банков по двум признакам:** величине уставного капитала и работающим активам.

Каждую группу и подгруппу охарактеризуем следующими показателями: число коммерческих банков, уставный капитал, работающие активы (табл. 3.6).

Разновидностью структурной группировки является ряд распределения.

*Ряд распределения* – это упорядоченное распределение единиц совокупности на группы по определенному признаку.

Правила построения ряда распределения аналогичны правилам построения группировки.

Таблица 3.6

Группировка малых и средних коммерческих банков региона РФ по величине уставного капитала и работающих активов на 01.10.2003 г.

Но- мер груп- пы	Группа банков по величине уставного капитала, млрд. руб.	В том числе подгруппы по величине работающих активов, млрд. руб.	Число банков, ед.	Уставный капитал, млрд. руб.	Работаю- щие активы, млрд. руб.
1	2,1 – 7,4	2,6 – 65,2	15	55,1	301,4
		65,2 – 127,8	2	12,7	150,0
Итого по группе			17	67,8	451,4
2	7,4 – 12,7	2,6 – 65,2	4	35,3	114,5
		65,2 – 127,8	2	22,8	229,4
Итого по группе			6	58,1	343,9
3	12,7 – 18,0	2,6 – 65,2	3	44,5	103,2
		65,2 – 127,8	1	17,2	124,2
Итого по группе			4	61,7	227,4
4	18,0 – 23,3	2,6 – 65,2	1	23,1	29,0
		65,2 – 127,8	2	39,2	188,9
Итого по группе			3	62,3	217,9
5	Итого по подгруппам	2,6 – 65,2	23	158,0	548,1
		65,2 – 127,8	7	91,9	692,5
Всего			30	249,9	1240,6

В зависимости от признака, положенного в основу ряда распределения, различают атрибутивные и вариационные ряды распределения.

*Атрибутивным* называют ряд распределения, построенный по качественным признакам, т. е. признакам, не имеющим числового выражения.

**Пример.** Ряд распределения студентов группы ДСС-301 по полу (табл. 3.7).

Таблица 3.7

Распределение студентов группы ДСС-301  
института статистики и эконометрики по полу

Группы студентов по полу	Число студентов	Удельный вес в общей численности студентов, %
Женщины	18	60
Мужчины	12	40
Всего	30	100



*Вариационным* рядом называют ряд распределения, построенный по количественному признаку. Любой вариационный ряд состоит из двух элементов: вариантов и частот. *Вариантами* называются отдельные значения признака, которые он принимает в вариационном ряду, т. е. конкретное значение варьирующего признака. *Частотами* называются численности отдельных вариантов или каждой группы вариационного ряда, т. е. это числа, которые показывают, как часто встречаются те или иные варианты в ряду распределения. Сумма всех частот определяет численность всей совокупности, ее объем. *Частостями* называются частоты, выраженные в долях единицы или в процентах к итогу.

В зависимости от характера вариации признака различают дискретные и интервальные ряды.

*Дискретный вариационный ряд* характеризует распределение единиц совокупности по дискретному признаку, принимающему только целые значения.

**Пример.** Распределение семей по числу детей (табл. 3.8).

Таблица 3.8

**Распределение семей города по числу детей**  
(данные условные)

Число детей в семье, чел.	Число семей, ед.	Удельный вес, % к итогу
1	600	60,0
2	300	30,0
3	100	10,0
Итого	1000	100,0

Построение *интервальных вариационных рядов* целесообразно прежде всего при непрерывной вариации признака, а также если дискретная вариация проявляется в широких пределах, т. е. число вариантов прерывного признака достаточно велико.

**Пример.** Распределение работников строительной фирмы «Скат» по уровню дохода (табл. 3.9).

Анализ рядов распределения наглядно можно проводить на основе их графического изображения. Для этой цели строят графики — полигон, гистограмму, огиву и кумуляту распределения.

*Полигон* используется при изображении дискретных вариационных рядов. Для его построения в прямоугольной системе коор-

Таблица 3.9

**Распределение работников строительной фирмы «Скат»  
по уровню дохода в октябре 2003 г.**

Группы работников, по уровню дохода, тыс. руб.	Число работников, чел.	Удельный вес, % к итогу
До 5,0	60	52,2
5,0 – 7,5	30	26,1
7,5 – 10,0	15	13,0
10,0 и более	10	8,7
Итого	115	100,0

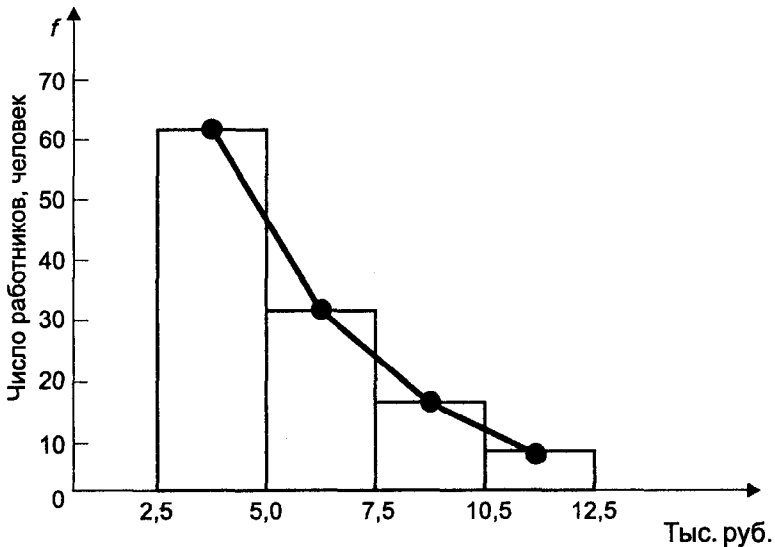
динат по оси абсцисс в одинаковом масштабе откладываются ранжированные значения варьирующего признака, а по оси ординат наносится шкала для выражения величины частот. Полученные на пересечении абсцисс и ординат точки соединяют прямыми линиями и получают ломаную линию, называемую полигоном частот. Для замыкания полигона крайние точки (слева и справа на ломаной линии) соединяют с точками на оси абсцисс и получают многоугольник. По данным табл. 3.9 построим полигон (рис. 3.1).

*Гистограмма* применяется для изображения интервального вариационного ряда. При построении гистограммы на оси абсцисс откладываются величины интервалов, а частоты изображаются прямоугольниками, построенными на соответствующих интервалах. Высота столбиков должна быть пропорциональна частотам. В результате мы получим на графике гистограмму, где ряд распределения изображен в виде смежных друг с другом столбиков (рис. 3.1).

Если середины верхних сторон прямоугольников соединить прямыми, то гистограмма может быть преобразована в полигон распределения.

Для графического изображения вариационных рядов может использоваться также *кумулятивная кривая*.

При построении кумулятивной кривой по интервальному вариационному ряду на оси абсцисс откладываются варианты ряда, а на оси ординат – накопленные частоты, которые наносят на поле графика в виде перпендикуляров к оси абсцисс в верхних границах интервалов. Затем эти перпендикуляры соединяют и получают ломаную линию, т. е. кумулятивную кривую. Можно пост-



**Рис. 3.1.** Гистограмма и полигон распределения работников строительной фирмы «Скат» по уровню дохода в октябре 2003 г.

роить кумулятивное распределение «не меньше чем», а можно «больше чем». В первом случае график кумулятивного распределения называется *кумулятой*, во втором – *огивой*.

**Вторичная группировка.** Группировки, построенные за один и тот же период времени, но для разных регионов или, наоборот, для одного региона, но за два разных периода времени, могут оказаться несопоставимыми из-за различного числа выделенных групп или неодинаковости границ интервалов.

В таком случае необходима перегруппировка данных с помощью вторичной группировки.

*Вторичная группировка* – операция по образованию новых групп на основе ранее осуществленной группировки.

Применяют два способа образования новых групп. Первым, наиболее простым и распространенным способом является изменение (чаще укрупнение) первоначальных интервалов. Второй способ получил название *долевой перегруппировки* и состоит в образовании новых групп на основе закрепления за каждой группой определенной доли единиц совокупности. Проиллюстрируем методику вторичной группировки на следующем примере.

**Пример.** Необходимо провести перегруппировку данных, образовав новые группы с интервалами до 500, 500 – 1000, 1000 – 2000, 2000 – 3000, свыше 3000 руб. по данным о распределении контрактов строительной фирмы по величине прибыли (табл. 3.10).

Таблица 3.10

**Распределение контрактов строительной фирмы по величине прибыли<sup>1</sup>**

Но- мер груп- пы	Группы контрактов по величине прибыли, тыс. руб.	Число контрактов, ед.
1	До 400	16
2	400 – 1000	20
3	1000 – 1800	44
4	1800 – 3000	74
5	3000 – 4000	37
6	4000 и более	9
	Итого	200

<sup>1</sup> Данные условные.

В первую новую группу войдет полностью 1-я группа контрактов и часть 2-й группы. Чтобы образовать группу до 500 тыс. руб., необходимо от интервала 2-й группы взять 100 тыс. руб. Величина интервала этой группы составит 600 тыс. руб. Следовательно, необходимо взять от нее  $1/6$  ( $100 : 600$ ). Аналогичную же часть во вновь образуемую новую группу надо взять и от числа контрактов, т. е.  $20 \cdot 1/6 = 3$  контракта. Тогда в 1-й группе будет контрактов  $16 + 3 = 19$  контрактов.

Вторую новую группу образуют контракты 2-й группы за вычетом отнесенных к 1-й, т. е.  $20 - 3 = 17$  ед. Во вновь образованную третью группу войдут все контракты 3-й группы и часть контрактов 4-й. Для определения этой части от интервала 1800 – 3000 (ширина интервала равна 1200 тыс. руб.) нужно добавить к предыдущему 200 тыс. руб. (чтобы верхняя граница интервала была равна 2000 руб.). Следовательно, необходимо взять часть интервала, равную  $200 : 1200$ , т. е.  $1/6$ . В этой группе 74 контракта, значит, надо взять  $74 \cdot (1 : 6) = 12$  ед. В третью новую группу войдет:  $44 + 12 = 56$  контрактов.

Во вновь образованную четвертую группу войдет:  $74 - 12 = 62$  контракта, оставшихся от прежней 4-й группы. Пятую, вновь об-

разованную группу составят контракты 5-й и 6-й прежних групп:  $37 + 9 = 46$  контрактов.

Техника перегруппировки показана в табл. 3.11.

Таблица 3.11

Но- мер груп- пы	Группы контрактов по величине прибыли, тыс. руб.	Число контрактов, ед.
1	До 500	19
2	500 – 1000	17
3	1000 – 2000	56
4	2000 – 3000	62
5	3000 и более	46
	Итого	200

## 3.2 Задачи и упражнения

**3.1.** К каким группировочным признакам – атрибутивным или количественным – относятся:

- а) возраст человека;
- б) национальность;
- в) балл успеваемости;
- г) доход сотрудника фирмы;
- д) форма собственности?

**3.2.** Определите, к какому виду группировки относится статистическая таблица, характеризующая группировку промышленных предприятий по размеру основных фондов:

Группы предприятий по размеру основных фондов	Число предпри- ятий	Объем выпускаемой продукции, млн руб.		Численность занятых, чел.	
		всего	на одном предприятии	всего	на одном предпри- ятии
Мелкие	20	1500	75	2000	100
Средние	20	2000	100	3000	150
Крупные	10	4500	450	5000	500
Итого	50	8000	160	10 000	200

**3.3.** Определите вид ряда распределения и постройте полигон распределения по данным о распределении рабочих завода по тарифному разряду:

Номер тарифного разряда	Число рабочих, чел.	Удельный вес, % к итогу
1	5	10
2	6	12
3	5	10
4	12	24
5	22	44
Итого	50	100

**3.4.** Определите, к какому виду группировок относится статистическая таблица, характеризующая коммерческие банки по величине балансовой прибыли:

Номер группы	Группы коммерческих банков по величине балансовой прибыли, млн руб.	Число банков, ед.	Балансовая прибыль, млн руб.	Уставный капитал, млн руб.	Работающие активы, млн руб.
1	200 – 400	40	43,2	40,2	37,1
2	400 – 600	40	35,6	41,7	37,0
3	600 – 800	20	21,2	18,1	25,9
	Итого	100	100,0	100,0	100,0

**3.5.** Какие из указанных ниже группировок являются типологическими:

- группировка населения по полу;
- группировка населения, занятого в народном хозяйстве по отраслям;
- группировка капитальных вложений на строительство объектов производственного и непроизводственного назначения;
- группировка предприятий общественного питания по формам собственности?

**3.6.** Пользуясь формулой Стерджесса, определите интервал группировки сотрудников фирмы по уровню доходов, если общая численность сотрудников составляет 20 чел., а минимальный и максимальный доход соответственно равен 5000 и 30 000 руб.

**3.7.** Известны следующие данные о численности населения Центрального федерального округа РФ на 01.01.2002 г. в разрезе областей (млн. чел.):

1,5	1,2	2,2	1,6
1,9	1,1	0,9	1,8
1,6	0,8	1,3	2,1
2,4	1,3	1,1	1,2

Используя эти данные, постройте интервальный вариационный ряд распределения областей Центрального федерального округа РФ, выделив три группы областей с равными открытыми интервалами. По какому признаку построен ряд распределения: качественному или количественному?

**3.8.** Имеются следующие данные об успеваемости 20 студентов группы по теории статистики в летнюю сессию 2003 г.: 5, 4, 3, 3, 5, 4, 4, 4, 3, 4, 4, 5, 4, 4, 3, 2, 5, 3, 4, 4, 4, 3, 2, 5, 2, 5, 5, 2, 3, 3.

Постройте:

а) ряд распределения студентов по оценкам, полученным в сессию, и изобразите его графически;

б) ряд распределения студентов по уровню успеваемости, выделив в нем две группы студентов: неуспевающих (2 балла), успевающих (3 балла и выше);

в) укажите, каким видом ряда распределения (вариационным или атрибутивным) является каждый из этих двух рядов.

**3.9.** Известны следующие данные о результатах сдачи абитуриентами вступительных экзаменов на I курс вуза в 2003 г. (баллов):

12	18	16	20	17	19	20	17	17
13	17	12	15	20	18	19	18	16
12	18	16	18	14	14	17	19	14
15	16	14	19	12	15	16	20	13

Постройте:

а) ряд распределения абитуриентов по результатам сдачи ими вступительных экзаменов, выделив четыре группы абитуриентов с равными интервалами;

б) ряд, делящий абитуриентов на поступивших и не поступивших в вуз, учитывая, что проходной балл составил 15 баллов.

Укажите, по какому группировочному признаку построен каждый из этих рядов распределения: атрибутивному или количественному.

**3.10.** Известны следующие данные по основным показателям деятельности крупнейших банков одной из областей Российской Федерации (данные условные):

(млн руб.)

№ п/п	Сумма активов	Собственный капитал	Привлеченные ресурсы	Балансовая прибыль	Объем вложений в государственные ценные бумаги	Ссудная задолженность
1	645,6	12,0	27,1	8,1	3,5	30,8
2	636,9	70,4	56,3	9,5	12,6	25,7
3	629,0	41,0	95,7	38,4	13,3	26,4
4	619,6	120,8	44,8	38,4	4,4	25,3
5	616,4	49,4	108,7	13,4	15,0	20,9
6	614,4	50,3	108,1	30,1	19,1	47,3
7	608,6	70,0	76,1	37,8	19,2	43,7
8	601,1	52,4	26,3	41,1	3,7	29,1
9	600,2	42,0	46,0	9,3	5,2	56,1
10	600,0	27,3	24,4	39,3	13,1	24,9
11	592,9	72,0	65,5	8,6	16,7	39,6
12	591,7	22,4	76,0	40,5	7,5	59,6
13	585,5	39,3	106,9	45,3	6,7	44,9
14	578,6	70,0	89,5	8,4	11,2	32,2
15	577,5	22,9	84,0	12,8	19,3	45,1
16	553,7	119,3	89,4	44,7	19,4	24,5
17	543,6	49,6	93,8	8,8	5,7	31,1
18	542,0	88,6	26,7	32,2	7,8	37,1
19	517,0	43,7	108,1	20,3	8,3	23,1
20	516,7	90,5	25,2	12,2	9,7	15,8

**1.** Постройте группировку коммерческих банков по величине собственного капитала, выделив четыре группы с равными интервалами. Рассчитайте по каждой группе сумму активов, собственный капитал, привлеченные ресурсы, балансовую прибыль. Результаты группировки представьте в табличной форме и сформулируйте выводы.

**2.** Постройте полигон и гистограмму распределения банков по величине собственного капитала.

**3.11.** Постройте структурную группировку банков по величине балансовой прибыли, выделив четыре группы банков с откры-



тыми интервалами для характеристики структуры совокупности коммерческих банков, перечисленных в задаче 3.10. Постройте огиву распределения банков по величине балансовой прибыли.

**3.12.** Постройте группировку численности безработных двух регионов по полу и возрасту с целью приведения их к сопоставимому виду. Сделайте сравнительный анализ результатов.

(% к итогу)

Регион 1				Регион 2			
группы безработных, лет	всего	в том числе		группы безработных, лет	всего	в том числе	
		женщин	мужчин			женщин	мужчин
15 – 19	11,8	14,2	9,5	до 20	12,0	13,7	10,2
20 – 24	16,2	15,2	17,2	20 – 30	35,5	37,2	39,7
25 – 29	11,3	10,9	11,8	30 – 40	26,2	24,5	24,6
30 – 49	48,5	48,1	48,8	40 – 50	14,0	14,6	15,5
50 – 54	5,2	5,3	5,0	50 и более	12,3	10,0	10,0
55 – 59	4,9	4,2	5,5				
60 и старше	2,1	2,1	2,2				
Итого	100,0	100,0	100,0	Итого	100,0	100,0	100,0

Рассчитайте по каждой группе три-четыре показателя и построьте сводную таблицу. Сделайте выводы по результатам группировки.

**3.13.** Постройте аналитическую группировку коммерческих банков, перечисленных в задаче 3.10, по величине балансовой прибыли, выделив четыре группы. Рассчитайте по каждой группе два-три показателя, взаимосвязанных с балансовой прибылью. Результаты группировки изложите в табличной форме и сделайте выводы о взаимосвязи показателей.

**3.14.** Используя данные задачи 3.10, постройте группировку коммерческих банков в целях выявления взаимосвязи между показателями привлеченных ресурсов, объемом вложений в государственные ценные бумаги и ссудной задолженностью от результатов деятельности банков (показатель, выражающий результаты деятельности банков определите самостоятельно).

**3.15.** По данным задачи 3.10 постройте все возможные структурные и аналитические группировки коммерческих банков.

**3.16.** По данным задачи 3.10 постройте группировку коммерческих банков по двум признакам: величине балансовой прибыли и сумме активов. По каждой группе и подгруппе определите число банков, величину балансовой прибыли и сумму активов и другие два-три показателя, взаимосвязанных с группировочными. Результаты группировки оформите в виде таблицы и сформулируйте выводы.

**3.17.** По данным табл. 3.10 постройте группировку коммерческих банков по величине собственного капитала с последующей ее перегруппировкой, выделив следующие группы банков: до 20, 20 – 40, 40 – 60, 60 – 80 и свыше 80.

**3.18.** Имеются следующие данные о распределении промышленных предприятий двух регионов по численности занятого на них промышленно-производственного персонала (ППП):

Регион 1			Регион 2		
группы предприятий по численности работающих, чел.	число предприятий, %	численность промышленно-производственного персонала	группы предприятий по численности работающих, чел.	число предприятий, %	численность промышленно-производственного персонала
До 100	32	1	До 300	34	1
101 – 500	38	4	301 – 600	28	6
501 – 1000	17	10	601 – 1000	20	10
1001 – 2000	9	15	1001 – 2000	13	15
2001 – 5000	3	32	2001 – 4000	4	43
5001 и более	1	38	4001 и более	1	25
Итого	100	100	Итого	100	100

Постройте вторичную группировку данных о распределении промышленных предприятий, пересчитав данные:

- а) региона 2 в соответствии с группировкой региона 1;
- б) региона 1 в соответствии с группировкой региона 2;
- в) регионов 1 и 2, образовав следующие группы промышленных предприятий по численности ППП: до 500, 500 – 1000, 1000 – 2000, 2000 – 3000, 3000 – 4000, 4000 – 5000, 5000 и более.

### 3.3 Рекомендации преподавателям

**1. Практические занятия.** Основной частью аудиторной работы со студентами является построение структурной, аналитической и комбинационной группировок на основе заранее подготовленной преподавателем матрицы исходных данных, содержащей индивидуальные данные о сравнительно небольшом числе единиц (15–20) совокупности и двух-трех показателях в статике. Исходные данные могут быть взяты из статистических сборников и периодической печати, из задач данной темы или темы «Статистическое изучение взаимосвязи».

В ходе изложения материала следует показать на примерах различные способы определения необходимого числа групп и ширины интервала, а также подробно рассмотреть случаи включения значений признака при их равенстве значениям границ открытых и закрытых интервалов.

**2. Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов.** Для этой цели студентам следует выполнить задание 2, изложенное в приложении 15.

**3. Аудиторная контрольная работа.** По этой теме целесообразно дать задание на вторичную и сложную группировки. Материал можно подобрать либо из сборника задач, либо из статистических публикаций, статистических сборников, периодической печати, Интернет-ресурсов.

## ГЛАВА 4 СТАТИСТИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ

### 4.1 Методические указания и решение типовых задач

Табличная форма является рациональной, наглядной и компактной формой представления статистических данных, изложения результатов сводки и группировки материалов статистического наблюдения.

Анализ данных статистических таблиц как метод научного исследования позволяет выявить соотношения и пропорции между группами явлений по одному или нескольким признакам, провести сравнительный анализ, охарактеризовать типы социально-экономических явлений, выявить характер и направление взаимосвязей и взаимозависимостей между различными, определенными логикой экономического анализа признаками, сформулировать выводы и определить резервы развития изучаемого явления, объекта или процесса.

В процессе практического освоения данной темы необходимо иметь в виду тесную связь таблиц с другими разделами курса.

*Статистической* называется *таблица*, которая содержит сводную числовую характеристику исследуемой совокупности по одному или нескольким существенным признакам, взаимосвязанным логикой экономического анализа. Прежде чем переходить к рассмотрению видов и правил построения статистических таблиц, необходимо иметь представление об основных элементах, ее формирующих.

Основные элементы статистической таблицы, составляющие ее остов (основу), показаны на схеме 4.1.

**Название таблицы**

Содержание строк	Наименование граф (верхние заголовки)			Итоговая графа
	1	2	...	
А				
Наименование строк (боковые заголовки)				
Итоговая строка				

**Схема 4.1.** Основные элементы статистической таблицы

Важно практически закрепить понятия статистического подлежащего и сказуемого, иметь знания и навыки построения таблиц по характеру подлежащего и сказуемого.

**Виды таблиц по характеру подлежащего.** *Подлежащим* статистической таблицы называется объект, который в ней характеризуется цифрами. Это могут быть совокупность, отдельные единицы совокупности в порядке их перечня или сгруппированные по

одному или нескольким признакам территориальные единицы, временные периоды и т. д. В соответствии с этим в зависимости от структуры подлежащего различают статистические таблицы простые, в подлежащем которых дается простой перечень единиц совокупности (перечневые) или только одна какая-либо из них единица, выделенная по определенному признаку (монографические), и сложные, подлежащее которых содержит группы единиц совокупности по одному (групповые) или нескольким (комбинационные) количественным или атрибутивным признакам. При этом подлежащее простой таблицы может быть сформировано по видовому, территориальному и временному принципам.

Приведем примеры разработки подлежащего таблицы.

**Пример.** Простая монографическая таблица (табл. 4.1).

Таблица 4.1

**Исполнение бюджетов государственных внебюджетных социальных фондов в 2003 г.<sup>1</sup>**

(млрд руб.)

	Поступление	Расходование
Государственные внебюджетные социальные фонды	607,9	497,4

<sup>1</sup> Цифры условные.

**Пример.** Простые перечневые таблицы по видовому принципу (табл. 4.2 – 4.4).

Таблица 4.2

**Исполнение бюджетов государственных внебюджетных социальных фондов в 2003 г.<sup>1</sup>**

(млрд руб.)

Государственные внебюджетные социальные фонды	Поступление	Расходование
Пенсионный фонд	431,3	341,1
Фонд социального страхования	86,6	70,0
Территориальные фонды обязательного медицинского страхования	69,9	68,4
Фонд занятости населения	20,1	17,9
Всего	607,9	497,4

<sup>1</sup> Цифры условные.

*Подлежащее* – государственные внебюджетные социальные фонды.

Таблица 4.3

Цены на бензин ООО «Автобес» на 01.11.2003 г.

Марка бензина	Средне-взвешенная цена, руб./л	Суммарный объем предложений, т	Минимальный объем партии, т
А-76	9,8	3000	1000
А-92	10,5	5000	2000
А-95	11,0	4000	2000
А-98	12,5	2000	1000

*Подлежащее* – марка бензина.

Таблица 4.4

Основные показатели деятельности подрядных организаций строительного комплекса г. Москвы в 2002 г.

Название организации	Объем строительно-монтажных работ, выполненных собственными силами, млрд. руб.	Средняя численность работающих, тыс. чел.	Средняя заработная плата 1-го работника основного производства, тыс. руб.	Балансовая прибыль, млн. руб.
АО ХК «Главмосстрой»	8,02	27,46	5,27	657,9
ОАО ДСК-1	4,41	8,19	5,32	550,0
АООТ ДСК-2	0,88	2,55	10,55	92,5
ЗАО «Моспромстрой»	3,62	19,00	4,71	970,9
АО «Мосинжстрой»	9,27	28,80	4,88	493,7
АО «Мосмонтажспецстрой»	0,57	2,67	5,50	53,6
АО «Моспромстройматериалы»	0,12	0,51	2,29	3,2
АО «Мосремстрой»	0,30	3,68	4,01	10,6

*Подлежащее* – перечень подрядных организаций строительного комплекса.

**Пример.** Простая перечневая таблица по территориальному принципу (табл. 4.5).

Таблица 4.5

**Структура инвестиций в основной капитал по видам основных фондов в некоторых федеральных округах РФ в 2003 г.**  
(% от общего объема инвестиций)

Федеральный округ	Всего инвестиций	В том числе			
		жилища	здания и сооружения	машины, оборудование, инструмент, инвентарь	прочие
Центральный	100	17,8	40,8	35,7	5,7
Северо-Западный	100	6,8	43,6	44,5	5,1
Южный	100	10,0	58,8	24,3	6,9
Приволжский	100	11,4	38,5	41,8	8,3
Уральский	100	4,7	44,3	29,1	21,9
Сибирский	100	8,9	44,6	42,1	4,4
Дальневосточный	100	9,8	43,6	37,2	9,4

*Подлежащее* – перечень федеральных округов.

**Пример.** Простая перечневая таблица по временному принципу (табл. 4.6).

Таблица 4.6

**Динамика инвестиций в основной капитал в одном из регионов РФ за период 1999 – 2003 гг.<sup>1</sup>**

Год	Инвестиции в основной капитал, млн. руб.	Индекс физического объема инвестиций в основной капитал, % к предыдущему году	Инвестиции в основной капитал на душу населения, тыс. руб.
1999	43,9	92	5,1
2000	53,4	106	6,2
2001	65,2	124	7,6
2002	96,1	104	11,3
2003	150,6	115	17,6

<sup>1</sup> Цифры условные.

*Подлежащее* — годы.

**Пример.** Групповая таблица (табл. 4.7 – 4.8).

Таблица 4.7

**Распределение несовершеннолетних, совершивших правонарушения и преступления в одном из регионов РФ в 2003 г. (по возрасту)<sup>1</sup>**

Но- мер груп- пы	Группы несовершен- нолетних по возрасту, лет	Всего	В том числе		
			имели привод в милицию	состоят в милиции на учете	совершили преступле- ния
1	До 13 лет	250,2	168,6	81,6	—
2	14 – 15	401,2	206,2	128,1	66,9
3	16 – 17	584,5	281,5	166,1	136,9
	Итого	1235,9	656,3	375,8	203,8

<sup>1</sup> Цифры условные.

*Подлежащее* — группы несовершеннолетних, совершивших правонарушения и преступления по возрасту.

Таблица 4.8

**Распределение эмитентов фондового рынка по величине котировки банковских долгов, выставленных на продажу в одном из вексельных центров в 2003 г.<sup>1</sup>**

Группы эмитентов по величине котировки банковского долга, млн руб.	Число эмитентов	Общая сумма долга, млн руб.	Средне- взвешенная ставка
97 – 1745	15	9264,5	80,0
1745 – 3393	4	8574,8	73,4
3393 – 5041	5	21311,1	72,0
Итого	24	39150,4	75,0

<sup>1</sup> Цифры условные.

*Подлежащее* — группы эмитентов фондового рынка по величине котировки банковских долгов.

**Пример.** Сложная комбинационная таблица (табл. 4.9).



**Распределение эмитентов фондового рынка  
по величине котировки банковских долгов  
и средневзвешенной ставке, выставленных на продажу  
в одном из вексельных центров в 2003 г.<sup>1</sup>**

Группы эмитентов по величине котировки банковского долга, млн руб.	Подгруппы эмитентов по размеру средневзвешенной ставки	Число эмитентов
97 – 1745	50 – 75	6
	75 – 100	9
Итого по группе		15
1745 – 3393	50 – 75	2
	75 – 100	2
Итого по группе		4
3393 – 5041	50 – 75	3
	75 – 100	2
Итого по группе		5
Итого по подгруппам	50 – 75	11
	75 – 100	13
Всего		24

<sup>1</sup> Цифры условные.

*Подлежащее* – группы эмитентов фондового рынка, распределенные по величине котировки банковских долгов и средневзвешенной ставке.

**Виды таблиц по характеру сказуемого.** Система показателей, которыми характеризуется объект изучения, т. е. подлежащее таблицы, образует сказуемое статистической таблицы. Сказуемое формирует заголовки граф и составляет их содержание.

По структурному строению сказуемого различают статистические таблицы с простой и сложной его разработкой.

*При простой разработке сказуемого* показатель, его определяющий, получается путем простого суммирования значений по каждому признаку отдельно независимо друг от друга.

**Примером** таблиц с простой разработкой сказуемого являются табл. 4.2, 4.4, 4.6, 4.7.

Сложная разработка сказуемого предполагает деление признака, его формирующего, на группы.

**Пример.** Статистическая таблица со сложной комбинированной разработкой сказуемого содержит два связанных между собой признака: атрибутивный – качественный – категории застрахованных и количественный – страховая сумма (табл. 4.10).

Таблица 4.10

**Распределение клиентов страховых компаний  
по категориям и страховым суммам в I квартале 2003 г.<sup>1</sup>**

Страховая компания	Всего клиентов, чел.	В том числе распределение клиентов по категориям и страховым суммам на одного застрахованного					
		руководители коммерческих структур		сотрудники предприятий, работающие в офисе		охранники, милиционеры, инкассаторы	
		5 – 15 тыс. руб.	свыше 15 тыс. руб.	5 – 15 тыс. руб.	свыше 15 тыс. руб.	5 – 15 тыс. руб.	свыше 15 тыс. руб.
1	444	195	180	13	12	23	21
2	390	150	180	12	15	15	18
3	595	210	300	26	10	21	28
4	352	125	175	10	12	14	16
5	522	200	250	10	15	22	25
6	320	110	110	28	28	22	22
7	480	200	200	15	20	20	25
<b>Итого</b>	<b>3103</b>	<b>1190</b>	<b>1395</b>	<b>117</b>	<b>112</b>	<b>137</b>	<b>155</b>

<sup>1</sup> Цифры условные.

Соблюдение правил построения и оформления статистических таблиц делает их основным средством представления, обработки и обобщения статистической информации о состоянии и развитии анализируемых социально-экономических явлений.

В анализе данных наряду со статистическими таблицами применяются и другие виды таблиц, одним из которых является матрица.

*Матрицей* называется прямоугольная таблица числовой информации, состоящая из *m*-строк и *n*-столбцов. Например, матрица экспертных оценок влияния некоторых факторов на уровень рентабельности строительных организаций:

$$\begin{array}{c}
 m/x \\
 m_1 \\
 m_2 \\
 m_3
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 x_1 \\
 x_2 \\
 x_3
 \end{array}
 \left( \begin{array}{ccc}
 1 & 2 & 3 \\
 2 & 1 & 3 \\
 1 & 2 & 3
 \end{array} \right),$$

где  $x_1$  — уровень фондоотдачи;  
 $x_2$  — выработка продукции на одного работающего, руб./чел.;  
 $x_3$  — коэффициент оборачиваемости оборотных средств;  
 $m_1, m_2, m_3$  — эксперты.

**Пример.** Матрица парных коэффициентов корреляции основных показателей деятельности предприятий одной из отраслей промышленности (цифры условные):

$$\begin{array}{c}
 y \\
 x_1 \\
 x_2
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 y \\
 x_1 \\
 x_2
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 x_1 \\
 x_2
 \end{array}
 \left( \begin{array}{ccc}
 1,00 & 0,63 & 0,71 \\
 0,63 & 1,00 & 0,32 \\
 0,71 & 0,32 & 1,00
 \end{array} \right)$$

где  $y$  — прибыль предприятия, млн. руб.  
 $x_1$  — среднегодовая стоимость основных промышленно-производственных фондов, млн. руб.  
 $x_2$  — среднесписочная численность работающих на предприятии, чел.

*Таблица сопряженности* — это таблица, которая содержит сводную числовую характеристику изучаемой совокупности по двум и более атрибутивным признакам или комбинации количественных и атрибутивных признаков. Наибольшее распространение таблицы сопряженности получили при изучении социальных явлений. Примером таблиц сопряженности являются табл. 4.11 и 4.12.

Таблица 4.11

**Распределение ответов респондентов по удовлетворенности уровнем жизни и ощущением свободы в обществе**

Респонденты	Удовлетворенность уровнем жизни в целом		Всего
	вполне удовлетворены	совсем не удовлетворены	
Чувствуете ли вы себя в нашем обществе свободным человеком?			
Да	48	6	54
Нет	9	43	52
Итого	57	49	106

**Социальные ориентации выпускников 11-го класса  
и социальное положение родителей (по отцу)**

(%)

Социальный статус отца	Социальная ориентация учащегося			
	рабочий промышленности и транспорта	рабочий торговли и сферы обслуживания	служащий сферы управления	предприниматель, коммерсант
Рабочий промышленности и транспорта	1,7	16,1	4,4	14,2
Рабочий торговли и сферы обслуживания	1,4	10,2	4,3	18,9
Служащий сферы управления	0,0	12,0	2,7	21,3
Предприниматель, коммерсант	1,7	6,9	2,6	20,7

## 4.2

### Задачи и упражнения

**4.1.** Назовите подлежащее и сказуемое в табл. 4.13 – 4.20. Определите вид таблицы по характеру разработки ее подлежащего и сказуемого.

**4.2.** По данным статистических ежегодников и периодической печати подберите примеры следующих видов таблиц:

- а) монографической;
- б) перечневой;
- в) групповой;
- г) комбинационной.

**4.3.** Составьте макеты перечневых статистических таблиц, в которых разработка подлежащего была бы произведена по принципам:

- а) видовому;
- б) территориальному;
- в) временному.

Таблица 4.13

**Внешняя торговля областей одного из федеральных округов РФ  
со странами СНГ в 2002 г. (в фактически действовавших ценах)**  
(млн долл. США)

Область	Экспорт			Импорт		
	2000	2001	2002	2000	2001	2002
Курганская	72,4	67,9	113,2	61,9	24,4	44,7
Свердловская	323,1	215,3	284,0	250,5	220,5	260,8
Тюменская	2022,9	1696,6	1197,9	189,2	73,1	99,7
Челябинская	224,5	128,5	213,0	411,2	255,9	444,0

Таблица 4.14

**Распределение женщин одного из регионов РФ по возрасту и числу  
рожденных детей в 2003 г.<sup>1</sup>**

Группы женщин России по возрасту, лет	На 1000 женщин в возрасте 18 лет и старше					Среднее число рожденных детей на 1000 женщин
	женщин, родивших детей	в том числе			женщин, не родивших ни одного ребенка	
		1 ребенка	2 детей	3 и более детей		
18 – 19	137	131	6	0	863	144
20 – 24	499	419	73	7	501	586
24 – 29	809	467	292	50	191	1214
30 – 34	897	318	456	123	103	1640
35 – 39	925	262	489	174	75	1839
40 – 44	930	277	479	174	70	1851
45 – 49	923	309	461	153	77	1780
50 – 54	921	288	442	191	79	1878
55 – 59	915	275	420	220	85	1945
60 – 64	898	251	374	273	102	2059
65 и старше	866	254	271	341	134	2218
Все женщины	834	297	354	183	166	1704

<sup>1</sup> Цифры условные.

Таблица 4.15

**Иностранные инвестиции в экономику одной из стран РФ<sup>1</sup>**  
(млрд долл. США)

Год	Поступило инвестиций, всего	В том числе			В общем объеме инвестиций, %		
		прямые	портфельные	прочие	прямые	портфельные	прочие
1999	6,97	2,44	0,13	4,40	35,0	1,9	63,1
2000	12,29	5,33	0,68	6,28	43,4	5,5	51,1
2001	11,77	3,36	0,19	8,22	28,5	1,7	69,8
2002	9,56	4,26	0,03	5,27	44,6	0,3	55,1
2003	10,96	4,47	0,01	6,48	40,8	0,1	59,1

<sup>1</sup> Цифры условные.

Таблица 4.16

**Экспорт и импорт технологий и услуг технического характера ряда областей одного из федеральных округов РФ в 2002 г.<sup>1</sup>**

Область	Экспорт			Импорт		
	число соглашений	стоимость предмета соглашения, млн долл. США	поступления по соглашениям, млн долл. США	число соглашений	стоимость предмета соглашения, млн долл. США	выплаты по соглашениям, млн долл. США
Владимирская	9	0,49	0,42	21	0,11	0,11
Воронежская	14	12,88	5,10	3	1,29	1,29
Ивановская	3	0,11	0,11	4	0,09	0,09
Калужская	52	3,70	2,38	14	0,93	0,93
Ярославская	18	2,49	0,30	3	9,35	0,01
Московская	7	5,05	2,04	7	21,95	11,81

<sup>1</sup> Цифры условные.

Таблица 4.17

Распределение объема работ, выполненных по договорам строительного подряда, по формам собственности, в одном из регионов РФ в 2002 – 2003 гг.<sup>1</sup>

Формы собственности строительных организаций и предприятий	2002		2003	
	всего, млрд. руб.	удельный вес в общем объеме работ, выполненных по договорам строительного подряда, %	всего, млрд. руб.	удельный вес в общем объеме работ, выполненных по договорам строительного подряда, %
Всего	52,9	100,0	79,8	100,0
В том числе:				
государственная	5,0	9,5	8,1	10,1
муниципальная	0,1	0,1	0,1	0,1
частная	32,9	62,1	44,3	55,5
смешанная российская	14,9	28,3	27,3	34,3

<sup>1</sup> Цифры условные.

Таблица 4.18

Динамика основных экономических показателей промышленности одного из регионов РФ в 2000 – 2003 гг.<sup>1</sup>

Показатели	2000	2001	2002	2003
Объем промышленной продукции, млрд руб.	76,3	81,4	161,9	224,8
Уровень рентабельности активов предприятий и организаций, %	4,3	-2,7	5,0	7,5
Уровень рентабельности реализованной продукции предприятий и организаций, %	13,2	16,1	20,8	21,0
Изменение затрат на один рубль продукции, % к предыдущему году	15,0	-2,8	-3,0	2,5
Индекс промышленного производства, % к предыдущему году	99,0	103,0	114,0	115,0

<sup>1</sup> Цифры условные.

Таблица 4.19

## Структура безработных в одном из регионов РФ по полу и возрасту

Группы безработных по возрасту, лет	2001			2002			2003		
	всево	в том числе		всево	в том числе		всево	в том числе	
		женщины	мужчины		женщины	мужчины		женщины	мужчины
15 – 19	15,5	16,4	14,7	13,6	15,3	11,8	11,8	14,2	9,5
20 – 24	15,8	14,3	17,1	16,8	14,9	18,6	16,2	15,2	17,2
25 – 29	11,6	11,0	12,1	11,9	11,4	12,4	11,3	10,9	11,8
30 – 49	39,5	39,7	39,4	43,4	43,7	43,2	48,5	48,1	48,8
50 – 54	6,5	7,2	5,9	5,6	6,0	5,3	5,2	5,3	5,0
55 – 59	5,3	5,6	5,1	5,1	5,3	4,9	4,9	4,2	5,5
60 и старше	5,8	5,8	5,7	3,6	3,4	3,8	2,1	2,1	2,2
Итого	100	100	100	100	100	100	100	100	100

<sup>1</sup> Цифры условные.

**4.4.** По данным статистических ежегодников и периодической печати подберите примеры статистических таблиц с перечисленными вариантами разработки сказуемого:

- с простой разработкой сказуемого;
- со сложной разработкой сказуемого по двум признакам.

**4.5.** Составьте макеты статистических таблиц, в которых разработка сказуемого будет произведена:

- в статике;
- в динамике;
- в территориальном аспекте;
- в пространственно-временном аспекте.

По данным статистических ежегодников и периодической печати подтвердите примерами каждый из видов таблиц.

**4.6.** Разработайте макеты:

а) перечневой таблицы по территориальному принципу со сложной комбинированной разработкой сказуемого по двум признакам;

б) перечневой таблицы по видовому принципу со сложной разработкой сказуемого в пространственно-временном разрезе;

в) групповой таблицы со сложной комбинированной разработкой сказуемого в пространственном аспекте;

г) групповой таблицы со сложной разработкой сказуемого в динамике;



д) комбинационной таблицы с простой разработкой сказуемого в статике.

Таблица 4.20

Распределение женщин в разводе по возрасту и продолжительности расторгнутых браков в одном из регионов РФ в 2003 г.<sup>1</sup>

Группы женщин в разводе по возрасту, лет	Всего разводов	В том числе по продолжительности брака, лет					
		до 1	1 – 4	5 – 9	10 – 19	20 и более	не указано
До 20	16 623	4 527	12 081	3	–	–	12
20 – 24	132 654	8 374	10 348	20 720	13	–	64
25 – 29	132 000	3 440	39 756	80 150	8 594	–	60
30 – 34	130 169	2 525	19 650	44 525	63 405	8	56
35 – 39	104 979	1 839	11 981	20 901	66 787	3 422	49
40 – 44	69 808	1 157	7 125	10 786	26 970	23 743	27
45 – 49	34 783	693	3 856	4 727	7 832	17 664	11
50 – 54	17 206	443	2 308	2 375	2 784	9 287	9
50 – 59	15 567	506	2 180	2 325	2 317	8 229	10
60 и старше	11 650	586	2 091	1 720	1 571	5 676	6
не указано	15 055	473	3 544	4 400	4 774	1 857	7
Итого	680 494	24 563	114 920	192 632	185 047	69 886	311

<sup>1</sup> Цифры условные.

**4.7.** Разработайте макет таблицы, характеризующей распределение численности занятого населения и безработных по семейному положению, и дайте заголовок таблицы. Укажите:

- к какому виду таблицы относится макет;
- его подлежащее и сказуемое;
- признак группировки подлежащего.

**4.8.** Разработайте макет перечневой статистической таблицы по временному принципу, характеризующей уровень забастовочного движения в одной из стран в 2002 г. Охарактеризуйте каждый выделенный уровень числом предприятий, на которых проходили забастовки, численностью участников и числом человеко-дней потерь рабочего времени. Сформулируйте заголовок таблицы. Укажите:

- к какому виду таблицы относится макет;
- его подлежащее и сказуемое;
- вид разработки подлежащего и сказуемого.

**4.9.** Разработайте макет статистической таблицы, характеризующей зависимость успеваемости студентов вашей группы от посещаемости учебных занятий и занятости внеучебной деятельностью. Сформулируйте заголовок таблицы. Укажите:

- а) к какому виду таблицы относится макет;
- б) название и вид разработки подлежащего и сказуемого;
- в) группировочные признаки.

**4.10.** Спроектируйте макеты групповой и комбинационной таблиц со сложной разработкой сказуемого для характеристики деловой активности коммерческих банков РФ. Сформулируйте заголовки таблиц. Определите:

- а) подлежащее и сказуемое;
- б) группировочные признаки, которые целесообразно положить в основу группировки подлежащего таблиц;
- в) показатели, которые целесообразно включить в сказуемое с целью более полной характеристики объекта.

**4.11.** Составьте макет простой перечневой таблицы по видовому принципу с простой разработкой сказуемого для характеристики итогов торгов на фондовых биржах РФ за период 16.11 – 22.11.2003 г. Сформулируйте название макета. Укажите в таблице:

- а) подлежащее и сказуемое;
- б) показатели сказуемого.

**4.12.** Разработайте макет статистической таблицы, характеризующей капитальные вложения по формам собственности в России и Белоруссии и капитальные вложения по каждой форме собственности в России в процентах к Белоруссии в 2002 г. Укажите:

- а) заголовок таблицы;
- б) подлежащее и сказуемое;
- в) к какому виду таблицы относится макет.

**4.13.** Разработайте макеты таблиц для характеристики:

- а) населения РФ по полу и возрасту;
- б) наиболее ликвидных акций на внебиржевом рынке;
- в) предприятий какой-либо отрасли;
- г) деятельности коммерческих банков;
- д) деятельности страховых компаний России;
- е) рынка государственных ценных бумаг.

**4.14.** Оформите в табличном виде следующие данные. Прием студентов в высшие учебные заведения в одном из регионов РФ возрос с 172,8 (2001/2002 учебный год) до 223,6 тыс. чел. (2002/2003 учебный год). За этот же период прием в высшие учебные заведения возрос: в государственные учреждения с 144,1 до

181,7 тыс. чел.; в негосударственные учреждения с 28,7 до 41,9 тыс. чел. Выпуск специалистов высшими учебными заведениями возрос с 104,9 (2001/2002 учебный год) до 125,8 тыс. чел. (2002/2003 учебный год): соответственно государственными учреждениями с 89,6 до 101,3 тыс. чел. и негосударственными учреждениями с 15,4 до 24,5 тыс. чел. Сформулируйте название таблицы, укажите ее подлежащее и сказуемое и вид их разработки.

**4.15.** Розничный товарооборот во всех каналах реализации составил в 2003 г. 213,4 млрд руб., в том числе в государственной форме собственности 31,5 млрд руб., в негосударственной – 181,8 млрд руб., что составило соответственно 14,8 и 85,2% общего объема розничного товарооборота. Представьте эти данные в виде статистической таблицы, сформулируйте заголовок, укажите ее подлежащее, сказуемое и вид таблицы.

**4.16.** Имеются следующие данные о распределении безработных по полу и образованию (табл. 4.21), по полу и продолжительности безработицы (табл. 4.22) в 2002 г.

Таблица 4.21

**Распределение безработных по полу и образованию  
в одном из регионов РФ**

(%)

Группы по образованию	Всего безработных	В том числе	
		женщины	мужчины
Высшее	10,5	11,6	9,4
Среднее специальное и среднее общее	69,7	73,1	66,7
Не имеющие полного среднего образования	19,8	15,3	23,9
Итого	100,0	100,0	100,0

Таблица 4.22

**Распределение безработных по продолжительности безработицы  
в одном из регионов РФ**

(%)

Продолжительность безработицы, мес.	Всего безработных	В том числе	
		женщины	мужчины
До 1	12,9	11,8	12,7
1 – 4	35,4	35,2	36,7
4 – 8	26,2	26,7	27,0
8 – 12	16,5	16,7	15,5
Более 12	9,0	9,6	8,1
Итого	100	100	100

По каждой из приведенных таблиц укажите:

а) подлежащее и сказуемое;

б) вид таблицы по разработке подлежащего и сказуемого.

**4.17.** Известны следующие данные о распределении численности занятого населения и безработных по семейному положению на конец 2003 г.:

(%)

Категории населения	Состоят в браке	Холосты, не замужем	Всего	Вдовцы, вдовы	Разведены
Занятое население – всего	74,0	13,6	100	4,0	8,4
В том числе:					
мужчины	77,9	15,6	100	1,3	5,2
женщины	69,9	11,6	100	6,8	11,7
Безработные – всего	54,7	30,0	100	3,2	12,1
В том числе:					
мужчины	52,6	34,6	100	1,3	11,5
женщины	57,0	25,1	100	5,2	12,7

Определите и исправьте ошибки и недостатки, которые допущены в этой таблице.

**4.18.** Известны следующие данные о воспроизводственной структуре капитальных вложений по объектам производственно-го назначения в 2003 г.:

(% к итогу)

Направление капитальных вложений	Техническое перевооружение и реконструкция	Расширение действующих предприятий	Новое строительство	Отдельные объекты действующих предприятий	Всего
Капитальные вложения	63	9	15	10	97

Определите:

а) содержат ли данные таблицы ошибку и в чем она выражается;

б) логическим или арифметическим способом контроля можно установить ошибку.

#### 4.19. Разработан следующий макет таблицы.

**Распределение населения по категориям  
занятости и полу**

Группы населения по категориям занятости	Группы населения по полу	Численность населения	
		всего, тыс. чел.	% к итогу
Занятое население	мужчины женщины		
Итого			
Безработные	мужчины женщины		
Итого			
Всего населения по подгруппам	мужчины женщины		
Всего			

Укажите недостатки данного макета таблицы. Переработайте макет с учетом выявленных недостатков и укажите по нему подлежащее, сказуемое и вид таблицы по характеру их разработки.

#### 4.20. Разработан следующий макет таблицы.

**Группировка некоторых коммерческих банков  
по величине капитала**

Показатели	Группы коммерческих банков по величине капитала, млн руб.			
	5,048 – 15,051		15,051 – 25,053	
	всего	в среднем на один банк	всего	в среднем на один банк
Работающие активы, тыс. руб.				
Ликвидные активы, тыс. руб.				
Число банков, ед.				
Численность работающих, чел.				
Суммарные обязательства, тыс. руб.				

Установите недостатки данной таблицы и постройте правильный макет таблицы с указанием подлежащего, сказуемого и вида таблицы по характеру их разработки.

**4.21.** Используя таблицы задач 4.17 и 4.19, постройте все возможные варианты макетов таблиц сопряженности.

## 4.3

### Рекомендации преподавателям

**1. Практические занятия.** Занятия по теме могут быть посвящены рассмотрению различных видов таблиц из различных статистических ежегодников, данных периодической печати, Интернет-ресурсов или данных, составленных преподавателем и студентами. Рекомендуем на практических занятиях рассмотреть подробно табл. 4.1 – 4.8, определяя подлежащее, сказуемое, вид таблицы по характеру их разработки. Далее целесообразно перейти к самостоятельной разработке макетов таблиц (см., например, задачи 4.2 – 4.6) на свободные, названные преподавателем или студентом темы и заданные составителем практикума (см. задачи 4.7 – 4.13). После этого следует рассмотреть методику компоновки статистических данных, представленных в текстовой форме, в табличную на примере решения задач 4.14 – 4.15.

Знания и уровень усвоения материала студентами по данной теме могут быть проверены на задачах типа 4.17 – 4.20, где студенты, основываясь на знаниях и аналитическом мышлении, должны будут выявить и исправить специально допущенные недостатки.

Полезно в процессе занятий не ограничиваться техникой построения таблиц, а предложить студентам проанализировать каждую из них и сформулировать экономические выводы по объектам и процессам, в них рассмотренным.

**2. Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов.** Задания целесообразно составлять из двух частей: 1-я часть – по разработке макетов сложных таблиц; 2-я часть – по самостоятельному подбору студентами заданных видов таблиц из различных статистических ежегодников и данных периодической печати. При этом студенты должны определить основные элементы, виды таблиц по характеру разработки подлежащего и сказуемого, целевое назначение этих таблиц, а также сделать выводы из анализа их данных.

**3. Аудиторная контрольная работа.** Студентам может быть предложено: на определенную тему составить один-два макета таблиц с различной разработкой подлежащего и сказуемого или проанализировать статистические таблицы, взятые из периодической печати или Интернет-ресурсов.

## **ГЛАВА 5**

# **ГРАФИЧЕСКОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ**

### **5.1**

## **Методические указания и решение типовых задач**

При изучении данной темы необходимо обратить внимание на следующее: выявление роли и значения графических методов изображения статистических данных; освоение техники построения различных графических изображений; аналитическое значение графиков.

При выявлении роли и значения графических методов изображения статистических данных необходимо обратить внимание на то, что графические методы в статистике являются способом наглядного изображения результатов статистической сводки и обработки массового материала. При правильном построении графики обладают выразительностью, доступностью, способствуют анализу явлений, их обобщению и изучению. В ряде случаев графики являются незаменимыми средствами анализа, исследования и выявления закономерностей статистических данных.

При освоении техники построения различных графических изображений следует тщательно разобраться в различных методах построения графиков, что достаточно подробно изложено в учебнике.

Главным в определении аналитического значения графиков является определение той формы графических изображений, которая дает наиболее наглядный аналитический результат.

Несмотря на многообразие видов графических изображений, каждый график должен включать следующие элементы: графиче-

ский образ; поле графика; масштабные ориентиры и систему координат.

*Графический образ* — геометрические знаки, совокупность точек, линии, фигуры, с помощью которых изображаются статистические величины. *Поле графика* представляет собой пространство, в котором размещаются геометрические знаки.

*Масштабные ориентиры* статистического графика определяются масштабом и масштабной шкалой. *Масштаб* статистического графика — это мера перевода числовой величины в графическую (рис. 5.1), а *масштабная шкала* — линия, определенные точки которой могут быть прочитаны как определенные числа.

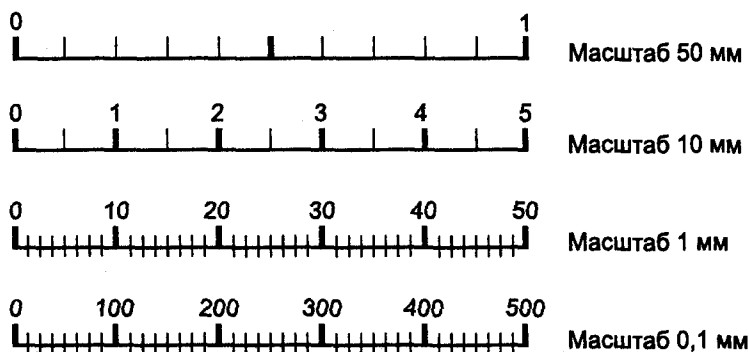


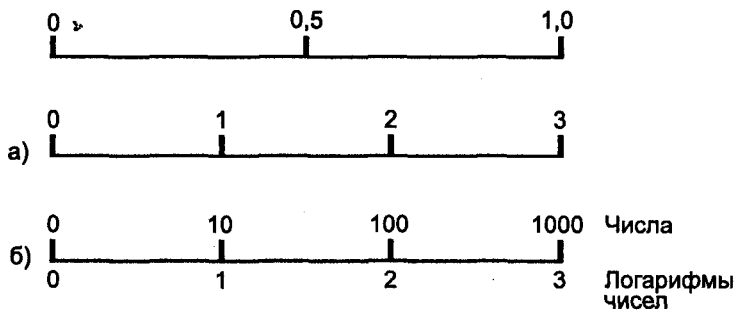
Рис. 5.1. Масштабы

Шкала состоит из линии (носителя шкалы) и ряда помеченных на ней точек, расположенных в определенном порядке. Носитель шкалы может быть представлен прямой или кривой линией. Поэтому шкалы называются прямолинейными и криволинейными (круговые и дуговые).

Шкалы могут быть равномерными и неравномерными (рис. 5.2). Одним из видов неравномерной шкалы является логарифмическая. На этой шкале отрезки пропорциональны не изображаемым величинам, а их логарифмам.

Для размещения геометрических знаков в поле графика необходима система координат. Наиболее распространенной при построении статистических графиков является система прямоугольных координат. При этом наилучшее соотношение масштаба по осям абсцисс и ординат  $1,62 : 1$ , известное под названием





**Рис. 5.2.** Масштабные шкалы:  
 а) – равномерные; б) – неравномерные

«золотое сечение», а для других видов диаграмм нейтральным размером диаграммы является квадрат, полученный из отношения  $5/8$ , где 5 – высота площади диаграммы, а 8 – площадь его основания.

*Масштабом равномерной шкалы* называется длина отрезка (графический интервал), принятого за единицу и измеренного в каких-либо мерах. Чем меньше масштаб (рис. 5.1), тем гуще располагаются на шкале точки, имеющие одно и то же значение. Построить шкалу – это значит на задуманном носителе шкалы разместить точки и обозначить их соответствующими числами согласно условиям задачи (рис. 5.3).



**Рис. 5.3.** Длина отрезка равномерной масштабной шкалы

Для наглядного изображения циклического изменения во времени строятся линейные графики в полярной системе координат. Они носят название радиальных диаграмм. В *радиальных*

диаграммах радиусы обозначают периоды времени, а окружность – величину изучаемого явления (рис. 5.4).

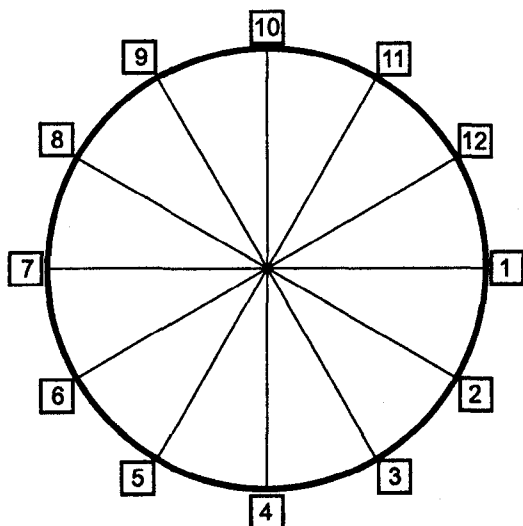


Рис. 5.4. Числовые интервалы в полярной системе координат

На статистических картах пространственная ориентировка задается контурной сеткой, определяющей те территории, к которым относятся статистические характеристики.

В результате изучения данной темы студенты должны научиться строить различные виды диаграмм, статистических карт и уяснить, что в *диаграммах* цифровые данные чаще всего изображаются в виде линий и геометрических фигур (плоскостных и объемных). В *статистических картах* цифровые данные изображаются путем нанесения на контурные географические карты условных знаков в виде точек, различной штриховки или раскраски, диаграммных знаков.

Рассмотрим построение основных видов диаграмм на конкретных числовых примерах.

На *столбиковых диаграммах* статистические данные изображаются в виде вытянутых по вертикали прямоугольников.

При построении столбиковых диаграмм необходимо выполнять следующие требования:

1) шкала, по которой устанавливается высота столбика, должна начинаться с нуля;

2) шкала должна быть, как правило, непрерывной;

3) основания столбиков должны быть равны между собой; столбики могут быть размещены на одинаковом расстоянии друг от друга, вплотную один к другому или наплывом, при котором один столбик частично накладывается на другой;

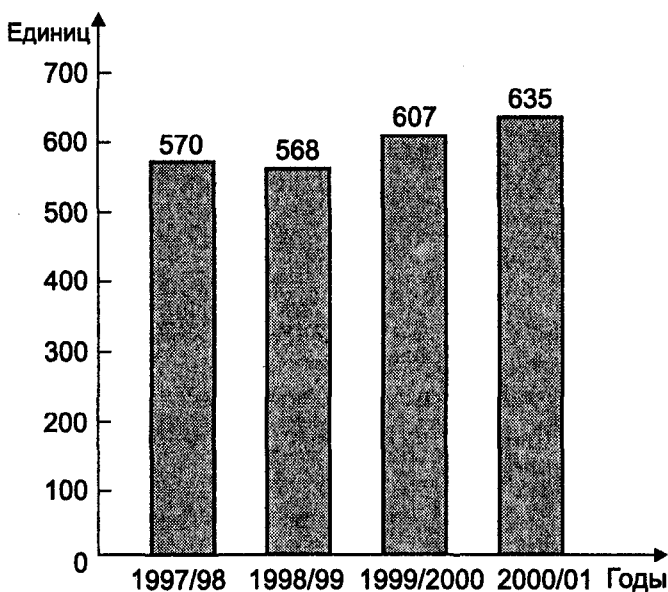
4) наряду с разметкой шкалы соответствующими цифровыми надписями следует снабжать и сами столбцы.

**Пример.** Изобразим графические данные о числе негосударственных общеобразовательных школ России за следующие учебные годы (на начало года), ед.: 1997/98 – 570; 1998/99 – 568; 1999/2000 – 607; 2000/01 – 635.

Исследуем негосударственные общеобразовательные учреждения с помощью столбиковой диаграммы сравнения.

На горизонтальной оси поместим основания шести столбиков на расстоянии 0,5 см друг от друга. Ширина столбиков – 1 см. Масштаб на вертикальной оси – 10 ед. на 1 см (рис. 5.5).

На столбиковой диаграмме изображаемые величины пропорциональны длине столбцов. Из диаграммы видно, что число не-



**Рис. 5.5.** Число общеобразовательных негосударственных школ России за 1997–2001 гг.

государственных школ в 2000/01 учебном году составило 635 ед., что больше, чем во все предыдущие годы. Наименьшее число школ за исследуемый период времени было в 1998/99 учебном году. Из графика также видно, что число школ в 1997/98 и 1998/99 учебных годах почти не изменялось, однако далее количество негосударственных школ увеличивается с каждым годом. Можно предположить, что в следующем году их число также возрастет.

*Полосовые диаграммы* состоят из прямоугольников, расположенных горизонтально (полосами, лентами). В этом случае масштабной шкалой будет горизонтальная ось. Принцип их построения тот же, что и столбиковых.

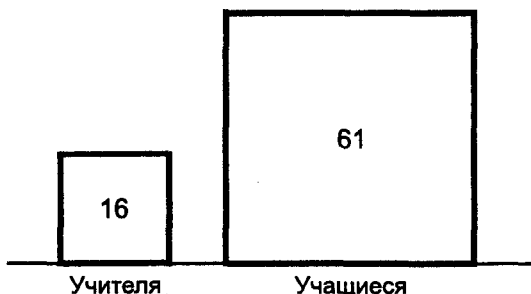
В отличие от столбиковых или полосовых диаграмм в квадратных и круговых диаграммах величина изображаемого явления выражается размером площади.

Чтобы построить *квадратную диаграмму*, необходимо из сравниваемых статистических величин извлечь квадратные корни, а затем построить квадраты со сторонами, пропорциональными полученным результатам.

**Пример.** Построим квадратную диаграмму для сравнения численности учителей и учащихся в негосударственных школах за 2001 г. (на начало года). Для построения диаграммы нужно извлечь квадратные корни из следующих величин: численность учителей – 16 тыс. чел; численность учащихся – 61 тыс. чел. Это составит соответственно 4; 7,81.

Чтобы построить по этим данным квадраты, необходимо выбрать масштаб. Примем 1 см за 0,8 тыс. чел.

Сторонами квадратов на графике будут отрезки, пропорциональные полученным числам (рис. 5.6). Таким образом квадрат-



**Рис. 5.6.** Численность учащихся и учителей в негосударственных школах России на начало 2001 года (тыс. чел.)

ные диаграммы выражают размер явления своей площадью. Из графика видно, что квадрат, изображающий численность учащихся, почти в 4 раза больше квадрата, изображающего численность учителей. Можно сделать вывод о том, что в 2001 г. на одного учителя в среднем приходилось по четыре учащихся.

*Круговые диаграммы* строятся аналогично. Разница состоит лишь в том, что на графике вычерчиваются круги, площади которых пропорциональны квадратным корням из изображаемых величин (рис. 5.7).

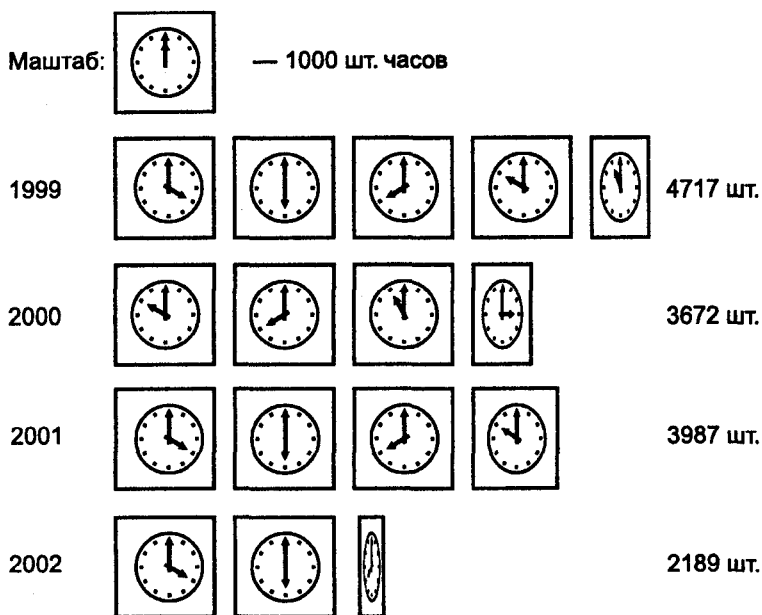


**Рис. 5.7.** Численность учащихся, поступивших в государственные и негосударственные вузы России 2001 г.

Круги изображают исследуемые величины своей площадью. Если поместить один в другой, можно легко сравнить их площади. Из графика видно, что площадь большого круга в 7 – 8 раз больше площади малого круга. На этом основании можно сделать вывод, что в государственные вузы России в 2001 г. поступило учащихся примерно в 7 – 8 раз больше, чем в негосударственные вузы.

*Диаграммы фигур-знаков* представляют собой графические изображения в виде рисунков, силуэтов, фигур, соответствующих содержанию статистических данных. Они отличаются от других видов диаграмм тем, что отдельные величины на них изображаются определенным количеством одинаковых по размеру и типу фигур.

**Пример.** Изобразим динамику производства часов в одном из регионов России за 1999 – 2002 гг. с помощью диаграммы фигур-знаков. Условно примем один рисунок за 1000 штук часов. Тогда число часов: в 1999 г. в размере 4717 шт. должно быть изображено в количестве 4,7 рисунка; в 2000 г. в размере 3672 шт. – 3,7 рисунка; в 2001 г. в размере 3987 шт. – 3,99 рисунка; в 2002 г. в размере 2189 шт. – 2,2 рисунка (рис. 5.8).

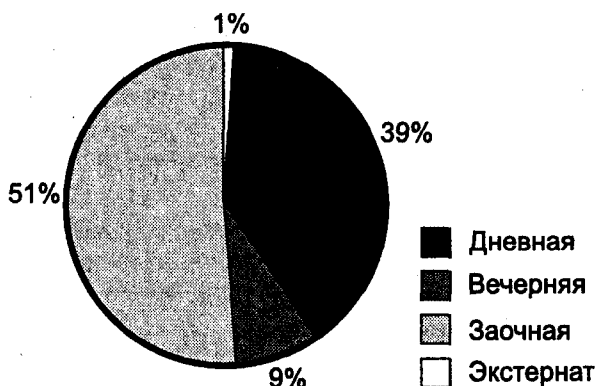


**Рис. 5.8.** Производство часов в одном из регионов России в 1999–2002 гг.

*Секторные диаграммы* удобно строить следующим образом: вся величина явления принимается за 100%, рассчитываются доли отдельных его частей в процентах. Круг разбивается на секторы пропорционально частям изображаемого целого. Таким образом, на 1% приходится 3,6°. Для получения центральных углов

секторов, изображающих доли частей целого, необходимо их процентное выражение умножить на  $3,6^\circ$ .

**Пример.** Изобразим с помощью секторной диаграммы число студентов негосударственных вузов России на начало 2000/01 учебного года по формам обучения. На дневной форме обучается 39% студентов; на вечерней – 9%; на заочной – 51%; на экстернате – 1% студентов. Построим круг произвольного радиуса. По данным о числе студентов, для построения секторов определим центральные углы: для дневной формы центральный угол составил  $140,4^\circ$  ( $41,0 \cdot 3,6$ ); для вечерней –  $32,4^\circ$  ( $9 \cdot 3,6$ ); для заочной –  $183,6^\circ$  ( $51 \cdot 3,6$ ); для экстерната –  $3,6^\circ$  ( $1 \cdot 3,6$ ). При помощи транспортира разделим круг на соответствующие сектора (рис. 5.9).



**Рис. 5.9.** Структура форм обучения студентов государственных и негосударственных вузов России на начало 2000/01 учебного года

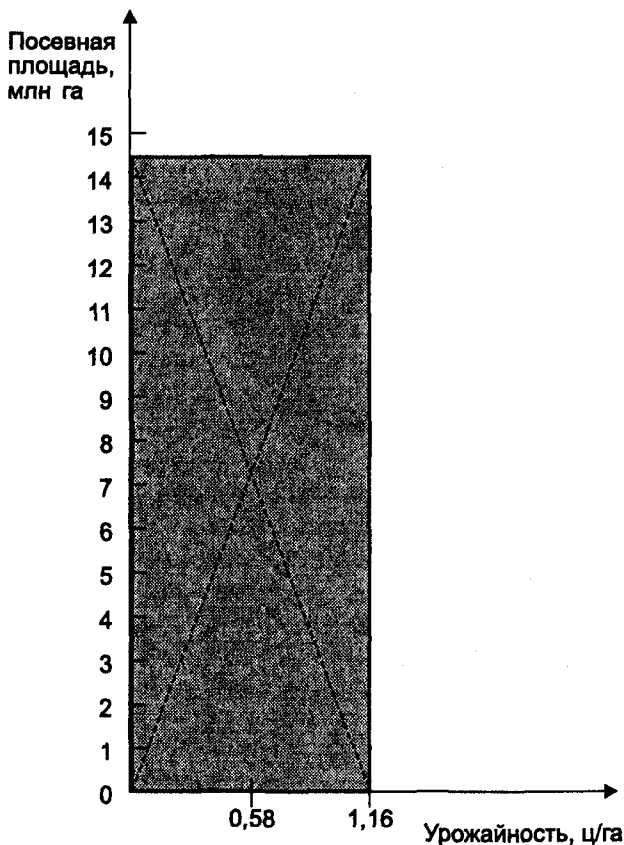
Если данные о структуре какого-либо явления выражаются в абсолютных величинах, то для нахождения секторов необходимо  $360^\circ$  разделить на величину целого, а затем частное от деления последовательно умножить на абсолютные значения частей.

Для одновременного сопоставления трех величин, связанных между собой таким образом, что одна величина является произведением двух других, применяют диаграммы, называемые «знак Варзара».

*Знак Варзара* представляет собой прямоугольник, у которого один сомножитель принят за основание, другой – за высоту, а вся площадь равна произведению.

**Пример.** Имеются данные по сбору яровой пшеницы в одном из регионов России в 2003 г., в котором при посевной площади 14,5 млн. га урожайность составила 1,16 т/га.

В нашем случае в основание прямоугольника положена урожайность яровой пшеницы, высота – посевная площадь, а площадью прямоугольника является валовой сбор яровой пшеницы. Правильность показаний диаграммы можно проверить простыми математическими вычислениями: посевная площадь = валовой сбор / урожайность =  $16800000 / 1,16 = 14482758$  га ( рис. 5.10).



**Рис. 5.10.** Зависимость валового сбора яровой пшеницы от урожайности и посевной площади в одном из регионов России 2003 г.



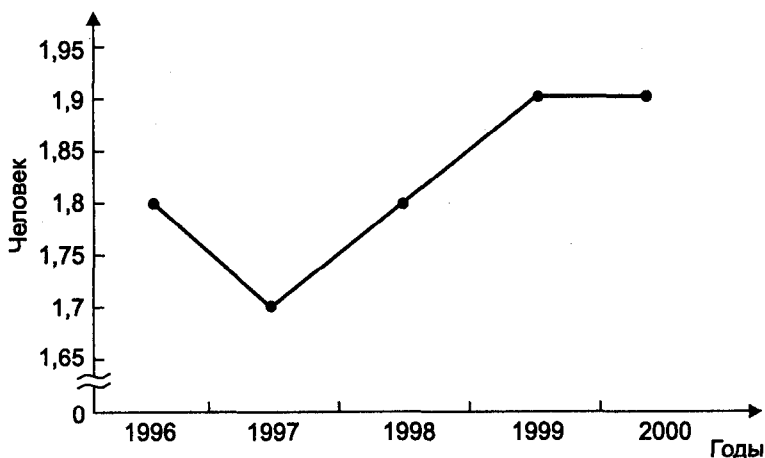
*Линейные диаграммы* широко применяются для характеристики изменений явлений во времени, выполнения плановых заданий, а также для изучения рядов распределения, выявления связи между явлениями. Линейные диаграммы строятся на координатной сетке. Геометрическими знаками в линейных диаграммах служат точки и последовательно соединяющие их отрезки прямой, которые складываются в ломаные кривые.

**Пример.** При помощи линейной диаграммы можно изобразить данные о конкурсе на вступительных экзаменах в высшие учебные заведения в России за 1996 – 2000 гг.; на одного зачисленного приходится державших экзамены:

Год	1996	1997	1998	1999	2000
Конкурс, чел.	1,8	1,7	1,8	1,9	1,9

В прямоугольной системе координат нанесем на ось ординат данные о конкурсе абитуриентов (рис. 5.11). Масштаб – 1 см = 0,05 чел. Из графика видно, что положение кривой определяется не только данными о конкурсе, но и интервалами времени между датами.

Нередко на одной линейной диаграмме приводятся несколько кривых, которые дают сравнительную характеристику дина-



**Рис. 5.11.** Конкурс на вступительных экзаменах в высшие учебные заведения России за 1996–2000 гг. (на одного зачисленного, приходится державших экзамены, чел.)

мики различных показателей или одного и того же показателя для разных территорий. Методика построения таких кривых не отличается от построения графика на рис. 5.11. Из данных рис. 5.11 видно, как меняется конкурс в вузы за 1996 – 2000 гг. В 1997 г. конкурс заметно снизился по сравнению с конкурсом в 1996 г. Однако с 1997 г. конкурс в высшие учебные заведения возрастал и в 1999 г. превысил конкурс 1996 г. С 1999 по 2000 г. конкурс в вузы России оставался неизменным.

Ряды распределения чаще всего изображаются в виде *полигона* или *гистограммы*. Полигон строят в основном для изображения дискретных рядов. При его построении на оси абсцисс откладываются значения варьирующего признака, а на оси ординат – абсолютные или относительные численности единиц совокупности (частоты или частоты). Полигон на рис. 5.12 построен на основании (условных) данных о распределении семей по числу детей.

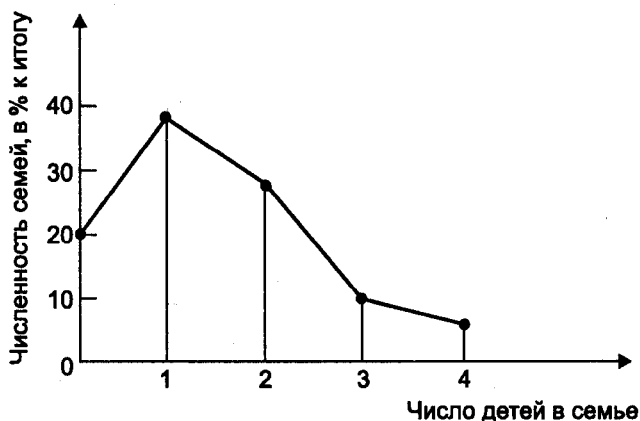


Рис. 5.12. Полигон распределения семей по числу детей в одном из регионов в 2003 г.

Гистограмма распределения применяется чаще всего для изображения интервальных рядов. Для ее построения по оси абсцисс откладываются интервалы признака, а по оси ординат – численности единиц совокупности. На отрезках, изображающих интервалы, строят прямоугольники, площади которых пропорциональны численностям единиц (рис. 5.13).

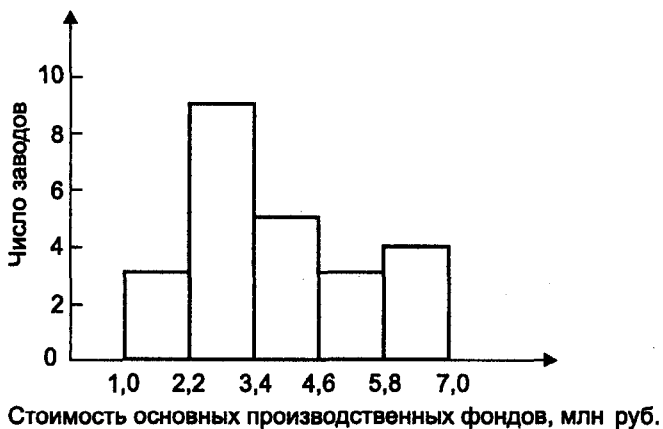


Рис. 5.13. Гистограмма распределения фирм в одной из отраслей по стоимости основных производственных фондов

В ряде случаев для изображения вариационных рядов используется кумулятивная кривая (*кумулята*). Для ее построения значения варьирующего признака откладываются на оси абсцисс, а на оси ординат помещаются накопленные итоги частот или частостей (рис. 5.14).

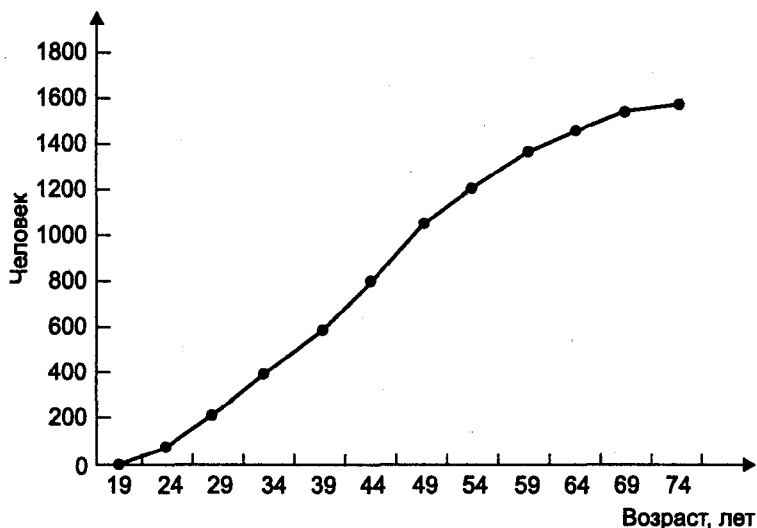


Рис. 5.14. Кумулята распределения населения в одном из регионов России

Если поместить на оси абсцисс накопленные частоты, а на оси ординат нарастающие итоги значений группировочного признака, то в том случае мы получим кривую, называемую *кривой концентрации* (глава 11).

Для графического изображения взаимосвязи между явлениями на оси абсцисс необходимо поместить значения признака-фактора, а на оси ординат – значения признака-результата (рис. 9.1).

Разновидностью линейной диаграммы является *радиальная диаграмма*, которая применяется для изображения рядов динамики при наличии в них сезонных колебаний. Построение радиальной диаграммы разберем на следующем примере.

**Пример.** Имеются данные (условные) о продаже моркови на рынках сельхозпродуктов города в 2003 г.:

Месяцы	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Итого за год
Морковь, ц	36	42	44	54	43	70	41	43	39	37	37	34	520

Определим среднемесячную продажу моркови. Она составляет 43,3 ц.

Вычертим круг радиусом, равным среднемесячному показателю ( $R = 43,3$  ц). На горизонтальном диаметре построим шкалу, взяв длину радиуса, равную 2,7 см. Следовательно,  $1 \text{ см} = 43,3 / 2,7 \approx 16$  ц. Затем весь круг разделим на 12 радиусов (соответственно числу месяцев в году). На радиусе сделаем отметку согласно масштабу исходя из приведенных данных за каждый месяц. Данные, которые превысили среднемесячный уровень, отмечаются за пределами окружности на продолжении радиуса. Отметки различных месяцев соединяются между собой (рис. 5.15).

*Картограммы* делятся на фоновые и точечные.

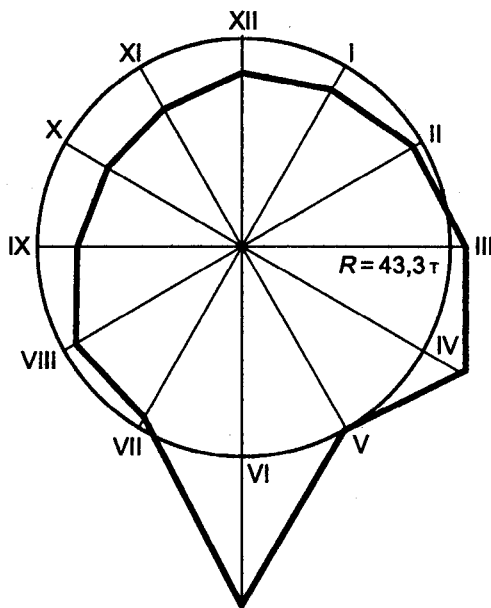
**Пример.** Построим фоновую картограмму по данным табл. 5.1.

Таблица 5.1

Численность студентов из СНГ в российских вузах на начало 2000/01 учебного года

Страны СНГ	Численность студентов, тыс. чел.
Азербайджан	1,2
Армения	1,1
Белоруссия	3,4
Грузия	0,8

Страны СНГ	Численность студентов, тыс. чел.
Казахстан	16,7
Киргизия	1,2
Молдавия	1
Таджикистан	0,3
Туркмения	0,5
Узбекистан	3,2
Украина	5



**Рис. 5.15.** Продажа моркови на рынках сельхозпродуктов в одном из городов в 2002 г.

Разобьем всю совокупность на три группы: менее 2000 человек, куда войдут Азербайджан, Армения, Грузия, Киргизия, Молдавия, Таджикистан и Туркмения. От 2000 до 10000 чел. – Белоруссия, Узбекистан и Украина. Более 10000 – Казахстан (рис. 5.16).

Проанализировав картограмму, можно сделать вывод о том, что больше всего студентов прибывает в Россию на обучение из Казахстана, более 10000 чел. От 2000 до 10000 чел. прибывают в Россию



Рис. 5.16. Картограмма численности студентов стран СНГ, обучающихся в российских вузах на начало 2000/01 учебного года (тыс. чел.)

из Узбекистана, Украины и Белоруссии. Из остальных стран СНГ, таких как Азербайджан, Армения, Грузия, Молдавия, Таджикистан и Туркменистан, на обучение прибывает менее 2000 человек.

При построении *точечной картограммы* графическим изображением статистических данных являются точки, размещенные в пределах территориальных единиц.

Принцип построения *картодиаграммы* заключается в том, что на контурной карте составные части какой-либо диаграммы размещаются на площади, отведенной определенному территори-

альному подразделению страны (а на картах мира или частей света – определенной стране).

**Пример.** По данным (табл. 5.2) построим картодиаграмму.

Таблица 5.2

**Численность иностранных студентов, обучающихся в государственных высших учебных заведениях России в 2000 г.**

Наименование	Численность студентов, тыс. чел.
Европа	8,8
Азия	27,9
США	1,8
Латинская Америка	0,9
Канада	0,2
Африка	9,7
Австралия	0,1

Численность студентов на картодиаграмме будет изображена кругом;

величина исследуемого явления выражена площадью фигуры.

Для построения картодиаграммы извлечем квадратные корни из данных величин (рис. 5.17).



**Рис. 5.17.** Картодиаграмма численности иностранных студентов, обучающихся в государственных высших учебных заведениях России в 2000 г. (тыс. чел.)

Из данной картодиаграммы можно сделать вывод: в Россию прибывают учиться студенты в основном из стран Азии, Африки и Европы. Из стран Австралии, Канады, США и Латинской Америки в Российской Федерации учится гораздо меньше студентов.

## 5.2 Задачи и упражнения

5.1. При помощи столбиковой диаграммы изобразите данные о числе заключенных браков населением России (тыс. чел.):

1990	1995	1998	2002
1320	1075	849	1001

5.2. По данным о числе профессиональных театров в России (на конец года) по видам изобразите структуру совокупности с помощью столбиковых и полосовых диаграмм:

	1985	1990	1995	2000	2001
Число профессиональных театров – всего	338	382	470	347	527
В том числе					
оперы и балета	26	31	50	65	66
драмы, комедии и музыкальные	203	233	275	318	303
детские и юного зрителя	109	118	138	151	145
прочие	0	0	7	13	13

5.3 При помощи квадратной и круговой диаграммы сопоставьте следующие данные о вводе в действие жилых домов в городах и поселках городского типа в России (млн. м<sup>2</sup> общей площади):

1980	1985	1990	1995	2000
45	44,1	43,8	32,1	23,1

5.4. По данным о численности персонала, занятого исследованием и разработками в России за 1992 – 2000 гг., постройте столбиковые, полосовые и секторные диаграммы:



(млн чел.)

	1992	1995	1998	2000	2001
Численность персонала – всего	1532,6	1061	855,2	887,7	895
В том числе:					
исследователи	804	518,7	417	426	428,3
техники	180,7	101,4	74,8	75,2	75,3
вспомогательный персонал	382,2	274,9	220,1	240,5	243,6
прочий персонал	165,7	166	143,3	146	147,5

5.5. По материалам выборочного обследования бюджетов домашних хозяйств в 2000 г. получены данные о структуре расходов на конечное потребление населения России:

(%)

	Городская местность	Сельская местность
Все потребительские расходы	100	100
В том числе:		
продукты питания	45	39
непродовольственные товары	32	25
оплата услуг	13	8
алкогольные напитки	2	2
стоимость натуральных поступлений продуктов питания	6	25
стоимость предоставленных в натуральном выражении дотаций и льгот	2	1

Постройте диаграммы, изображающие структуру. Укажите, к какому виду графиков они относятся.

5.6. Имеются данные о выпуске учащихся общеобразовательными учреждениями:

тыс. чел.

Годы	Окончил основную школу			Окончил среднюю (полную) школу		
	итого	в том числе		итого	в том числе	
		дневную	вечернюю		дневную	вечернюю
1985	1820	1790	30	1473	925	548
1990	1894	1863	31	1035	910	125
1995	1918	1853	65	1045	934	111
2000	2200	2133	6	1458	1322	136

Постройте диаграммы:

а) столбиковые;

б) секторные.

5.7. По данным о грузообороте по видам транспорта общего пользования в России за 1990 – 2001 гг. постройте диаграммы: а) квадратные; б) круговые; в) секторные.

(млрд/ткм)

Показатели	1990	1995	2000	2001
Все виды транспорта	5890,6	3532,6	3479,5	3591,6
В том числе:				
железнодорожный	2523	1214	1373	1434
автомобильный	68	31	23	23
трубопроводный	2575	1899	1916	1962
морской	508	297	100	94
внутренний водный	214	90	65	76
воздушный	2,6	1,6	2,5	2,6

5.8. С помощью фигур-знаков изобразите графически данные о производстве телевизоров цветного изображения в России (тыс. шт.):

1990	1995	1998	2001
2657	370	293	981

5.9. Изобразите в виде квадратной и круговой диаграммы данные о числе крестьянских ( фермерских ) хозяйств 1 января (в тыс.):

1993	1996	1999	2001	2002
182,8	280,1	270,2	261,7	265,5

5.10. Постройте знак Варзара по следующим данным.

Вклады населения в Сберегательном банке Российской Федерации в 2003 г. (на начало года):

Число вкладов, млн	232,9
Сумма вкладов, млн руб.	265996,1
Средний размер вклада, руб.	1142,1

5.11. Имеются данные о посевной площади, валовом сборе и урожайности отдельных зерновых культур (в хозяйствах всех категорий) в РФ:

Показатели	1995	1997	2000	2001
Валовой сбор зерновых культур (в весе после доработки), млн т	63,4	88,6	65,5	85,2
В том числе:				
пшеница яровая	16,3	23,7	17,3	15,2
ячмень яровой	14,5	19,5	12,3	9,5
овес	8,6	9,4	6	4,9
Урожайность зерновых культур (в весе после доработки), ц с 1 га	13,1	17,8	15,6	19,4
В том числе:				
пшеница яровая	11,7	15,3	12,7	15,7
ячмень яровой	12	17,1	15,5	19
овес	12,2	16,1	14,7	17,1
Посевная площадь под зерно- выми культурами, тыс. га	54705	53634	45636	47241
В том числе:				
пшеница яровая	15715	17112	15278	15240
ячмень яровой	14242	12027	8644	9479
овес	7928	6438	4518	4869

Изобразите приведенные в таблице данные при помощи диаграмм:

- а) квадратных;
- б) круговых;
- в) столбиковых;
- г) знака Варзара.

Самостоятельно определите, по каким показателям какие диаграммы строить.

**5.12.** Постройте линейные графики по данным о численности незанятого населения в народном хозяйстве и заявленной потребности в работниках по региону за 2002 – 2003 гг. на начало месяца. Кривые нанести на одну диаграмму (цифры условные):

(тыс. чел.)

Месяц	2002		2003	
	численность незанятых	заявленная потребность	численность незанятых	заявленная потребность
Январь	475	706	995	310
Февраль	520	530	1040	315

Месяц	2002		2003	
	численность незанятых	заявленная потребность	численность незанятых	заявленная потребность
Март	585	470	1075	335
Апрель	660	431	1080	382
Май	720	405	1070	440
Июнь	761	399	1030	500
Июль	801	387	996	515
Август	875	370	985	512
Сентябрь	913	355	974	504
Октябрь	952	330	982	475
Ноябрь	1005	305	1025	420
Декабрь	990	301	1070	370

Какие выводы можно сделать, рассматривая построенную диаграмму?

5.13. Дана динамика производства отдельных видов продукции промышленности строительных материалов в одном из регионов России за 9 месяцев 2003 г. (цифры условные):

(в % к соответствующему периоду предыдущего года)

Показатели	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль	Август	Сентябрь
Цемент	94	93	101	95	106	108	104	104	97
Строительный кирпич	83	95	93	92	99,9	97	102	102	97
Шифер	101	110	89	130	168	121	110	117	132

Постройте линейные графики (все кривые нанесите на одну диаграмму). Сделайте выводы по полученной диаграмме.

5.14. Имеются следующие данные, характеризующие динамику развития внешней торговли Российской Федерации (по данным таможенной статистики):

(млн долл. США)

Год	Внешнеторговый оборот	В том числе	
		экспорт	импорт
1994	101,9	63,3	38,6
1995	124,9	78,2	46,7
1996	131,7	85,2	46,5
1997	138,2	85,1	53,1
1998	114,9	71,3	43,6
1999	103,2	72,9	30,3
2000	136,9	103	33,9

Постройте линейные графики (все кривые нанесите на одну диаграмму). Сделайте выводы на основе полученной диаграммы.

5.15. Продажа основных продуктов на рынках одного из городов по месяцам 2003 г. характеризуется следующими данными:

Продукты	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Картофель, тыс. т	2,4	3,7	3,8	5,5	5,2	9,7	15	12	14	11	6,6	6,5
Овощи, тыс. т	2,2	2,9	3,3	4,1	8,4	7,9	20	16	16	6,5	3,6	2,9
Мясо, т	186	168	175	215	216	167	125	146	154	246	317	234
Плоды, ягоды, виноград, тыс. т	30	40	43	54	67	29	35	34	45	35	29	29

Постройте радиальные диаграммы по каждому виду продуктов питания. Проанализируйте сезонный характер изменения продажи продуктов.

5.16. Постройте радиальную диаграмму по данным о производстве шоколада и шоколадных изделий по одному из кондитерских объединений по месяцам 2003 г. (т):

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
970	880	974	1010	850	930	460	730	947	965	880	920

5.17. По данным, характеризующим число родившихся в городе по месяцам за три года, постройте спиральную диаграмму:

(тыс. чел.)

Месяц	2001	2002	2003
Январь	655	706	850
Февраль	389	978	962
Март	765	852	730
Апрель	855	396	379
Май	380	665	451
Июнь	242	856	381
Июль	646	572	752
Август	660	721	843
Сентябрь	351	405	317
Октябрь	375	368	389
Ноябрь	962	743	735
Декабрь	745	889	634

5.18. Постройте радиальную и спиральную диаграммы по данным об объемах продажи кондитерских изделий в магазинах города по месяцам за четыре года:

(тыс. кг)

Месяц	2000	2001	2002	2003
Январь	403	365	373	420
Февраль	387	412	305	450
Март	398	346	366	416
Апрель	487	405	457	479
Май	523	475	517	506
Июнь	508	504	543	601
Июль	449	407	438	501
Август	468	367	440	520
Сентябрь	450	448	427	459
Октябрь	444	443	388	525
Ноябрь	405	415	401	498
Декабрь	487	379	387	481

5.19. Имеются следующие данные о распределении общего объема денежных доходов населения России за январь – сентябрь 1995 – 2000 гг.

(%)

	1995	2000
Денежные доходы – всего	100,0	100,0
В том числе по 20%-ным группам населения:		
первая (с наименьшими доходами)	5,4	5,5
вторая	9,9	10,5
третья	15,2	15,2
четвертая	22,5	22,4
пятая (с наивысшими доходами)	47,0	46,7

Постройте график Лоренца и установите, в каком направлении изменилась концентрация общего объема денежных доходов населения за этот период.

**5.20.** По областям Центрально-Черноземного района РФ на 09.10.2002 г. имеются следующие данные:

Области	Территория, тыс. км <sup>2</sup>	Численность населения, тыс. чел.
Белгородская	27,1	1512,4
Воронежская	52,4	2379,0
Курская	29,8	1235,6
Липецкая	24,1	1213,4
Тамбовская	34,3	1179,6
Итого	167,7	7520

Постройте картограмму «Плотность населения Центрально-Черноземного района РФ по областям на 09.10.2002 г.» а) точную; б) фоновую. Что показывает построенная картограмма?

**5.21.** По 16 административным районам одной из областей имеются данные, характеризующие посевные площади озимого ячменя и его урожайность в 2003 г.:

(ц/га)

Но- мер рай- она	Посевная площадь, тыс. га	Урожайность озимого ячменя, ц/га	Но- мер рай- она	Посевная площадь, тыс. га	Урожайность озимого ячменя, ц/га
1	14,1	17,5	9	15,9	31,6
2	9,2	20,1	10	2,6	18,1
3	10,2	36,1	11	9,3	24,3
4	3,1	27,2	12	17,4	26,3
5	3,3	28,1	13	19,9	28,2
6	2,4	16,1	14	21,7	22,5
7	11,1	16,4	15	12,1	19,5
8	9,9	32,3	16	4,1	16,9

Постройте:

а) картограмму с помощью штриховки для характеристики изменения урожайности в районах области;

б) точечную картограмму для характеристики размещения посевов ячменя в районах.

*Указание.* Схематическую карту области и размещение на ней районов сделайте по собственному усмотрению.

5.22. По 10 районам области имеются следующие данные о производстве некоторых видов продукции за 2003 г.:

(тыс. ц)

Номер района	Зерно, ц	Молоко	Мясо в живом весе скота	
			крупного рогатого	свиней
1	95,1	14,8	1,7	13,9
2	122,3	14,5	1,6	13,8
3	393,9	58,0	7,7	10,3
4	220,6	40,1	4,5	5,5
5	53,3	15,0	1,6	0,7
6	31,1	14,5	0,8	0,9
7	290,8	37,7	4,5	8,4
8	119,8	38,9	3,4	9,2
9	267,1	46,8	5,4	15,5
10	314,5	44,8	4,4	11,5



Постройте картодиаграмму, изобразив:

- а) производство зерна с помощью столбиковых диаграмм;
- б) производство молока при помощи квадратных диаграмм;
- в) производство мяса в живом весе с помощью круговых диаграмм.

*Указание.* Схематическую карту области постройте произвольно.

**5.23.** Имеются следующие данные о распределении строительных фирм в сельской местности по объему капитальных вложений. Постройте полигон и гистограмму распределения:

Группы строительных фирм по объему капитальных вложений, млн руб.	До 200	201 – 300	301 – 400	Свыше 400	Итого
Число фирм, % к итогу	15,1	17,4	30,5	37,0	100

**5.24.** Постройте полигон возрастной структуры лиц с учеными степенями по состоянию на конец 2003 г.

(%)

Группы лиц по возрасту, лет	Менее 29	30 – 39	40 – 49	50 – 59	60 – 69	70 и выше	Итого
Число кандидатов наук	0,2	10,6	28,6	31,3	23,8	5,5	100

## 5.3

### Рекомендации преподавателям

**1. Практические занятия.** Занятия по этой теме можно проводить лишь в том случае, если студенты обеспечены всеми необходимыми принадлежностями (циркулями, транспортирами, линейками и т. п.). Целесообразно дать задания по построению различных графиков. Выполненные графики следует продемонстрировать всей аудитории и провести их краткий разбор (оценить достоинства, указать недостатки, сделать выводы на основе графика).

2. Задание для самостоятельной внеаудиторной работы. Его можно дать так, чтобы студент самостоятельно нашел данные для построения заданного ему графика в Интернет-ресурсах. Из выполненных графиков можно организовать выставку.

3. Аудиторная контрольная работа. По этой теме такая работа представляется нецелесообразной.

## **ГЛАВА 6**

# **ФОРМЫ ВЫРАЖЕНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ**

### **6.1**

## **Методические указания и решение типовых задач**

Теория статистических показателей в экономической науке и практике имеет исключительно большое значение. Отчетность предприятий и организаций, внутрифирменное и стратегическое планирование, исследовательская и аналитическая работа, моделирование и прогнозирование базируются на использовании различных систем статистических показателей. Именно поэтому теория статистических показателей занимает одно из центральных мест в курсе теории статистики. Последующие темы курса во многом опираются на теорию статистических показателей.

При изучении данной темы особое внимание рекомендуется уделить классификации статистических показателей и принципам выбора конкретной их формы в зависимости от имеющихся данных и поставленной задачи.

*Статистический показатель* представляет собой количественную характеристику социально-экономических явлений и процессов в условиях качественной определенности. Качественная определенность показателя заключается в том, что он непосредственно связан с внутренним содержанием изучаемого явления или процесса, его сущностью.

Все используемые в статистической практике показатели по форме выражения классифицируются на абсолютные, относительные и средние.

*Абсолютные показатели.* Данные показатели отражают физические размеры изучаемых статистикой процессов и явлений, а именно их массу, площадь, объем, протяженность, временные характеристики, а также могут представлять объем совокупности, т. е. число составляющих ее единиц. К абсолютным показателям, например, относятся площадь территории страны, объем промышленного производства, эксплуатационная длина железнодорожных путей сообщения, число предприятий отрасли и т. п.

Абсолютные статистические показатели всегда являются именованными числами. В зависимости от социально-экономической сущности исследуемых явлений, их физических свойств они выражаются в натуральных, стоимостных или трудовых единицах измерения.

В международной практике используются такие *натуральные единицы измерения*, как тонны, килограммы, квадратные, кубические и простые метры, километры, мили, литры, баррели, штуки и т. д.

В группу натуральных также входят условно-натуральные измерители, которые используются в тех случаях, когда какой-либо продукт имеет несколько разновидностей и общий объем можно определить только исходя из общего для всех разновидностей потребительского свойства. Так, различные виды органического топлива переводятся в условное топливо с теплотой сгорания 29,3 МДж/кг (7000 ккал/кг), мыло разных сортов – в условное мыло с 40%-ным содержанием жирных кислот, консервы различного объема – в условные консервные банки объемом 353,4 см<sup>3</sup> и т. д. Перевод в условные единицы измерения осуществляется на основе специальных коэффициентов, рассчитываемых как отношение уровня потребительских свойств отдельных разновидностей продукта к эталонному значению.

*Пример.* В 2001 г. в РФ было добыто 348 млн т нефти. Зная теплоту сгорания нефти, равную 45,0 МДж/кг, рассчитаем коэф-

фициент перевода:  $\frac{45,0}{29,3} = 1,536$ . С учетом данного коэффициента

добытый объем нефти эквивалентен 535 млн т условного топлива (348 · 1,536).

В условиях рыночной экономики особое значение имеют *стоимостные единицы измерения*, позволяющие дать денежную оценку социально-экономическим объектам и явлениям.

К *трудовым единицам измерения*, позволяющим учитывать как общие затраты труда на предприятии, так и трудоемкость отдельных операций технологического процесса, относятся человеко-дни и человеко-часы.

В статистической практике для аналитических целей широко применяются относительные показатели.

*Относительные показатели.* Они представляют собой результат деления одного абсолютного показателя на другой и выражают соотношение между количественными характеристиками социально-экономических процессов и явлений. Поэтому по отношению к абсолютным показателям относительные показатели, или показатели в форме относительных величин, являются производными, вторичными.

При расчете относительного показателя абсолютный показатель, находящийся в числителе получаемого отношения, называется *текущим*, или *сравниваемым*. Показатель же, с которым производится сравнение и который находится в знаменателе, называется *основанием*, или *базой сравнения*. Таким образом, рассчитываемый относительный показатель указывает, во сколько раз сравниваемый абсолютный показатель больше базисного, или какую долю он составляет от базисного показателя, или сколько единиц первого приходится на 1, 100, 1000 и т. д. единиц второго. Относительный показатель может выражаться в коэффициентах, процентах, промилле, продецимилле или быть именованным числом.

Все используемые на практике относительные статистические показатели можно подразделить на следующие виды: показатели динамики, плана, реализации плана, структуры, координации, интенсивности и уровня экономического развития, сравнения.

*Относительный показатель динамики (ОПД)* представляет собой отношение уровня исследуемого процесса или явления за данный период времени (по состоянию на данный момент времени) и уровня этого же процесса или явления в прошлом:

$$\text{ОПД} = \frac{\text{Текущий уровень}}{\text{Предшествующий или базисный уровень}}$$

Рассчитанная таким образом величина показывает, во сколько раз текущий уровень превышает предшествующий (базисный) или какую долю от последнего он составляет. Данный показатель

может быть выражен кратным отношением или переведен в проценты.

Различают относительные показатели динамики с постоянной и переменной базой сравнения. Если сравнение осуществляется с одним и тем же базисным уровнем, например первым годом рассматриваемого периода, получают относительные показатели динамики с постоянной базой (базисные). При расчете относительных показателей динамики с переменной базой (цепных) сравнение осуществляется с предшествующим уровнем, т. е. основание относительной величины последовательно меняется.

**Пример.** Производство сахара-песка в РФ в 1998 – 2001 гг. характеризуется следующими данными (табл. 6.1):

Таблица 6.1

	1998	1999	2000	2001
Объем производства, тыс. т	4745	6808	6077	6567

Рассчитаем относительные показатели динамики с переменной и постоянной базой сравнения:

Переменная база сравнения (цепные показатели)	Постоянная база сравнения (базисные показатели)
$\frac{6808}{4745} \cdot 100\% = 143,5\%$	$\frac{6808}{4745} \cdot 100\% = 143,5\%$
$\frac{6077}{6808} \cdot 100\% = 89,3\%$	$\frac{6077}{4745} \cdot 100\% = 128,1\%$
$\frac{6567}{6077} \cdot 100\% = 108,0\%$	$\frac{6567}{4745} \cdot 100\% = 138,4\%$

Относительные показатели динамики с переменной и постоянной базой сравнения взаимосвязаны между собой следующим образом: произведение всех относительных показателей с переменной базой равно относительному показателю с постоянной базой за исследуемый период. Так, для рассчитанных показателей

(предварительно переведя их из процентов в коэффициенты) получим:

$$1,435 \cdot 0,893 \cdot 1,080 = 1,384 \text{ или } 138,4\%.$$

*Относительные показатели плана и реализации плана.* Все субъекты финансово-хозяйственной деятельности (от малых предприятий и до крупных корпораций) в той или иной степени осуществляют как текущее, так и стратегическое планирование, а также сравнивают реально достигнутые результаты с ранее намеченными. Для этой цели используются относительные показатели плана (ОПП) и реализации плана (ОПРП):

$$\text{ОПП} = \frac{\text{Уровень, планируемый на } (i + 1)\text{-й период}}{\text{Уровень, достигнутый в } i\text{-м периоде}};$$

$$\text{ОПРП} = \frac{\text{Уровень, достигнутый в } (i + 1)\text{-й период}}{\text{Уровень, планированный на } (i + 1)\text{-й период}}.$$

Первый из показателей характеризует напряженность плана, т. е. во сколько раз намечаемый объем производства (или какой-либо финансовый результат деятельности предприятия) превысит достигнутый уровень или сколько процентов от этого уровня составит. Второй показатель отражает фактический объем производства в процентах или коэффициентах по сравнению с плановым уровнем.

**Пример.** Предположим, оборот торговой фирмы в 2002 г. составил 2,0 млн руб. Исходя из проведенного анализа складывающихся на рынке тенденций руководство фирмы считает реальным в следующем году довести оборот до 2,8 млн руб. В этом случае относительный показатель плана, представляющий собой отношение планируемой величины к фактически достигнутой,

составит  $140\% \left( \frac{2,8}{2,0} \cdot 100\% \right)$ . Предположим теперь, что фактиче-

ский оборот фирмы за 2003 г. составил 2,6 млн руб. Тогда относительный показатель реализации плана, определяемый как отношение фактически достигнутой величины к ранее планирован-

ной, составит  $92,9\% \left( \frac{2,6}{2,8} \cdot 100\% \right)$ .

Между относительными показателями плана, реализации плана и динамики существует следующая взаимосвязь:

$$\text{ОПП} \cdot \text{ОПРП} = \text{ОПД.}$$

В нашем примере:

$$1,40 \cdot 0,929 = 1,3, \text{ или } \frac{2,6}{2,0} = 1,3.$$

Основываясь на этой взаимосвязи по любым двум известным величинам, при необходимости всегда можно определить третью неизвестную величину.

*Относительный показатель структуры* (ОПС) представляет собой соотношение структурных частей изучаемого объекта и их целого:

$$\text{ОПС} = \frac{\text{Показатель, характеризующий часть совокупности}}{\text{Показатель по всей совокупности в целом}}$$

Выражается относительный показатель структуры в долях единицы или в процентах. Рассчитанные величины, соответственно называемые долями или удельными весами, показывают, какой долей обладает или какой удельный вес имеет та или иная часть в общем итоге.

**Пример.** Рассмотрим табл. 6.2. Рассчитанные в последней графе табл. 6.2 проценты представляют собой относительные показатели структуры (в данном случае – удельные веса). Сумма всех удельных весов всегда должна быть строго равна 100%.

Таблица 6.2  
Структура валового внутреннего продукта РФ в 2001 г.

	Объем	
	млрд. руб.	% к итогу
ВВП – всего	9041	100
В том числе:		
производство товаров	3490	38,6
производство услуг	4452	49,2
чистые налоги на продукты	1099	12,2

*Относительный показатель координации (ОПК)* представляет собой отношение одной части совокупности к другой части этой же совокупности:

$$\text{ОПК} = \frac{\text{Показатель, характеризующий } i\text{-ю часть совокупности}}{\text{Показатель, характеризующий часть совокупности выбранную в качестве базы сравнения}}$$

При этом в качестве базы сравнения выбирается та часть, которая имеет наибольший удельный вес или является приоритетной с экономической, социальной или какой-либо другой точки зрения. В результате получают, во сколько раз данная часть больше базисной, или сколько процентов от нее составляет, или сколько единиц данной структурной части приходится на 1 единицу (иногда — на 100, 1000 и т. д. единиц) базисной структурной части. Так, на основе данных приведенной выше табл. 6.2 мы можем вычислить, что на каждый миллиард рублей произведенных товаров приходится 1,28 млрд руб. произведенных услуг  $\left(\frac{4452}{3490}\right)$  и 0,31 млрд руб. чистых налогов на продукты  $\left(\frac{1099}{3490}\right)$ .

*Относительный показатель интенсивности (ОПИ)* характеризует степень распространения изучаемого процесса или явления и представляет собой отношение исследуемого показателя к размеру присущей ему среды:

$$\text{ОПИ} = \frac{\text{Показатель, характеризующий явление А}}{\text{Показатель, характеризующий среду распространения явления А}}$$

Данный показатель получают сопоставлением разноименных, но взаимосвязанных в своем развитии величин. Поэтому наиболее часто он представляет собой именованную величину, но может быть выражен и в процентах, промилле, продецимилле.

Обычно относительный показатель интенсивности рассчитывается в тех случаях, когда абсолютная величина оказывается недостаточной для формулировки обоснованных выводов о масштабах явления, его размерах, насыщенности, плотности распространения. Например, для определения уровня обеспеченности населения легковыми автомобилями рассчитывается число авто-



машин, приходящихся на 100 семей; для определения плотности населения рассчитывается число людей, приходящихся на 1 км<sup>2</sup>.

**Пример.** На конец 2000 г. численность граждан, состоящих на учете в службе занятости, составляла 1037 тыс. чел., а число заявленных предприятиями вакансий – 610 тыс. Отсюда следует, что на каждых 100 незанятых приходилось 59 свободных мест

$$\left( \frac{610}{1037} \cdot 100 \right).$$

Разновидностью относительных показателей интенсивности являются *относительные показатели уровня экономического развития*, характеризующие производство продукции в расчете на душу населения и играющие важную роль в оценке развития экономики государства. Так как объемные показатели производства по своей природе являются интервальными, а показатель численности населения – моментным, в расчете используют среднюю за период численность населения (например, среднегодовую).

**Пример.** Рассматривая лишь абсолютный размер ВВП России в 2001 г. (9041 млрд руб.), трудно оценить или «почувствовать» эту величину. Для того чтобы на основе данной цифры сделать вывод об уровне развития экономики, необходимо сопоставить ее со среднегодовой численностью населения страны (144,4 млн чел.), которая в простейшем случае рассчитывается как полусумма численности населения на начало и на конец года. В результате размер ВВП на душу населения составит 62,6 тыс. руб.

$$\left( \frac{9041 \text{ млрд руб.}}{0,1444 \text{ млн чел.}} \right).$$

*Относительный показатель сравнения* (ОПС) представляет собой соотношение одного и того же абсолютного показателя, характеризующего разные объекты (предприятия, фирмы, районы, области, страны и т. п.):

$$\text{ОПС} = \frac{\text{Показатель, характеризующий объект А}}{\text{Показатель, характеризующий объект Б}}.$$

**Пример.** По данным за 2000 г., среднегодовая численность населения России составляла 145 млн чел., США – 275 млн чел., Индии – 1002 млн чел., Китая – 1275 млн чел. Таким образом, по численности населения США превышали Россию в 1,9 раза

$\left(\frac{275}{145}\right)$ , Индия – в 6,9 раза  $\left(\frac{1002}{145}\right)$ , Китай – в 8,8 раза  $\left(\frac{1275}{145}\right)$ .

**Средние показатели.** Наиболее распространенной формой статистических показателей, используемой в социально-экономических исследованиях, является *средняя величина*, представляющая собой обобщенную количественную характеристику признака в статистической совокупности в конкретных условиях места и времени. Показатель в форме средней величины выражает типичные черты и дает обобщающую характеристику однотипных явлений по одному из варьирующих признаков. Он отражает уровень этого признака, отнесенный к единице совокупности. Широкое применение средних объясняется тем, что они имеют ряд положительных свойств, делающих их незаменимыми в анализе явлений и процессов общественной жизни.

Важнейшее свойство средней заключается в том, что она отражает то общее, что присуще всем единицам исследуемой совокупности. Значения признака отдельных единиц совокупности варьируют под влиянием множества факторов, среди которых могут быть как основные, так и случайные. Сущность средней в том и заключается, что в ней взаимопогашаются те отклонения значений признака, которые обусловлены действием случайных факторов, и учитываются изменения, вызванные действием факторов основных. Это позволяет средней отражать типичный уровень признака и абстрагироваться от индивидуальных особенностей, присущих отдельным единицам.

Определить среднюю во многих случаях удобнее через *исходное соотношение средней* (ИСС), или ее логическую формулу:

$$\text{ИСС} = \frac{\text{Суммарное значение или объем осредняемого признака}}{\text{Число единиц или объем совокупности}}$$

Для каждого показателя, используемого в социально-экономическом анализе, можно составить только одно истинное исходное соотношение средней. Однако от того, в каком виде представлены исходные данные, зависит, каким именно образом исходное соотношение средней будет реализовано. Расчет большинства конкретных статистических показателей основан на использовании средней агрегатной, средней арифметической или средней гармонической. Эти виды средней мы и рассмотрим в

данной главе. Однако необходимо иметь в виду, что в анализе динамики для расчета среднего темпа роста используется средняя геометрическая; ряд статистических показателей, характеризующих вариацию и взаимосвязь, базируется на средней квадратической и степенных средних более высоких порядков.

Все средние, за исключением средней агрегатной, могут рассчитываться в двух вариантах — как взвешенные или невзвешенные.

**Пример.** По данным табл. 6.3 рассчитаем среднюю заработную плату в целом по трем предприятиям АО.

Таблица 6.3

**Заработная плата предприятий АО**

Предприятие	Численность промышленно-производственного персонала, чел.	Месячный фонд заработной платы, тыс. руб.	Средняя заработная плата, руб.
А	1	2	3
1	270	564,84	2092
2	121	332,75	2750
3	229	517,54	2260
Итого	620	1415,13	?

Определим исходное соотношение средней для показателя «средняя заработная плата». Независимо от имеющихся в нашем распоряжении данных средняя заработная плата может быть получена только через следующее отношение:

$$\text{ИСС} = \frac{\text{Совокупный фонд заработной платы}}{\text{Общая численность ППП}}$$

Предположим, что мы располагаем только данными гр. 1 и 2 табл. 6.3. Итоги этих граф содержат необходимые величины для расчета искомой средней. Воспользуемся формулой *средней агрегатной*:

$$\bar{x} = \frac{\sum w_i}{\sum f_i} = \frac{1415130}{620} = 2282 \text{ руб.},$$

где  $w_i = x_i f_i$ ;  
 $x_i$  —  $i$ -й вариант осредняемого признака;  
 $f_i$  — вес  $i$ -го варианта.

Если мы располагаем только данными о средней заработной плате и численности работников (гр. 1 и 3), то нам известен знаменатель исходного соотношения, но не известен его числитель. Однако фонд заработной платы можно получить умножением средней заработной платы на численность ППП. Поэтому общая средняя может быть рассчитана по формуле *средней арифметической взвешенной*:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{2092 \cdot 270 + 2750 \cdot 121 + 2260 \cdot 229}{270 + 121 + 229} = 2282 \text{ руб.}$$

Необходимо учитывать, что вес ( $f$ ) в отдельных случаях может представлять собой произведение двух или даже трех значений.

В статистической практике находит применение и *средняя арифметическая невзвешенная*:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n},$$

где  $n$  – объем совокупности.

Эта средняя используется тогда, когда веса ( $f$ ) отсутствуют (каждый вариант признака встречается только один раз) или равны между собой.

Допустим теперь, что в нашем распоряжении только данные о фонде заработной платы и средней заработной плате персонала (гр. 2 и 3 табл. 6.3), т. е. нам известен числитель исходного соотношения, но не известен его знаменатель. Численность работников по каждому предприятию можно получить делением фонда заработной платы на среднюю заработную плату. Тогда расчет средней заработной платы в целом по трем предприятиям будет произведен по формуле *средней гармонической взвешенной*:

$$\bar{x} = \frac{\sum w_i}{\sum \frac{w_i}{x_i}} = \frac{564\,840 + 332\,750 + 517\,540}{\frac{564\,840}{2\,092} + \frac{332\,750}{2\,750} + \frac{517\,540}{2\,260}} = 2282 \text{ руб.}$$

В подобных случаях при равенстве весов ( $w$ ) расчет среднего показателя может быть произведен по *средней гармонической невзвешенной*:

$$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}}$$

В нашем примере мы использовали разные формы средних, но получили один и тот же ответ. Это обусловлено тем, что для конкретных данных каждый раз реализовывалось одно и то же исходное соотношение средних.

Средние показатели могут рассчитываться по дискретным и интервальным вариационным рядам. При этом расчет производится по средней арифметической взвешенной. Для дискретного ряда данная формула используется так же, как и в приведенном выше примере. В интервальном же ряду для расчета определяются середины интервалов.

**Пример.** По данным табл. 6.4 определим величину среднедушевого денежного дохода за месяц в условном регионе.

Для этого сделаем следующее:

1. Запишем исходное логическое соотношение для данной средней:

$$\text{Среднедушевой денежный доход} = \frac{\text{Совокупные денежные доходы всего населения}}{\text{Общая численность населения}}$$

2. Обозначим значение осредняемого признака (среднедушевой денежный доход в среднем за месяц) через  $x$ , а частоту повто-

Таблица 6.4

**Распределение населения условного региона по уровню среднедушевых денежных доходов**

Среднедушевой денежный доход в среднем за месяц, $x$ , руб.	Численность населения, % к итогу $f$
До 400	30,2
400 – 600	24,4
600 – 800	16,7
800 – 1000	10,5
1000 – 1200	6,5
1200 – 1600	6,7
1600 – 2000	2,7
2000 и выше	2,3
<b>Итого</b>	<b>100</b>

рения данного признака (численность населения, % к итогу) через  $f$ .

3. Так как значения осредняемого признака заданы в виде интервалов, то найдем их середины, т. е.  $x' = \frac{x_n + x_v}{2}$ . При этом величину первого интервала условно приравняем к величине второго, тогда его нижняя граница будет равна 200 руб. Величину последнего интервала условно приравняем к величине предпоследнего, тогда его верхняя граница составит 2400 руб. В результате получаем следующие середины интервалов ( $x'$ ):

300      500      700      900      1100      1400      1800      2200.

4. Роль численности населения в данном случае выполняет его доля в общем итоге, выраженная в процентах. Для расчета воспользуемся средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum x'_i f_i}{\sum f_i} = \frac{300 \cdot 30,2 + 500 \cdot 24,4 + 700 \cdot 16,7 + \dots + 2200 \cdot 2,3}{30,2 + 24,4 + 16,7 + \dots + 2,3} = 688,5 \text{ руб.}$$

Следовательно, среднедушевой денежный доход населения составлял 688,5 руб.

## 6.2 Задачи и упражнения

6.1. Добыча нефти и угля в РФ в 1999 – 2001 гг. характеризуется следующими данными:

Топливо	Объем добычи, млн т		
	1999	2000	2001
Нефть	305	324	348
Уголь	250	258	269

Теплота сгорания нефти равна 45,0 мДж/кг, угля – 26,8 мДж/кг. Сделайте пересчет в условное топливо (29,3 мДж/кг) и проведите анализ изменения совокупной добычи этих ресурсов.

**6.2.** Имеются следующие данные о производстве бумаги в РФ:

	1998	1999	2000	2001
Произведено бумаги, тыс. т	2453	2968	3326	3415

Вычислите относительные показатели динамики с переменной и постоянной базой сравнения. Проверьте их взаимосвязь.

**6.3.** Производство автомобилей в РФ в характеризуется следующими данными:

(тыс. шт.)

	1997	1998	1999	2000	2001
Всего	1132	981	1130	1153	1195
В том числе:					
грузовые	146	141	176	184	173
легковые	986	840	954	969	1022

Рассчитайте относительные показатели динамики с постоянной базой сравнения. Сделайте выводы.

**6.4.** Известны следующие данные о производстве стали в РФ:

	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Объем производства, % к 1995 г.	95,5	94,0	84,7	99,8	114,7	114,3

Вычислите относительные показатели динамики с переменной базой сравнения. Сделайте выводы.

**6.5.** Объем продаж АО в 2003 г. в сопоставимых ценах вырос по сравнению с предшествующим годом на 5% и составил 146 млн руб. Определите объем продаж в 2002 г.

**6.6.** Торговая фирма планировала в 2002 г. по сравнению с 2001 г. увеличить оборот на 14,5%. Выполнение установленного плана составило 102,7%. Определите относительный показатель динамики оборота.

**6.7.** Волжский автомобильный завод в мае 1996 г. превысил плановое задание по реализации машин на 10,6%, продав 5576 автомобилей сверх плана. Определите общее количество реализованных за месяц машин.

**6.8.** Объем продаж компании Samsung в странах СНГ в первом полугодии 1996 г. составил 250 млн долл. В целом же за год компания планировала реализовать товаров на 600 млн долл. Вычислите относительный показатель плана на второе полугодие.

**6.9.** Предприятие планировало увеличить выпуск продукции в 2002 г. по сравнению с 2001 г. на 18%. Фактический же объем продукции составил 112,3% от прошлогоднего уровня. Определите относительный показатель реализации плана.

**6.10.** Просроченная задолженность организаций по отраслям экономики на конец 2001 г. характеризуется следующими данными:

(млрд руб.)

Отрасль	Задолженность	
	кредиторская	дебиторская
Промышленность	767,2	1255,4
Сельское хозяйство	162,8	49,1
Строительство	124,5	229,4
Транспорт	172,4	256,0
Связь	3,9	52,3
Торговля и общественное питание	114,4	823,1
Оптовая торговля продукцией производственно-технического назначения	12,4	120,4
Жилищно-коммунальное хозяйство	156,2	164,7
Другие отрасли	46,2	260,6
Итого	1560,0	3211,0

Рассчитайте и проанализируйте относительные показатели структуры.

**6.11.** Имеются следующие данные о внешнеторговом обороте России со странами вне СНГ:

(млрд долл. США)

	2000	2001
Экспорт	91,3	87,7
Импорт	31,5	40,3

Вычислите относительные показатели структуры и координации.



**6.12.** По данным задачи 6.3 вычислите относительные показатели структуры и координации. Сформулируйте выводы по результатам расчетов.

**6.13.** Известна структура произведенных затрат металлургических комбинатов России:

Статья затрат	Удельный вес в общих затратах, %
Сырье и материалы	33
Топливо и энергия	13
Оплата труда	4
Амортизация	10
Прочие расходы	40
Итого	100

Вычислите относительные показатели координации.

**6.14.** Численность врачей в РФ характеризуется следующими данными:

(на конец года, тыс. чел.)

Показатель	1995	2001
Всего врачей	654	675
В том числе:		
терапевтов	153	160
педиатров	76	72

Проведите анализ изменения обеспеченности населения врачами, если известно, что численность постоянного населения на конец 1995 г. составляла 147,6 млн. человек, в том числе в возрасте до 14 лет – 33,2 млн чел., а на конец 2001 г. – соответственно 144,0 и 26,8 млн чел.

**6.15.** Известны объемы производства отдельных видов промышленной продукции в трех странах:

Вид продукции	Венгрия	Германия	Россия
Электроэнергия, млрд кВт · ч	33	521	876
Синтетические смолы и пластмассы, млн т	0,7	10,5	1,5
Пиломатериалы, млн м <sup>3</sup>	0,6	14,1	32,1

Рассчитайте относительные показатели уровня экономического развития, используя следующие данные о среднегодовой численности населения, млн чел.: Венгрия – 10,3 ; Германия – 81,4; Россия – 148,3.

**6.16.** Имеются следующие данные об объемах производства продукции черной металлургии в РФ:

(млн т)

Вид продукции	1999	2000	2001
Чугун	40,9	44,6	45,0
Сталь	51,5	59,2	59,0
Трубы стальные	3,4	5,0	5,4

Рассчитайте относительные показатели уровня экономического развития с учетом численности населения РФ, которая составляла (на начало года, млн чел.): в 1999 г. – 146,3; в 2000 г. – 145,6; в 2001 г. – 144,8; в 2002 г. – 144,0.

**6.17.** В IV квартале 2001 г. прожиточный минимум в РФ для трудоспособного населения составил 1711 руб. в месяц на человека, для пенсионеров – 1197 руб., для детей – 1570 руб. Сделайте выводы о соотношении этих величин, используя относительные показатели сравнения.

**6.18.** Используя относительные показатели сравнения, сопоставьте объемы хранимых ценных бумаг в крупнейших мировых депозитарных банках:

Банк	Объем ценных бумаг, млрд долл.
State Street Bank	300
Euroclear	1748
Citibank	640
Chase Manhattan	452
Barclays	283
Midland	173

**6.19.** Имеются следующие данные об урожайности пшеницы в некоторых странах (ц/га):

Казахстан – 7,2;

Россия – 14,5;

США – 25,3;

Китай – 33,2;

Нидерланды – 80,7.

Рассчитайте относительные показатели сравнения.

**6.20.** Имеются следующие данные о забастовках в РФ:

Год	Число организаций, на которых проходили забастовки	Численность работников, участвовавших в забастовках, тыс. чел.	Количество времени, не отработанного участвовавшими в забастовках работниками, тыс. чел.-дн.
1992	6273	357,6	1893,3
1997	17007	887,3	6000,5
2001	291	13,0	47,1

Рассчитайте для каждого года:

а) среднюю численность работников, участвовавших в забастовках, в расчете на одну организацию;

б) средние потери рабочего времени в расчете на одну организацию;

в) средние потери рабочего времени в расчете на одного участника забастовки.

Сформулируйте выводы.

**6.21.** Рабочие бригады имеют следующий стаж работы на данном предприятии:

Табельный номер рабочего	001	002	003	004	005	006
Стаж работы, лет	14	9	11	13	8	10

Определите средний стаж работы.

**6.22.** Распределение рабочих предприятия по тарифному разряду имеет следующий вид:

Тарифный разряд	1	2	3	4	5	6
Число рабочих, чел.	2	3	26	74	18	4

Определите средний уровень квалификации рабочих предприятия.

6.23. Результаты торговой сессии по акциям АО «ЛУКОЙЛ» характеризуются следующими данными:

Торговая площадка	Средний курс, руб.	Объем продаж, шт.
Российская торговая система	446	138626
Московская межбанковская валютная биржа	449	175535
Московская фондовая биржа	455	200

Рассчитайте средний курс акции по всем трем площадкам вместе взятым.

6.24. Имеются следующие данные о реализации одного товара на трех рынках города:

Рынок	I квартал		II квартал	
	цена за 1 кг, руб.	продано, т	цена за 1 кг, руб.	реализовано на сумму, тыс. руб.
1	85	24	95	1900
2	75	37	80	2800
3	80	29	90	2070

Определите среднюю цену данного товара за I и II кварталы и за полугодие.

6.25. Производственные мощности металлургических комбинатов и уровень их использования характеризуются следующими данными:

Комбинат	Мощность, млн т/год			Загрузка, %		
	чугун	сталь	прокат	чугун	сталь	прокат
Магнитогорский	10,5	18,5	12,0	41,3	63,4	53,4
Череповецкий	9,5	13,5	11,5	60,5	70,4	58,5
Новолипецкий	9,5	9,9	7,0	71,4	73,7	89,0
Нижнетагильский	7,0	8,0	4,5	64,2	70,6	82,9
Западно-Сибирский	6,0	6,9	4,3	69,3	75,4	82,5
Челябинский	4,0	7,0	4,0	36,4	44,9	43,7
Кузнецкий	3,7	4,8	3,5	74,2	67,0	76,7
Орско-Халиловский	3,4	4,6	3,4	62,4	64,7	61,4

Рассчитайте среднюю отраслевую загрузку производственных мощностей по каждому виду продукции.

**6.26.** Имеются следующие данные о ценах на предлагаемое к продаже жилье в одном из городов:

Цена 1 м <sup>2</sup> , долл. США	Общая площадь, тыс. м <sup>2</sup>
300 – 400	29,4
400 – 500	20,5
500 – 600	7,3
600 – 700	7,0
700 – 800	4,0

Рассчитайте среднюю цену 1 м<sup>2</sup> жилья.

**6.27.** Распределение крестьянских (фермерских) хозяйств в РФ по размеру земельного участка на конец 2001 г. характеризуется следующими данными:

Размер земельного участка, га	Удельный вес в общем числе хозяйств, %
До 3	18,0
4 – 5	9,7
6 – 10	13,9
11 – 20	15,5
21 – 50	18,7
51 – 70	6,0
71 – 100	5,7
101 – 200	7,0
Свыше 200	5,5
Итого	100,0

Определите средний размер земельного участка крестьянского (фермерского) хозяйства.

**6.28.** Имеются следующие данные об успеваемости студентов вуза:

Номер факультета	Доля отличников в общей численности студентов факультета	Доля студентов в общей численности студентов вуза
1	0,12	0,20
2	0,06	0,43
3	0,17	0,08
4	0,09	0,29

Определите долю отличников в общей численности студентов вуза.

**6.29.** Имеются следующие данные по фермерским хозяйствам области:

Группы хозяйств по себестоимости 1 ц сахарной свеклы, руб.	Число хозяйств	Валовой сбор в среднем на 1 хозяйство, ц
До 22	32	111,3
22 – 24	58	89,7
24 – 26	124	113,5
26 и более	17	130,1

Определите среднюю себестоимость 1 ц свеклы в целом по фермерским хозяйствам области.

**6.30.** Производственная деятельность одного из отделений корпорации за месяц характеризуется следующими данными:

Предприятие	Общие затраты на производство, тыс. руб.	Затраты на 1 руб. произведенной продукции, коп.
1	2323,4	75
2	8215,9	71
3	4420,6	73
4	3525,3	78

Определите средние затраты на 1 руб. произведенной продукции в целом по отделению.

**6.31.** По трем районам города имеются следующие данные (на конец года):

Район	Число отделений Сбербанка	Среднее число вкладов в отделении	Средний размер вклада, руб.
1	4	1376	2780
2	9	1559	3251
3	5	1315	2565

Определите средний размер вклада в Сбербанке в целом по городу.

**6.32.** Качество продукции предприятия характеризуется следующими данными (за месяц):

Вид продукции	Процент брака	Стоимость бракованной продукции, руб.
A	1,3	2135
B	0,9	3560
C	2,4	980

Определите средний процент брака в целом по предприятию.

**6.33.** Выпуск продукции двумя предприятиями акционерного общества характеризуется следующими данными:

Предприя- тие	2002		2003	
	удельный вес продукции I сорта, %	стоимость продукции I сорта, млн. руб.	удельный вес продукции I сорта, %	стоимость всей произведенной продукции, млн. руб.
I	92	130,2	95	153,7
II	80	67,5	82	65,4

Определите в целом по акционерному обществу средний удельный вес продукции I сорта в 2002 г. и 2003 г.

**6.34.** По результатам обследования сельхозпредприятий области получены следующие данные:

Группы сельхозпредприятий по среднему годовому надою молока от одной коровы, кг	Число сельхозпредприятий	Среднегодовое поголовье коров (на 1 сельхозпредприятие)	Процент жира в молоке
До 2000	4	417	3,0
2000 – 2200	9	350	3,3
2200 – 2400	15	483	3,8
2400 и более	8	389	2,9

Определите средний надой молока на одну корову и среднюю жирность молока.

**6.35.** В отделе заказов торговой фирмы занято трое работников, имеющих 8-часовой рабочий день. Первый работник на оформление одного заказа в среднем затрачивает 14 мин., второй – 15, третий – 19 мин. Определите средние затраты времени на 1 заказ в целом по отделу.

**6.36.** Использование складских помещений города характеризуется следующими данными:

Группы складских помещений по площади, тыс. м <sup>2</sup>	Число помещений	Общая занятая площадь, тыс. м <sup>2</sup>
До 5	3	5,2
5 – 10	21	108,0
10 – 15	17	163,6
15 – 20	9	101,2
20 – 25	5	65,3
25 – 30	3	40,6
30 – 35	4	55,4
35 и более	2	29,0

Вычислите:

а) средний процент загрузки складских помещений по каждой группе;

б) средний процент загрузки складских помещений в целом по городу.

**6.37.** Работа автокомбината за месяц характеризуется следующими данными:



Авто- колонна	Общие затраты на перевозку грузов, руб.	Средний месячный грузооборот автомашины, ткм	Себестоимость одного ткм, руб.
1	60858	4600	1,89
2	142884	5400	2,94
3	53460	4400	2,43

Определите по автокомбинату в целом: а) среднюю себестоимость ткм; б) среднее число машин в автоколонне; в) средний месячный грузооборот автомашины.

## 6.3

### Рекомендации преподавателям

**1. Практические занятия.** При решении задач на относительные показатели основное внимание необходимо уделить обоснованному выбору базы сравнения, определению размерности получаемых величин и их экономической интерпретации.

Решение каждой задачи на расчет средней величины целесообразно начинать с определения исходного соотношения, а затем переходить к его реализации с учетом имеющихся данных. Важно показать студентам недопустимость замены взвешенных формул невзвешенными, даже если последние арифметически приводят к близким результатам.

**2. Задание для самостоятельной работы студентов.** Задание может заключаться в подборе из экономической периодики или из интернет-ресурсов и других печатных изданий фактического материала для расчета средних показателей и в обосновании выбора конкретной формы средней для каждого примера.

**3. Контрольная аудиторная работа.** Работа может включать по одной задаче на расчет относительных величин и на каждую форму средней или две задачи повышенной сложности типа 6.34 и 6.37.

# РАЗДЕЛ

## II

# АНАЛИТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

## ГЛАВА 7

### ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ И АНАЛИЗ ЧАСТОТНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

#### 7.1

#### Методические указания и решение типовых задач

**Вариация признака в совокупности и значение ее изучения.** При изучении социально-экономических явлений и процессов статистика встречается с разнообразной вариацией признаков, характеризующих отдельные единицы совокупности. Величины признаков колеблются под воздействием различных причин и условий, называемых в статистике *факторами*. Вариация зависимого признака, образовавшаяся под действием всех без исключения влияющих на него факторов, называется *общей вариацией*. Вариация, порождаемая существенными факторами, носит название *систематической вариации*. Таким образом, общая вариация складывается из систематической и случайной вариации.

Исследование вариации является составным элементом статистического анализа, позволяющим оценить колебания значений изучаемого признака, взаимосвязь его с другими признаками. Статистические показатели, характеризующие вариацию, служат критерием типичности рассчитанных по совокупности средних величин, используются в определении ошибок выборочных характеристик.

Совокупность значений изучаемого признака с указанием числа их различных значений называется *распределением признака*. Распределение представляют в форме *вариационного ряда* (см.

глава 3, разд. 3.1). В соотношении значений признака (вариантов) и числа единиц (частот) проявляется *закономерность распределения*. Она описывается различными статистическими показателями в частности:

- частотные показатели;
- показатели центра распределения;
- показатели степени вариации;
- показатели формы распределения.

При изучении данной темы необходимо обращать особое внимание на расчет этих основных показателей вариации.

*Частотными показателями* любого ряда распределения являются абсолютная численность  $i$ -й группы – частота  $f_i$  и относительная частота – частость  $d_i$ , где  $\sum_1^m f_i = n$ , а  $\sum_1^m d_i = 1$ , или 100%. (см. глава 3, разд. 3.1).

*Кумулятивная (накопленная) частота*  $S_i$  (частость  $S_d$ ) характеризует объем совокупности со значениями вариантов, не превышающих  $X_i$ . Кумулятивные частотные показатели образуются последовательным суммированием абсолютных или относительных частот, например:  $S_1 = f_1$ ;  $S_2 = f_1 + f_2$ ;  $S_3 = f_1 + f_2 + f_3$  и т. д.

*Плотность частоты (частости)* представляет собой частоту, приходящуюся на единицу интервала, т.е.  $q_i = f_i / h_i$  или  $q_i = d_i / h_i$ , где  $h_i$  – величина  $i$ -го интервала. Данный показатель используют, если интервалы вариационного ряда неравные и необходимо графически изобразить этот ряд в виде гистограммы, а так же при расчете моды.

**Показатели центра распределения.** К показателям *центра распределения* относят среднюю, моду и медиану. *Средняя величина* характеризует типичный уровень признака в совокупности. По данным вариационного ряда распределения средняя рассчитывается как арифметическая взвешенная (см. глава 6, разд. 6.1):

$$\text{на основе частот } \bar{x} = \frac{\sum_1^m x_i f_i}{\sum_1^m f_i};$$

$$\text{на основе частостей } \bar{x} = \sum_1^m x_i d_i, \text{ где } \sum_1^m d_i = 1,$$

где  $m$  – число групп.

Если используется интервальный ряд распределения то, допуская, что распределение в границах  $i$ -го интервала является

равномерным, как вариант  $x_i$ , используют середину интервала ( $x'$ ). При этом величину открытого интервала условно считают такой же, как и величину соседнего закрытого интервала.

**Пример.** По данным о возрастной структуре производственного оборудования в промышленности определить средний возраст оборудования.

Таблица 7.1

Возраст оборудования лет, ( $x$ )	Удельный вес оборудования, % к итогу, ( $d$ )	Середина интервала $x'$	$x'_i d_i$
А	1	2	3
До 5	4,7	2,5	11,75
5 – 10	10,6	7,5	79,5
10 – 15	25,5	12,5	318,75
15 – 20	21,0	17,5	367,5
20 и более	38,2	22,5	859,5
Итого	100	–	1637

**Решение.** Определим середины интервалов ( $x'$ ) (графа 2);

Найдем произведение срединных значений признака ( $x'$ ) на соответствующие веса ( $d_i$ ) (графа 3). В итоге получим сумму, равную 1637.

Делим эту сумму ( $\sum x'_i d_i$ ) на сумму весов ( $\sum d_i = 100\%$ ), чтобы получить искомую среднюю ( $\bar{x}$ ) величину:

$$\bar{x} = 1637/100 = 16,37 \text{ года.}$$

Следовательно, для данной совокупности производственного оборудования типичным, характерным является средний возраст оборудования в промышленности, равный 16,4 года.

**Мода (Мо)** – значение признака, наиболее часто встречающееся в исследуемой совокупности, т.е. это одна из вариант признака, которая в ряду распределения имеет наибольшую частоту (частость).

В *дискретном ряду* мода определяется визуально по максимальной частоте или частости.

**Пример.** Рассчитаем моду по данным табл. 7.2.

Таблица 7.2

Распределение женской обуви, проданной в обувном отделе торгового объединения, в ноябре 2003 г.

Размер женской обуви (x)	Число проданных пар, % к итогу (d)	Накопленные частоты S
А	1	2
33	4	4
34	12	16
35	18	34
36	26	60
37	20	—
38	13	—
39	6	—
40	1	—
Итого	100	—

По данным табл. 7.2 видно, что наибольшая частота ( $d = 26$ ) приходится на 36-й размер обуви. Следовательно,  $M_0 = 36$ -му размеру, т.е. в данной совокупности именно этот размер обуви в ноябре 2002 г. пользовался наибольшим спросом у женского населения.

В интервальном ряду по наибольшей частоте определяется модальный интервал, а конкретное значение моды в интервале вычисляется по формуле

$$M_0 = x_0 + i \frac{(f_{M_0} - f_{M_0-1})}{(f_{M_0} - f_{M_0-1}) + (f_{M_0} - f_{M_0+1})},$$

где  $x_0$  и  $i$  — соответственно нижняя граница и величина модального интервала;

$f_{M_0}, f_{M_0-1}, f_{M_0+1}$  — частоты (частоты) модального, предмодального и послемодального интервалов.

**Пример.** По данным о содержании влаги в поступившей партии товара в магазин, определить моду (табл. 7.3).

**Решение.** По данным табл. 7.3, наибольшей влажностью обладают товары в интервале 14 – 16% (графа 1). Это и есть модальный интервал, ширина интервала  $i = 2$ , а нижняя граница  $x_0 = 14$ , частота  $f_{M_0} = 30$ , предмодальная частота  $f_{M_0-1} = 20$ , а послемодальная частота  $f_{M_0+1} = 25$ .

Таблица 7.3

Влажность, % (x)	Число образцов (f)	Накопленная частота S	Середина интервала x'	x'f
А	1	2	3	4
До 14	20	20	13	260
14 – 16	30	50	15	450
16 – 18	25	75	17	425
18 – 20	15	90	19	285
20 и более	10	100	21	210
Итого	100	—	—	1630

Модальный процент влажности в партии товара составляет

$$M_0 = 14 + 2 \frac{(30 - 20)}{(30 - 20) + (30 - 25)} = 15,3\%.$$

Таким образом, в данной совокупности поступившей партии товаров наибольший процент влажности приходится на 15,3 %.

**Медиана (Me)** – значение признака (варианта), приходящееся на середину ранжированной (упорядоченной) совокупности, т.е. это вариант, который делит ряд распределения на две равные по объему части.

Медиана, как и мода, не зависит от крайних значений вариантов, поэтому применяется для характеристики центра в ряду распределения с неопределенными границами.

Для определения медианы в ранжированном ряду необходимо вначале найти номер медианы:

$$N = \frac{n+1}{2}.$$

Затем используют кумулятивные частоты  $S_i$  или частоты  $S_d$ .

В дискретном ряду распределения медиана находится непосредственно по накопленной частоте, соответствующей номеру медианы.

**Пример.** Используя данные табл. 7.2, найдем номер медианы:

$$\frac{100+1}{2} = 50,5. \text{ Накапливаем частоты (графа 2 табл. 7.2) до тех пор,}$$

пока кумулятивная частота  $S_f$  не будет равна этому номеру или

превысит его. Следовательно, 4% пар женской обуви продано не более 33 размера, 4% + 12% = 16% пар не более 34 размера, 16% + 18% = 34% не более 35 размера, а 34% + 26% = 60% не более 36 размера, т.е. 35%, 36%, 37%.....50% и 51%-ная пара женской обуви продана 36 размера. Таким образом, медиана данного ряда распределения равна 36 размеру женской обуви, т.е. половина женской обуви (50%) в торговом объединении была продана до 36 размера, а половина (50%) – больше 36 размера.

В случае *интервального вариационного ряда распределения* конкретное значение медианы вычисляется по формуле

$$Me = x_0 + i \frac{1/2 \sum_{i=1}^m f_i - S_{Me-1}}{f_{Me}},$$

где  $x_0$  и  $i$  – соответственно нижняя граница и величина медианного интервала;

$f_{Me}$  – частота медианного интервала;

$S_{Me-1}$  – кумулятивная частота предмедианного интервала.

**Пример.** Алгоритм расчета медианы по интервальному ряду рассмотрим по данным о содержании влаги в поступившей партии товара в магазин, приведенным в табл. 7.3 (графы 1, 2):

**Решение.** Находим номер медианы:

$$N = \frac{100 + 1}{2} = 50,5\%.$$

Накапливаем частоты (см. графу 2 табл. 7.3) и определяем, что 50,5 образцов товара приходится на интервал 16 – 18.

Точное нахождение медианы на данном интервале определим по приведенной выше формуле

$$Me = 16 + 2 \frac{50 - 50}{25} = 16\%.$$

Таким образом, половина (50%) партии товара имеет влажность менее 16%, и половина (50%) имеет содержание влаги в партии товара выше 16%.

В симметричных рядах распределения значения моды и медианы совпадают со средней величиной ( $\bar{x} = Me = Mo$ ), а в умеренно асимметричных они соотносятся таким образом:

$$3(\bar{x} - Me) \approx \bar{x} - Mo.$$

В приведенном примере из табл. 7.3 соотношение характеристик центра распределения содержания влаги в партии товара

$$\left(\bar{x} = \frac{1630}{100} = 16,3\%, \text{ графа 4 табл. 7.3}\right) \text{ свидетельствует об умеренной}$$

асимметрии:  $3(16,3 - 16) \approx 16,3 - 15,3$ .

**Порядковые характеристики.** Рассмотренные обобщающие показатели центра распределения не вскрывают характера последовательного изменения частот, поэтому в анализе закономерностей распределения используются так же ранговые (порядковые) показатели: квартили и децили.

**Квартили  $Q$**  — это значения вариантов, которые делят упорядоченный ряд по объему на четыре равновеликие части. Следовательно, в ряду распределения выделяют три квартиля. Медиана является одновременно вторым квартилем. Расчет квартилей основывается на кумулятивных частотах (частостях) и определяют первый и третий квартили по формулам:

$$\text{Первый квартиль } Q_1 = x_{Q_1} + i \frac{0,25 \sum_{i=1}^m f_i - S_{Q_1-1}}{f_{Q_1}};$$

$$\text{Третий квартиль } Q_3 = x_{Q_3} + i \frac{0,75 \sum_{i=1}^m f_i - S_{Q_3-1}}{f_{Q_3}}.$$

**Пример.** По данным табл. 7.3 определить первый и третий квартили:

$$Q_1 = 14 + 2 \frac{0,25 \cdot 100 - 20}{30} = 14,3\%,$$

$$Q_3 = 18 + 2 \frac{0,75 \cdot 100 - 75}{15} = 18,0\%.$$

Следовательно, в ряду распределения по данным о содержании влаги в поступившей партии товара в магазин первый квартиль составляет 14,3%, а третий — 18,0%, т.е. 25% товаров содержат процент влажности, не превышающий 14,3%, а у 75% товаров процент влажности не превышает 18%.



*Децили* – это значения вариантов, которые делят упорядоченный ряд по объему на десять равных частей. В ряду распределения выделяют девять децилий, так как медиана является одновременно пятым децилем. Расчет децилей так же основан на кумулятивных частотах (частостях) и определяется по формулам

$$D_1 = x_{D_1} + i \frac{0,1 \sum f_i - S_{D_1-1}}{f_{D_1}};$$

$$D_2 = x_{D_2} + i \frac{0,2 \sum f_i - S_{D_2-1}}{f_{D_2}}$$

и т.д.

$$D_9 = x_{D_9} + i \frac{0,9 \sum f_i - S_{D_9-1}}{f_{D_9}}.$$

**Пример.** По данным табл. 7.3 определим 1-й и 9-й децили:

$$D_1 = 12 + 2 \frac{0,1 \cdot 100 - 0}{20} = 13\%;$$

$$D_9 = 20 + 2 \frac{0,9 \cdot 100 - 90}{10} = 20\%.$$

Таким образом, значения децилей указывает на то, что среди 10 % партии товара с минимальным процентом влажности, максимальный процент ее составляет 13 %, а среди 10 % партии товара с наибольшим процентом влажности минимальный процент ее составил 20 %, т.е. в 1,54 раза больше.

**Показатели вариации и способы их расчета.** Для измерения и оценки вариации используют абсолютные и относительные характеристики.

В практическом анализе оценка рассеяния значений признака имеет такое же большое значение, как и определение характеристик центра распределения. Для измерения и оценки вариации пользуются абсолютными и относительными характеристиками.

Самая предварительная оценка рассеяния (вариации) по данным рядов распределения определяется с помощью *вариационного размаха*  $R$ , который показывает, насколько велико различие между единицами совокупности, имеющими самое маленькое и самое большое значение признака, т. е. он равен:  $R = x_{\max} - x_{\min}$ .

Если крайние значения признака не типичны для совокупности, т.е. являются аномальными значениями, то можно использовать квартильные и децильные размахи. Квартильный размах  $R_Q = Q_3 - Q_1$ . Он охватывает 80 % объема совокупности, а, например, децильный  $R_{D2} = D_8 - D_2 = 60\%$  и т.д.

*Среднее линейное отклонение*  $\bar{d}$  является обобщающей мерой вариации индивидуальных значений признака от средней арифметической величины. Она дает абсолютную меру вариации.

Поскольку алгебраическая сумма отклонений  $\sum_1^m (x_i - \bar{x}) = 0$ ,

то в расчетах данного показателя используются модули  $|x_i - \bar{x}|$ , т.е. среднее квадратическое отклонение представляет собой среднюю из модулей отклонений индивидуальных значений признака от средней величины и определяется по формулам.

Если данные не сгруппированы, то расчет среднего линейного отклонения осуществляется по принципу невзвешенной средней, т.е.

$$\bar{d} = \frac{\sum_1^n |x_i - \bar{x}|}{n}.$$

Если данные вариации представлены вариационными рядами распределения, то расчет производится по принципу взвешенной средней, т.е.

$$\bar{d} = \frac{\sum_1^m |x_i - \bar{x}| f_i}{\sum_1^m f_i}.$$

**Пример.** По данным распределения возраста студентов одного из факультетов вуза определим размах и среднее ~~квадратическое~~ **линейное** отклонение (табл. 7.4).

Таблица 7.4

Группы студентов по возрасту $x$ , лет	Число студентов $f_i$	$ x_i - \bar{x} $	$ x_i - \bar{x} f_i$	$ x_i - \bar{x} ^2$	$ x_i - \bar{x} ^2 f_i$	$x_i f_i$
А	1	2	3	4	5	6
17	10	3,7	37	13,69	136,9	170
18	70	2,7	189	7,29	510,3	1260
19	80	1,7	136	2,89	231,2	1520
20	100	0,7	70	0,49	49,0	2000
21	120	0,3	36	0,09	10,8	2520
22	160	1,3	208	1,69	270,4	3520
23	90	2,3	207	5,29	476,1	2070
Итого	630	—	883	—	1684,7	13060

**Решение.** Прежде всего находим самое маленькое значение возраста студента  $x_{\min} = 17$  лет и самое большое  $x_{\max} = 23$  года (графа А). Находим разницу между максимальным и минимальным значением признака и получаем величину размаха, которая составляет:

$$R = 23 - 17 = 6 \text{ лет.}$$

Определяем произведение значений признака ( $x_i$ ) на соответствующие веса ( $f_i$ ) (графа б). В итоге получаем сумму, равную 13060. Рассчитаем среднюю величину по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{13\ 060}{630} = 20,7 \text{ года.}$$

Для расчета среднего линейного отклонения находим абсолютное отклонение значений признака ( $x_i$ ) от средней величины ( $\bar{x}$ ) по модулю (графа 2).

Вычисляем произведения отклонений  $|x_i - \bar{x}|$  на их веса ( $f_i$ ) и подсчитываем сумму их произведений. Эта сумма равна 883 (графа 3).

Делим эту сумму ( $\sum |x_i - \bar{x}| \cdot f_i$ ) на сумму весов ( $f_i$ ), чтобы получить искомую величину  $d$

$$d = \frac{883}{630} = 1,4 \text{ года.}$$

Таково в среднем отклонение вариантов признака от их средней величины.

*Дисперсия*  $(\sigma)^2$  — это средний квадрат отклонений индивидуальных значений признака от средней величины. Дисперсию используют не только для оценки вариации, но и при измерении взаимосвязей, для проверки статистических гипотез.

Она вычисляется по формулам:

$$\text{для несгруппированных данных } \sigma^2 = \frac{\sum_1^n (x - \bar{x})^2}{n};$$

$$\text{для сгруппированных данных } \sigma^2 = \frac{\sum_1^n (x - \bar{x})^2 f_i}{\sum_1^m f_i}.$$

Исчисление дисперсий сопровождается громоздкими расчетами, особенно, если средняя величина выражена числом с несколькими десятичными знаками. Расчеты можно упростить, используя математические свойства дисперсии, например, используя расчет дисперсии по способу отчета от условного нуля, или способу моментов по следующей формуле:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_1^m \left( \frac{X_i - A}{K} \right)^2 f_i}{\sum_1^m f_i} \cdot K^2 - (\bar{X} - A)^2.$$

В случае когда  $A$  приравнивается нулю и, следовательно, не вычитаются отклонения, формула дисперсии примет вид:

$$\sigma^2 = \bar{x}^2 - \bar{x}^2,$$

или

$$\sigma^2 = \frac{\sum_1^m x_i^2 f_i}{\sum_1^m f_i} - \left( \frac{\sum_1^m x_i f_i}{\sum_1^m f_i} \right)^2.$$

Однако вследствие суммирования квадратов отклонений, дисперсия дает искаженное представление об отклонениях, измеряя их в квадратных единицах. Поэтому на основе дисперсии вводятся еще две характеристики: среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации.

*Среднее квадратическое отклонение*  $\sigma$  представляет собой корень второй степени из среднего квадрата отклонений отдельных значений признака от их средней, т.е. оно исчисляется путем извлечения квадратного корня из дисперсии и измеряется в тех же единицах, что и варьирующий признак.

Формулы расчета следующие:

$$\text{для несгруппированных данных } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_1^n (x_i - \bar{x})^2}{n}};$$

$$\text{для сгруппированных данных } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_1^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_1^m f_i}}.$$

Среднее квадратическое отклонение, как и среднее линейное отклонение, показывает на сколько в среднем отклоняются конкретные варианты признака от его среднего значения.

**Пример.** Рассчитаем дисперсию и среднее квадратическое отклонение для ряда распределения возраста студентов одного из факультетов вуза по данным табл. 7.4.

*Решение.* Возведем в квадрат отклонения индивидуальных значений признака от их средней  $(x_i - \bar{x})^2$  (графа 4).

Затем квадрат отклонений  $(x_i - \bar{x})^2$  умножим на веса ( $f_i$ ) и подсчитаем сумму, которая равна 1684,7 (графа 5).

Разделим эту сумму ( $\sum(x_i - \bar{x})^2 f$ ) на сумму весов ( $\sum f_i$ ), чтобы получить величину дисперсии

$$\sigma^2 = \frac{1684,7}{630} = 2,67.$$

Извлечем корень квадратный из дисперсии и получим величину среднего квадратического отклонения:

$$\sigma = \sqrt{2,67} = 1,63.$$

Таким образом, каждое индивидуальное значение возраста студентов отклоняется от их средней величины на 1,63 года.

Покажем расчет дисперсии и среднеквадратического отклонения упрощенным способом.

**Пример.** Имеются данные о распределении призывников по росту в  $N$ -м городе (табл.7.5). Расчет дисперсии способом отчета от условного нуля.

Таблица 7.5

Группы призывников по росту, см. $X$	Число призывников, $f_i$	Середина интервала $x_i$	$x_i' - A (A = 165,5)$	$\frac{x_i' - A}{k} (k = 3)$	$\frac{x_i' - A}{k} \cdot f_i$	$\left(\frac{x_i' - A}{k}\right)^2$	$\left(\frac{x_i' - A}{k}\right)^2 \cdot f_i$
А	1	2	3	4	5	6	7
143 – 146	1	144,5	-21	-7	-7	49	49
146 – 149	2	147,5	-18	-6	-12	36	72
149 – 152	8	150,5	-15	-5	-40	25	200
152 – 155	26	153,5	-12	-4	-104	16	416
155 – 158	65	156,5	-9	-3	-195	9	585
158 – 161	120	159,5	-6	-2	-240	4	480
161 – 164	181	162,5	-3	-1	-181	1	181
164 – 167	201	165,5	0	0	0	0	0
167 – 170	170	168,5	3	1	170	1	170
170 – 173	120	171,5	6	2	240	4	480
173 – 176	64	174,5	9	3	192	9	576
176 – 179	28	177,5	12	4	112	16	448
179 – 182	10	180,5	15	5	50	25	250
182 – 185	3	183,5	18	6	18	36	108
185 – 188	1	186,5	21	7	7	49	49
Итого	1000	—	—	—	10	—	4064

**Решение.** Принимаем за величину  $A = 165,5$ . Это середина ( $x_i'$ ) (графа 2).

В качестве величины  $k$  возьмем шаг интервала, т.е  $k = 3$ .

Промежуточные вычисления для средней арифметической и дисперсии имеют много общего. Поэтому расчеты будем вести параллельно. Так сумма показателей графы 5, равная 10, дает воз-

*рост*  
 возможность рассчитать средний ~~возраст~~ призывников по формуле средней арифметической по способу отсчета от условного нуля:

$$\bar{x} = \frac{\sum_1^m \left( \frac{x'_i - A}{k} \right) f_i}{\sum_1^m f_i} \cdot k + A = \frac{10}{1000} \cdot 3 + 165,5 = 165,53 \text{ см.}$$

Сумма показателей графы 7, равная 4064, дает возможность рассчитать дисперсию

$$\sigma^2 = \frac{\sum_1^m \left( \frac{x'_i - A}{k} \right)^2 f_i}{\sum_1^m f_i} \cdot k^2 - (\bar{x} - A)^2 = \frac{4064}{1000} \cdot 3^2 - (165,53 - 165,5)^2 = 36,5751.$$

Для определения среднего квадратического отклонения извлечем корень квадратный из числа 36,5751, т. е.

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{36,5751} = 6,05 \text{ см.}$$

Таким образом каждое конкретное значение ~~веса~~ *роста* призывника отклоняется от среднего ~~веса~~ *роста* на 6,05 см.

Для целей сравнения колеблемости различных признаков в одной и той же совокупности, или же при сравнении колеблемости одного и того же признака в нескольких совокупностях вычисляются относительные показатели вариации. Базой для сравнения служит средняя арифметическая. Эти показатели вычисляются как отношение размаха, или среднего линейного отклонения, или среднего квадратического отклонения к средней арифметической. Чаще всего они выражаются в процентах и характеризуют не только сравнительную оценку вариации, но и дают характеристику однородности совокупности. Совокупность считается однородной, если коэффициент вариации не превышает 33% (для распределений, близких к нормальному). Различают следующие относительные показатели вариации (*V*):

Коэффициент осцилляции:  $V_R = \frac{R}{\bar{x}} \cdot 100\%$ .

Линейный коэффициент вариации:  $V_{\bar{d}} = \frac{\bar{d}}{\bar{x}} \cdot 100\%$ .

Коэффициент вариации:  $V_{\sigma} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%$ .

Рассмотрим **примеры** определения этих показателей.  
По данным табл. 7.4, коэффициент осцилляции равен:

$$V_R = \frac{6}{20,7} \cdot 100\% = 6,76\%.$$

Линейный коэффициент вариации равен:

$$V_{\bar{d}} = \frac{1,4}{20,7} \cdot 100\% = 6,76\%.$$

Коэффициент вариации будет равен:

$$V_{\sigma} = \frac{1,63}{20,7} \cdot 100\% = 7,87\%.$$

Все три рассчитанных коэффициента говорят о том, что совокупность студентов по возрасту однородна по своему составу, так как эти коэффициенты менее 33%. Наиболее часто в практических расчетах из этих трех показателей применяется коэффициент вариации. Если центр распределения представлен медианой, то используют *квартильный коэффициент вариации* по формуле

$$V_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2Me}.$$

Мерой оценки вариации совокупности служит также *коэффициент децильной вариации*. Он рассчитывается по формуле

$$V_D = \frac{D_9}{D_1}.$$



**Пример.** По данным табл.7.3 определим: квартильный коэффициент вариации:

$$V_Q = \frac{18 - 14,3}{2 \cdot 16} \cdot 100\% = 11,5\%$$

и коэффициент децильной вариации:

$$V_D = \frac{20}{13} = 1,54 \text{ раза.}$$

Они также говорят о том, что совокупность студентов по возрасту однородна по своему составу.

**Вариация альтернативного признака.** В ряде случаев возникает необходимость в измерении дисперсии альтернативных признаков, т.е. признаков, которыми одни единицы обладают и не обладают другие.

Обозначим наличие данного признака 1, отсутствие 0, долю вариантов, обладающих данным признаком  $p$ , а не обладающих им  $q$ . Так как  $p + q = 1$ , то средняя  $\bar{x} = p$ ; а дисперсия альтернативного признака  $q^2 = pq$ , где  $p = m/n$ ,  $n$  – число наблюдений,  $m$  – число единиц совокупности, обладающие данным признаком,  $q = 1 - p$ .

**Пример.** Определим дисперсию альтернативного признака по следующим данным: налоговой инспекцией одного из районов города проверено 200 коммерческих киосков и в 150 обнаружены финансовые нарушения. Тогда

$$n = 200, m = 150; p = 150/200 = 0,75; q = 1 - 0,75 = 0,25;$$

$$\sigma^2 = 0,75 \cdot 0,25 = 0,1875.$$

Наряду с изучением вариации признака по всей совокупности в целом часто бывает необходимо проследить количественные изменения признака по группам, на которые разделяется совокупность, а также между группами. Такое изучение вариации достигается посредством вычисления и анализа различных видов дисперсии.

**Правило сложения дисперсий.** Если данные представлены в виде аналитической группировки, то можно вычислить дисперсию общую, межгрупповую и внутригрупповую.

*Общая дисперсия* измеряет вариацию признака во всей совокупности под влиянием всех факторов, обуславливающих эту вариацию:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_1^m (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_1^m f_i}.$$

*Межгрупповая дисперсия* характеризует систематическую вариацию, т.е. различия в величине изучаемого признака, возникающие под влиянием признака-фактора, положенного в основание группировки. Она рассчитывается по формуле

$$\delta^2 = \frac{\sum_1^m (\bar{x}_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_1^m f_i},$$

где  $x_i$  и  $\bar{x}$  – соответственно средняя  $i$ -й группы и общая средняя варьирующего признака  $x$ ;

$f_i$  – частота  $i$ -й группы.

*Внутригрупповая дисперсия* отражает случайную вариацию, т.е. часть вариации, происходящую под влиянием неучтенных факторов, и не зависящую от признака-фактора, положенного в основание группировки. Данная дисперсия рассчитывается отдельно для каждой  $i$ -й группы по формуле

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum_{f_i} (x_j - \bar{x}_i)^2}{f_i},$$

где  $x_j$  – значение признака у отдельных элементов совокупности;

$f_i$  – число единиц совокупности.

Для всех групп в целом вычисляется *средняя из внутригрупповых дисперсий*, взвешенных на частоты соответствующих групп по формуле

$$\sigma^2 = \frac{\sum_1^m \sigma_i^2 f_i}{\sum_1^m f_i}.$$

Взаимосвязь между тремя дисперсиями получила название *правила сложения дисперсий*, в соответствии с которым:  $\sigma^2 = \delta^2 + \bar{\sigma}^2$ , т. е. согласно этому правилу общая дисперсия, возникающая под влиянием всех факторов, равна сумме дисперсий, возникающих под влиянием всех прочих факторов, и дисперсии, возникающей за счет группировочного признака.

Зная любые два вида дисперсий, можно определить или проверить правильность расчета третьего вида.

**Пример.** О рабочих одной из бригад известны следующие данные (табл. 7.6):

Таблица 7.6

Тарифный разряд	Число рабочих	Дневная выработка деталей одним рабочим, шт.
3	2	100, 120
4	4	120, 120, 140, 160
5	5	140, 160, 170, 180, 200

Определить по этим данным:

а) внутригрупповую дисперсию по выработке деталей одним рабочим, имеющим данный разряд;

б) среднюю из внутригрупповых дисперсий по трем группам рабочих;

в) межгрупповую дисперсию;

г) общую дисперсию выработки рабочих этой бригады.

**Решение.** 1. Для расчета внутригрупповых дисперсий вычислим средние по каждой группе:

$$\bar{x}_1 = \frac{100+120}{2} = 110 \text{ шт.}, \quad \bar{x}_2 = \frac{120+120+140+160}{4} = 135 \text{ шт.},$$

$$\bar{x}_3 = \frac{140+160+170+180+200}{5} = 170 \text{ шт.}$$

2. Рассчитаем внутригрупповые дисперсии:

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{f_i} = \frac{(100-110)^2 + (120-110)^2}{2} = \frac{200}{2} = 100;$$

$$\sigma_2^2 = \frac{(120-135)^2 + (120-135)^2 + (140-135)^2 + (160-135)^2}{4} =$$

$$= \frac{1100}{4} = 275;$$

$$\sigma_3^2 = \frac{(140-170)^2 + (160-170)^2 + (170-170)^2 +$$

$$+(180-170)^2 + (200-170)^2}{5} = \frac{2000}{5} = 400.$$

3. Определим среднюю из внутригрупповых дисперсий:

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{\sum_1^m \sigma_i^2 f_i}{\sum_1^m f_i} = \frac{100 \cdot 2 + 275 \cdot 4 + 400 \cdot 5}{11} = \frac{3300}{11} = 300 \text{ шт.}$$

4. Определим общую среднюю величину для расчета межгрупповой дисперсии.

$$\bar{x}_{об}^2 = \frac{\sum_1^m \bar{x}_i f_i}{\sum_1^m f_i} = \frac{110 \cdot 2 + 135 \cdot 4 + 170 \cdot 5}{11} = \frac{1610}{11} = 146,4 \text{ шт.}$$

5. Теперь определим межгрупповую дисперсию:

$$\bar{\delta}^2 = \frac{\sum_1^m (\bar{x}_i - \bar{x}) f_i}{\sum_1^m f_i} =$$

$$= \frac{(110-146,4)^2 \cdot 2 + (135-146,4)^2 \cdot 4 + (170-146,4)^2 \cdot 5}{11}$$

$$= \frac{5954,56}{11} = 541,3.$$

6. Определим общую дисперсию обычным способом:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_1^n (x_i - \bar{x})^2}{n} =$$
$$\frac{(110 - 146,4)^2 + (120 - 146,4)^2 + (\dots - 146,4)^2 + \dots + (200 - 146,4)^2}{11} =$$
$$= \frac{9254,56}{11} = 841,3.$$

7. Проверим полученный результат, вычислив общую дисперсию по правилу сложения дисперсий:

$$\sigma^2 = \delta^2 + \bar{\sigma}^2 = 541,3 + 300 = 841,3.$$

Таким образом, общая дисперсия, вычисленная по правилу сложения дисперсий, в точности совпадает по числовому значению с результатом вычисления ее непосредственно на основе данных по всей совокупности рабочих.

На основании правила сложения дисперсий можно определить показатель тесноты связи между группировочным (факторным) и результативным признаками. Он называется эмпирическим корреляционным отношением, обозначается  $\eta$  («эта») и рассчитывается по формуле

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta_x^2}{\sigma^2}}.$$

Для нашего примера эмпирическое корреляционное отношение:

$$\eta = \sqrt{\frac{541,3}{841,3}} = 0,64.$$

Таким образом, можно сделать вывод о том, что между дневной выработкой деталей и квалификацией рабочих существует средняя статистическая связь, так как корреляционное отношение равно 0,64.

Наряду с вариацией индивидуальных значений признака вокруг средней может наблюдаться и *вариация индивидуальных до-*

лей признака вокруг средней доли. Такое изучение вариации достигается посредством вычисления и анализа следующих видов дисперсий.

Внутригрупповая дисперсия доли определяется по формуле

$$\sigma_{p_i}^2 = p_i \cdot (1 - p_i).$$

Средняя из внутригрупповых дисперсий

$$\bar{\sigma}_{p_i}^2 = \overline{p_i \cdot (1 - p_i)} = \frac{\sum p_i \cdot (1 - p_i) \cdot n_i}{\sum n_i}.$$

Формула межгрупповой дисперсии имеет вид:

$$\bar{\delta}_{p_i}^2 = \frac{\sum (p_i - \bar{p}) \cdot n_i}{n_i},$$

где  $n_i$  — численность единиц в отдельных группах;

$\bar{p}$  — доля изучаемого признака во всей совокупности, которая определяется по формуле

$$\bar{p} = \frac{\sum p_i \cdot n_i}{\sum n_i}.$$

Общая дисперсия имеет вид:

$$\sigma_p^2 = \bar{p} \cdot (1 - \bar{p}).$$

Три вида дисперсии связаны между собой следующим образом:

$$\sigma_p^2 = \bar{\sigma}_{p_i}^2 + \bar{\delta}_p^2.$$

Данное соотношение дисперсий называется *теоремой сложения дисперсии доли признака*. Эта теорема широко используется в изучении колеблемости качественных признаков.

**Пример.** Определим групповые дисперсии, среднюю из групповых, межгрупповую и общую дисперсию доли по данным, характеризующим численность студентов всех форм обучения и удельный вес выпускников очной формы обучения, получивших дипломы с отличием по вузам города (табл. 7.7).

Таблица 7.7

Вуз	Численность студентов всех форм обучения, чел.	Удельный вес выпускников очной формы обучения, получивших диплом с отличием, %
1	1500	13
2	3250	35
3	2140	25
4	1150	12
	8040	...

**Решение.** 1. Определим долю выпускников очной формы в целом по четырем вузам:

$$\bar{P} = \frac{0,13 \cdot 1500 + 0,35 \cdot 3250 + 0,25 \cdot 2140 + 0,12 \cdot 1150}{8040} = \frac{2005,5}{8040} = 0,249.$$

2. Определим общую дисперсию доли студентов всех форм обучения:

$$\sigma^2 = 0,249 (1 - 0,249) = 0,187.$$

3. Определим внутригрупповые дисперсии:

$$\sigma_{p1}^2 = 0,13 \cdot (1 - 0,13) = 0,113;$$

$$\sigma_{p2}^2 = 0,35 \cdot (1 - 0,35) = 0,228;$$

$$\sigma_{p3}^2 = 0,25 \cdot (1 - 0,25) = 0,188;$$

$$\sigma_{p4}^2 = 0,12 \cdot (1 - 0,12) = 0,106.$$

4. Вычислим среднюю из внутригрупповых дисперсий:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{p_i}^2 &= \frac{0,113 \cdot 1500 + 0,228 \cdot 3250 + 0,188 \cdot 2140 + 0,106 \cdot 1150}{8040} = \\ &= \frac{1434,72}{8040} = 0,178. \end{aligned}$$

5. Определим межгрупповую дисперсию:

$$\delta_p^2 = \frac{(0,113 - 0,249)^2 \cdot 1500 + (0,35 - 0,249)^2 \cdot 3250 +}{8040} + \frac{(0,25 - 0,249)^2 \cdot 2140 + (0,12 - 0,249)^2 \cdot 1150}{8040} = \frac{73,53}{8040} = 0,009.$$

6. Проверим правильность вычислений с помощью правила сложения дисперсий.

$$\sigma_p^2 = 0,178 + 0,009 = 0,187.$$

Пример решен правильно.

**Показатели асимметрии и эксцесса.** Выявление общего характера распределения предполагает оценку не только степени его однородности, но и его симметричности, остро- или плосковершинности. *Симметричным* называется *распределение*, в котором частоты любых двух вариантов, равноотстоящих в обе стороны от центра распределения, равны между собой.

Простейшей мерой асимметричности распределения является отклонение между характеристиками центра распределения. Поскольку в симметричном распределении  $\bar{x} = Me = Mo$ , то чем заметнее асимметрия, тем больше отклонение  $(\bar{x} - Mo)$ . Стандартное отклонение называют *коэффициентом асимметрии Пирсона*:

$$K_a = \frac{\bar{x} - Mo}{\sigma},$$

где  $\bar{x}$  – средняя арифметическая ряда распределения;

$Mo$  – мода;

$\sigma$  – среднее квадратическое отклонение.

$K_a = 0$ , если ряд распределения симметричен, т. е.  $\bar{x} = Mo$  если  $K_a > 0$  скошенность ряда правосторонняя (т. е.  $\bar{x} > Mo$ ), и при  $K_a < 0$  скошенность ряда левосторонняя (т. е.  $\bar{x} < Mo$ ).

В практических расчетах часто в качестве асимметрии применяется *нормированный коэффициент асимметрии третьего порядка*, который не зависит от масштаба, выбранного при измерении варианта, так как является отвлеченной величиной и определяется по формуле

$$A_3 = \frac{\mu_3}{\sigma^3}.$$



Если  $A_3 < 0$ , то в ряду распределения преобладают варианты, которые меньше, чем средняя, т.е. ряд отрицательно асимметричен (или с левосторонней скошенностью — более длинная ветвь влево). Если  $A_3 > 0$ , то для ряда распределения характерна положительная асимметрия (правосторонняя скошенность — более длинная ветвь вправо),  $A_3 = 0$  при симметричном распределении, так как варианты равноудалены от  $\bar{x}$  и имеют одинаковую частоту, поэтому  $\mu_3 = 0$ .

Для определения *крутизны* (заостренности) графика распределения вычисляется центральный момент четвертого порядка и определяется *нормированный момент четвертого порядка* по формуле

$$A_4 = \frac{\mu_4}{\sigma^4}.$$

Для нормального распределения  $A_4 = 3$ . При измерении *асимметрии эталоном* служит симметричное (нормальное) распределение, для которого  $A_3 = 0$ .

Аналогично при оценке *крутизны* в качестве *эталонного* выбирается *нормальное распределение*, которое сравнивается с фактическим и вычисляется *показатель эксцесса распределения*:

$$E_k = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3.$$

При симметричном распределении  $E_k = 0$ . Если  $E_k > 0$ , распределение является островершинным; если  $E_k < 0$  — плосковершинным.

Оценка существенности показателей асимметрии и эксцесса позволяет сделать вывод о том, можно ли отнести данное эмпирическое распределение к типу нормального распределения.

**Пример.** Определим коэффициент асимметрии и эксцесса, а также нормированные моменты третьего и четвертого порядка по данным о распределении магазинов по размеру товарооборота.

Необходимые для расчета нормированных моментов показатели представлены в табл. 7.8.

**Решение.** 1. Найдем среднюю арифметическую (графа 3):

$$\bar{x} = \frac{\sum_1^m x_i f_i}{\sum_1^m f_i} = \frac{2150}{32} = 67,19 \approx 67,2 \text{ млн руб.}$$

Расчет нормированных моментов

Группы магазинов по размеру товарооборота, млн. руб. x	Число магазинов $f_i$	Средина интервала $X_i$	$x_i f_i$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$	$(x_i - \bar{x})^3 f_i$	$(x_i - \bar{x})^4 f_i$
А	1	2	3	4	5	6	7
50 – 60	7	55	385	-12,2	1041,88	12710,95	155073,45
60 – 70	15	65	975	-2,2	72,6	159,75	351,38
70 – 80	6	75	450	7,8	365,04	2847,3	22209,03
80 – 90	4	85	340	17,8	1267,36	22559	401550,32
Итого	32	–	2150	–	2746,88	38277	579184,18

2. Найдем дисперсию, т.е. центральный момент второго порядка (графа 5):

$$\sigma^2 = \frac{\sum_1^m (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_1^m f_i} = \frac{2746,88}{32} = 85,84.$$

3. Найдем среднее квадратическое отклонение (стандарт):

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{85,84} = 9,265.$$

4. Определим центральный момент третьего порядка (графа 6):

$$\mu_3 = \frac{\sum_1^m (x_i - \bar{x})^3 f_i}{\sum_1^m f_i} = \frac{38277}{32} = 1196,16.$$

5. Определим нормированный момент третьего порядка:

$$A_3 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{1196,16}{9,265^3} = 15,04.$$

6. Определим моду для того, чтобы найти коэффициент асимметрии Пирсона:

$$M_0 = 60 + 10 \frac{15 - 7}{(15 - 7) + (15 - 6)} = 64,71 \text{ млн руб.}$$

7. Определим коэффициент асимметрии Пирсона:

$$K_a = \frac{\bar{x} - M_0}{\sigma} = \frac{67,19 - 64,71}{9,265} = 0,268.$$

В данном случае асимметрия небольшая и скошенность правосторонняя.

8. Найдем центральный момент четвертого порядка (графа 7):

$$M_4 = \frac{1}{\sum_1^m f_i} \sum_1^m (x_i - \bar{x})^4 f_i = \frac{579184,18}{32} = 18099,51.$$

9. Определим нормированный момент четвертого порядка:

$$A_4 = \frac{M_4}{\sigma^4} = \frac{18099,51}{9,265^4} = 2,456.$$

10. Определим эксцесс распределения:

$$E_k = A_4 - 3 = 2,456 - 3 = -0,544,$$

так как  $E_k < 0$  распределение низковоершинное.

**Построение нормального распределения по эмпирическим данным.** Имея дело с эмпирическим распределением, можно предположить, что данному распределению соответствует определенная, характерная для него теоретическая кривая. Выдвинув гипотезу о той или иной форме распределения, стремятся описать эмпирический ряд с помощью математической модели, выражающей некоторый теоретический закон распределения. Среди различных кривых распределения особое место занимает *нормальное распределение*.

Нормальным  $N(\bar{x}, \sigma)$  называют распределение непрерывной случайной величины  $x$ , если соответствующая ее плотность распределения выражается формулой:

$$f(x) = \varphi_{(x, \bar{x}, \sigma^2)} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}$$

или

$$\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}},$$

где  $x$  — значение изучаемого признака;

$t = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$  — нормированное отклонение;

$\sigma$  — среднее квадратическое отклонение изучаемого признака;

$\bar{x}$  — средняя арифметическая ряда распределения;

$\sigma^2$  — дисперсия значений изучаемого признака;

$\pi$  — постоянное число, которое равно 3.1415;

$e$  — основание натурального логарифма, равное 2.7182.

Случайные величины, распределенные по нормальному закону, различаются значениями параметров  $\bar{x}$  и  $\sigma$ , поэтому важно выяснить, как эти параметры влияют на вид нормальной кривой.

В зависимости от их значений она может иметь разный центр группирования, т.е. быть более удлинненной или сжатой.

**Пример.** Рассчитаем теоретические частоты ряда распределения на основании эмпирических данных о росте призывников в N-м городе, представленных в табл. 7.9.

**Решение.** Выдвинув гипотезу о нормальном распределении, определим по эмпирическим данным параметры этой кривой.

1. Сначала необходимо найти средний рост призывников. Он был найден по данным табл. 7.5 графа 5  $\bar{x} = 165,53$  см.

2. Затем определим еще один параметр — среднее квадратическое отклонение, которое также определялось по данным табл. 7.5, графа 7.  $\sigma = 6,05$  см.

3. Определим нормированное отклонение  $t$  для каждого варианта (табл. 7.9 графа 4).

4. По таблице распределения функции  $\varphi(t)$  (см. приложение 4) определим ее значения (табл. 7.9 графа 5).

Распределение призывников по росту

Группы призывников по росту, см $x$	Число призывников $f_i$	Середина интервала $x_i$	$(x_i - \bar{x})$	$\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma}$	$\Phi(t)$	Теоретические частоты $f'_i$
А	1	2	3	4	5	6
143 – 146	1	144,5	-21	3,47	0,0010	1
146 – 149	2	147,5	-18	2,98	0,0047	2
149 – 152	8	150,5	-15	2,48	0,0184	9
152 – 155	26	153,5	-12	1,98	0,0562	28
155 – 158	65	156,5	-9	1,49	0,1315	65
158 – 161	120	159,5	-6	0,99	0,2444	121
161 – 164	181	162,5	-3	0,50	0,3525	175
164 – 167	201	165,5	0	0,00	0,3989	198
167 – 170	170	168,5	3	0,50	0,3525	175
170 – 173	120	171,5	6	0,99	0,2444	121
173 – 176	64	174,5	9	1,49	0,1315	65
176 – 179	28	177,5	12	1,98	0,0562	28
179 – 182	10	180,5	15	2,48	0,0184	9
182 – 185	3	183,5	18	2,98	0,0047	2
185 – 188	1	186,5	21	3,47	0,0010	1
Итого	1000	—	0,0	—	—	1000

5. Определим теоретические частоты  $f'$  по формуле:

$$f' = \frac{k \Sigma f}{\sigma} \cdot \Phi(t),$$

где  $k$  – длина интервала.

В случае, если вариационный ряд распределения имеет равные интервалы, то

$$\frac{k \Sigma f}{\sigma} = \text{const.}$$

Для нашего примера это величина равна  $3 \cdot 1000/6,05 = = 495,868 \approx 496$ .

Затем это значение (const) умножим на величину  $\Phi(t)$  при данном  $t$  и получим искомую теоретическую частоту (графа 6).

6. Сравним на графике эмпирические  $f'$  и теоретические  $f_i'$  частоты, полученные на основе данных табл. 7.9 (рис. 7.1).

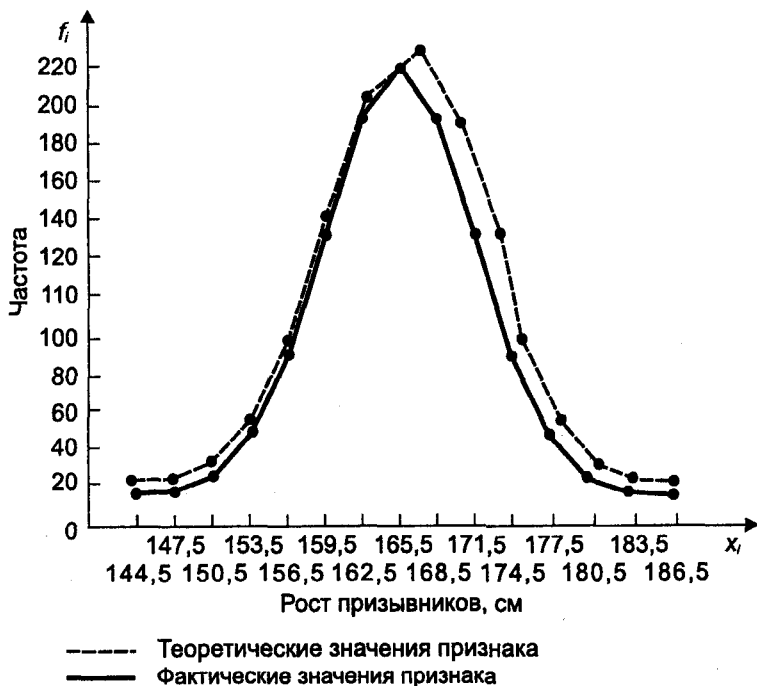


Рис. 7.1. Распределение призывников по росту

**Критерии согласия.** Поскольку все предположения о характере того или иного распределения — это гипотезы, а не категорические утверждения, то они должны быть подвергнуты статистической проверке с помощью показателей, которые называются *критериями согласия*.

Критерии согласия дают возможность, опираясь на установленный закон распределения, установить, когда расхождения между теоретическими и эмпирическими частотами следует признать случайными (несущественными), а когда — неслучайными (существенными). Существует ряд критериев согласия. Наиболее часто на практике применяются критерии Пирсона, Романовского, Колмогорова. Рассмотрим их.

*Критерий согласия Пирсона* ( $\chi^2$ ) вычисляется по формуле

$$\chi^2 = \sum_1^m \frac{(f' - f'_i)^2}{f'_i},$$

где  $f'$  и  $f'_i$  — эмпирические и теоретические частоты соответственно;  
 $m$  — число групп, на которые разбито эмпирическое распределение.

Для распределения  $\chi^2$  составлены специальные таблицы, где указано критическое значение критерия согласия  $\chi^2$  для выбранного уровня значимости  $\alpha$  и данного числа степеней свободы  $\nu = n - 1$  (см. приложение 5). Для оценки существенности расчетное значение  $\chi^2_{\text{рас}}$  сравнивается с табличным  $\chi^2_{\text{табл}}$ .

При полном совпадении теоретического и эмпирического распределения  $\chi^2 = 0$ , в противном случае  $\chi^2 > 0$ . Если  $\chi^2_{\text{рас}} > \chi^2_{\text{табл}}$ , то при заданном уровне значимости  $\alpha$  и число степеней свободы  $\nu$  гипотезу о случайности расхождений отклоняют.

В случае, если  $\chi^2_{\text{рас}} \leq \chi^2_{\text{табл}}$ , делаются заключения о том, что эмпирический ряд хорошо согласуется с гипотезой о предполагаемом распределении и с вероятностью  $(1 - \alpha)$  можно утверждать, что расхождения между теоретическими и эмпирическими частотами случайны.

*Критерий Романовского* ( $C$ ) основан на использовании критерия  $\chi^2$  Пирсона, т.е. уже найденных значениях  $\chi^2$ , и числа степеней свободы  $\nu$ .

$$C = \frac{|x^2 - \nu|}{\sqrt{2\nu}}.$$

При  $C < 3$  расхождения между теоретическим и эмпирическим распределением считаются случайными, если же  $C > 3$ , то неслучайными, и, следовательно, теоретическое распределение не может служить моделью для изучаемого эмпирического распределения.

*Критерий Колмогорова* ( $\lambda$ ) основан на определении максимального расхождения между накопленными частотами эмпирических и теоретических распределений:

$$\lambda = \frac{D}{\sqrt{\Sigma f}},$$

где  $D$  — максимальное значение разности между накопленными эмпирическими и теоретическими частотами;

$\Sigma f$  — сумма эмпирических частот.

Необходимым условием использования этого критерия является достаточно большее число наблюдений (не меньше ста).

Рассчитав значение  $\lambda$ , по таблице  $P(\lambda)$  (см. приложение 14) определяют вероятность, с которой можно утверждать, что отклонения эмпирических частот от теоретических случайны. Вероятность  $P(\lambda)$  может изменяться от 0 до 1. При  $P(\lambda) = 1$  происходит полное совпадение частот, при  $P(\lambda) = 0$  — полное расхождение частот. Если  $\lambda$  принимает значение до 0,3, то  $P(\lambda) = 1$ .

**Пример.** Используя данные табл. 7.9, проверим правильность выдвинутой гипотезы о распределении призывников по росту N-го города по закону нормального распределения. Для оценки близости эмпирических и теоретических частот воспользуемся критерием Пирсона, Романовского и Колмогорова.

**Решение.** 1. Определим критерий Пирсона. Все расчеты показаны в табл. 7.10.

Таблица 7.10

Группы призывников по росту, см	Частоты ряда		$f' - f_i'$	$(f' - f_i')^2$	$\frac{(f' - f_i')^2}{f_i'}$
	эмпирические $f'$	теоретические $f_i'$			
А	1	2	3	4	5
143 – 146	1	1			
146 – 149	2 } 11	2 } 12	-1	1	0,083
149 – 152	8 } 9	9 } 9			
152 – 155	26	28	-2	4	0,143
155 – 158	65	65	0	0	0
158 – 161	120	121	-1	1	0,008
161 – 164	181	175	6	36	0,206
164 – 167	201	198	3	9	0,045
167 – 170	170	175	-5	25	0,143
170 – 173	120	121	-1	1	0,008
173 – 176	64	65	-1	1	0,015
176 – 179	28	28	0	0	0
179 – 182	10	9	1	1	0,111
182 – 185	3 } 4	2 } 3	1	1	0,5
185 – 188	1 } 1	1 } 1			
Итого	1000	1000	—	—	1,262



В табл. 7.10 (графы 1 и 2) объединим частоты первых трех групп, так как частота первых двух групп меньше 5. Фактическое значение  $\chi^2_{\text{факт}} = 1,262$ .

2. Находим критическое (табличное) значение  $\chi^2_{\text{табл}}$ . В рассматриваемом примере ряд имеет 15 групп вариантов, следовательно, и 15 групп частот. Поэтому число степеней свободы для последних (при выравнивании по кривой нормального распределения)  $\nu = 15 - 3 = 12$ . Примем наиболее часто используемый уровень значимости  $\alpha = 0,05$  и обратимся к приложению 5.

По таблице значение  $\chi^2$ -критерия Пирсона для степеней свободы  $\nu = 12$  и уровня значимости  $\alpha = 0,05$  определяем, что  $\chi^2_{\text{табл}} = 21,03$ . Так как полученное в задаче фактическое значение  $\chi^2_{\text{факт}} = 1,262$ , т.е. меньше табличного, то, следовательно, можно считать случайными расхождения между эмпирическими и теоретическими частотами и выдвинутая гипотеза о близости эмпирического распределения к нормальному не опровергается.

3. Определим критерии Романовского:

$$C = \frac{|x^2 - \nu|}{\sqrt{2\nu}} = \frac{|1,262 - 12|}{\sqrt{2 \cdot 12}} = \frac{10,738}{4,899} = 2,19.$$

Так как  $C < 3$ , гипотеза не отвергается. Критерий Романовского также подтверждает, что расхождения между эмпирическими и теоретическими частотами несущественны, т.е. случайны.

4. Попробуем проверить нашу гипотезу с помощью критерия Колмогорова. Для этого запишем наполненные частоты эмпирического и теоретического распределения и найдем максимальный разрыв между ними (табл. 7.11).

Таблица 7.11

Расчет величин для определения критерия согласия Колмогорова

$f'$	$f'_i$	Накопленные частоты		$ S - S'_i $
		эмпирические $S$	теоретические $S'_i$	
1	2	3	4	5
1	1	1	1	0
2	2	3	3	0
8	9	11	12	1
26	28	37	40	3
65	65	102	105	3
120	121	222	226	4

$f'$	$f'_i$	Накопленные частоты		$ S - S'_i $
		эмпирические $S$	теоретические $S'_i$	
1	2	3	4	5
181	175	403	401	2
201	198	604	599	5
170	175	774	774	0
120	121	894	895	1
64	65	958	960	2
28	28	986	988	2
10	9	996	997	1
3	2	999	999	0
1	1	1000	1000	0
1000	1000	—	—	—

Из данных табл. 7.11 видно, что максимальный разрыв  $D = 5$ , поэтому

$$\lambda = \frac{D}{\sqrt{N}} = \frac{5}{\sqrt{1000}} = 0,158 \approx 0,2.$$

По таблицам вероятностей  $P(\lambda)$  определяем, что  $\lambda = 0,2$  соответствует  $P(x)$ , близка к 1,000. Это означает, что с вероятностью, близкой к 1, можно утверждать, что отклонения эмпирических частот от теоретических в нашем примере являются случайными. Следовательно, можно считать, что в основе фактического распределения призывников по росту лежит нормальное распределение. Этот вывод подтвердили все три критерия согласия.

## 7.2 Задачи и упражнения

7.1. При изучении покупательского спроса в обувных отделах торгового комплекса «Москва» получены следующие данные о распределении продаж мужской летней обуви по размерам:

Размер	38	39	40	41	42	43	44	Итого
Число проданных пар	4	4	8	13	19	8	4	60

Проведите частотный анализ распределения и сделайте выводы. Для этого:

- замените групповые частоты частостями;
- для каждой группы определите кумулятивные частоты;
- постройте кумуляту распределения.

7.2. Действующие кредитные организации в РФ на начало 2001 года по величине зарегистрированного уставного капитала распределились так:

Группы организаций по уставному капиталу, млн руб.	До 3	3 – 10	10 – 30	30 – 60	60 – 150	150 – 300	300 и выше	Итого
Число организаций	174	282	313	254	127	68	93	1311

Проведите частотный анализ распределения, используя плотности частостей и кумулятивные частоты. Сделайте выводы.

7.3. По данным Госкомстата РФ на начало 2000/01 учебного года число студентов различных форм обучения государственных вузов распределялось так (тыс. чел.): дневная – 2442, вечерняя – 259, заочная – 1519, экстернат – 52.

Проведите частотный анализ распределения и сделайте выводы. Для этого:

- изложите исходные данные в таблице;
- замените групповые частоты частостями;
- для каждой группы определите кумулятивные частоты.

7.4. По результатам зимней экзаменационной сессии одного курса студентов получено следующее распределение оценок по баллам:

Балл оценки знаний студентов	2	3	4	5	Итого
Число оценок, полученных студентами	6	75	120	99	300

Определите:

- средний балл оценки знаний студентов;

- б) модальный балл успеваемости и медианное значение балла;  
в) сделайте выводы о характере данного распределения.

7.5. По данным задачи 7.1 определите модальный размер мужской обуви, объясните его содержание.

7.6. Распределение торговых фирм по размеру месячного товарооборота характеризуется следующими данными:

Товарооборот, млн руб.	До 5	5 – 10	10 – 15	15 – 20	20 – 25	25 и более	Итого
Число фирм	20	26	20	14	10	10	100

Определите:

- а) средний размер месячного товарооборота на одну фирму;  
б) модальное и медианное значение месячного товарооборота;  
в) сделайте выводы о характере данного распределения.

7.7. По данным Госкомстата РФ численность занятых в экономике по возрасту в 2000 г. распределилась так:

Возраст, лет	До 20	20 – 24	25 – 29	30 – 34	35 – 39	40 – 44	45 – 49	50 – 54	55 – 59	60 – 72	Итого
% к общей численности занятых в экономике	1,5	9,2	11,5	11,6	15,3	17,0	15,4	10,7	3,6	4,2	100,0

Определите медиану, первый и третий квартили, первый и десятый децили. Объясните их содержание.

7.8. Распределение безработных по длительности перерыва в работе N-го региона, характеризуется следующими данными:

Длительность перерыва в работе, месяцев	В % к общей численности мужчин, женщин	
	мужчин	женщин
До 3	27,4	20,4
3 – 6	38,3	47,1
6 – 9	14,6	13,5
9 – 12	10,7	10,4
12 и более	9,0	8,6
Итого	100,0	100,0

Определите медианные и квартильные значения продолжительности перерыва в работе, объясните их содержание и проведите сравнительный анализ.

**7.9.** Распределение коммерческих банков по величине кредитных вложений характеризуется следующими данными:

Величина кредитных вложений, млн руб.	до 200	200 – 400	400 – 600	600 – 800	800 – 1000	1000 и более	Итого
Число банков	5	10	8	7	4	2	36

Определите квартили и децили уровня кредитных вложений, объясните их содержание.

**7.10.** Распределение населения по величине среднедушевого денежного дохода в России за 2000 г. характеризуется следующими данными:

Среднедушевой доход, руб. в месяц	До 500	500 – 750	750 – 1000	1000 – 1500	1500 – 2000	2000 – 3000	3000 – 4000	Свыше 4000	Итого
Численность населения, млн чел.	4,5	10,5	14,3	30,1	24,7	30,7	14,9	15,9	145,6

Для оценки степени децильной дифференциации населения определите децили среднедушевого дохода. Объясните их содержание.

**7.11.** Распределение подростковой преступности по одной из областей РФ за 1-е полугодие 2003 г.:

Возраст правонарушителей, лет	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	Итого
Количество правонарушений	7	12	13	12	15	24	29	36	42	30	220

Определите показатели вариации:

а) размах;

б) среднее линейное отклонение;

в) среднее квадратическое отклонение;

г) коэффициент вариации.

Оцените количественную однородность совокупности.

**7.12.** Распределение числа слов в телеграмме в двух почтовых отделениях характеризуется следующими данными:

Количество слов в телеграмме	Почтовое отделение (число телеграмм)	
	А	Б
13	20	17
14	22	24
15	37	46
16	26	22
17	20	20
18	15	12
20	10	9
Итого	150	150

Определите для каждого почтового отделения:

а) среднее число слов в одной телеграмме;

б) среднее линейное отклонение;

в) линейный коэффициент вариации;

г) сравните вариацию числа слов в телеграмме.

**7.13.** Распределение длины пробега автофургона торговой фирмы характеризуется следующими данными:

Длина пробега за один рейс, км	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70	70 – 80	80 и выше	Итого
Число рейсов за 1 месяц	20	25	14	18	8	5	90

Определите:

а) среднюю длину пробега за один рейс;

б) среднее квадратическое отклонение;

в) коэффициент вариации.

Оцените количественную однородность совокупности.

**7.14.** Распределение численности безработных по возрастным группам в N-м регионе за 2000 – 2003 гг. характеризуется следующими данными:

Возраст безработных, лет	В % к общей численности безработных	
	2000	2003
До 20	7,9	8,6
20 – 24	18,3	17,7
25 – 29	13,3	12,4
30 – 34	12,0	12,0
35 – 39	14,7	13,0
40 – 44	13,0	13,8
45 – 49	10,5	10,7
50 – 54	5,4	6,7
55 – 59	3,1	2,6
60 – 72	1,8	2,5
Итого	100,0	100,0

Определите:

а) для каждого года средний возраст безработного;

б) среднее квадратическое отклонение;

в) коэффициент вариации.

Сравните вариацию возраста безработных за два года.

**7.15.** Основные фонды предприятий города производственной и непроизводственной сферы характеризуются следующими данными:

Число предприятий	Среднегодовая стоимость основных фондов предприятий в сфере, млн руб.	
	производственной	непроизводственной
2	2,9	0,9
3	7,1	1,2
5	10,7	2,2
6	6,9	3,2
7	5,1	4,2
23		

Определите по каждому виду основных фондов: средний размер основных фондов на одно предприятие и среднее квадратическое отклонение. Сравните вариацию, сделайте выводы.

**7.16.** Распределение фермерских хозяйств по посевной площади характеризуется следующими данными:

Посевные площади, га	До 100	100 – 200	200 – 300	300 – 400	400 – 500	500 и более	Итого
Удельный вес хозяйств, % к итогу	17	20	28	25	7	3	100

Определите дисперсию и среднее квадратическое отклонение посевных площадей, применив для расчета средней арифметической и дисперсии способ моментов.

7.17. Распределение коммерческих банков по размеру активов характеризуется следующими данными:

Размер активов, млн руб.	До 200	200 – 300	300 – 400	400 – 500	500 – 600	600 и более	Итого
Удельный вес банков, % к итогу	8	25	52	7	5	3	100

Определите общую дисперсию двумя способами:

- а) обычным;
- б) по способу моментов.

7.18. Данные о производительности труда трёх цехов текстильной промышленности характеризуются следующими данными:

Цех	Средняя часовая производительность труда, м <sup>2</sup>	Среднее квадратическое отклонение в группе
1	29,2	2,4
2	18,22	2,27
3	28,36	3,47

Сравните вариацию производительности труда в названных цехах, сделайте выводы.

7.19. Товарооборот по предприятию общественного питания на одного работника за квартал характеризуется следующими данными:



Предприятие	Товарооборот в расчете на одного работника, млн руб.	Дисперсия товарооборота в группе
Столовые	13	3,29
Кафе, закусочные	20	36,00
Рестораны	26	9,00

Определите по каждому предприятию: коэффициент вариации и сравните вариацию товарооборота общественного питания в названных предприятиях. Сделайте выводы.

**7.20.** Средняя величина признака в совокупности равна 20, а средний квадрат индивидуальных значений этого признака – 400. Определите коэффициент вариации.

**7.21.** Дисперсия признака равна 10, средний квадрат его индивидуальных значений – 140. Чему равна средняя?

**7.22.** Средняя величина в совокупности равна 16, среднее квадратическое отклонение – 8. Определите средний квадрат индивидуальных значений этого признака.

**7.23.** Средний квадрат отклонений индивидуальных значений признака от их средней величины равен 100, а средняя – 15. Определите, чему равен средний квадрат отклонений индивидуальных значений признака от величины, равной 10 и 25.

**7.24.** Средняя величина признака равна 14, а дисперсия – 60. Определите средний квадрат отклонений вариантов признака от 19.

**7.25.** Средний квадрат отклонений вариантов признака от произвольной величины равен 300, а сама произвольная величина равна 70 единицам. Определите дисперсию признака, если известно, что средняя величина его варианта равна 80.

**7.26.** Средний квадрат отклонений вариантов признака от произвольной величины равен 61. Средняя величина признака больше произвольной величины на 6 единиц и равна 10. Найдите коэффициент вариации.

**7.27.** Имеются следующие данные о балансовой прибыли предприятий за два квартала:

Квартал	Число предприятий	Балансовая прибыль, млн руб.
I	3	18,4; 38,8; 72,6
II	4	14,1; 16,3; 48,8; 27,9

Определите:

а) среднюю из внутригрупповых, межгрупповую и общую дисперсию балансовой прибыли предприятия;

б) коэффициент детерминации и эмпирическое корреляционное отношение.

Сделайте выводы.

**7.28.** Распределение семей сотрудников финансовой корпорации по количеству детей характеризуется следующими данными:

Количество детей в семье	Число семей сотрудников по подразделениям		
	1-е	2-е	3-е
0	4	7	5
1	6	10	13
2	3	3	3
3	2	1	—

Определите:

а) внутригрупповые дисперсии;

б) среднюю из внутригрупповых дисперсий;

в) межгрупповую дисперсию;

г) общую дисперсию.

Проверьте правильность произведенных расчетов с помощью правила сложения дисперсий и рассчитайте эмпирическое корреляционное отношение.

**7.29.** Распределение стоимости продукции, предназначенной для экспортных поставок, по ценам предприятия, характеризуется следующими данными:

Цех	Стоимость всей произведенной продукции, млн руб.	В том числе стоимость экспортной продукции, млн руб.
1	150	120
2	200	180
3	400	380
Итого	750	680

Определите:

- а) внутрицеховые дисперсии доли;
- б) среднюю из внутрицеховых дисперсий;
- в) межгрупповую дисперсию;
- г) общую дисперсию.

Проверьте правильность произведенных расчетов с помощью правила сложения дисперсий доли.

**7.30.** Ниже приводятся данные по отдельным молочно-товарным фермам хозяйства об общем поголовье коров и числе дойных коров на 1 июля 2002 г.:

Ферма	Всего коров, голов	В том числе дойных
1	200	180
2	225	160
3	300	285
Итого	725	625

Определите:

- а) дисперсию доли дойных коров в общем поголовье коров по отдельным молочно-товарным фирмам;
- б) среднюю из внутригрупповых дисперсий;
- в) межгрупповую дисперсию;
- г) общую дисперсию доли дойных коров по фермерскому хозяйству в целом.

Проверьте правильность произведенных расчетов с помощью правила сложения дисперсий.

**7.31.** Распределение строительных фирм по объему инвестиций характеризуется следующими данными:

Объем инвестиций, млн руб.	6 – 8	8 – 10	10 – 12	12 – 14	14 – 16	16 – 18	18 – 20	Итого
Число фирм	4	6	32	34	27	10	7	120

Определите характеристики распределения:

- а) среднюю;
- б) моду;
- в) среднее квадратическое отклонение;
- г) коэффициент вариации и асимметрии.

Сделайте выводы о характере распределения строительных фирм.

**7.32.** Распределение семей города по числу детей характеризуется следующими данными:

Число детей в семье	0	1	2	3	4	5	Итого
Число семей, % к итогу	10	26	29	17	13	5	100

Определите коэффициенты асимметрии и эксцесса, используя центральные моменты первых четырех порядков. Сделайте выводы о характере распределения семей.

**7.33.** По данным задачи 7.6 определите характеристики распределения:

- а) среднюю;
- б) моду;
- в) среднее квадратическое отклонение;
- г) коэффициент вариации и асимметрии Пирсона.

Сделайте выводы о характере распределения товарооборота.

**7.34.** По данным задачи 7.17 определите показатели асимметрии и эксцесса распределения коммерческих банков по размеру актива. Сделайте выводы.

**7.35.** При исследовании трудовой активности сотрудников организации (отработано человеко-дней за год) получены средние величины и центральные моменты:

Показатели	Для мужчин	Для женщин	
$\bar{x}$	240	180	
Центральные моменты	$\mu_2$	1200	
	$\mu_3$	4800	34500
	$\mu_4$	3 483 000	16 835 000

Используя показатели асимметрии и эксцесса, сравните характер распределения мужчин и женщин по трудовой активности. Сделайте выводы.

**7.36.** По данным выборочного исследования домашних хозяйств по числу совместного проживания их членов получены следующие данные:

Показатели	Для числа членов домашних хозяйств	
$\bar{x}$	2,789	
Центральные моменты	$\mu_2$	1,6505
	$\mu_3$	0,3811
	$\mu_4$	6,1715

Определите коэффициент асимметрии Пирсона и нормированные моменты 3-го и 4-го порядка. Сделайте выводы.

**7.37.** По данным задачи 7.14 определите критерий согласия Пирсона ( $\chi^2$ ) и проверьте близость эмпирического и теоретического распределений численности безработных за 2000 г.

**7.38.** По данным задачи 7.14 проверьте близость эмпирического и теоретического распределений численности безработных за 2000 г. с помощью критериев согласия Романовского и Колмогорова.

## 7.3

### Рекомендации преподавателям

**1. Практические занятия.** На практических занятиях целесообразно часть времени отвести обсуждению со студентами сущности, назначения и использования каждого из показателей вариации. Особое внимание следует обратить на относительные показатели вариации и разные виды дисперсий, их единство и различия, добиваясь глубокого усвоения студентами их логического содержания. Студенты должны усвоить смысл практического применения таких показателей, в частности при изучении взаимосвязи рядов динамики и выборочного наблюдения.

В результате решения задач студенты должны овладеть способами вычисления того или иного показателя, выработать навыки проведения расчетов, а также усвоить сущность и задачи изучения вариации социально-экономических явлений. Задачи для решения следует выбирать в той последовательности, в какой они даны в этой главе. Небольшие задачи в главе (с 7.20 по 7.26) даны для закрепления понимания взаимосвязи средних величин, раз-

ных показателей вариации и их математических свойств. Необходимо, чтобы эти задачи студенты научились решать, не прибегая к вычислениям на бумаге или счетной технике. Когда студенты научатся решать задачи в уме, можно считать, что они достаточно усвоили основной материал темы.

Завершением практических занятий по теме должно быть вычисление показателей центра распределения (средней арифметической, моды, медианы), структурных характеристик ряда распределения. Особое внимание надо обратить на вычисление и экономическую интерпретацию квартилей и децилей по ряду распределения, а также показателей формы распределения (асимметрии и эксцесса). Кроме того, в статистической практике большой интерес представляет решение вопроса о том, в какой мере полученное в результате статистического наблюдения распределение признака в исследуемой совокупности, соответствует нормальному распределению. Поэтому для проверки близости теоретического и эмпирического распределений необходимо на практическом занятии вычислить и критерии согласия.

**2. Задание для самостоятельной внеаудиторной работы студентов.** Задания (два-три) могут быть даны в виде последовательного набора задач в соответствии с построением практических занятий или в виде одной комплексной задачи с условием последовательного ее решения. Можно дать сведения о двух совокупностях крупнейших компаний (данные получить в Интернет-ресурсах), предложить провести исследование вариации (давая студентам разные пары взаимосвязанных признаков) в каждой совокупности компаний, затем в целом по обеим совокупностям, а также исследование тесноты связи с определением ее количественной характеристики в виде корреляционного отношения (эмпирического). Выбор типа задания зависит от многих конкретных условий преподавания курса теории статистики. Если время, отведенное учебным планом на курс, ограничено, наиболее целесообразен первый или второй тип задания.

**3. Аудиторная контрольная работа.** Она должна быть рассчитана на 1–2 часа аудиторной работы (в зависимости от отведенного на курс времени) и содержать последовательный набор небольших задач или одну комплексную задачу, на основе данных которой могут быть рассчитаны разные показатели вариации.

## ГЛАВА 8

# ВЫБОРОЧНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

### 8.1

#### Методические указания и решение типовых задач

Статистическое наблюдение или сбор статистических данных на сплошной или несплошной основе является первым этапом статистического исследования. В то же время такой вид несплошного наблюдения, как наблюдение выборочное основан на теории относительных и средних показателей, показателей вариации, предельных теоремах закона больших чисел. Поэтому приступать к изучению данной темы, к решению учебных и практических задач можно только после того, как будет пройден и усвоен материал предшествующих тем данного курса.

*Выборочным* называется такое несплошное наблюдение, при котором признаки регистрируются у отдельных единиц изучаемой статистической совокупности, отобранных с использованием специальных методов, а полученные в процессе обследования результаты с определенным уровнем вероятности распространяются на всю исходную совокупность. К наиболее распространенным на практике видам выборочного наблюдения относятся:

- собственно-случайная (простая случайная) выборка;
- механическая (систематическая) выборка;
- типическая (стратифицированная, расслоенная) выборка;
- серийная (гнездовая) выборка.

Отбор единиц в выборочную совокупность может быть повторным или бесповторным. При *повторном отборе* попавшая в выборку единица подвергается обследованию, т.е. регистрации значений ее признаков, возвращается в генеральную совокупность и наравне с другими единицами участвует в дальнейшей процедуре отбора. При *бесповторном отборе* попавшая в выборку единица подвергается обследованию и в дальнейшей процедуре отбора не участвует.

Выборочное наблюдение, как бы грамотно с методологической точки зрения оно ни было организовано, всегда связано с определенными, пусть небольшими и измеряемыми ошибками. Случайные ошибки выборки обусловлены действием случайных

факторов, не содержащих каких-либо элементов системности в направлении воздействия на рассчитываемые выборочные характеристики. Даже при строгом соблюдении всех принципов формирования выборочной совокупности выборочные и генеральные характеристики будут несколько различаться. Поэтому получаемые случайные ошибки должны быть статистически оценены и учтены при распространении результатов выборочного наблюдения на всю генеральную совокупность. Оценка таких ошибок и является основной задачей, решаемой в теории выборочного наблюдения. Обратной задачей является определение такой минимально необходимой численности выборочной совокупности, при которой ошибка не превысит заданной величины. На выработку навыков в решении этих задач и направлен материал данной главы.

**Собственно-случайная выборка.** Ее суть заключается в отборе единиц из генеральной совокупности в целом, без деления ее на группы, подгруппы или серии отдельных единиц. При этом единицы отбираются в случайном порядке, не зависящем ни от последовательности расположения единиц в совокупности, ни от значений их признаков.

После проведения отбора с использованием одного из алгоритмов, реализующих принцип случайности, или на основе таблицы случайных чисел, определяются границы генеральных характеристик. Для этого рассчитываются средняя и предельная ошибки выборки.

*Средняя ошибка повторной собственно-случайной выборки* определяется по формуле

$$\mu = \frac{\sigma}{\sqrt{n}},$$

где  $\sigma$  — среднее квадратическое отклонение изучаемого признака;  
 $n$  — объем (число единиц) выборочной совокупности.

*Предельная ошибка выборки* связана с заданным уровнем вероятности. При решении представленных ниже задач требуемая вероятность составляет 0,954 ( $t = 2$ ) или 0,997 ( $t = 3$ ). С учетом выбранного уровня вероятности и соответствующего ему значения  $t$  предельная ошибка выборки составит:

$$\Delta_{\bar{x}} = t \cdot \mu_{\bar{x}}.$$



Тогда можно утверждать, что при заданной вероятности генеральная средняя будет находиться в следующих границах:

$$\bar{x} - \Delta_{\bar{x}} \leq \bar{x} \leq \bar{x} + \Delta_{\bar{x}}.$$

При определении границ *генеральной доли* при расчете средней ошибки выборки используется дисперсия альтернативного признака, которая вычисляется по следующей формуле:

$$\sigma_w^2 = w(1 - w),$$

где  $w$  – выборочная доля, т. е. доля единиц, обладающих определенным вариантом или вариантами изучаемого признака.

При решении отдельных задач необходимо учитывать, что при неизвестной дисперсии альтернативного признака можно использовать ее максимально возможную величину, равную 0,25.

**Пример.** В результате выборочного обследования незанятого населения, ищущего работу, осуществленного на основе собственно-случайной повторной выборки, получен следующий ряд распределения (табл. 8.1).

Таблица 8.1

Результаты выборочного обследования незанятого населения

Возраст, лет	до 25	25 – 35	35 – 45	45 – 55	55 и более
Численность лиц данного возраста	15	37	71	45	22

С вероятностью 0,954 определите границы:

- среднего возраста незанятого населения;
- доли (удельного веса) лиц, моложе 25 лет, в общей численности незанятого населения.

**Решение.** Для определения средней ошибки выборки нам необходимо прежде всего рассчитать выборочную среднюю величину и дисперсию изучаемого признака (табл. 8.2):

$$\bar{x} = \frac{7820}{190} = 41,2;$$

Расчет среднего возраста незанятого населения и дисперсии

Возраст, лет $x$	Численность лиц данного возраста $f$	Середина интервала $x$	$xf$	$x^2f$
До 25	15	20	300	6000
25 – 35	37	30	1110	33300
35 – 45	71	40	2840	113600
45 – 55	45	50	2250	112500
55 и более	22	60	1320	79200
Итого	190	—	7820	344600

$$\sigma^2 = \frac{344600}{190} - 41,2^2 = 116,24;$$

$$\sigma = \sqrt{116,24} = 10,78.$$

Средняя ошибка выборки составит:

$$\mu_x = \frac{10,78}{\sqrt{190}} = 0,8 \text{ года.}$$

Определим с вероятностью 0,954 ( $t = 2$ ) предельную ошибку выборки:

$$\Delta_{\bar{x}} = 2 \cdot 0,8 = 1,6 \text{ года.}$$

Установим границы генеральной средней:

$$41,2 - 1,6 \leq \bar{x} \leq 41,2 + 1,6$$

или

$$39,6 \leq \bar{x} \leq 42,8.$$

Таким образом, на основании проведенного выборочного обследования с вероятностью 0,954 можно заключить, что средний возраст незанятого населения, ищущего работу, лежит в пределах от 40 до 43 лет.

Для ответа на вопрос, поставленный в пункте «б» данного примера, по выборочным данным определим долю лиц в возрасте до 25 лет и рассчитаем дисперсию доли:

$$w = \frac{15}{190} = 0,079;$$

$$\sigma_w^2 = w(1 - w) = 0,079 \cdot 0,921 = 0,073.$$

Рассчитаем среднюю ошибку выборки:

$$\mu_w = \sqrt{\frac{0,073}{190}} = 0,02.$$

Предельная ошибка выборки с заданной вероятностью составит:

$$\Delta_w = 2 \cdot 0,02 = 0,04.$$

Определим границы генеральной доли:

$$0,079 - 0,04 \leq p \leq 0,079 + 0,04 \text{ или}$$

$$0,039 \leq p \leq 0,119.$$

Следовательно, с вероятностью 0,954 можно утверждать, что доля лиц в возрасте до 25 лет в общей численности незанятого населения находится в пределах от 3,9 до 11,9%.

При расчете средней ошибки *собственно-случайной бесповторной выборки* необходимо учитывать поправку на бесповторность отбора:

$$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)},$$

где  $N$  – объем (число единиц) генеральной совокупности.

*Необходимый объем собственно-случайной повторной выборки* определяется по формуле:

$$n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta_x^2}.$$

Если отбор бесповторный, то формула приобретает следующий вид:

$$n = \frac{t^2 \sigma^2 N}{t^2 \sigma^2 + \Delta_{\bar{x}}^2 N}.$$

Полученный на основе использования этих формул результат всегда округляется в большую сторону до целого значения.

**Пример.** Определите, сколько учащихся первых классов школ района необходимо отобрать в порядке собственно-случайной бесповторной выборки, чтобы с вероятностью 0,997 определить границы среднего роста первоклассников с предельной ошибкой 2 см. Известно, что всего в первых классах школ района обучается 1100 учеников, а дисперсия роста по результатам аналогичного обследования в другом районе составила 24.

**Решение.** Необходимый объем выборки при уровне вероятности 0,997 ( $t = 3$ ) составит:

$$n = \frac{3^2 \cdot 24 \cdot 1100}{3^2 \cdot 24 + 2^2 \cdot 1100} = 51,5 \approx 52.$$

Таким образом, для получения данных о среднем росте первоклассников с заданной точностью необходимо обследовать 52 школьника.

**Механическая выборка.** Данная выборка заключается в отборе единиц из общего списка единиц генеральной совокупности через равные интервалы в соответствии с установленным процентом отбора. При решении задач на определение средней ошибки механической выборки, а также необходимой ее численности, следует использовать приведенные выше формулы, применяемые при собственно-случайном бесповторном отборе.

**Типическая выборка.** Эта выборка применяется в тех случаях, когда единицы генеральной совокупности объединены в несколько крупных типичных групп. Отбор единиц в выборку производится внутри этих групп пропорционально их объему на основе использования собственно-случайной или механической выборки<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> При наличии необходимой информации отбор также может производиться пропорционально вариации изучаемого признака в группах.

Средняя ошибка типической выборки определяется по формулам:

$$\mu = \sqrt{\frac{\bar{\sigma}^2}{n}} \quad (\text{повторный отбор});$$

$$\mu = \sqrt{\frac{\bar{\sigma}^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} \quad (\text{бесповторный отбор}),$$

где  $\bar{\sigma}^2$  — средняя из внутригрупповых дисперсий.

**Пример.** В целях изучения доходов населения по трем районам области сформирована 2%-ная выборка, пропорциональная численности населения этих районов. Полученные результаты представлены в табл. 8.3.

Таблица 8.3

Результаты выборочного обследования доходов населения

Район	Численность населения, чел.	Обследовано, чел.	Доход в расчете на 1 человека	
			средняя, тыс. руб.	дисперсия
I	120 000	2400	2,9	1,3
II	170 000	3400	2,5	1,1
III	90 000	1800	2,7	1,6

Определите границы среднедушевых доходов населения по области в целом при уровне вероятности 0,997.

**Решение.** Рассчитаем среднюю из внутригрупповых дисперсий:

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{\sum \sigma_i^2 n_i}{\sum n_i} = \frac{1,3 \cdot 2400 + 1,1 \cdot 3400 + 1,6 \cdot 1800}{2400 + 3400 + 1800} = 1,28.$$

Определим среднюю и предельную ошибки выборки:

$$\mu_x = \sqrt{\frac{1,28}{7600}} (1 - 0,02) = 0,013;$$

$$\Delta_{\bar{x}} = 3 \cdot 0,013 = 0,039 \approx 0,04.$$

Рассчитаем выборочную среднюю:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = \frac{2,9 \cdot 2400 + 2,5 \cdot 3400 + 2,7 \cdot 1800}{2400 + 3400 + 1800} = 2,67 \text{ тыс. руб.}$$

В результате проведенных расчетов с вероятностью 0,997 можно сделать вывод, что среднедушевые доходы жителей данной области находятся в следующих границах (тыс. руб.):

$$2,67 - 0,04 \leq \bar{x} \leq 2,67 + 0,04.$$

При определении *необходимого объема типической выборки* учитывается средняя из внутригрупповых дисперсий:

$$n = \frac{\overline{t^2 \sigma^2}}{\Delta_x^2} \text{ (повторный отбор);}$$

$$n = \frac{\overline{t^2 \sigma^2} N}{t^2 \sigma^2 + \Delta_x^2 N} \text{ (бесповторный отбор).}$$

Полученное значение общего объема выборки необходимо распределить по типическим группам пропорционально их численности, чтобы определить, какое количество единиц следует отобрать из каждой группы:

$$n_i = n \frac{N_i}{N},$$

где  $N_i$  — объем  $i$ -й группы;

$n_i$  — объем выборки из  $i$ -й группы.

**Серийная выборка.** Эта выборка используется в тех случаях, когда единицы изучаемой совокупности объединены в небольшие равновеликие группы или серии. Единицей отбора в этом случае является серия. Серии отбираются с использованием собственно-случайной либо механической выборки, а внутри отобранных серий обследуются все без исключения единицы.

В основе расчета средней ошибки серийной выборки лежит межгрупповая дисперсия:

$$\mu = \sqrt{\frac{\delta^2}{r}} \quad (\text{повторный отбор});$$

$$\mu = \sqrt{\frac{\delta^2}{r} \left(1 - \frac{r}{R}\right)} \quad (\text{бесповторный отбор}),$$

где  $r$  — число отобранных серий;  
 $R$  — общее число серий.

Межгрупповую дисперсию при равновеликих группах вычисляют следующим образом:

$$\delta^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{r},$$

где  $x_i$  — средняя  $i$ -й серии;  
 $\bar{x}$  — общая средняя по всей выборочной совокупности.

**Пример.** В целях контроля качества комплектующих из партии изделий, упакованных в 50 ящиков по 20 изделий в каждом, была произведена 10%-ная серийная выборка. По попавшим в выборку ящикам среднее отклонение параметров изделия от нормы соответственно составило 9 мм, 11, 12, 8 и 14 мм. С вероятностью 0,954 определите среднее отклонение параметров по всей партии в целом.

**Решение.** Рассчитаем выборочную среднюю:

$$\tilde{x} = \frac{9+11+12+8+14}{5} = 10,8 \text{ мм.}$$

Определим величину межгрупповой дисперсии:

$$\delta^2 = \frac{(9-10,8)^2 + (11-10,8)^2 + \dots + (14-10,8)^2}{5} = 4,56.$$

С учетом установленной вероятности  $P = 0,954$  ( $t = 2$ ) предельная ошибка выборки составит:

$$\Delta_{\tilde{x}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{4,56}{5} \left(1 - \frac{5}{50}\right)} = 1,8 \text{ мм.}$$

Произведенные расчеты позволяют заключить, что среднее отклонение параметров всех изделий от нормы находится в следующих границах:

$$(10,8 - 1,8) \text{ мм} \leq \bar{x} \leq (10,8 + 1,8) \text{ мм.}$$

Для определения *необходимого объема серийной выборки* при заданной предельной ошибке используются следующие формулы:

$$r = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta_{\bar{x}}^2} \text{ (повторный отбор);}$$

$$r = \frac{t^2 \delta^2 R}{t^2 \delta^2 + \Delta_{\bar{x}}^2 R} \text{ (бесповторный отбор).}$$

## 8.2 Задачи и упражнения

8.1. В результате 5%-ного выборочного обследования торговых предприятий региона, проведенного на основе собственно-случайной бесповторной выборки, получены следующие данные:

Номер торгового предприятия	Товарооборот за месяц, млн руб.	Номер торгового предприятия	Товарооборот за месяц, млн руб.	Номер торгового предприятия	Товарооборот за месяц, млн руб.	Номер торгового предприятия	Товарооборот за месяц, млн руб.
1	2,3	11	3,2	21	2,3	31	1,9
2	1,9	12	2,0	22	2,4	32	2,4
3	2,8	13	1,5	23	2,7	33	2,0
4	2,1	14	2,3	24	2,4	34	2,3
5	2,2	15	1,8	25	2,9	35	3,5
6	3,7	16	2,4	26	1,7	36	2,5
7	2,8	17	2,3	27	2,2	37	2,4
8	3,0	18	2,8	28	2,5	38	2,3
9	2,3	19	2,5	29	2,3	39	2,2
10	2,0	20	2,3	30	2,5	40	2,8



С вероятностью 0,954 определите по региону в целом:

а) границы среднего товарооборота в расчете на одно торговое предприятие;

б) границы суммарного товарооборота по всем торговым предприятиям.

**8.2.** В результате выборочного обследования покупателей супермаркета (собственно-случайная повторная выборка) получено следующее распределение по размеру сделанных покупок:

Стоимость покупки, руб.	до 100	100 – 200	200 – 300	300 и более
Число покупателей	17	58	89	43

С вероятностью 0,997 определите:

а) границы среднего размера покупки;

б) границы удельного веса покупок на сумму до 100 руб.

**8.3.** Планируется 25%-ное собственно-случайное выборочное обследование населения района. Определите, на сколько процентов ошибка такой выборки при бесповторном отборе будет меньше ошибки повторной выборки.

**8.4.** Выборочное 5%-ное обследование размеров домохозяйств района, проведенное на основе собственно-случайного бесповторного отбора, позволило получить следующие данные:

Размер домохозяйства, чел.	1	2	3	4	5	6	7
Число домохозяйств	35	94	167	53	12	4	1

С вероятностью 0,954 определите по району в целом:

а) границы среднего размера домохозяйства;

б) границы общей численности населения района.

**8.5.** Используя данные об основных финансово-экономических показателях крупнейших банков РФ (приложение 17), а также таблицу случайных чисел (приложение 2) сформируйте 15%-ную собственно-случайную бесповторную выборку для изучения банковских активов и объемов кредитных вложений. Рассчитав выборочные характеристики и их ошибки с вероятностью 0,954, определите границы среднего размера активов и

выданных кредитов в расчете на один банк по рассматриваемой совокупности.

**8.6.** Из партии готовой продукции с целью проверки ее соответствия технологическим требованиям произведена 10%-ная собственно-случайная бесповторная выборка, которая привела к следующим результатам:

Вес изделия, г	46	47	48	49	50	51	52
Число изделий, шт.	46	123	158	97	36	18	12

Можно ли принять всю партию при условии, что доля изделий с весом 51 г и более с вероятностью 0,997 не должна превышать 8%?

**8.7.** На основе 3%-ного выборочного обследования (собственно-случайная бесповторная выборка) получены следующие данные о расходах населения на оплату жилищно-коммунальных услуг:

Расходы на оплату жилищно-коммунальных услуг, руб.	до 100	100 – 200	200 – 300	300 – 400	400 – 500	500 и более
Число домохозяйств	93	190	555	335	84	18

С какой вероятностью можно утверждать, что удельный вес домохозяйств, расходующих на оплату жилищно-коммунальных услуг более 400 руб. в месяц, в целом по данному региону не превышает 9,5%?

**8.8.** Используя данные об основных финансово-экономических показателях крупнейших банков РФ (приложение 16) произведите 20%-ную механическую выборку для определения доли банков, имеющих прибыль менее 20 млн руб. Сравните полученные выборочным методом результаты с генеральной долей, предварительно определив ее по всей рассматриваемой совокупности банков.

**8.9.** Для выборочного контроля знаний студентов в порядке собственно-случайной бесповторной выборки было отобрано и протестировано 156 чел., что составило 5% от общего континген-

та студентов вуза. В результате тестирования 5 студентов показали неудовлетворительные результаты. Можно ли с вероятностью 0,954 утверждать, что доля студентов с неудовлетворительными знаниями в целом по вузу не превышает 7%?

**8.10.** Сколько покупателей супермаркета необходимо охватить в процессе выборочного наблюдения, чтобы с вероятностью 0,997 определить границы среднего размера покупки с предельной ошибкой 15 руб.? Для получения данных о вариации размера покупок воспользуйтесь данными задачи 8.2.

**8.11.** В результате выборочного обследования населения региона установлено, что с вероятностью 0,997 среднедушевые доходы находятся в интервале от 2380 до 2620 руб. в месяц. Определите границы среднедушевых доходов с вероятностью 0,954.

**8.12.** В результате выборочного контроля качества продукции установлено, что при уровне вероятности 0,954 доля некондиционных изделий не превышает 6,4%. При этом доля некондиции в выборке составила 0,05. Можно ли с вероятностью 0,997 утверждать, что некондиционная продукция в тестируемой партии не превышает 8%?

**8.13.** Как изменится необходимый объем собственно-случайной повторной выборки, если уровень вероятности, с которым требуется получить результат, увеличить с 0,683 до 0,954; с 0,954 до 0,997?

**8.14.** Определите, сколько клиентов автосервиса, отобранных на основе алгоритмов собственно-случайной выборки, необходимо опросить для определения доли лиц, неудовлетворенных качеством обслуживания. При этом предельная ошибка не должна превышать 2,5% при уровне вероятности 0,683. Из аналогичных обследований известно, что дисперсия данного альтернативного признака (удовлетворенность качеством обслуживания) не превышает 0,21.

**8.15.** Определите, сколько телефонных звонков необходимо обследовать оператору мобильной связи в порядке собственно-случайной выборки, чтобы с вероятностью 0,954 установить долю разговоров продолжительностью свыше 10 мин. Допустимая величина предельной ошибки 3%.

**8.16.** Определите, сколько семей необходимо охватить собственно-случайной выборкой для определения доли семей, не имеющих детей, с вероятностью 0,954 и предельной ошибкой 2%. Известно, что в регионе проживают 600 тыс. семей, а дисперсия

изучаемого признака по результатам ранее проведенных обследований не превышала 0,19.

**8.17.** Планируется обследование населения с целью определения средних расходов на медицинские услуги и лекарственные средства. Определите необходимый объем собственно-случайной бесповторной выборки, чтобы получить результаты с точностью  $\pm 10$  руб. при уровне вероятности 0,954. Известно, что в районе проживает 73 тыс. человек, а пробное обследование показало, что среднее квадратическое отклонение расходов населения на эти цели составляет 38 руб.

**8.18.** В результате опроса каждого пятого учащегося выпускных классов школ района было выяснено, что среднее время, затрачиваемое ежедневно на подготовку к занятиям, составляет 86 мин. при коэффициенте вариации 29,4%. При этом выборочная совокупность составила 128 чел. С вероятностью 0,997 определите границы средних затрат времени на подготовку к занятиям в целом по всем учащимся выпускных классов школ района.

**8.19.** Определите, каким должен быть интервал отбора при организации выборочного наблюдения на основе механической выборки, чтобы процент отбора составил 20%; 5; 2,5; 2%?

**8.20.** Пробное выборочное обследование каждого сорокового малого предприятия области привело к следующим результатам:

Численность штатных работников, чел.	до 5	6 – 10	11 – 15	16 и более
Число предприятий	36	18	7	2

Определите, каким должен быть интервал отбора при механической выборке, чтобы получить данные о средней численности занятых на малых предприятиях с точностью  $\pm 1$  чел. при уровне вероятности 0,997.

**8.21.** Для определения средних расходов населения района на транспортные услуги проведено 1%-ное обследование, основанное на типическом бесповторном отборе, пропорциональном объему групп. В городе средние расходы составили 240 руб. на человека в месяц при дисперсии 1849, при этом обследовано 1900 чел.; в сельской местности – 90 руб. при дисперсии 1369, обследовано 190 чел.

довано 1100 чел. С вероятностью 0,997 определите границы средних месячных расходов жителей данного района на транспортные услуги.

**8.22.** 10%-ная проверка качества произведенной продукции показала, что в I цехе из обследованных 300 изделий 4% — бракованные, во II цехе из обследованных 380 изделий удельный вес брака — 3%. С вероятностью 0,997 определите границы доли брака во всей произведенной предприятием продукции.

**8.23.** С целью изучения бюджетов домохозяйств, состоящих из 1 чел., проведена 2%-ная бесповторная типическая выборка. По результатам проведенного обследования среднемесячные расходы мужчины составили 2300 руб. (обследовано 1510 чел.), среднемесячные расходы женщины — 1900 руб. (обследовано 1670 чел.). Общая дисперсия среднемесячных расходов по данной категории домохозяйств оценивается 55000. С вероятностью 0,997 определите границы среднемесячных расходов домохозяйств, состоящих из 1 чел., в целом по региону.

**8.24.** Определите, сколько мужчин и сколько женщин достаточно будет охватить бесповторным выборочным обследованием для получения данных о среднемесячных расходах с предельной ошибкой 10 руб. при уровне вероятности 0,954. Для информации о вариации изучаемого показателя и об объемах типических групп используйте результаты решения задачи 8.23.

**8.25.** 2%-ное выборочное обследование торговых предприятий района с целью изучения цен на молоко привело к следующим результатам:

Цена, руб. за 1 литр	Число торговых предприятий в населенных пунктах	
	городских	сельских
до 20	9	29
20 — 22	16	34
22 — 24	37	8
24 и более	18	—

С вероятностью 0,997 определите границы средней цены 1 литра молока в целом по данному району.

**8.26.** Выборочное обследование цен на вторичном рынке жилья позволило получить следующие данные:

Тип жилого помещения	Количество жилых помещений	Средняя цена 1 кв. м, тыс. руб.	Среднее квадратическое отклонение цены, тыс. руб.
Комната в коммунальной квартире	25	12,2	0,8
1-комнатная квартира	34	14,5	0,6
2-комнатная квартира	46	13,1	0,5
3-комнатная квартира	62	11,6	0,3
Многокомнатная квартира	11	15,0	1,1

Предполагая, что в ходе обследования применялась повторная выборка, пропорциональная объему выделяемых типических групп, определите границы средней цены 1 кв. м жилья в данном городе.

**8.27.** В целях изучения прибыли малых предприятий в торговле планируется выборочное обследование, пропорциональное объему групп. По итогам ранее проведенных обследований известно, что дисперсия годовой прибыли малых предприятий, специализирующихся в оптовой торговле, составляет 37 млн руб., в розничной торговле — 25 млн руб. Определите, каким должен быть объем выборки из каждой типической группы для получения результатов с предельной ошибкой 0,7 млн руб. при уровне вероятности 0,954, если учесть, что в данном регионе зарегистрировано 450 малых предприятий оптовой торговли и 1380 малых предприятий розничной торговли.

**8.28.** Для определения удельного веса предприятий, организующих рабочие места для инвалидов, планируется проведение выборочного обследования с выделением двух типических групп по форме собственности:

а) государственная и муниципальная (зарегистрировано 810 предприятий);

б) негосударственная (зарегистрировано 2130 предприятий).

Сколько предприятий необходимо отобрать из каждой группы в порядке бесповторной выборки, чтобы определить средний удельный вес предприятий, использующих труд инвалидов, с ошибкой, не превышающей 4%, при уровне вероятности 0,954?

**8.29.** Сбор томатов в каждой 8-й теплице агрофирмы позволил получить следующие предварительные данные об урожайности:

Номер теплицы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Урожайность, кг на 1 кв. м	9,2	8,2	8,7	8,1	8,0	9,0	8,5	9,3	8,6	8,4

С вероятностью 0,997 определите:

- среднюю урожайность томатов по агрофирме в целом;
- виды на урожай с учетом того, что площадь каждой теплицы составляет 200 кв. м.

**8.30.** Из предполагаемой к закупке товарной партии минеральной воды, упакованной в ящики (по 20 бутылок в каждом), в порядке проверки на соответствие требованиям стандарта собственнo-случайным способом были отобраны 12 ящичков, что составило 2% от их общего количества. Проверка наполняемости бутылок дала следующие результаты:

Номер ящика	Средний заполненный объем бутылки, мл	Номер ящика	Средний заполненный объем бутылки, мл
1	485	7	515
2	490	8	480
3	510	9	495
4	500	10	500
5	495	11	505
6	505	12	520

Можно ли закупить всю партию при условии, что с вероятностью 0,954 средний объем минеральной воды в бутылке должен быть не менее 495 мл?

**8.31.** Учитывая полученные в ходе задачи 8.30 выборочные характеристики определите, сколько ящичков с минеральной водой необходимо обследовать при контроле других партий, чтобы при том же уровне вероятности получать средний объем воды в бутылке с точностью  $\pm 5$  мл.

**8.32.** Определите, сколько выпускных классов необходимо охватить обследованием, чтобы вычислить средние расходы

школьников на подготовку к поступлению в вузы с предельной ошибкой 150 руб. и уровнем вероятности 0,954, если известно, что в области 275 выпускных классов, а дисперсия расходов, по данным прошлогоднего обследования, составила 81 тыс. руб.

### 8.3 Рекомендации преподавателям

**1. Практические занятия.** Практические занятия по данной теме следует начать с обсуждения тех преимуществ, которые дает выборочное наблюдение по сравнению с наблюдением сплошным, а также с определения тех социально-экономических и технических процессов и явлений, которые могут изучаться на основе выборочной методологии. Необходимо показать студентам, что применение выборочных методов не является самоцелью, возможность и целесообразность их применения в каждом конкретном случае должны быть обоснованы.

Представленные в данной главе задачи соответствуют двум возможным стадиям выборочного наблюдения, которые должны быть четко поняты студентами:

а) наблюдение уже проведено при заданном объеме выборки или проценте отбора; требуется определить границы генеральных характеристик на основе расчета выборочных характеристик и их ошибок;

б) наблюдение планируется; необходимо определить тот минимальный объем выборки, который обеспечит требуемую точность при последующем определении границ генеральных характеристик.

Целесообразно сначала прорешать оба варианта задач, в которых рассматривается собственно-случайная выборка, а уже после этого переходить к задачам на другие виды выборки – механическую, типическую и серийную. При решении ряда задач можно использовать несколько уровней вероятности, чтобы студенты могли оценить их влияние на получаемые минимальные объемы выборки и границы генеральных характеристик.

**2. Задание для самостоятельной работы студентов.** Задание может заключаться в формировании выборочной совокупности по первичным, негруппированным данным с применением какого-либо алгоритма отбора, основанного на случайных числах, полученных с помощью Microsoft Excel. Рассчитанные выборочные



характеристики и границы генеральной средней следует сравнить с генеральными характеристиками рассматриваемой совокупности, которые могут быть предварительно вычислены с использованием ПК преподавателем или одним из студентов.

**3. Контрольная аудиторная работа.** Она может включать по одной задаче на каждый вид выборки. При формировании вариантов контрольной работы необходимо учитывать, что задачи на определение границ генеральных характеристик, как правило, более трудоемки по сравнению с задачами на определение необходимого объема выборки.

## **ГЛАВА 9**

# **СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ВЗАИМОСВЯЗИ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ**

### **9.1**

#### **Методические указания и решение типовых задач**

**Основные понятия и классификации.** Исследование объективно существующих связей между явлениями – важнейшая задача теории статистики.

Социально-экономические явления представляют собой результат одновременного воздействия большого числа причин. При изучении этих явлений необходимо выявлять главные, основные причины, абстрагируясь от второстепенных. В основе *первого этапа* статистического изучения связей лежит качественный анализ явления, связанный с анализом его природы методами экономической теории, социологии, конкретной экономики.

*Второй этап* – построение модели связи. Он базируется на методах статистики: группировках, средних величинах, таблицах и т. д. *Третий, последний, этап* – интерпретация результатов, вновь связан с качественными особенностями изучаемого явления. Статистика разработала множество методов изучения связей, выбор конкретного из которых зависит от цели исследова-

ния и от поставленной задачи. Связи между признаками и явлениями, ввиду их большого разнообразия, классифицируются по ряду оснований. Признаки по их значению для изучения взаимосвязи делятся на два класса. Признаки, обуславливающие изменение других, связанных с ними признаков, называют *факторными*, или просто *факторами*. Признаки, изменяющиеся под действием факторных признаков, называют *результативными*. Связи между явлениями и их признаками классифицируются по степени тесноты, по направлению и по аналитическому выражению.

В статистике различают функциональную связь и стохастическую зависимость. *Функциональной* называют такую связь, при которой определенному значению факторного признака соответствует одно и только одно значение результативного признака.

Если причинная зависимость проявляется не в каждом отдельном случае, а в общем, среднем при большом числе наблюдений, то такая зависимость называется *стохастической*. Частным случаем стохастической связи является *корреляционная* связь, при которой изменение среднего значения результативного признака обусловлено изменением факторных признаков.

По степени тесноты связи различают количественные критерии оценки тесноты связи (табл. 9.1).

Таблица 9.1

**Количественные критерии оценки тесноты связи**

Величина коэффициента корреляции	Характер связи
До $ \pm 0,3 $	практически отсутствует слабая умеренная сильная
$ \pm 0,3  -  \pm 0,5 $	
$ \pm 0,5  -  \pm 0,7 $	
$ \pm 0,7  -  \pm 1,0 $	

По направлению выделяют связь прямую и обратную. При *прямой* связи с увеличением или уменьшением значений факторного признака происходит увеличение или уменьшение значений результативного. Например, увеличение степени механизации труда способствует росту рентабельности строительного производства. В случае *обратной* связи значения результативного признака изменяются в противоположном направлении по сравнению с изменением факторного признака. Так, с увеличением

уровня фондоотдачи снижается себестоимость единицы производимой продукции.

По аналитическому выражению выделяют связи прямолинейные (или просто линейные) и нелинейные (криволинейные). Если статистическая связь между явлениями приблизительно выражена уравнением прямой линии, то ее называют *линейной связью*; если же она выражена уравнением какой-либо кривой линии (параболы, гиперболы: степенной, показательной, экспоненциальной и т. д.), то такую связь называют *нелинейной*, или *криволинейной*.

Для выявления наличия связи, ее характера и направления в статистике используются методы приведения параллельных данных, аналитических группировок, графических, корреляционный и регрессионный.

**Метод приведения параллельных данных.** Метод основан на сопоставлении двух или нескольких рядов статистических величин. Такое сопоставление позволяет установить наличие связи и получить представление о ее характере.

**Пример.** Проанализируем методом приведения параллельных данных зависимость успеваемости (балл в сессию) студентов группы ДСС-101 в зимнюю сессию 2003/2004 учебного года по предмету «Теория статистики» от пропущенных ими семинаров в первом семестре (табл. 9.2).

Таблица 9.2

Номер студента	Балл в сессию, $y$	Количество пропущенных семинаров, раз, $x$	Приведенные параллельные данные	
			$x$	$y$
1	2	3	4	5
1	5	1	1	5
2	3	8	2	5
3	4	3	2	5
4	4	5	3	4
5	3	8	4	4
6	2	10	5	4
7	5	2	6	3
8	4	4	8	3
9	5	2	8	3
10	3	6	10	2

Мы видим, что с увеличением количества пропущенных семинаров студентами группы ДСС-101 в первом семестре (графа 4) их успеваемость в зимнюю сессию имела тенденцию к снижению (графа 5). Можно сделать вывод о том, что связь между этими показателями обратная.

Статистическую связь между двумя признаками можно изобразить графически, и по графику судить о наличии, направлении и форме связи. На оси абсцисс откладываются значения факторного признака, на оси ординат – результативного. На графике откладываются все единицы, обладающие определенными значениями  $x$  и  $y$ .

Соединив полученные точки нанесенных на график значений  $x$  и  $y$  прямыми линиями, получим ломаную, называемую «ломаная регрессии». Число точек ломаной регрессии должно строго соответствовать числу единиц наблюдения, по которым даны значения обоих признаков. Кривая позволит судить о форме связи, об аналитическом ее выражении.

**Пример.** Изобразим графически зависимость успеваемости студентов в сессию (балл) от количества пропущенных семинаров, предварительно проранжировав значения  $x$  в порядке возрастания (рис. 9.1).

Анализ рис. 9.1 показывает наличие близкой к линейной зависимости рассмотренных показателей, т. е. чем меньше студен-

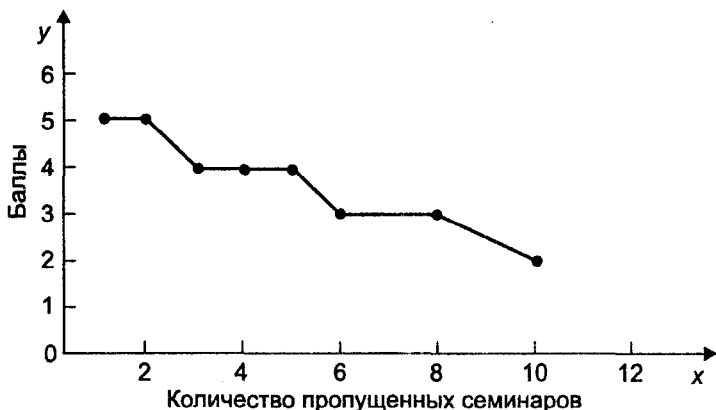


Рис. 9.1. Зависимость успеваемости студентов от количества пропущенных семинаров

ты ДСС-101 пропускали семинары по «теории статистики» в течение семестра, тем выше была получена оценка по предмету в зимнюю сессию 2003/2004 учебного года.

*Парная регрессия* характеризует связь между двумя признаками: результативным и факторным. Аналитически связь между ними описывается уравнениями:

$$\begin{aligned} &\text{прямой } \bar{y}_x = a_0 + a_1x; \\ &\text{параболы } \bar{y}_x = a_0 + a_1x + a_2x^2; \\ &\text{гиперболы } \bar{y}_x = a_0 + a_1 \cdot \frac{1}{x} \text{ и т.д.} \end{aligned} \quad (9.1)$$

Определить тип уравнения можно, исследуя зависимость графически. Однако существуют более общие указания, позволяющие выявить уравнение связи, не прибегая к графическому изображению. Если результативный и факторный признаки возрастают одинаково, примерно в арифметической прогрессии, то это свидетельствует о наличии линейной связи между ними, а при обратной связи – гиперболической. Если результативный признак увеличивается в арифметической прогрессии, а факторный значительно быстрее, то используется параболическая или степенная функции.

Оценка параметров уравнения регрессии  $a_0, a_1$  ( $a_2$  – в уравнении параболы второго порядка) осуществляется методом наименьших квадратов, в основе которого лежит предположение о независимости наблюдений исследуемой совокупности и нахождения параметров модели ( $a_0$  и  $a_1$ ), при котором минимизируется сумма квадратов отклонений эмпирических (фактических) значений результативного признака от теоретических, полученных по уравнению регрессии:

$$S = \sum (y - \bar{y}_x)^2 \rightarrow \min.$$

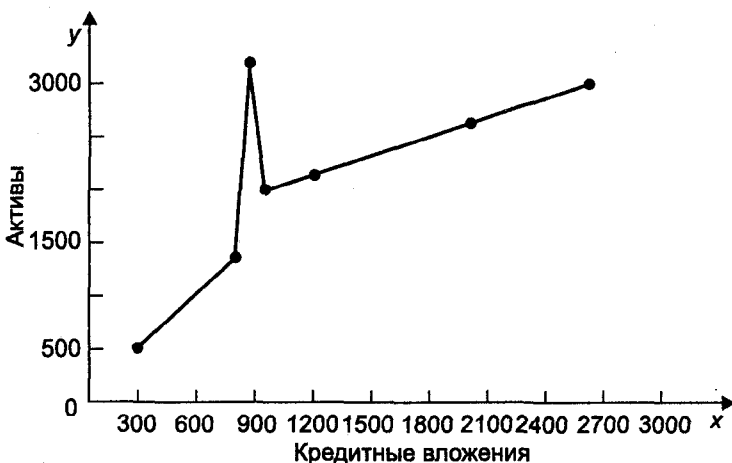
Система нормальных уравнений для нахождения параметров линейной парной регрессии методом наименьших квадратов имеет следующий вид:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x = \sum y; \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum xy, \end{cases} \quad (9.2)$$

где  $n$  – объем исследуемой совокупности (число единиц наблюдения).

В уравнениях регрессии параметр  $a_0$  показывает усредненное влияние на результирующий признак неучтенных (не выделенных для исследования) факторов; параметр  $a_1$  (а в уравнении параболы и  $a_2$ ) – коэффициент регрессии показывает, насколько изменится в среднем значение результирующего признака при изменении факторного на единицу его собственного измерения.

**Пример.** По данным о сумме активов и кредитных вложений коммерческих банков одного из регионов РФ на 01.01.2004 г. (цифры условные) необходимо определить направление и тесноту связи между признаками. Данные в табл. 9.2 представлены после предварительной их обработки методом приведения параллельных данных. Сопоставив полученные ряды данных  $x$  и  $y$ , можно наблюдать наличие прямой зависимости между признаками, когда увеличение кредитных вложений увеличивает сумму активов коммерческих банков. Исходя из этого можно сделать предположение, что связь между признаками прямая и ее можно описать уравнением прямой. Этот же вывод подтверждается и на основе графического анализа (рис.9.2).



**Рис. 9.2.** Зависимость суммы активов коммерческих банков от кредитных вложений

Анализ (рис. 9.2) показывает наличие близкой к прямолинейной зависимости, так как точки расположены практически по прямой линии.

Определим параметры уравнения прямой на основе метода наименьших квадратов, решив систему нормальных уравнений (9.2). Исходные данные и расчетные показатели представим в табл. 9.3.

$$\begin{cases} 7a_0 + 8671a_1 = 14757; \\ 8671a_0 + 14266159a_1 = 21956214, \end{cases}$$

$$a_0 = 816,2878 : a_1 = 1,0429.$$

Отсюда:  $\bar{y}_x = 816,2878 + 1,0429x$ .

Таблица 9.3

**Расчетная таблица**  
для определения параметров уравнения регрессии  
зависимости суммы активов и кредитных вложений  
коммерческих банков одного из регионов РФ на 01.01.2004 г.

Номер банка	Кредит- ные вло- жения, млн. руб. x	Сумма активов, млн. руб. y	$x^2$	xy	$\bar{y}_x$
1	311	518	96721	161098	1140,6
2	658	1194	432964	785652	1502,5
3	783	2941	613089	2302803	1632,9
4	1142	1865	1304164	2129830	2007,3
5	1319	1997	1739761	2634043	2191,9
6	1962	3066	3849444	6015492	2862,4
7	2496	3176	6230016	7927296	3419,4
Итого	8671	14757	14266159	21956214	14757,0

Следовательно, с увеличением кредитных вложений на 1 млн руб. сумма активов возрастет в среднем на 1,0429 млн руб.

Модель регрессии может быть построена как по индивидуальным значениям признака (табл. 9.3), так и по сгруппированным данным (табл. 9.4). Для выявления связи между признаками по достаточно большому числу наблюдений используется *корреляционная таблица*. В корреляционной таблице можно отобразить только парную связь, т. е. связь результативного признака с одним фактором, и на ее основе построить уравнение регрессии и определить показатели тесноты связи. Само уравнение регрессии может иметь линейную, параболическую и другие формы.

При определении параметров модели регрессии и коэффициентов связи по корреляционной таблице не теряется информация о связи, обусловленная усреднением данных. Для составления корреляционной таблицы парной связи статистические данные необходимо предварительно сгруппировать по обоим признакам ( $x$  и  $y$ ), затем построить таблицу, по строкам в которой отложить группы результативного, а по столбцам – группы факторного признаков.

Корреляционная таблица (пример табл. 9.4) дает общее представление о направлении связи. Если оба признака ( $x$  и  $y$ ) располагаются в возрастающем порядке, а частоты ( $f_{xy}$ ) сосредоточены по диагонали сверху вниз направо, то можно судить о *прямой связи между признаками*. В противном случае – об обратной. О тесноте связи между признаками  $x$  и  $y$  по корреляционной таблице можно судить по кучности расположения частот вокруг диагонали (насколько заполнены клетки таблицы в стороне от нее). Если клетки заполнены большими цифрами, то связь слабая. Чем ближе частоты ( $f_{xy}$ ) располагаются к одной из диагоналей, тем теснее связь. Если в расположении частот ( $f_{xy}$ ) нет системности, то можно судить об отсутствии связи.

Рассмотрим анализ статистических данных по корреляционной таблице на следующем примере.

**Пример.** По данным группировки 40 предприятий легкой промышленности по величине балансовой прибыли и объему произведенной продукции (цифры условные) построим уравнение связи (см. табл. 9.4).

**Решение.** Анализ таблицы показывает, что частоты ( $f_{xy}$ ) расположены по диагонали сверху вниз, что свидетельствует о наличии прямой связи между объемом произведенной продукции и балансовой прибылью. Также наблюдаются концентрация частот ( $f_{xy}$ ) вокруг главной диагонали и незаполненность оставшихся клеток, поэтому можно предположить достаточно тесную связь между рассматриваемыми признаками.

Расчет и анализ средних значений  $\bar{y}_i$  по группам факторных признаков  $x$  подтверждает наличие прямолинейной зависимости между  $x$  и  $y$ .

Считая, что зависимость описывается уравнением прямой, коэффициенты  $a_0$  и  $a_1$  определим из системы нормальных уравнений вида:



Расчетная таблица для определения параметров уравнения регрессии по данным группировки предприятий легкой промышленности по величине балансовой прибыли в IV квартале 2003 г.<sup>1</sup>

Балансовая прибыль, млн руб., $y$	Объем произведенной продукции, млн руб., $x$								
	$x'$	300 – 400	400 – 500	500 – 600	600 – 700	700 – 800	$f_y$	$xf_y$	$xyf_y$
	$y'$	350	450	550	650	750			
10 – 20	15	2					2	30	10500
20 – 30	25	4	1				5	125	46250
30 – 40	35	2	5	4			11	385	180250
40 – 50	45		3	8	2		13	585	317250
50 – 60	55			2	4	3	9	495	327250
$f_x$	–	8	9	14	6	3	40	1620	881500
$xf_x$	–	2800	4050	7700	3900	2250	20700	–	–
$x^2f_x$	–	980000	1822500	4235000	2535000	1687500	11260000	–	–
$\bar{y}_i$	–	25,0	37,2	42,6	51,7	55,0	–	–	–

<sup>1</sup> Цифры условные.

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum xf_x = \sum yf_y; \\ a_0 \sum xf_x + a_1 \sum x^2 f_x = \sum xyf_{xy}. \end{cases}$$

Так как значения признаков  $y$  и  $x$  заданы в определенных интервалах, то для каждого интервала сначала необходимо определить середину интервала ( $x$  и  $y$ ), а затем уже по ним строить уравнение регрессии. Покажем промежуточные расчеты: по первой группе

$$x'_1 = \frac{300 + 400}{2} = 350;$$

$$yf_y = 15 \cdot 2 = 30;$$

$$xf_x = 350 \cdot 8 = 2800;$$

$$xyf_y = 350 \cdot 15 \cdot 2 = 10\,500;$$

$$x^2f_x = 350^2 \cdot 8 = 980\,000.$$

по второй группе

$$\begin{aligned}x_2' &= \frac{400 + 500}{2} = 450; \\yf_y &= 25 \cdot 5 = 125; \\xf_x &= 450 \cdot 9 = 4050; \\xuf_y &= 350 \cdot 25 \cdot 4 + 450 \cdot 25 \cdot 1 = 46\,250; \\x^2f_x &= 450^2 \cdot 9 = 1\,822\,500.\end{aligned}$$

Аналогичным образом получены все остальные расчетные значения в таблице.

Таким образом, подставив в систему уравнений итоговые значения из табл. 9.4, получим:

$$\begin{cases} 40a_0 + 20\,700a_1 = 1620; \\ 20\,700a_0 + 11\,260\,000a_1 = 881\,500. \end{cases}$$

Отсюда:  $a_0 = -0,9$ ;  $a_1 = 0,08$ .

Следовательно:  $\bar{y}_x = -0,9 + 0,08x$ .

Параметр уравнения регрессии  $a_1 = 0,08$  показывает, что с увеличением объема выпускаемой продукции на 1 млн руб. балансовая прибыль в среднем возрастает на 80 тыс. руб.

Если связь между признаками  $y$  и  $x$  криволинейная и описывается уравнением параболы второго порядка:

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1x + a_2x^2,$$

то система нормальных уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x + a_2 \sum x^2 = \sum y; \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 + a_2 \sum x^3 = \sum xy; \\ a_0 \sum x^2 + a_1 \sum x^3 + a_2 \sum x^4 = \sum yx^2. \end{cases} \quad (9.3)$$

Оценка обратной зависимости между  $x$  и  $y$ , когда с увеличением (уменьшением)  $x$  уменьшается (увеличивается) значение результативного признака  $y$ , может быть осуществлена на основе уравнения гиперболы вида:

$$\bar{y}_x = a_0 + \frac{a_1}{x}.$$

Система нормальных уравнений для нахождения параметров гиперболы следующая:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum \frac{1}{x} = \sum y; \\ a_0 \sum \frac{1}{x} + a_1 \sum \frac{1}{x^2} = \sum \frac{y}{x}. \end{cases} \quad (9.4)$$

**Множественная (многофакторная) регрессия.** Изучение связи между тремя и более связанными между собой признаками носит название *множественной (многофакторной) регрессии*, описываемой функцией вида:

$$\bar{Y}_{1,2,\dots,k} = f(x_1, x_2, \dots, x_k).$$

Построение моделей множественной регрессии включает этапы:

- 1) выбор формы связи (уравнения регрессии);
- 2) отбор факторных признаков;
- 3) обеспечение достаточного объема совокупности для получения несмещенных оценок.

Выбор типа уравнения затрудняется тем, что для любой формы зависимости можно выбрать целый ряд уравнений, которые в определенной степени будут описывать эти связи. Поскольку уравнение регрессии строится главным образом для объяснения и количественного выражения взаимосвязей, оно должно хорошо отражать сложившиеся между исследуемыми факторами фактические связи.

Практика построения многофакторных моделей взаимосвязи показывает, что все реально существующие зависимости между социально-экономическими явлениями можно описать, используя пять типов моделей:

- 1) линейную:  $\bar{y}_{1,2,\dots,k} = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_kx_k$ ;
- 2) степенную:  $\bar{y}_{1,2,\dots,k} = a_0x_1^{a_1}x_2^{a_2} \dots x_k^{a_k}$ ;
- 3) показательную:  $\bar{y}_{1,2,\dots,k} = e^{a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_kx_k}$ ;
- 4) параболическую:  $\bar{y}_{1,2,\dots,k} = a_0 + a_1x_1^2 + a_2x_2^2 + \dots + a_kx_k^2$ ;
- 5) гиперболическую:  $\bar{y}_{1,2,\dots,k} = a_0 + \frac{a_1}{x_1} + \frac{a_2}{x_2} + \dots + \frac{a_k}{x_k}$ .

Основное значение имеют линейные модели в силу простоты и логичности их экономической интерпретации. Нелинейные формы зависимости приводятся к линейным путем линеаризации.

Важным этапом построения уже выбранного уравнения множественной регрессии являются отбор и последующее включение факторных признаков.

Проблема отбора факторных признаков для построения моделей взаимосвязи может быть решена на основе эвристических (интуитивно-логических) или многомерных статистических методов анализа.

Наиболее приемлемым способом отбора факторных признаков является *шаговая регрессия* (шаговый регрессионный анализ). Сущность метода шаговой регрессии заключается в последовательном включении факторов в уравнение регрессии и последующей проверке их значимости. Факторы поочередно вводятся в уравнение так называемым «прямым методом». При проверке значимости введенного фактора определяется, насколько уменьшается сумма квадратов остатков и увеличивается величина множественного коэффициента корреляции ( $R^2$ ). Одновременно используется и обратный метод, т. е. исключение факторов, ставших незначимыми на основе  $t$ -критерия Стьюдента.

При построении моделей регрессии студент может столкнуться и с проблемой *мультиколлинеарности*, под которой понимается тесная зависимость между факторными признаками, включенными в модель. Мультиколлинеарность существенно искажает результаты исследования.

Одним из индикаторов определения наличия мультиколлинеарности между факторными признаками является превышение величины парного коэффициента корреляции  $0,8$  ( $r_{x_i x_j} \geq 0,8$ ).

Устранение мультиколлинеарности может реализовываться через исключение из корреляционной модели одного или нескольких линейно-связанных факторных признаков или преобразование исходных факторных признаков в новые, укрупненные факторы.

**Пример.** По данным о сумме активов ( $y$ ), кредитных вложений ( $x_1$ ) и величине собственного капитала ( $x_2$ ) коммерческих банков одного из регионов РФ на 01.01.2004 г. построить множественное уравнение связи. Связь предполагается линейной. Расчетная таблица для определения параметров уравнения регрессии представлена в табл. 9.5.

Таблица 9.5

Расчетная таблица для определения параметров уравнения регрессии

Номер банка	Сумма акти- вов, млн руб. $y$	Кре- дитные вложе- ния, млн руб. $x_1$	Собст- венный капи- тал, млн руб. $x_2$	$yx_1$	$x_1^2$	$y^2$	$x_1x_2$	$x_2^2$	$yx_2$	$\bar{y}_x$
1	3176	2496	209	7 927 296	6 230 016	10 086 976	521 664	43 681	663 784	3 153
2	3066	1962	201	6 015 492	3 849 444	9 400 356	394 362	40 401	616 266	3 000
3	2941	783	177	2 302 803	613 089	8 649 481	138 591	31 329	520 557	2 554
4	1997	1319	136	2 634 043	1 739 761	3 988 009	179 384	18 496	271 592	1 886
5	1865	1142	175	2 129 830	1 304 164	3 478 225	199 850	30 625	326 375	2 533
6	1194	658	88	785 652	432 964	1 425 636	57 904	7 744	105 072	1 057
7	518	311	60	161 098	96 721	268 324	18 660	3 600	31 080	574
Итого	14 757	8671	1046	21 956 214	14 266 159	37 297 007	1 510 415	175 876	2 534726	14 757

### Решение

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2.$$

Система нормальных уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x_1 + a_2 \sum x_2 = \sum y; \\ a_0 \sum x_1 + a_1 \sum x_1^2 + a_2 \sum x_1 x_2 = \sum y x_1; \\ a_0 \sum x_2 + a_1 \sum x_1 x_2 + a_2 \sum x_2^2 = \sum y x_2; \end{cases} \quad (9.6)$$

$$\begin{cases} 7a_0 + 8671a_1 + 1046a_2 = 14\,757; \\ 8671a_0 + 14\,266\,159a_1 + 1510\,415a_2 = 21956\,214; \\ 1046a_0 + 1510\,415a_1 + 175\,876a_2 = 2534\,726. \end{cases}$$

Отсюда:  $a_0 = -443,4$ ;  $a_1 = 0,0368$ ;  $a_2 = 16,77$ ;

$$\bar{y}_{x_1, x_2} = -443,4 + 0,0368x_1 + 16,77x_2.$$

Расчеты показали, что с увеличением кредитных вложений на 1 млн. руб. и собственного капитала коммерческих банков на 1 млн. руб. стоимость их активов возрастает соответственно в среднем на 0,0368 и 16,77 млн. руб.

**Оценка существенности связи. Принятие решений на основе уравнения регрессии.** Проверка *адекватности* моделей, построенных на основе уравнений регрессии, начинается с проверки значимости каждого коэффициента регрессии.

Значимость коэффициента регрессии осуществляется с помощью *t*-критерия Стьюдента:

$$t_p = \frac{|a_i|}{\sqrt{\sigma_{a_i}^2}}, \quad (9.7)$$

где  $\sigma_{a_i}^2$  — дисперсия коэффициента регрессии.

Параметр модели признается статистически значимым,

$$\text{если } t_p > t_{kp}(\alpha; \nu = n - k - 1),$$

где  $\alpha$  — уровень значимости;  
 $\nu = n - k - 1$  — число степеней свободы.

Величина  $\sigma_{a_i}^2$  может быть определена по выражению

$$\sigma_{a_i}^2 = \frac{\sigma_y^2}{k}, \quad (9.8)$$

где  $\sigma_y^2$  — дисперсия результативного признака;  
 $k$  — число факторных признаков в уравнении.

Более точную оценку величины дисперсии можно получить по формуле

$$\sigma_{a_i} = \frac{\sigma_y \cdot \sqrt{1 - R^2}}{\sigma_{x_i} \cdot \sqrt{n} \cdot \sqrt{1 - R_i}}, \quad (9.9)$$

где  $R_i$  — величина множественного коэффициента корреляции по фактору  $x_i$  с остальными факторами.

Проверка адекватности всей модели осуществляется с помощью расчета F-критерия и величины средней ошибки аппроксимации ( $\bar{\epsilon}$ ).

Значение средней ошибки аппроксимации, определяемой по формуле

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{n} \sum \frac{|y - \bar{y}_{1,2,\dots,k}|}{y_{1,2,\dots,k}} \cdot 100, \quad (9.10)$$

не должно превышать 12–15%.

*Интерпретация* моделей регрессии и регрессии осуществляется методами той отрасли знаний, к которой относятся исследуемые явления. Но всякая интерпретация начинается со статистической оценки уравнения регрессии в целом и оценки зависимости входящих в модель факторных признаков, т. е. с выяснения, как они влияют на величину результативного признака. Чем больше величина коэффициента регрессии, тем значительнее влияние данного признака на моделируемый. Особое значение при этом имеет знак перед коэффициентом регрессии. Знаки коэффициентов регрессии говорят о характере влияния на результативный признак. Если факторный признак имеет знак плюс, то с увеличением данного фактора результативный признак возрастает.

тает. Если факторный признак имеет знак минус, то с его увеличением результативный признак уменьшается. Анализ модели по данным табл. 9.5 свидетельствует о том, что увеличение кредитных вложений и собственного капитала влечет рост стоимости активов коммерческих банков.

С целью расширения возможностей экономического анализа используются *частные коэффициенты эластичности*, определяемые по формуле

$$\partial_{x_i} = a_i \cdot \frac{\bar{x}_i}{\bar{y}}, \quad (9.11)$$

где  $\bar{x}_i$  – среднее значение соответствующего факторного признака;  
 $\bar{y}$  – среднее значение результативного признака;  
 $a_i$  – коэффициент регрессии при соответствующем факторном признаке.

Коэффициент эластичности показывает, на сколько процентов в среднем изменится значение результативного признака при изменении факторного признака на 1%.

**Пример.** Рассчитаем коэффициент эластичности по данным табл. 9.5:

$$\partial_{x_1} = a_1 \cdot \frac{\bar{x}_1}{\bar{y}} = 0,0368 \cdot \frac{1238,7}{2108,0} = 0,02;$$

$$\partial_{x_2} = a_2 \cdot \frac{\bar{x}_2}{\bar{y}} = 16,77 \cdot \frac{149,4}{2108,0} = 1,19.$$

Это означает, что при увеличении кредитных вложений и собственного капитала на 1% стоимость активов в среднем возрастет соответственно на 0,02 и 1,19%.

*Частный коэффициент детерминации* показывает, на сколько процентов вариация результативного признака объясняется вариацией  $i$ -го признака, входящего в множественное уравнение регрессии. Он рассчитывается по формуле

$$d_{x_i} = r_{yx_i} \cdot \beta_{x_i}, \quad (9.12)$$

где  $r_{yx_i}$  – парный коэффициент корреляции между результативным и  $i$ -м факторным признаком;

$\beta_{x_i}$  – соответствующий коэффициент уравнения множественной регрессии в стандартизованном масштабе.



**Пример.** По данным табл. 9.5 рассчитаем частный коэффициент детерминации для фактора  $x_1$  — кредитные вложения (млн руб.):

$$d_{x_1} = r_{yx_1} \cdot \beta_{x_1};$$

$$r_{yx_1} = \frac{\overline{yx_1} - \bar{y} \cdot \bar{x}_1}{\sigma_{x_1} \sigma_y};$$

$$\overline{yx_1} = \frac{\sum yx_1}{n} = \frac{21956214}{7} = 3136602;$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{14757}{7} = 2108,0; \quad \bar{x}_1 = 1238,7;$$

$$\sigma_{x_1} = \sqrt{\overline{x_1^2} - (\bar{x}_1)^2} = \sqrt{\frac{14266159}{7} - (1238,7)^2} = 709,7;$$

$$\sigma_y = \sqrt{\bar{y}^2 - (\bar{y})^2} = 949,6;$$

$$r_{yx_1} = \frac{3136602 - 2108,0 \cdot 1238,7}{709,7 \cdot 949,6} = 0,78;$$

$$\beta_{x_1} = a_{x_1} \frac{\sigma_{x_1}}{\sigma_y} = 0,0368 \cdot \frac{709,7}{949,6} = 0,03;$$

$d_{x_1} = 0,78 \cdot 0,03 = 0,02$ , что свидетельствует о том, что 2% вариации стоимости активов объясняются изменением величины кредитных вложений.

Для фактора  $x_2$  (собственный капитал):  $d_{x_2} = r_{yx_2} \cdot \beta_{x_2}$ ;

$$r_{yx_2} = 0,95; \quad \beta_{x_2} = 0,93; \quad d_{x_2} = 0,88.$$

На 88% изменение стоимости активов объясняется изменением собственного капитала рассмотренных коммерческих банков РФ.

*Множественный коэффициент детерминации ( $R_2$ )*, представляющий собой множественный коэффициент корреляции в квадрате, показывает, какая доля вариации результативного призна-

ка обусловлена изменением факторных признаков, входящих в многофакторную регрессионную модель.

Для более точной оценки влияния каждого факторного признака на моделируемый используется  $Q$ -коэффициент, определяемый по формуле

$$Q_{x_i} = \vartheta_{x_i} \cdot V_{x_i}, \quad (9.13)$$

где  $V_{x_i}$  — коэффициент вариации соответствующего факторного признака.

**Пример.** По данным табл. 9.5 рассчитаем  $Q$ -коэффициент.  $Q_{x_1}$  для фактора  $x_1$  — кредитные вложения равен:

$$Q_{x_1} = \vartheta_{x_1} \cdot V_{x_1};$$

$$\vartheta_{x_1} = 0,02; \quad V_{x_1} = \frac{\sigma_{x_1}}{\bar{x}_1} \cdot 100\% = \frac{709,7}{1238,7} \cdot 100\% = 57\%;$$

$$Q_{x_1} = 0,02 \cdot 0,57 = 0,01.$$

$Q_{x_2}$  — для фактора  $x_2$  — собственный капитал равен:

$$\vartheta_{x_2} = 1,19; \quad V_{x_2} = \frac{\sigma_{x_2}}{\bar{x}_2} \cdot 100\% = \frac{53}{149,4} \cdot 100\% = 35,5\%;$$

$$Q_{x_2} = 1,19 \cdot 0,355 = 0,42.$$

Вывод: наиболее существенно влияние фактора  $x_2$ .

**Собственно-корреляционные параметрические методы изучения связи. Оценка существенности корреляции.** Изменение тесноты и направления связи является важной задачей изучения и количественного измерения взаимосвязи социально-экономических явлений.

Теснота связи при линейной зависимости измеряется с помощью *линейного коэффициента корреляции*.

В статистической теории разработаны и на практике применяются различные модификации формул расчета данного коэффициента:

$$r_{yx} = \frac{\overline{yx} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\sigma_x \sigma_y}.$$

Производя расчет по итоговым значениям исходных переменных, линейный коэффициент корреляции можно вычислить по формуле:

$$r_{xy} = \frac{n \cdot \sum xy - \sum x \cdot \sum y}{\sqrt{[n \sum x^2 - (\sum x)^2] \cdot [n \sum y^2 - (\sum y)^2]}}. \quad (9.14)$$

Линейный коэффициент корреляции может быть также выражен через дисперсии слагаемых:

$$r_{xy} = \frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_{x-y}^2}{2\sigma_x \sigma_y}. \quad (9.15)$$

Между линейным коэффициентом корреляции и коэффициентом регрессии существует определенная зависимость, которую можно математически выразить следующей формулой:

$$r = a_i \frac{\sigma_{x_i}}{\sigma_y}, \quad (9.16)$$

где  $a_i$  – коэффициент регрессии в уравнении связи;

$\sigma_{x_i}$  – среднее квадратическое отклонение соответствующего факторного признака.

Линейный коэффициент корреляции изменяется в пределах от  $-1$  до  $1$ :  $-1 \leq r \leq 1$ . Знаки коэффициентов регрессии и корреляции совпадают. При этом интерпретацию выходных значений коэффициента корреляции можно представить в табл. 9.6.

Таблица 9.6

Оценка линейного коэффициента корреляции

Значение коэффициента связи	Характер связи	Интерпретация связи
$r = 0$	Отсутствует	–
$0 < r < 1$	Прямая	С увеличением $x$ увеличивается $y$
$-1 < r < 0$	Обратная	С увеличением $x$ уменьшается $y$ , и наоборот
$r = 1$	Функциональная	Каждому значению факторного признака строго соответствует одно значение резульгативного признака

Значимость линейного коэффициента корреляции проверяется на основе  $t$ -критерия Стьюдента:

$$t_p = \sqrt{\frac{r^2}{1-r^2}} \cdot (n-2) = \frac{|r|}{\sqrt{1-r^2}} \sqrt{n-2}. \quad (9.17)$$

Если расчетное значение  $t_p > t_{kp}$  (табличное), то гипотеза  $H_0: r_{yx} = 0$  отвергается, что свидетельствует о значимости линейного коэффициента корреляции, а следовательно, и о статистической существенности зависимости между  $x$  и  $y$ .

**Пример.** По данным табл. 9.5 оценить тесноту связи между стоимостью активов ( $y$ ) и кредитными вложениями ( $x_1$ ), используя различные модификации расчета линейного коэффициента корреляции. Проверить его значимость.

**Решение**

$$r_{yx_1} = \frac{\overline{yx} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\sigma_x \sigma_y};$$

$$\overline{yx} = \frac{\sum yx}{n} = \frac{21956214}{7} = 3136602;$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{14757}{7} = 2108,0; \quad \bar{x}_1 = \frac{\sum x_1}{n} = \frac{8671}{7} = 1238,7;$$

$$\sigma_{x_1} = \sqrt{\overline{x_1^2} - (\bar{x}_1)^2} = \sqrt{\frac{\sum x_1^2}{n} - \left(\frac{\sum x_1}{n}\right)^2} = \sqrt{\frac{14266159}{7} - (1238,7)^2} = 709,7;$$

$$\sigma_y = \sqrt{\overline{y^2} - (\bar{y})^2} = \sqrt{\frac{\sum y^2}{n} - (\bar{y})^2} = \sqrt{\frac{37297007}{7} - (2108,0)^2} = 949,6;$$

$$r_{yx_1} = \frac{3136602 - 2108,0 \cdot 1238,7}{709,7 \cdot 949,6} = 0,78. \text{ Связь прямая, сильная.}$$

По формуле (9.14)

$$r_{xy} = \frac{n \cdot \sum xy - \sum x \cdot \sum y}{\sqrt{[n \sum x^2 - (\sum x)^2] \cdot [n \sum y^2 - (\sum y)^2]}} =$$

$$= \frac{7 \cdot 21956214 - 8671 \cdot 14757}{\sqrt{[7 \cdot 14266159 - 8671^2] \cdot [7 \cdot 37297007 - 14757^2]}} = 0,78.$$

Результаты идентичны.

Проверим значимость  $r_{yx_i}$ :

$$t_p = \sqrt{\frac{r^2}{1 - r_{yx_1}} \cdot (n - 2)} = \sqrt{\frac{0,78^2}{1 - 0,78} (7 - 2)} = 3,72;$$

$$\alpha = 0,05; \nu = n - 1 = 6; t_{kp} = 2,447.$$

Так как  $t_p = 3,72 > t_{kp} = 2,447$ , то коэффициент корреляции значим.

Теснота связи при криволинейной зависимости измеряется с помощью корреляционного отношения. Различают эмпирическое и теоретическое корреляционное отношение. Вычислим эмпирическое корреляционное отношение:

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}}.$$

По данным табл. 9.4, а также рассчитав  $\bar{y} = \frac{\sum y f_y}{\sum f_y} = \frac{1620}{40} = 40,5$

и  $\sigma_y^2 = \bar{y}^2 - (\bar{y})^2 = \frac{\sum y^2 f_y}{\sum f_y} - \left( \frac{\sum y f_y}{\sum f_y} \right)^2$ ,  $\sigma_y^2 = 124,8$ , можно определить

эмпирическое корреляционное отношение. Для этого построим вспомогательную таблицу (табл. 9.7).

Следовательно,  $\delta^2 = \frac{3465,14}{40} = 86,6$ .

Эмпирическое корреляционное отношение

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}} = \sqrt{\frac{86,6}{124,8}} = 0,83. \text{ Связь сильная.}$$

**Расчетная таблица для определения  
эмпирического корреляционного отношения**

$y_i$	$y_i - \bar{y}$	$(y_i - \bar{y})^2$	$f_x$	$(y_i - \bar{y})f_x$
25,0	-15,5	240,25	8	1922,00
37,2	-3,3	10,89	9	98,01
42,6	2,1	4,41	14	61,74
51,7	11,2	125,44	6	752,64
55,0	14,5	210,25	3	630,75
Итого	-	-	40	3465,14

*Множественный коэффициент корреляции* вычисляется при наличии линейной связи между результативными и несколькими факторными признаками, а также между каждой парой факторных признаков.

Множественный коэффициент корреляции вычисляется по формуле

$$R_{y/x_1x_2\dots x_k} = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{\text{ост}}^2}{\sigma^2}},$$

где  $\delta^2$  — дисперсия теоретических значений результативного признака, рассчитанная по уравнению множественной регрессии;

$\sigma_{\text{ост}}^2$  — остаточная дисперсия;

$\sigma^2$  — общая дисперсия результативного признака.

В случае оценки тесноты связи между результативным ( $y$ ) и двумя факторными признаками ( $x_1$  и  $x_2$ ) множественный коэффициент корреляции можно определить по формуле

$$R_{y/x_1x_2} = \sqrt{\frac{r_{yx_1}^2 + r_{yx_2}^2 - 2r_{yx_1} \cdot r_{yx_2} \cdot r_{x_1x_2}}{1 - r_{x_1x_2}^2}}, \quad (9.18)$$

где  $r$  — парные коэффициенты корреляции между признаками.

Проверка значимости коэффициента множественной корреляции осуществляется на основе  $F$ -критерия Фишера:

$$F_p = \frac{\frac{1}{2} R_{y/x_1x_2}^2}{\frac{1}{n-3} \cdot (1 - R_{y/x_1x_2}^2)}. \quad (9.19)$$

Гипотеза  $H_0$  о незначимости коэффициента множественной корреляции ( $H_0: R_{y/x_1x_2} = 0$ ) отвергается, если  $F_p > F_{kp}(\alpha; \nu_1 = 2; \nu_2 = n - 3)$ .

Множественный коэффициент корреляции изменяется в пределах от 0 до 1 и по определению положителен:  $0 < R < 1$ .

**Пример.** По данным табл. 9.5 рассчитать коэффициент множественной корреляции и проверить его значимость.

**Решение**

$$R_{y/x_1x_2} = \sqrt{\frac{r_{yx_1}^2 + r_{yx_2}^2 - 2r_{yx_1} \cdot r_{yx_2} \cdot r_{x_1x_2}}{1 - r_{x_1x_2}^2}},$$

где  $r_{yxi}$  — парные коэффициенты корреляции между признаками

$$r_{yx_1} = 0,78; \quad r_{yx_2} = 0,95; \quad r_{x_1x_2} = 0,82.$$

$$R_{y/x_1x_2} = \sqrt{\frac{0,78^2 + 0,95^2 - 2 \cdot 0,78 \cdot 0,95 \cdot 0,82}{1 - 0,82^2}} = 0,95.$$

Связь сильная, факторы  $x_1$  и  $x_2$  практически полностью обуславливают величину  $y$ .

Проверим значимость коэффициента множественной корреляции.

$$F_p = \frac{\frac{1}{2} R_{y/x_1x_2}^2}{\frac{1}{n-3} \cdot (1 - R_{y/x_1x_2}^2)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 0,95^2}{\frac{1}{7-3} (1 - 0,95^2)} = \frac{0,45125}{0,02438} = 18,51.$$

Гипотеза о незначимости коэффициента корреляции отвергается, так как  $F_{kp} = 6,94$  ( $\alpha = 0,05$ ,  $\nu_1 = 2$ ,  $\nu_2 = n - 3 = 4$ ).  $F_p = 18,51 > F_{kp} = 6,94$ .

*Частные коэффициенты корреляции* характеризуют степень тесноты связи между двумя признаками  $x_1$  и  $x_2$  при фиксированном значении других факторных признаков, т. е. когда влияние  $x_3$  исключается (в этом случае оценивается связь между  $x_1$  и  $x_2$  в «чистом виде»).

В случае зависимости  $y$  от двух факторных признаков  $x_1$  и  $x_2$  коэффициент частной корреляции принимает вид:

$$r_{yx_1/x_2} = \frac{r_{yx_1} - r_{x_1x_2} \cdot r_{yx_2}}{\sqrt{(1-r_{yx_2}^2) \cdot (1-r_{x_1x_2}^2)}};$$

$$r_{yx_2/x_1} = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_1} \cdot r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1-r_{yx_1}^2) \cdot (1-r_{x_1x_2}^2)}}, \quad (9.20)$$

где  $r$  – парные коэффициенты корреляции между указанными в индексе переменными.

В первом случае исключено влияние факторного признака  $x_2$ , во втором –  $x_1$ .

**Пример.** По данным табл. 9.5 рассчитать частные коэффициенты корреляции и проверить их значимость.

*Решение*

$$r_{yx_1} = 0,78; r_{yx_2} = 0,95; r_{x_1x_2} = 0,82;$$

$$r_{yx_1/x_2} = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2} \cdot r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1-r_{yx_2}^2) \cdot (1-r_{x_1x_2}^2)}} = \frac{0,78 - 0,82 \cdot 0,95}{\sqrt{(1-0,95^2) \cdot (1-0,82^2)}} = 0,006;$$

$$r_{yx_2/x_1} = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_1} \cdot r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1-r_{yx_1}^2) \cdot (1-r_{x_1x_2}^2)}} = \frac{0,95 - 0,78 \cdot 0,82}{\sqrt{(1-0,78^2) \cdot (1-0,82^2)}} = 0,87.$$

**Методы изучения связи социальных явлений.** Важной задачей статистики является разработка методики статистической оценки социальных явлений, которая осложняется тем, что многие социальные явления не имеют количественной оценки.

Количественная оценка связей социальных явлений осуществляется на основе расчета и анализа целого ряда коэффициентов.

**Коэффициент ассоциации и контингенции.** Для определения тесноты связи двух качественных признаков, каждый из которых состоит только из двух групп, применяются коэффициенты ассо-



циации и контингенции. Для их вычисления строится таблица, которая показывает связь между двумя явлениями, каждое из которых должно быть альтернативным, т. е. состоящим из двух качественно отличных друг от друга значений признака (например, хороший, плохой) (табл. 9.8).

Таблица 9.8

Таблица для вычисления коэффициентов ассоциации и контингенции

$a$	$b$	$a + b$
$c$	$d$	$c + d$
$a + c$	$b + d$	$a + b + c + d$

Коэффициенты вычисляются по формулам

$$\text{ассоциации: } K_a = \frac{ad - bc}{ad + bc}; \quad (9.21)$$

$$\text{контингенции: } K_k = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b) \cdot (b+d) \cdot (a+c) \cdot (c+d)}}. \quad (9.22)$$

Коэффициент контингенции всегда меньше коэффициента ассоциации. Связь считается подтвержденной, если  $K_a > 0,5$  или  $K_k > 0,3$ .

**Пример.** Исследовалась социально-демографическая характеристика случайных потребителей наркотиков в зависимости от их семейного положения в одном из регионов РФ. Результаты обследования характеризуются следующими данными:

(тыс. чел.)

Группы потребителей наркотиков	Семейное положение		Всего
	замужем (женат)	не замужем (не женат)	
Потреблял	10,0	14,5	24,5
Не потреблял	2,5	4,5	7,0
Итого	12,5	19,0	31,5

Рассчитать коэффициенты ассоциации и контингенции.

### Решение

$$K_a = \frac{ad - bc}{ad + bc} = \frac{10 \cdot 4,5 - 14,5 \cdot 2,5}{10 \cdot 4,5 + 14,5 \cdot 2,5} = 0,108;$$

$$K_k = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b) \cdot (b+d) \cdot (a+c) \cdot (c+d)}} =$$
$$= \frac{10 \cdot 4,5 - 14,5 \cdot 2,5}{\sqrt{(10+4,5) \cdot (14,5+4,5) \cdot (4,5+2,5) \cdot (2,5+10)}} = 0,043.$$

Так как  $K_a < 0,5$  и  $K_k < 0,3$ , то потребление наркотиков случайными потребителями не зависит от их семейного положения.

Когда каждый из качественных признаков состоит более чем из двух групп, то для определения тесноты связи возможно применение коэффициентов взаимной сопряженности Пирсона и Чупрова, которые вычисляются по следующим формулам:

$$K_{\text{п}} = \sqrt{\frac{\varphi^2}{1 + \varphi^2}}; \quad K_{\text{ч}} = \sqrt{\frac{\varphi^2}{\sqrt{(K_1 - 1)(K_2 - 1)}}}, \quad (9.23)$$

где  $\varphi^2$  — показатель взаимной сопряженности;

$\varphi^2$  — определяется как сумма отношений квадратов частот каждой клетки таблицы к произведению итоговых частот соответствующего столбца и строки минус 1;

$$\varphi^2 = \sum \frac{n_{xy}^2}{n_x n_y} - 1,$$

$K_1$  — число значений (групп) первого признака;

$K_2$  — число значений (групп) второго признака.

Чем ближе величины  $K_{\text{п}}$  и  $K_{\text{ч}}$  к 1, тем связь теснее.

Рассмотрим вспомогательную таблицу для расчета коэффициента взаимной сопряженности (табл. 9.9).

$$1 + \varphi^2 = \sum \frac{n_{xy}^2}{n_y} = \sum \frac{n_{xy}^2}{n_x}.$$

**Вспомогательная таблица  
для расчета коэффициента взаимной сопряженности**

$x \backslash y$	I	II	III	Всего
I	...	...	$n_{yx}$	$n_x$
II	...	...		$n_x$
III	...	...		$n_x$
Итого	$n_y$	$n_y$	$n_y$	$n$

**Пример.** Исследовалась зависимость между оценкой уровня жизни респондентов Москвы и формой собственности предприятия, на котором они работают. Данные, характеризующие опрос, приведены в табл. 9.10. Необходимо определить коэффициенты взаимной сопряженности Пирсона и Чупрова.

Таблица 9.10

**Зависимость оценки уровня жизни респондентов в Москве  
от формы собственности предприятия**

(тыс. чел.)

Форма собственности предприятия	Оценка уровня жизни респондентов				Итого
	вполне удовлетворен	скорее удовлетворен	скорее не удовлетворен	совсем не удовлетворен	
Государственная	31	35	35	35	136
Муниципальная	17	13	14	9	53
Смешанная российская	4	2	1	1	8
Частная	8	5	4	3	20
Итого	60	55	54	48	217

**Решение**

$$K_{\Pi} = \sqrt{\frac{\varphi^2}{1 + \varphi^2}};$$

$$\begin{aligned}
 1 + \varphi^2 &= \frac{\frac{31^2}{60} + \frac{35^2}{55} + \frac{35^2}{54} + \frac{35^2}{48}}{136} + \frac{\frac{17^2}{60} + \frac{13^2}{55} + \frac{14^2}{54} + \frac{9^2}{48}}{53} + \\
 &+ \frac{\frac{4^2}{60} + \frac{2^2}{55} + \frac{1^2}{54} + \frac{1^2}{48}}{8} + \frac{\frac{8^2}{60} + \frac{5^2}{55} + \frac{4^2}{54} + \frac{3^2}{48}}{20} = \\
 &= 0,636 + 0,249 + 0,047 + 0,100 = 1,032;
 \end{aligned}$$

$$\varphi^2 = 1,032 - 1 = 0,032;$$

$$K_{\Pi} = \sqrt{\frac{0,032}{1,032}} = 0,176;$$

$$K_{\Psi} = \sqrt{\frac{\varphi^2}{\sqrt{(K_1 - 1)(K_2 - 1)}}} = \sqrt{\frac{0,032}{\sqrt{(4 - 1)(4 - 1)}}} = 0,103.$$

Оценка уровня жизни респондентов не зависит от типа предприятия, на котором они работают.

В статистике существуют модификации коэффициента Пирсона, например через расчет  $\chi^2$ -критерия. Коэффициент взаимной сопряженности ( $K_{\Pi}$ ) вычисляется по формуле

$$K_{\Pi} = \sqrt{\frac{\chi^2}{n + \chi^2}}, \quad (9.24)$$

где  $\chi^2 = \left\{ \sum_{xy} \frac{n_{xy}^2}{n_x \cdot n_y} - 1 \right\}$  — наиболее распространенный критерий согласия, используемый для проверки статистической гипотезы о виде распределения. Коэффициент Чупрова изменяется в пределах  $0 < K_{\Psi} < 1$ .

**Пример.** По данным табл. 9.10 определить зависимость между признаками.

**Решение**

$$\chi^2 = 217 \cdot \left[ \frac{31^2}{60 \cdot 136} + \frac{35^2}{55 \cdot 136} + \frac{35^2}{54 \cdot 136} + \frac{35^2}{48 \cdot 136} + \frac{17^2}{60 \cdot 53} + \frac{13^2}{55 \cdot 53} + \frac{14^2}{54 \cdot 53} + \frac{9^2}{48 \cdot 53} + \frac{4^2}{60 \cdot 8} + \frac{2^2}{55 \cdot 8} + \frac{1^2}{54 \cdot 8} + \frac{1^2}{48 \cdot 8} + \frac{8^2}{60 \cdot 20} + \frac{5^2}{55 \cdot 20} + \frac{4^2}{54 \cdot 20} + \frac{3^2}{48 \cdot 20} - 1 \right] = 6,944;$$

$$K_{\Pi} = \sqrt{\frac{6,944}{217 + 6,944}} = 0,176.$$

Другой модификацией коэффициента сопряженности Чупрова является

$$K_{\text{Ч}} = \sqrt{\frac{\chi^2}{n \cdot \sqrt{(k_1 - 1)(k_2 - 1)}}}, \quad (9.25)$$

где  $K_1$  — число строк в таблице;  
 $K_2$  — число граф в таблице;  
 $n$  — число наблюдений.

Вычислим величину  $K$  для приведенного примера.

По данным табл. 9.8 получим:

$$K_{\text{Ч}} = \sqrt{\frac{6,944}{217 \cdot \sqrt{(4-1)(4-1)}}} = 0,103.$$

Особое значение для оценки связи имеет *биссерийальный коэффициент корреляции*, который дает возможность оценить связь между качественным альтернативным и количественным варьирующим признаками. Данный коэффициент вычисляется по формуле

$$r = \frac{\overline{y_2 - y_1}}{\sigma_y} \cdot \frac{pq}{z}, \quad (9.26)$$

где  $\bar{y}_2$  и  $\bar{y}_1$  — средние в группах;

$\sigma_y$  — среднее квадратическое отклонение фактических значений признака от среднего уровня;

$p$  — доля первой группы;

$q$  — доля второй группы;

$z$  — табулированные (табличные) значения Z-распределения в зависимости от  $p$ .

**Пример.** С помощью биссериального коэффициента корреляции исследовалась связь между возрастом и социальным положением основных категорий потенциальных эмигрантов. Данные, характеризующие эту связь, приведены в табл. 9.11.

Таблица 9.11

**Зависимость возраста и социального положения потенциальных эмигрантов**

Основные категории потенциальных эмигрантов	Возраст, лет				Всего, чел.
	до 30	30 – 40	40 – 50	50 и более	
	25	35	45	55	
Руководители	5	30	39	26	100
Рабочие	21	38	28	13	100
Итого	26	68	67	39	200

**Решение**

$$r = \frac{|\bar{y}_2 - \bar{y}_1|}{\sigma_y} \cdot \frac{pq}{z};$$

$$\bar{y}_{1(\text{рук})} = \frac{25 \cdot 5 + 35 \cdot 30 + 45 \cdot 39 + 55 \cdot 26}{100} = 43,6;$$

$$\bar{y}_{2(\text{раб})} = \frac{25 \cdot 21 + 35 \cdot 38 + 45 \cdot 28 + 55 \cdot 13}{100} = 38,3;$$

$$\bar{y}_{\text{общ}} = \frac{25 \cdot 26 + 35 \cdot 68 + 45 \cdot 67 + 55 \cdot 39}{200} = 40,95;$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{(25 - 40,95)^2 \cdot 26 + (35 - 40,95)^2 \cdot 68 + (45 - 40,95)^2 \cdot 67 + (55 - 40,95)^2 \cdot 39}{26 + 68 + 67 + 39}} = 9,439;$$

$$p = \frac{100}{200} = 0,5; \quad q = \frac{100}{200} = 0,5; \quad z = 0,3977;$$

$$r = \frac{|43,6 - 38,3|}{9,439} \cdot \frac{0,5 \cdot 0,5}{0,3977} = 0,4. \text{ Связь умеренная.}$$

**Непараметрические показатели связи. Ранговые коэффициенты.** В анализе социально-экономических явлений часто приходится прибегать к различным условным оценкам с помощью рангов, а взаимосвязь между отдельными признаками измерять с помощью непараметрических коэффициентов связи.

*Ранжирование* — это процедура упорядочения объектов изучения, которая выполняется на основе предпочтения.

*Ранг* — это порядковый номер значений признака, расположенных в порядке возрастания или убывания их величин. Если отдельные значения признака имеют одинаковую количественную оценку, то ранг всех этих значений принимается равным средней арифметической от соответствующих номеров мест, которые определяют. Данные ранги называются связными.

Среди непараметрических методов оценки тесноты связи наибольшее значение имеют ранговые коэффициенты Спирмена ( $\rho$ ) и Кендалла ( $\tau$ ). Эти коэффициенты могут быть использованы для определения тесноты связи как между количественными, так и между качественными признаками при условии, если их значения будут упорядочены или проранжированы по степени убывания или возрастания признака.

*Коэффициент корреляции рангов (коэффициент Спирмена)* рассчитывается по формуле (для случая, когда нет связных рангов):

$$\rho_{x/y} = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}, \quad (9.27)$$

где  $d_i^2$  — квадраты разности рангов;  
 $n$  — число наблюдений (число пар рангов).

Коэффициент Спирмена принимает любые значения в интервале  $[-1; 1]$ . Значимость коэффициента корреляции рангов Спирмена проверяется на основе  $t$ -критерия Стьюдента. Расчетное значение критерия определяется по формуле

$$t_p = \rho_{x/y} \sqrt{\frac{n-2}{1-\rho_{x/y}^2}}. \quad (9.28)$$

Значение коэффициента корреляции считается статистически существенным, если  $t_p > t_{kp}(\alpha; k = n - 2)$ .

**Пример.** Определим зависимость между ценой спроса и ценой предложения на акции крупнейших предприятий одного из городов РФ на 01.01.2004 г. (табл. 9.12).

Таблица 9.12

**Расчетная таблица  
для определения коэффициента корреляции рангов Спирмена  
между ценой спроса и предложения на акции крупнейших предприятий  
одного из городов РФ на 01.01.2004 г.**

Номер предприятия	Средняя цена, млн. долл. США		Ранги		Разность рангов $d = R_x - R_y$	$d_i^2$
	спроса $x$	предложения $y$	$R_x$	$R_y$		
1	83,6	60,6	10,5	11	-0,5	0,25
2	83,6	40,7	10,5	10	0,5	0,25
3	30,3	33,8	9	7	2	4
4	13,5	22,1	1,5	4	-2,5	6,25
5	13,9	33,8	3	7	-4	16
6	26,5	33,8	7	7	0	0
7	18,1	20,9	4	1,5	2,5	6,25
8	28,7	35,9	8	9	-1	1
9	19,0	21,7	5,5	3	2,5	6,25
10	19,0	24,5	5,5	5	0,5	0,25
11	13,5	20,9	1,5	1,5	0	0

$$\sum d_i^2 = 40,5$$

Для данного примера характерно наличие связанных рангов. В этом случае расчеты производятся по следующим формулам:

$$T_{x/y} = \frac{1}{12} \sum_{j=1}^k (t_j^3 - t_j);$$

$$T_x = \frac{1}{12} [(2^3 - 2) + (2^3 - 2) + (2^3 - 2)] = 1,5;$$



$$T_y = \frac{1}{12} \left[ (2^3 - 2) + (3^3 - 3) \right] = 2,5.$$

$$\rho_{x/y} = \frac{\frac{1}{6}(n^3 - n) \sum_{i=1}^n d_i^2 - T_x - T_y}{\sqrt{\left[ \frac{1}{6}(n^3 - n) - 2T_x \right] \cdot \left[ \frac{1}{6}(n^3 - n) - 2T_y \right]}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{6}(11^3 - 11) - 40,5 - 1,5 - 2,5}{\sqrt{\left[ \frac{1}{6}(11^3 - 11) - 2 \cdot 1,5 \right] \cdot \left[ \frac{1}{6}(11^3 - 11) - 2 \cdot 2,5 \right]}} = 0,813.$$

Зависимость цены спроса от цены предложения на акции внебиржевого рынка сильная.

*Ранговый коэффициент корреляции Кендалла* ( $\tau$ ) может также использоваться для измерения взаимосвязи между качественными и количественными признаками, характеризующими однородные объекты и ранжированные по одному принципу. Расчет рангового коэффициента Кендалла осуществляется по формуле

$$\tau = \frac{2S}{n(n-1)}, \quad (9.29)$$

где  $n$  — число наблюдений;

$S$  — сумма разностей между числом последовательностей и числом инверсий по второму признаку.

Расчет данного коэффициента выполняется в следующей последовательности:

1) значения  $x$  ранжируются в порядке возрастания или убывания;

2) значения  $y$  располагаются в порядке, соответствующем значениям  $x$ ;

3) для каждого ранга  $u$  определяется число следующих за ним значений рангов, превышающих его величину. Суммируя таким образом числа, определяют величину  $P$  как меру соответствия последовательностей рангов по  $x$  и  $y$ . Она учитывается со знаком «плюс»;

4) для каждого ранга  $y$  определяется число следующих за ним рангов, меньших его величины. Суммарная величина обозначается через  $Q$  и фиксируется со знаком «минус»;

5) определяется сумма баллов по всем членам ряда.

Если в изучаемой совокупности есть связанные ранги, то расчеты необходимо проводить по следующей формуле:

$$\tau_{x/y} = \frac{S}{\sqrt{[n(n-1)/2 - v_x] \cdot [n(n-1)/2 - v_y]}}, \quad (9.30)$$

где  $v_{x/y} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k t_j \cdot (t_j - 1) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k (t_j^2 - t_j)$ .

**Пример.** Рассмотрим расчет коэффициента корреляции рангов Кендалла для случая наличия связанных рангов.

$$P = 9 + 7 + 3 + 7 + 6 + 5 + 3 + 2 + 2 + 1 + 0 = 45;$$

$$Q = 0 + 2 + 3 + 0 + 0 + 0 + 0 + 1 + 0 + 0 + 0 = 6.$$

$$v_y = \frac{1}{2} [(2^2 - 2) + (2^2 - 2) + (2^2 - 2)] = 3;$$

$$v_x = \frac{1}{2} [(2^2 - 2) + (3^2 - 3)] = 4;$$

$$\tau_{x/y} = \frac{45 - 6}{\sqrt{[11(11-1)/2 - 3] \cdot [11(11-1)/2 - 4]}} = 0,76. \text{ Связь сильная.}$$

Связь между признаками можно признать статистически значимой, если значения коэффициентов ранговой корреляции Спирмена и Кендалла больше 0,5.

Для определения тесноты связи между произвольным числом ранжированных признаков применяется *множественный коэффициент ранговой корреляции (коэффициент конкордации)  $W$* , который вычисляется по формуле

$$W = \frac{12S}{m^2 \cdot (n^3 - n)}, \quad (9.31)$$

где  $m$  — количество факторов;

$n$  — число наблюдений;

$S$  — отклонение суммы квадратов рангов от средней квадратов рангов.

**Пример.** По данным табл. 9.5 определить зависимость между основными показателями деятельности коммерческих банков одного из регионов РФ на 01.01.2004 г. В табл. 9.13 приведем расчет коэффициента конкордации.

**Решение**

$$S = 1244 - \frac{84^2}{7} = 236; \quad W = \frac{12 \cdot 236}{3^2(7^3 - 7)} = 0,94.$$

Связь между всеми перечисленными факторами сильная.

Таблица 9.13

Расчет коэффициента конкордации

Номер банка	Стоимость активов, млн руб. $y$	Кредитные вложения, млн руб. $x_1$	Собственный капитал, млн руб. $x_2$	$R_y$	$R_{x_1}$	$R_{x_2}$	Сумма строк (рангов)	Квадраты сумм
1	3176	2496	209	7	7	7	21	441
2	3066	1962	201	6	6	6	18	324
3	2941	783	177	5	3	5	13	169
4	1997	1319	136	4	5	3	12	144
5	1865	1142	175	3	4	4	11	121
6	1194	658	88	2	2	2	6	36
7	518	311	60	1	1	1	3	9
Итого	—	—	—	—	—	—	84	1244

Значимость коэффициента конкордации проверяется на основе  $\chi^2$ -критерия Пирсона:

$$\chi^2 = \frac{12S}{m \cdot n(n-1)}. \quad (9.32)$$

Для нашего примера:  $\chi_p^2 = \frac{12 \cdot 236}{3 \cdot 7(7-1)} = 22,5.$

Расчетное значение  $\chi_p^2 = 22,5 > \chi_{kp}^2 = 12,592$  ( $\alpha = 0,05$ ;  $\nu = n - 1 = 7 - 1 = 6$ ), что подтверждает значимость коэффициента конкордации и свидетельствует о сильной связи между рассматриваемыми признаками.

В случае наличия связанных рангов коэффициент конкордации определяется по формуле

$$W = \frac{12S}{m^2 \cdot (n^3 - n) - m \cdot \sum_{j=1}^m T_j}, \quad (9.33)$$

где  $T_j = \frac{1}{12} \sum_{j=1}^m (t_j^3 - t_j)$ ;

$t$  – количество связанных рангов по отдельным показателям.

Проверка значимости осуществляется по формуле

$$\chi^2 = \frac{12S}{m \cdot n(n+1) - \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{j=1}^m T_j}. \quad (9.34)$$

Коэффициент конкордации принимает любые значения в интервале  $[-1; 1]$ .

Ранговые коэффициенты корреляции Спирмена, Кендалла и конкордации имеют преимущество, что с помощью их можно измерять и оценивать связи как между количественными, так и между атрибутивными признаками, которые поддаются ранжированию.

## 9.2 Задачи и упражнения

**9.1.** Используя метод приведения параллельных данных, установите направление и характер связи между основными фондами в экономике по полной балансовой (учетной) стоимости, на конец года и объемом промышленной продукции по 18 областям Центрального федерального округа РФ в 2003 г.:

Номер области	Основные фонды в экономике (по полной балансовой стоимости), на конец года, млрд. руб.	Объем промышленной продукции, млрд руб.
1	145,8	41,4
2	113,4	14,5
3	129,3	36,0
4	211,9	33,1
5	84,6	14,4
6	105,8	22,1
7	83,7	13,3
8	124,5	26,1
9	129,1	61,2
10	659,7	137,5
11	64,4	13,8
12	110,4	22,8
13	125,2	27,0
14	111,6	12,6
15	175,8	28,6
16	156,5	45,0
17	185,4	45,5
18	1384,5	224,8

9.2. Установите направление и характер связи между четырьмя показателями, характеризующими экспорт технологий и услуг технического характера, по 10 областям РФ в 2003 г., применив метод приведения параллельных данных.

(млн долл. США)

Номер области	Число соглашений	Стоимость предмета соглашения	Чистая стоимость предмета соглашения	Поступления по соглашениям
1	9	0,49	0,49	0,42
2	7	4,19	4,18	0,19
3	3	0,11	0,11	0,11
4	20	3,69	3,69	2,38
5	8	0,51	0,51	0,51
6	11	5,10	5,05	2,04
7	6	0,52	0,52	0,52
8	13	1,75	1,74	0,28
9	18	4,28	4,22	3,30
10	16	2,49	2,48	0,30

**9.3.** С помощью поля корреляции изобразите графически следующие данные о зависимости объема продаж облигаций на ММВБ 01.01.2004 г и доходности к погашению:

Группы серий по объему продаж, млрд руб. x	Группы серий по доходности к погашению, % y				Всего серий
	43 – 50	50 – 57	57 – 64	64 – 71	
3 – 59	3				3
59 – 115	2	3			5
115 – 171	3	1			4
171 – 227		4	5		9
227 – 283			3		3
283 – 339				2	2
Итого	8	8	8	2	26

Рассчитайте  $\bar{y}_i$  (средние групп) и постройте эмпирическую линию регрессии.

**9.4.** Взаимосвязь между стоимостью активной части основных фондов и затратами на производство работ по 35 строительным фирмам представлена следующей таблицей:

Затраты на производство строительно-монтажных работ, % к стоимости активной части основных фондов	Стоимость активной части основных фондов, млн руб.				Всего фирм
	50 – 100	100 – 150	150 – 200	200 – 250	
1 – 5			2	4	6
5 – 9		2	6	4	12
9 – 13		5	3		8
13 – 17	2	2			4
17 – 21	5				5
Итого	7	9	11	8	35

Постройте поле корреляции и эмпирическую линию регрессии.

**9.5.** По данным задачи 9.1 вычислите линейный коэффициент корреляции. Охарактеризуйте тесноту и направление связи между признаками.

**9.6.** По данным задачи 9.2 составьте линейное уравнение регрессии зависимости поступлений по соглашениям по экспорту технологий и услуг технического характера от чистой стоимости предмета соглашений 10 областей РФ в 2003 г. Определите параметры уравнения ( $a_0$  и  $a_1$ ). Проанализируйте полученные параметры.

**9.7.** Используя данные задачи 9.2 по областям РФ, осуществляющим экспорт технологий и услуг технического характера в 2002 г., определите вид корреляционной зависимости между стоимостью предмета соглашения и величиной поступлений по соглашениям. Постройте линейное уравнение регрессии, вычислите параметры и рассчитайте коэффициент корреляции и корреляционное отношение. Сравните величину коэффициента корреляции и корреляционного отношения. Сформулируйте выводы.

**9.8.** По данным задачи 9.2 определите вид корреляционной зависимости между показателями числа соглашений и стоимости предмета соглашения по экспорту технологий и услуг технического характера 10 областей РФ в 2003 г. Найдите параметры уравнения регрессии, определите направление и тесноту связи.

**9.9.** Имеются данные о связи между средней взвешенной ценой и объемом продаж облигаций на ММВБ 01.01.2004 г.

Номер серии	Средняя взвешенная цена, тыс. руб. $x$	Объем продаж, млрд руб. $y$
A	84,42	79,5
B	82,46	279,7
C	80,13	71,4
D	63,42	242,8
E	76,17	76,3
F	75,13	74,7
G	74,84	210,7
H	73,03	75,1
I	73,41	75,5
J	71,34	335,3

Составьте линейное уравнение регрессии. Вычислите параметры и рассчитайте линейный коэффициент корреляции и корреляционное отношение. Сравните величину коэффициента корреляции и корреляционного отношения. Сформулируйте выводы.

**9.10.** Зависимость между объемом произведенной продукции и балансовой прибылью по 10 предприятиям одной из отраслей промышленности характеризуется следующими данными:

Номер предприятия	Объем реализованной продукции, млрд руб.	Балансовая прибыль, млрд руб.
1	491,8	133,8
2	483,0	124,1
3	481,7	62,4
4	478,7	62,9
5	476,9	51,4
6	475,2	72,4
7	474,4	99,3
8	459,5	40,9
9	452,9	104,0
10	446,5	116,1

Определите вид корреляционной зависимости, постройте уравнение регрессии, рассчитайте параметры уравнения, вычислите тесноту связи. Объясните полученные статистические характеристики.

**9.11.** По данным задачи 9.3 определите вид корреляционной зависимости между объемом продаж облигаций на ММВБ и доходностью к их погашению. Найдите параметры уравнения регрессии, определите тесноту связи. Дайте анализ полученных результатов.

**9.12.** По данным задачи 9.4 определите вид корреляционной зависимости между стоимостью активной части основных фондов и затратами на производство работ по 35 строительным фирмам РФ. Вычислите параметры и рассчитайте коэффициент корреляции и корреляционное отношение. Сравните величину коэффициента корреляции и корреляционного отношения. Сформулируйте выводы.

**9.13.** Имеются следующие данные о стоимости основных фондов и среднесуточной переработки сырья:



Стоимость основных фондов, млн руб.	Среднесуточная переработка сырья, тыс. ц				Итого
	3 – 5	5 – 7	7 – 9	9 – 11	
300 – 400	2				2
400 – 500	5	2			7
500 – 600	2	4	6		12
600 – 700		2	3	5	10
700 – 800			2	2	4
Итого	9	8	11	7	35

Определите вид корреляционной зависимости, найдите параметры уравнения регрессии, определите тесноту связи. Проанализируйте полученные результаты.

**9.14.** По данным задачи 9.2 вычислите ранговый коэффициент корреляции Спирмена между стоимостью предмета соглашения и величиной поступлений по соглашениям экспорта технологий и услуг технического характера 10 областей РФ в 2003 г. Сравните полученный результат с результатом задачи 9.7.

**9.15.** Используя данные задачи 9.2, вычислите ранговый коэффициент корреляции Спирмена между числом соглашений и стоимостью предмета соглашения по экспорту технологий и услуг технического характера 10 областей РФ в 2003 г. Сравните полученный результат с результатом задачи 9.8.

**9.16.** По данным задачи 9.2 вычислите ранговый коэффициент корреляции Кендалла между стоимостью предмета соглашения и величиной поступлений по соглашениям экспорта технологий и услуг технического характера 10 областей РФ в 2003 г. Сравните полученный результат с результатами задач 9.7 и 9.14.

**9.17.** Используя данные задачи 9.2, вычислите ранговый коэффициент корреляции Кендалла между числом соглашений и стоимостью предмета соглашения по экспорту технологий и услуг технического характера 10 областей РФ в 2003 г. Сравните полученный результат с результатами задач 9.8 и 9.15.

**9.18.** По данным задачи 9.2 определите коэффициент конкордации между числом соглашений, стоимостью предмета соглашения и величиной поступлений по соглашениям экспорта технологий и услуг технического характера 10 областей РФ в 2003 г. Сформулируйте выводы.

9.19. По следующим данным постройте линейное уравнение регрессии, вычислите линейный коэффициент корреляции:

$$\overline{xy} = 100, \bar{x} = 10, \bar{y} = 8, \bar{x}^2 = 136, \bar{y}^2 = 100, a_0 = 4,8.$$

9.20. Используя следующие данные, определите параметры линейного уравнения ( $a_0$  и  $a_1$ ) регрессии:  $\bar{x} = 20, \bar{y} = 10, \mathcal{D}_x = 0,8$ .

9.21. По следующим данным постройте линейное уравнение регрессии, вычислите линейный коэффициент корреляции:

$$\overline{xy} = 120, \bar{x} = 10, \bar{y} = 10, \bar{x}^2 = 149, \bar{y}^2 = 125, \mathcal{D}_x = 0,6.$$

9.22. Имея следующие данные, постройте линейное уравнение регрессии:  $a_0 = 3,5, r_{xy} = 0,85, \sigma_y^2 = 36, \sigma_x^2 = 49$ .

9.23. По следующим данным рассчитайте коэффициент корреляции и сформулируйте выводы:  $\Sigma x = 70, \Sigma y = 50, \Sigma xy = 320, \Sigma x^2 = 500, \Sigma y^2 = 500, n = 10$ .

9.24. Взаимосвязь между числом соглашений, стоимостью предмета соглашения и величиной поступлений по соглашениям экспорта технологий и услуг технического характера 10 областей РФ в 2003 г. характеризуется данными, представленными в задаче 9.2. Определите вид корреляционной зависимости, предварительно выделив результативный и факторные признаки. Постройте уравнение регрессии, вычислите и проанализируйте параметры уравнения. Вычислите тесноту связи. Объясните полученные статистические характеристики. При решении используйте пакеты прикладных программ, реализованные на ЭВМ (например, «Olimp», «Statistika», «SPSS» и др.).

9.25. Имеются следующие данные о посевной площади зерновых культур, валовом сборе и внесении минеральных удобрений на 1 га посевной площади:

Номер фремерского хозяйства	Посевная площадь зерновых культур, тыс. га	Валовой сбор, тыс. т	Внесено минеральных удобрений на 1 га посевной площади, кг
1	4,0	6,0	30
2	2,0	4,6	33
3	3,1	4,4	20
4	3,2	4,5	25
5	3,4	5,5	29
6	3,5	4,8	20
7	3,7	5,1	21
8	3,2	5,2	20
9	3,9	7,0	35
10	3,5	5,3	30
11	5,0	7,5	35
12	3,7	7,7	30
13	5,0	7,3	40
14	3,8	7,0	42
15	5,0	6,7	39

Используя метод приведения параллельных данных, установите направление и характер связи между факторами. Постройте множественное уравнение регрессии, предварительно сформулировав и обосновав выбор результативного и факторных признаков, рассчитайте параметры уравнения, вычислите множественный и частный коэффициенты корреляции. Проанализируйте полученные результаты.

**9.26.** В ходе проведенного обследования оценки уровня жизни работающих на предприятиях различной формы собственности было опрошено 100 респондентов. Результаты опроса представлены в следующей таблице:

Форма собственности предприятия	Удовлетворенность уровнем жизни		Итого
	вполне удовлетворен	не удовлетворен	
Государственное	30	55	85
Частное	10	5	15
Итого	40	60	100

Рассчитайте коэффициенты ассоциации и контингенции. Сформулируйте выводы, вытекающие из анализа полученных коэффициентов.

**9.27.** Распределение предприятий по источникам средств для их покупки характеризуется следующими данными:

Источник средств	Зарождающийся бизнес	Зрелый бизнес	Итого
Банковский кредит	31	32	63
Собственные средства	38	15	53
Итого	69	47	116

Вычислите коэффициенты ассоциации и контингенции. Какие выводы можно сделать на основании значений этих коэффициентов?

**9.28.** Зависимость увольнения рабочих от формы собственности предприятия исследовалась в ходе социологического опроса 200 респондентов, результаты которого представлены в следующей таблице:

Мнения респондентов	Рабочие		Итого
	государственные предприятия	кооперативы	
Очень вероятно	55	48	103
Практически исключено	45	52	97
Итого	100	100	200

Определите коэффициенты ассоциации и контингенции. Проанализируйте полученные результаты.

**9.29.** Имеются следующие данные о распределении школ Москвы по типам и оценке сложности учебного предмета «Основы информатики и вычислительной техники» (тыс. чел.):

Тип школы	Хорошее освоение курса	Среднее освоение курса	Проблемы с освоением курса	Итого
А	85,0	11,2	3,8	100,0
Б	79,3	10,7	9,4	99,4
В	61,5	17,6	20,3	99,4
Итого	225,8	39,5	33,5	298,8

Рассчитайте коэффициенты взаимной сопряженности Пирсона и Чупрова. Сформулируйте выводы.

**9.30.** Оценка студентами профессиональных качеств преподавателей по курсу теории статистики представлена в следующей таблице:

Критерии оценки качества преподавателей	Оценка				Итого
	Высокая	Средняя	Низкая	Затруднялись ответить	
Знание предмета	62	26	1	11	100
Умение обучать	21	61	8	10	100
Восприимчивость к новому	20	51	10	19	100
Способность к саморазвитию	25	51	10	14	100
Итого	128	189	29	54	400

Рассчитайте все возможные модификации коэффициентов Пирсона и Чупрова и сделайте по ним выводы.

9.31. Распределение основных категорий потенциальных мигрантов по уровню образования характеризуется следующими данными:

Образование	Основные категории потенциальных мигрантов				Итого
	руководители	специалисты	служащие	рабочие	
Высшее	55	48	12	7	122
Неполное высшее	5	3	3	5	16
Среднее специальное	36	44	51	39	170
Среднее общее	4	4	33	39	80
Неполное среднее	0	1	1	10	12
Итого	100	100	100	100	400

Рассчитайте все возможные модификации коэффициентов взаимной сопряженности. Сформулируйте выводы, вытекающие из анализа полученных коэффициентов.

9.32. Характеристика зависимости жизненного уровня респондентов от типа государственного управления представлена следующими данными:

(тыс. чел.)

Тип государственного управления	Жизненный уровень респондентов				Итого
	высокий	средний	низкий	за чертой бедности	
Президентская республика	1,3	41	50	6	98,3
Парламентская республика	0,4	25	57	14	96,4
Парламентская республика с президентом	1,5	26	58	14	99,5
Конституционная монархия	0,2	25	60	15	100,2
Советская социалистическая республика	0,2	19	63	18	100,2
Итого	3,6	136	288	67	494,6

Вычислите все возможные модификации коэффициентов взаимной сопряженности Пирсона и Чупрова. Проанализируйте полученные данные.

**9.33.** В зависимости от стажа работы распределение сотрудников строительной фирмы по категориям характеризуется следующими данными:

Стаж работы, лет	Категории сотрудников			Итого
	руководители	служащие	рабочие	
До 5	10	11	176	197
5 – 10	7	23	216	246
10– 15	5	24	131	160
15 – 20	3	20	120	143
20 и более	3	21	118	142
Итого	28	99	761	888

Определите все возможные варианты биссерийального коэффициента корреляции. Объясните полученную величину коэффициента.

**9.34.** Имеются следующие данные о распределении основных категорий потенциальных эмигрантов по возрасту:

Возраст, лет	Основные категории потенциальных эмигрантов				Итого
	руководители	специалисты	служащие	рабочие	
До 30	5	12	19	21	57
31 – 40	30	37	40	38	145
41 – 50	39	33	27	28	127
51 и более	26	18	14	13	71
Итого	100	100	100	100	400

Рассчитайте все возможные варианты биссерийального коэффициента корреляции. Проанализируйте полученные результаты.

## 9.3

### Рекомендации преподавателям

**1. Практические занятия.** На занятиях целесообразно решение задач с использованием конкретного эмпирического материала по реально существующим социально-экономическим явлениям или объектам. Так как тема объемна по содержанию, а задачи по расчетам параметров уравнений регрессии и коэффициентов корреляции трудоемки, необходимо либо ограничить число решаемых задач, либо пойти по пути широкого использования стандартных пакетов прикладных программ, таких, например, как «Олимп», «Statistika», реализованных на РС при их решении на семинарах.

При этом при решении каждой задачи сконцентрировать внимание студентов на сущности показателя и специфике его расчета.

Практические занятия целесообразно подразделить на два блока: методика анализа взаимосвязей экономических и отдельно социальных явлений. При этом прежде всего необходимо выяснить познавательную цель исследования, определить вид изучаемых признаков по их классификации, а затем только ставить вопрос о выборе методов решения задачи.

Особое внимание следует уделить экономической интерпретации всех выходных параметров уравнения и коэффициентов.

Очень полезно решение задач, аналогичных задачам 9.19–9.23. Эти задачи способствуют уяснению связи показателей, на основе которых измеряются теснота связи и методика расчета коэффициентов корреляции и параметров уравнения регрессии.

**2. Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов.** Для этой цели можно обязать студентов подобрать по данным периодической печати или статистических ежегодников материал в статике из расчета 15–20 единиц наблюдения, характеризующихся тремя или более признаками. Студентам можно предложить провести комплексный экономико-статистический анализ конкретного объекта или явления в статике с изучением характера всех имеющихся взаимосвязей и проверки адекватности полученных моделей и коэффициентов. Для этого обязательно принять во внимание: построение уравнения регрессии с последующей проверкой его значимости и существенности параметров; расчет парных, частных, множественного коэффици-

ентов корреляции и отбор факторных признаков на основе совокупного их анализа; расчет и экономическую интерпретацию коэффициентов эластичности и частных коэффициентов детерминации. Завершить задание необходимо рекомендациями студента о путях и резервах повышения деловой активности изучаемого объекта.

**3. Контрольная аудиторная работа.** Для контрольной работы можно дать две задачи: одну с комплексным заданием, например, построение уравнения парной регрессии, проверка его значимости и значимости коэффициента регрессии  $a_1$ , расчет парного коэффициента корреляции и проверка его значимости, расчет и анализ коэффициентов эластичности и детерминации. Задача должна включать не более 10 единиц наблюдения. Вторая задача может быть составлена аналогично задачам 9.19–9.23.

## **ГЛАВА 10**

# **СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ**

### **10.1**

## **Методические указания и решение типовых задач**

Данная глава знакомит студентов с задачами, решение которых дает возможность усвоить правила построения и анализа рядов динамики для характеристики изменения социально-экономических явлений во времени, выявления основной тенденции, закономерностей их развития. Достигается это соответствующей обработкой рядов динамики, анализом изменения его уровней, расчетом аналитических показателей. Это важный раздел курса теории статистики, так как в большинстве случаев задач статистического исследования бывает анализ развития тех или иных явлений.

**Виды рядов динамики. Показатели динамики.** Начиная изучение темы, необходимо обратить внимание на классификацию рядов динамики, различия между ними, так как отнесение ряда динамики к тому или иному виду имеет важное значение для их изу-



чения. Выбор соответствующих приемов и способов анализа определяется характером исходных данных и зависит от задач исследования.

В зависимости от способа выражения уровней (в виде абсолютных, относительных и средних величин) ряды динамики подразделяются на *ряды абсолютных, относительных и средних величин*. В зависимости от того, выражают уровни ряда состояние явления на определенные моменты времени (на начало месяца, квартала, года и т. п.) или его величину за определенные интервалы времени (например, за сутки, месяц, год и т. п.), различают соответственно *моментные и интервальные ряды*. Ряды динамики могут быть с равноотстоящими (по времени) уровнями и неравноотстоящими (по времени) уровнями.

**Пример.** Имеются данные о выпуске книг и брошюр в Российской Федерации (тыс. печатных единиц):

1996	1997	1998	1999	2000
36	45	46	48	60

Это интервальный ряд динамики абсолютных величин с равноотстоящими уровнями во времени. Его уровни характеризуют суммарный итог выпуска книг и брошюр за четко определенный отрезок времени (за каждый год). Уровни интервального ряда динамики могут быть суммированы, так как не содержат повторного счета.

**Примером** моментного ряда абсолютных величин с равноотстоящими уровнями во времени можно назвать ряд динамики, показывающий число постоянных дошкольных учреждений в России (на конец года), тыс.:

1995	1996	1997	1998	1999	2000
68,6	64,2	60,3	56,6	53,9	51,3

Уровни этого ряда – обобщенные итоги учета числа дошкольных учреждений по состоянию на определенную дату (конец каждого года). Отдельные уровни моментного ряда динамики содержат элементы повторного счета, так как отдельные дошкольные учреждения, учитываемые, например, в 1995 г., существуют и в настоящее время, являясь единицами совокупности и в 2000 г.

Все это делает бессмысленным суммирование уровней моментных рядов динамики.

**Примером** интервального ряда динамики средних величин с неравноотстоящими уровнями во времени может служить ряд динамики среднегодовой численности занятых в экономике России (млн. чел.):

1990	1993	1998	2000
75,3	70,9	63,8	64,3

Его уровни относятся к помесечным интервалам времени, но суммирование их самостоятельного значения не имеет.

**Примером** моментного ряда динамики относительных величин с равноотстоящими уровнями во времени может служить ряд динамики, характеризующий удельный вес численности городского и сельского населения в общей численности населения России (на начало года):

(%)

Год	Все население	В том числе	
		городское	сельское
1997	100	73	27
1998	100	73	27
1999	100	73	27
2000	100	73	27
2001	100	73	27

Суммирование уровней данного ряда не имеет смысла.

Одним из важнейших направлений анализа рядов динамики является изучение особенностей развития явления за отдельные периоды времени. Для выявления специфики развития изучаемых явлений за отдельные периоды времени определяют абсолютные и относительные показатели изменения ряда динамики: абсолютные приросты, абсолютное значение одного процента прироста, темпа роста и прироста. Выяснение сущности этих показателей, их взаимосвязей, методов расчета — необходимое условие усвоения данной темы.

Рассматривая данные показатели, необходимо правильно выбирать базу сравнения, которая зависит от цели исследования.

При сравнении каждого уровня ряда с предыдущим получаются цепные показатели; при сравнении каждого уровня с одним и тем же уровнем (базой) получают базисные показатели.

**Пример.** Требуется провести анализ динамики продажи мясных консервов за 1997 – 2002 гг. по условным данным. Для удобства и наглядности исходные и рассчитанные показатели изложены в табличной форме (табл. 10.1).

Таблица 10.1

**Динамика продажи мясных консервов в одном из регионов за 1999 – 2003 гг. и расчет аналитических показателей динамики**

Год	Консервы мясные, млн усл. банок	Абсолютные приросты (снижение), млн усл. банок		Темпы роста, %		Темпы прироста, %		Абсолютное значение 1% прироста, млн усл. банок
		с предыдущим годом	с 1997 г.	с предыдущим годом	с 1997 г.	с предыдущим годом	с 1997 г.	
А	1	2	3	4	5	6	7	8
1999	891	–	–	–	100,0	–	0,0	–
2000	806	–85	–85	90,5	90,5	–9,5	–9,5	8,91
2001	1595	+789	+704	197,9	179,0	97,9	79,0	8,06
2002	1637	+42	+746	102,63	183,7	2,63	83,7	15,95
2003	1651	+14	+760	100,85	185,3	0,85	85,3	16,37
Итого	6580	+760	–	–	–	–	–	–

Для выражения абсолютной скорости роста (снижения) уровня ряда динамики исчисляют статистический показатель – *абсолютный прирост* ( $\Delta$ ). Его величина определяется как разность двух сравниваемых уровней. Она вычисляется по формуле

$$\Delta_{ц} = y_i - y_{i-1}, \text{ или } \Delta_{б} = y_i - y_0,$$

где  $y_i$  – уровень  $i$ -го года;

$y_0$  – уровень базисного года.

**Пример.** Абсолютное уменьшение продажи консервов за 2000 г. по сравнению с 1999 г. составило:  $806 - 891 = -85$  млн усл. банок (табл. 10.1 графа 2), а по сравнению с базисным 1999 г. продажа консервов в 2003 г. возросла на 760 млн усл. банок (графа 3).

Интенсивность изменения уровней ряда динамики оценивается отношением текущего уровня к предыдущему или базисному, которое всегда представляет собой положительное число. Этот показатель принято называть *темпом роста* ( $T_p$ ). Он выражается в процентах, т. е.

$$T_p = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100, \text{ или } T_p = \frac{y_i}{y_0} \cdot 100.$$

Так, для 2003 г. темп роста по сравнению с 1999 г. составил  $\left(\frac{1651}{891}\right) \cdot 100 = 185,3\%$  (табл. 10.1 графа 5).

Темп роста может быть выражен и в виде коэффициента ( $K_p$ ). В этом случае он показывает, во сколько раз данный уровень ряда больше уровня базисного года или какую его часть он составляет.

Для выражения изменения величины абсолютного прироста уровней ряда динамики в относительных величинах определяется *темп прироста* ( $T_{пр}$ ), который рассчитывается как отношение абсолютного прироста к предыдущему или базисному уровню, т. е.

$$T_{пр} = \frac{\Delta}{y_{i-1}} \cdot 100 \text{ или } T_{пр} = \frac{\Delta}{y_0} \cdot 100.$$

Темп прироста может быть вычислен также путем вычитания из темпов роста 100%, т. е.  $T_{пр} = T_p - 100$ .

В нашем примере (табл. 10.1 графы 6, 7) показывается, на сколько процентов продажа консервов в 2003 г. возросла по сравнению с 1999 г.:  $\left(\frac{760}{891}\right) \cdot 100 = 85,3\%$ , или  $185,3 - 100 = 85,3\%$ .

*Показатель абсолютного значения одного процента прироста* (|%) определяется как результат деления абсолютного прироста на соответствующий темп прироста, выраженный в процентах, т. е.

$$|\%| = \frac{\Delta}{T_{пр}}, \text{ или } 0,01 \cdot y_{i-1}. \text{ Расчет этого показателя имеет экономический смысл только на цепной основе.}$$

Для 2003 г. абсолютное значение 1% прироста (табл. 10.1 графа 8) равно:  $0,01 \cdot 16,37 = 16,37$ , или  $\frac{14}{0,855} = 16,37$  млн усл. банок.

Особое внимание следует уделять методам расчета *средних показателей* рядов динамики, которые являются обобщающей характеристикой его абсолютных уровней, абсолютной скорости и интенсивности изменения уровней ряда динамики. Различают следующие средние показатели: средний уровень ряда динамики, средний абсолютный прирост, средний темп роста и прироста.

Методы расчета *среднего уровня* ряда динамики зависят от его вида и способов получения статистических данных.

В интервальном ряду динамики с *равноотстоящими* уровнями во времени расчет среднего уровня ряда ( $\bar{y}$ ) производится по формуле *средней арифметической простой*:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n}.$$

**В нашем примере** средняя продажа мясных консервов за 5 лет составила:  $\bar{y} = \frac{6580}{5} = 1316$  млн усл. банок.

Если интервальный ряд динамики имеет *неравноотстоящие* уровни, то *средний уровень ряда вычисляется по формуле*

$$\bar{y} = \frac{\sum yt}{\sum t},$$

где  $t$  — число периодов времени, в течение которых уровень не изменяется.

Для моментного ряда с *равноотстоящими* уровнями *средняя хронологическая* рассчитывается по формуле

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + y_3 + \dots + \frac{1}{2}y_n}{n-1},$$

где  $n$  — число уровней ряда.

*Средняя хронологическая для разноотстоящих уровней* моментного ряда динамики вычисляется по формуле

$$\bar{y} = \frac{(y_1 + y_2)t_1 + (y_2 + y_3)t_2 + (y_3 + y_4)t_3 + \dots + (y_{n-1} + y_n)t_{n-1}}{2\sum t_i}.$$

Определение *среднего абсолютного прироста* производится по цепным абсолютным приростам по формуле:  $\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta_{ц}}{n-1}$  или

$\bar{\Delta} = \frac{y_n - y_0}{n-1}$ . Среднегодовой абсолютный прирост продажи мяс-

ных консервов за 1999 – 2003 гг. равен:  $\bar{\Delta} = \frac{760}{4} = 190$ , или

$$\bar{\Delta} = \frac{1651 - 891}{4} = 190 \text{ млн усл. банок.}$$

*Среднегодовой темп роста* вычисляется по формуле средней геометрической:

$$\bar{T}_p = \sqrt[m]{K_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \cdot K_4 \cdot \dots \cdot K_n}, \text{ или } \bar{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}},$$

где  $m$  – число коэффициентов роста.

**В нашем примере.** *Среднегодовой темп роста*<sup>1</sup> продажи мясных консервов за 1999–2003 гг. рассчитаем двумя способами:

$$\bar{T}_p = \sqrt[4]{0,905 \cdot 1,979 \cdot 1,026 \cdot 1,009} = \sqrt[4]{1,853} = 1,167, \text{ или } 116,7\%;$$

$$\bar{T}_p = \sqrt[4]{\frac{1651}{891}} = \sqrt[4]{1,853} = 1,167, \text{ или } 116,7\%.$$

*Среднегодовой темп прироста* получим, вычтя из среднего темпа роста 100%. В нашем примере

$$\bar{T}_{\text{пр}} = \bar{T}_p - 100 = 116,7\% - 100\% = 16,7\%.$$

**Приемы обработки и анализа рядов динамики.** При анализе рядов динамики иногда возникает необходимость смыкания рядов, т. е. объединение двух и более рядов, характеризующих изменение явления, в один ряд. Смыкание необходимо в случаях, когда уровни ряда несопоставимы в связи с территориальными или ведомственными, организационными изменениями, изменением методологии исчисления и т. п. Существует несколько способов приведения рядов динамики к сопоставимому виду.

---

<sup>1</sup> Существуют специальные таблицы исчисления среднегодовых темпов роста, использование которых позволяет без каких-либо вычислений получить готовые показатели среднегодовых темпов роста и прироста.

**Пример.** Имеются данные, характеризующие общий объем продукции промышленности в одном из регионов (в фактически действовавших ценах) в следующей таблице:

млн руб.

Уровни продукции промышленности	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
В старых границах региона	20,1	20,7	21,0	21,2	—	—	—
В новых границах региона	—	—	—	23,8	24,6	25,5	27,2

Для приведения ряда динамики к сопоставимому виду для 2000 г. определим коэффициент соотношения уровней двух рядов:

$$\frac{23,8}{21,2} = 1,12.$$

Умножая на этот коэффициент уровни первого ряда, получаем их сопоставимость с уровнями второго ряда, млн руб.:

$$1997 \text{ г.} - 20,1 \cdot 1,12 = 22,5;$$

$$1998 \text{ г.} - 20,7 \cdot 1,12 = 23,2;$$

$$1999 \text{ г.} - 21,0 \cdot 1,12 = 23,5.$$

Получен сопоставимый ряд динамики общего объема продукции промышленности (в фактически действовавших ценах, в структуре и методологии соответствующих лет) в одном из регионов (в новых границах, млн руб.):

1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
22,5	23,2	23,5	23,8	24,6	25,5	27,2

Другой способ смыкания рядов динамики заключается в том, что уровни года, в котором произошли изменения (в нашем примере уровни 2000 г.), как до изменений, так и после изменений (для нашего примера в старых и новых границах, т. е. 21,2 и 23,8) принимаются за 100%, а остальные — пересчитываются в процентах по отношению к этим уровням соответственно (в нашем при-

мере до изменений – по отношению к 21,2, а после изменений – по отношению к 23,8). В результате получается сомкнутый ряд.

Применив этот способ для нашего примера, получим следующий ряд динамики, характеризующий общий объем продукции региона:

Показатель	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
Общий объем продукции в новых границах региона, (% к 1999 г.)	94,8	97,6	99,1	100,0	103,4	107,2	114,3

**Выявление основной тенденции ряда динамики.** Важной задачей статистики при анализе рядов динамики является определение основной тенденции развития.

При изучении в рядах динамики основной тенденции развития явления применяются различные приемы и методы. Одним из приемов выявления основной тенденции является метод *укрупнения интервалов*. Этот способ основан на укрупнении периодов времени, к которым относятся уровни ряда. Например, ряд ежесуточного выпуска продукции заменяется рядом месячного выпуска продукции и т. д.

Другой прием – *метод скользящей средней*. Суть метода состоит в замене абсолютных данных средними арифметическими за определенные периоды. Расчет средних ведется способом скользящего, т. е. постепенным исключением из принятого периода скользящего первого уровня и включением следующего.

**Пример.** На основе данных о производстве стиральных машин фирмой за 15 месяцев 2002 – 2003 гг. нужно произвести сглаживание ряда методом трехчленной и четырехчленной скользящей средней (табл. 10.2).

Взяв данные за первые три месяца, исчисляем трехчленные суммы, а затем среднюю:

$$\bar{y}_1 = \frac{155 + 163 + 167}{3} = \frac{485}{3} = 161,7;$$

$$\bar{y}_2 = \frac{163 + 167 + 131}{3} = \frac{461}{3} = 153,7 \text{ и т. д.}$$



**Динамика производства стиральных машин  
и расчет скользящих средних**

Ме- сяц	Стираль- ные ма- шины, тыс. шт.	Трех- членные скользя- щие сум- мы	Трех- членные скользя- щие сред- ние	Четырех- членные скользя- щие суммы	Четырех- членные скользя- щие сред- ние (не- центриро- ванные)	Четырех- членные скользя- щие сред- ние (цент- рирован- ные)
А	1	2	3	4	5	6
1	155	—	—	—	—	—
2	163	—	161,7	—	154,0	—
3	167	485	153,7	—	154,8	154,4
4	131	461	152,0	616	150,8	152,8
5	158	456	145,3	619	141,5	146,2
6	147	436	145,0	603	145,0	143,3
7	130	435	140,7	566	137,5	141,3
8	145	422	134,3	580	135,8	136,7
9	128	403	137,7	550	143,0	139,4
10	140	413	142,3	543	146,8	144,9
11	159	427	153,0	572	151,5	149,2
12	160	459	155,3	587	154,0	152,8
13	147	466	152,3	606	155,5	154,8
14	150	457	154,0	616	—	—
15	165	462	—	622	—	—

Интервал скользящего можно также брать четный (четыре, шесть и т. д.). Нахождение скользящей средней по четному числу членов осложняется тем, что средняя может быть отнесена только к середине между двумя датами. Чтобы ликвидировать этот сдвиг, применяется центрирование, т. е. нахождение средней из средних для отнесения полученного уровня к определенной дате. При центрировании необходимо также находить скользящие суммы, скользящие средние по этим суммам и средние из средних. Пример сглаживания ряда методом четырехчленной скользящей средней представлен в табл. 10.2 (графы 4, 5, 6).

Наиболее эффективным способом выявления основной тенденции развития является *аналитическое выравнивание*. При этом уровни ряда динамики выражаются в виде функции времени:  $\bar{y}_t = f(t)$ .

Аналитическое выравнивание может быть осуществлено по любому рациональному многочлену. Выбор функции производится на основе анализа характера закономерностей динамики данного явления.

Рассмотрим применение метода аналитического выравнивания по прямой для выражения основной тенденции на следующем примере.

**Пример.** В табл. 10.3 приведены исходные и расчетные данные о динамике производства молока в регионе за 1999 – 2003 гг.

Таблица 10.3

Исходные и расчетные данные для определения параметров системы уравнения

Год	Млн т	$t$	$t^2$	$ty$	$\bar{y}_t$	$y - \bar{y}_t$	$(y - \bar{y}_t)^2$
1999	13,3	-2	4	-26,6	13,02	0,28	0,08
2000	13,5	-1	1	-13,5	13,94	-0,44	0,19
2001	14,8	0	0	0	14,86	-0,0	0,00
2002	16,1	1	1	16,1	15,78	-0,32	0,10
2003	16,6	2	4	33,2	16,70	-0,1	0,01
Итого	74,3	-	10	9,2	74,30	-	0,38

Для выравнивания ряда динамики по прямой используем уравнение  $\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$ .

Способ наименьших квадратов дает систему двух нормальных уравнений для нахождения параметров  $a_0$  и  $a_1$ :

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum t = \sum y; \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum ty, \end{cases}$$

где  $y$  – исходный уровень ряда динамики;

$n$  – число членов ряда;

$t$  – показатель времени, который обозначается порядковыми номерами, начиная от низшего. Например:

Год	1999	2000	2001	2002	2003
$t$	1	2	3	4	5

Решение системы уравнений позволяет получить выражения для параметров  $a_0$  и  $a_1$ :

$$a_0 = \frac{\sum t^2 \cdot \sum y - \sum t \cdot \sum yt}{n \sum t^2 - \sum t \cdot \sum t};$$

$$a_1 = \frac{n\sum ty - \sum t \cdot \sum y}{n\sum t^2 - \sum t \cdot \sum t}$$

В рядах динамики техника расчета параметров уравнения может быть упрощена. Для этой цели показателем времени  $t$  придают такие значения, чтобы их сумма была равна нулю, т. е.  $\sum t = 0$ . В нашем примере число исходных уровней ряда нечетное ( $n = 5$ ) (табл. 10.3). При этом уравнения системы примут следующий вид:

$$na_0 = \sum y \text{ и } a_1 \sum t^2 = \sum ty,$$

откуда:  $a_0 = \frac{\sum y}{n}$  представляет собой средний уровень ряда динамики ( $\bar{y}$ );

$$a_1 = \frac{\sum ty}{\sum t^2}.$$

Расчет необходимых значений дан в табл. 10.3. По итоговым данным определяем параметры уравнения:

$$a_0 = \frac{74,3}{5} = 14,86;$$

$$a_1 = \frac{9,2}{10} = 0,92.$$

В результате получаем следующее уравнение основной тенденции производства молока в регионе за 1999 – 2003 гг.:

$$\bar{y}_t = 14,86 + 0,92t.$$

Подставляя в уравнение принятые обозначения  $t$ , вычислим выравненные уровни ряда динамики:

$$1999 \text{ г.} - \bar{y}_1 = 14,86 + 0,92(-2) = 13,02;$$

$$2000 \text{ г.} - \bar{y}_2 = 14,86 + 0,92(-1) = 13,94$$

и т. д. (см. значения  $\bar{y}_t$  в табл. 10.3).

По окончании расчета основной тенденции целесообразно построить график, на котором следует изобразить исходные данные и теоретические значения уровней ряда.

Однако если число уровней ряда четное, то условное обозначение показателя времени принимает следующий вид:

Год	1998	1999	2000	2001	2002	2003
$t$	-5	-3	-1	+1	+3	+5

(это означает, что счет времени ведется полугодиями).

Основная тенденция (тренд) показывает, как воздействуют систематические факторы на уровень ряда динамики, а колеблемость уровней около тренда служит мерой воздействия остаточных факторов. Ее можно измерить по формуле

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{\sum (y - \bar{y}_t)^2}{n}} - \text{среднее квадратическое отклонение.}$$

Используя данные примера, рассчитаем показатель колеблемости производства молока в регионе (табл. 10.3):

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{0,38}{5}} = \sqrt{0,076} = 0,275 \text{ млн т.}$$

Относительной мерой колеблемости является *коэффициент вариации*, который вычисляется по формуле

$$v = \frac{\sigma_t}{\bar{y}}.$$

В нашем примере  $v = \frac{0,275}{14,86} = 0,0185$ , или 1,85%.

При анализе рядов динамики важное значение имеет выявление *сезонных колебаний*. Этим колебаниям свойственны более или менее устойчивые изменения уровней ряда по внутригодовым периодам: месяцам, кварталам. Для выявления сезонных колебаний обычно анализируются месячные и квартальные уровни ряда динамики за год или за несколько лет. При изучении сезонных колебаний используются специальные показатели — индексы сезонности ( $I_s$ ). Способы определения индексов сезонности различны; они зависят от характера основной сезонности ряда динамики.

Для ряда внутригодовой динамики, в которой основная тенденция роста незначительна (или она не наблюдается совсем),

изучение сезонности основано на *методе постоянной средней*, являющейся средней из всех рассматриваемых уровней. Самый простой способ заключается в следующем: для каждого года рассчитывается средний уровень, а затем с ним сопоставляется (в процентах) уровень каждого месяца. Это процентное отношение обычно именуется *индексом сезонности*:

$$I_s = \frac{y_i}{\bar{y}} \cdot 100\%.$$

**Пример.** Рассмотрим данные табл. 10.4.

Таблица 10.4

**Численность рабочих фирмы по месяцам**

Месяцы	Численность рабочих, чел.	Индекс сезонности $(y_i : \bar{y}) \cdot 100\%$
А	1	2
Январь	620	76,8
Февраль	640	79,3
Март	710	87,9
Апрель	730	90,4
Май	880	109,0
Июнь	920	114,0
Июль	990	122,7
Август	980	121,4
Сентябрь	970	120,9
Октябрь	870	107,8
Ноябрь	740	91,7
Декабрь	630	78,1
Итого	9680	1200

В приведенном примере средний уровень ряда составляет:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{9680}{12} = 806,7 \approx 807 \text{ чел.}$$

Индекс сезонности составляет для января  $\frac{620}{807} \cdot 100\% = 76,8\%$ ;

для февраля  $\frac{640}{807} \cdot 100\% = 79,3\%$  и т. д. (табл. 10.4 гр. 2). Однако по-

месячные данные одного года в силу элемента случайности слишком ненадежные для выявления закономерности колебаний. Поэтому на практике для выявления закономерности колебаний пользуются помесечными данными за ряд лет (в основном не менее 3 лет). Тогда для каждого месяца рассчитывается средняя величина уровня за три года, затем рассчитывается среднемесячный уровень для всего ряда и в заключение определяется процентное отношение средних для каждого месяца к общему среднемесячному уровню ряда, т. е.

$$I_s = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}} \cdot 100,$$

где  $\bar{y}_i$  – средняя для каждого месяца за 3 года;  
 $\bar{y}$  – общий средний месячный уровень за 3 года.

**Пример.** Рассмотрим данные табл. 10.5.

Таблица 10.5

**Внутригодовая динамика числа расторгнутых браков населением города по месяцам за 2001 – 2003 гг.**

Месяц	Число расторгнутых браков				Индекс сезонности ( $\bar{y}_i : \bar{y}$ ) · 100%
	2001	2002	2003	в среднем за 3 года $\bar{y}_i$	
Январь	195	158	144	165,7	122,4
Февраль	164	141	136	147,0	108,6
Март	153	153	146	150,7	111,3
Апрель	136	140	132	136,0	100,4
Май	136	136	136	136,0	100,4
Июнь	123	129	125	125,7	92,8
Июль	126	128	124	126,0	93,1
Август	121	122	119	120,7	89,1
Сентябрь	118	118	118	118,0	87,2
Октябрь	126	130	128	128,0	94,5
Ноябрь	129	131	135	131,7	97,3
Декабрь	138	141	139	139,3	102,9
Средний уровень ряда ( $\bar{y}$ )	138,7	135,6	131,8	135,4	100,0

Для получения значений  $\bar{y}_i$  по способу средней простой (невзвешенной) произведем осреднение уровней одноименных периодов:

$$\text{январь } \bar{y} = \frac{U_{\text{ян.2001}} + U_{\text{ян.2002}} + U_{\text{ян.2003}}}{3};$$

$$\text{февраль } \bar{y} = \frac{U_{\text{фев.2001}} + U_{\text{фев.2002}} + U_{\text{фев.2003}}}{3};$$

.....

$$\text{декабрь } \bar{y} = \frac{U_{\text{дек.2001}} + U_{\text{дек.2002}} + U_{\text{дек.2003}}}{3};$$

Определим осредненные значения уровней ряда  $\bar{y}_i$  для каждого месяца годового цикла (табл. 10.5):

$$\text{январь } \bar{y}_1 = \frac{195 + 158 + 144}{3} = \frac{497}{3} = 165,7;$$

$$\text{февраль } \bar{y}_2 = \frac{164 + 141 + 136}{3} = \frac{441}{3} = 147,0 \text{ и т. д.}$$

Далее по исчисленным месячным средним уровням  $\bar{y}_i$  определяем общий средний уровень ( $\bar{y}$ ):

$$\bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_i}{n} = \frac{1624,8}{12} = 135,4,$$

где  $n$  – число месяцев.

Значение общего среднего уровня можно вычислить также и по итоговым данным за отдельные годы:

$$\bar{y} = \frac{\sum (\bar{y}_i)}{m} = \frac{406,1}{3} = 135,4,$$

где  $m$  – число лет;

$\sum (\bar{y}_i)$  – сумма среднегодовых уровней ряда динамики.

И наконец, определим по месяцам года индексы сезонности:

$$\text{январь } I_{S_1} = \frac{165,7}{135,4} \cdot 100 = 122,4\%;$$

$$\text{февраль } I_{S_2} = \frac{147,0}{135,4} \cdot 100 = 108,6\% \text{ и т. д.}$$

Совокупность исчисленных для каждого месяца годового цикла индексов сезонности характеризует сезонную волну развития числа расторгнутых браков в городе во внутригодовой динамике. Для получения наглядного представления о сезонной волне желательно изобразить полученные данные в виде линейной диаграммы. При наличии ярко выраженной тенденции к увеличению или уменьшению уровней из года в год применимы другие способы измерения сезонных колебаний, в частности индексы сезонности определяются на *основе методов*, которые позволяют *исключить влияние тенденции роста (падения)*.

При использовании способа аналитического выравнивания ход вычислений следующий:

1) вычисляют для каждого месяца (квартала) выравненные уровни по соответствующему аналитическому уравнению на момент времени  $t$ ;

2) берут отношение фактических месячных (квартальных) данных ( $y_i$ ) к соответствующим им выравненным данным в процентах:

$$\frac{y_i}{\bar{y}_t} \cdot 100 = U_i;$$

3) находят среднюю из этих отношений для одноименных месяцев (кварталов) в процентах:

$$\bar{U}_i = \frac{U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n}{n},$$

где  $n$  — число одноименных месяцев;

4) из полученных 12 помесечных или поквартальных относительных величин ( $\bar{U}_i$ ) вычисляют общий среднемесечный уровень ( $\bar{U}_i$ );

5) определяют индексы сезонности по формуле

$$I_S = \frac{\bar{U}_i}{\bar{U}_t} \cdot 100 \text{ или } I_S = \left[ \sum \frac{y_i}{\bar{y}_t} \right] : n,$$

где  $y_i$  — исходные уровни ряда;

$\bar{y}_t$  — выравненные (теоретические) уровни ряда;

$n$  — число годовых периодов.



**Пример.** Имеются поквартальные абсолютные величины о потреблении электроэнергии в городе за 2000 – 2002 гг.

Определим индексы ее сезонности с предварительным исключением тенденции.

В рассматриваемом примере число членов ряда четкое ( $n = 12$ ), поэтому пронумируем 6 уровней первой половины ряда (I – IV кварталы 2001 г. и I – II кварталы 2002 г.) числами (от середины)  $-1, -3, -5, -7, -9, -11$ , а 6 членов второй половины (ряды III – IV кварталы 2002, и I – IV кварталы 2003 г.) – числами (от середины)  $+1, +3, +5, +7, +9, +11$ . При таком порядке обозначений уровней ряда  $\sum t = 0$ .

Результаты последующих расчетов аналитического выравнивания ряда по прямой и расчет сезонной волны приведем в табл. 10.6.

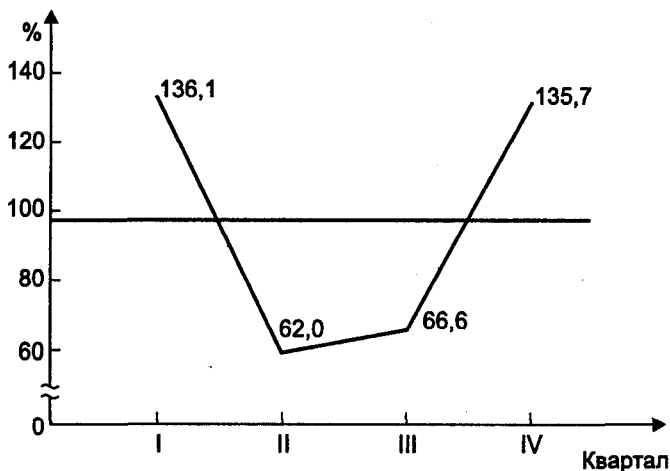
Таблица 10.6

Год и квартал	Фактические уровни, тыс. кВт·ч, $u_i$	Теоретические уровни, $\bar{y}_i = 281 + 1,9t$	Индекс сезонности по каждому кварталу года $(u_i - \bar{y}_i) \cdot 100$	Индекс сезонности по одноименным кварталам $\frac{\sum(u_i - \bar{y}_i) \cdot 100}{N}$
2001				
I	340	260,1	130,7	136,1
II	170	263,9	64,4	62,0
III	180	267,7	67,2	66,6
IV	375	271,5	138,1	135,5
2002				
I	390	275,3	141,7	136,1
II	160	279,1	57,3	62,0
III	190	282,9	67,2	66,6
IV	385	286,7	134,3	135,5
2003				
I	395	290,5	136,0	136,1
II	187	294,3	63,5	62,0
III	195	298,1	65,4	66,6
IV	405	301,9	134,2	135,5
Итого	3372	3372	1200	1200

Чтобы убедиться в правильности вычислений индексов, нужно выяснить, равняется ли средний индекс сезонности для всех

уровней 100%, тогда и сумма полученных индексов по месячным данным составит 1200, а сумма по четырем кварталам – 400. В нашем решении это положение сохраняется.

По результатам расчетов получен ряд индексов, который отражает сезонную волну потребности электроэнергии по кварталам (% к среднегодовому потреблению, принятому за 100%) (рис. 10.1).



**Рис. 10.1.** Динамика потребления электроэнергии в городе за 2001–2003 гг. по кварталам

Та же методика расчета индексов сезонности применяется и при использовании *метода скользящей средней*.

В качестве аналитической формы сезонной волны иногда применяется уравнение следующего вида:

$$\bar{y}_t = a_0 + \sum_{k=1}^m (a_k \cos kt + b_k \sin kt),$$

где  $k$  – степень точности гармоника тригонометрического многочлена;  
 $t$  – время.

Это уравнение представляет собой ряд Фурье, где время ( $t$ ) выражается в радиальной мере или в градусах:

Месяцы ( $t$ )	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Радиальная мера	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$
Градусы	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	320
Уровни ( $y_i$ )	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$	$y_7$	$y_8$	$y_9$	$y_{10}$	$y_{11}$	$y_{12}$

Обычно при выравнивании по ряду Фурье рассчитывают не более четырех гармоник и затем уже определяют, с каким числом гармоник наилучшим образом отражается периодичность изменения уровней ряда.

Например, при  $k = 1$  уравнение Фурье будет иметь вид:

$$\bar{y}_i = a_0 + a_1 \cos t + b_1 \sin t.$$

При  $k = 2$  соответственно

$$\bar{y}_i = a_0 + a_1 \cos t + b_1 \sin t + a_2 \cos 2t + b_2 \sin 2t.$$

Параметры уравнения выравненных уровней, определяемых рядом Фурье, находят по способу наименьших квадратов. Не излагая здесь вывода, приведем готовые формулы, используемые для исчисления указанных выше параметров уравнения ряда Фурье:

$$a_0 = \frac{\sum y}{n}; \quad a_k = \frac{2 \sum y \cos kt}{n}; \quad b_k = \frac{2 \sum y \sin kt}{n}.$$

**Пример.** Покажем выравнивание по ряду Фурье на условных данных о продаже картофеля на рынках сельхозпродуктов города (табл. 10.7).

В этой же таблице содержатся произведения  $y \cos t$ ,  $y \sin t$ , необходимые для определения параметров уравнения по первой гармонике.

На основе полученных итоговых данных табл. 10.7 находим:

$$a_0 = \frac{\sum y}{n} = \frac{469}{12} = 39,08; \quad a_k = \frac{2 \sum y \cos kt}{n} = \frac{2(-20,66)}{12} = -3,44;$$

$$b_k = \frac{2 \sum y \sin kt}{n} = \frac{2 \cdot 53,68}{12} = 8,95.$$

Таблица 10.7

**Динамика продажи картофеля на рынках сельхозпродуктов города  
и расчет параметров системы уравнения по ряду Фурье**

Месяц $t$	Продано, т $y$	$y \cos t$	$y \sin t$	$\bar{y}_t$
1	2	3	4	5
1	30	30,0	0	35,60
2	40	34,64	20,0	40,51
3	43	21,5	37,24	45,11
4	54	0	54,00	48,03
5	67	-33,5	58,02	48,55
6	29	-25,11	14,5	46,53
7	35	-35,00	0	42,52
8	34	-29,44	-17,00	38,25
9	45	-22,50	-38,97	33,05
10	35	0	-35,00	30,13
11	29	14,50	-25,11	29,61
12	28	24,25	-14,00	31,63
Итого	469	-20,66	53,68	469,52

Отсюда:  $\bar{y}_t = 39,08 - 3,44 \cos t + 8,95 \sin t$ .

Подставляя в это уравнение значения  $\cos t$  и  $\sin t$  (из приложения 11), получаем теоретические значения количества проданного картофеля  $\bar{y}_t$  (см. табл. 10.7 гр. 5).

Параметры гармоник второго

$$\left( a_2 = \frac{2\sum y \cos 2t}{n}; \quad b_2 = \frac{2\sum y \sin 2t}{n} \right)$$

и высшего порядка рассчитываются аналогично, и их значения последовательно присоединяются к значениям первой гармоники. Опустив расчеты, запишем уравнение для выравнивания нашего ряда с учетом второй гармоники:

$$\bar{y}_t = 39,08 - 3,44 \cos t + 8,95 \sin t - 8,42 \cos 2t + 13 \sin 2t.$$

Подставив в уравнение конкретные значения  $\cos t$ ,  $\sin t$ ,  $\sin 2t$ ,  $\cos 2t$ , получим выравненные уровни проданного картофеля по месяцам. Затем, рассчитав остаточные дисперсии

$$\left( \sigma_{\text{ост}}^2 = \frac{\sum (y_t - \bar{y}_t)^2}{n} \right)$$

для двух случаев, можно сделать вывод, какая гармоника ряда Фурье наиболее близка к фактическим уровням ряда.

При изучении рядов динамики возникает необходимость получения сравнительных характеристик направления и интенсивности роста одновременно развивающихся во времени явлений. Это достигается путем приведения рядов динамики к *общему (единому) основанию*.

По исходным уровням нескольких рядов динамики определяются относительные величины – базисные темпы роста и прироста. Принятый при этом за базу сравнения период (момент) времени выступает в качестве постоянной базы расчета темпов роста для каждого из изучаемых рядов динамики.

**Пример.** Покажем приведение рядов динамики к общему основанию на данных о производстве цемента в двух странах, млн т.:

	1999	2000	2001	2002	2003
Страна А	45,5	72,4	95,2	122,0	128,0
Страна Б	56,1	65,1	66,5	65,0	67,0

Различные значения абсолютных уровней приведенных рядов динамики затрудняют выявление особенностей производства цемента в стране А и стране Б. Приведем абсолютные уровни рядов динамики к общему основанию, приняв за постоянную базу сравнения 1999 г., и получим данные, в процентах к 1999 г.:

	1999	2000	2001	2002	2003
Страна А	100,0	159,1	209,2	268,1	281,3
Страна Б	100,0	116,0	118,5	115,9	119,4

Из этих данных видно, что производство цемента в стране А непрерывно и быстро возрастает, значительно превосходя темпы роста в стране Б. Если в 2003 г. производство цемента в стране А возросло по сравнению с 1999 г. в 2,8 раза, то в стране Б оно увеличилось за это же время в 1,19 раза.

Сопоставив базисные темпы роста производства цемента в стране А и стране Б, получим коэффициент опережения – относительный показатель, характеризующий опережение (больше единицы) или отставание (меньше единицы) в развитии стран:

$K = \frac{2,813}{1,194} = 2,36$  раза, т. е. производство цемента в стране А развивалось за 1999–2003 гг. в 2,36 раза быстрее, чем в стране Б.

При изучении развития явления во времени часто возникает необходимость оценить степень взаимосвязи в изменениях уровней двух рядов динамики различного содержания, но связанных между собой. Эта задача решается *методами коррелирования*: 1) уровней рядов динамики; 2) отклонений фактических от выравненных уровней; 3) абсолютных разностей.

Первый способ правильно показывает тесноту связи между явлениями лишь в том случае, если в каждом из них отсутствует автокорреляция, т. е. зависимость между последовательными уровнями ряда динамики.

**Пример.** На условном примере данных об изменении объема собственной продукции фирмы общественного питания и доходов от реализации товаров общественного питания за десять месяцев 2003 г. рассмотрим применение коррелирования уровней для измерения связи между рядами динамики (табл. 10.8).

Таблица 10.8

Исходные и расчетные данные для определения коэффициента корреляции

Месяц	Собственная продукция, тыс. руб. $x$	Доходы от реализации товаров, тыс. руб. $y$	$x^2$	$y^2$	$xy$
Январь	1,3	0,7	1,69	0,49	0,91
Февраль	1,4	0,8	1,96	0,64	1,12
Март	1,5	0,9	2,25	0,81	1,35
Апрель	1,7	0,9	2,89	0,81	1,53
Май	2,1	1,0	4,41	1,00	2,10
Июнь	2,2	1,0	4,84	1,00	2,20
Июль	2,5	1,1	6,25	1,21	2,75
Август	2,7	1,1	7,29	1,21	2,97
Сентябрь	3,0	1,1	9,00	1,21	3,30
Октябрь	3,3	1,2	10,89	1,44	3,96
Итого	21,7	9,8	51,47	9,82	22,19

Рассчитаем величину коэффициента корреляции по следующей формуле:

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$$

Из данных табл. 10.8 видно, что:

$$\bar{x} = 2,17; \bar{y} = 0,98; \bar{x}\bar{y} = 2,22,$$

$$\sigma_x^2 = 0,436; \sigma_y^2 = 0,02; \bar{x} \cdot \bar{y} = 2,13.$$

Полученное значение коэффициента корреляции  $r = \frac{2,22 - 2,13}{\sqrt{0,02 \cdot 0,44}} = \frac{0,09}{\sqrt{0,0088}} = \frac{0,09}{0,094} = 0,96$  говорит в данном случае о

наличии прямой (знак «плюс») и заметной (величина 0,96) связи между уровнями рядов собственной продукции общественного питания и доходами от реализации товаров общественного питания.

Однако прежде чем делать вывод о тесноте связи между рассматриваемыми рядами динамики, их необходимо проверить на автокорреляцию. Наличие автокорреляции устанавливается при помощи коэффициента автокорреляции для парной линейной связи:

$$r_a = \frac{\overline{x_t \cdot x_{t+1}} - \bar{x}_t \cdot \bar{x}_{t+1}}{\sigma_{x_t} \cdot \sigma_{x_{t+1}}}.$$

Если значение последнего уровня мало отличается от первого, то для того чтобы сдвинутый ряд не укорачивался, его можно условно дополнить, принимая, что  $x_n = x_1$ . Тогда  $\bar{x}_t = \bar{x}_{t+1}$  и  $\sigma_{x_t} = \sigma_{x_{t+1}}$ , поскольку они рассчитываются для одного и того же ряда.

При такой замене формула коэффициента автокорреляции принимает вид:

$$r_a = \frac{\overline{x_t \cdot x_{t+1}} - (\bar{x}_t)^2}{\sigma_{x_t}^2} \text{ или } \frac{\sum x_t \cdot x_{t+1} - n(\bar{x}_t)^2}{\sum x_t^2 - n(\bar{x}_t)^2}.$$

Для расчета коэффициента автокорреляции по первому ряду построим табл. 10.9.

По итоговым данным табл. 10.9 рассчитаем необходимые величины:

$$\overline{x_t \cdot x_{t+1}} = \frac{\sum x_t \cdot x_{t+1}}{n} = \frac{49,20}{10} = 4,92;$$

**Расчетная таблица для определения  
коэффициента автокорреляции**

Месяцы	Собственная продукция $x_t$	Собственная продукция со сдвигом на один год $x_{t+1}$	$x_t x_{t+1}$	$x_t^2$
Январь	1,3	1,4	1,82	1,69
Февраль	1,4	1,5	2,10	1,96
Март	1,5	1,7	2,55	2,25
Апрель	1,7	2,1	3,57	2,89
Май	2,1	2,2	4,62	4,41
Июнь	2,2	2,5	5,50	4,84
Июль	2,5	2,7	6,75	6,25
Август	2,7	3,0	8,10	7,29
Сентябрь	3,0	3,3	9,90	9,00
Октябрь	3,3	1,3	4,29	10,89
Итого	21,7	21,7	49,20	51,47

$$\bar{x}_t = \frac{\sum x_t}{n} = \frac{21,7}{10} = 2,17; \quad (\bar{x}_t)^2 = 4,71;$$

$$\sigma_{xt}^2 = \frac{\sum x_t^2}{n} - (\bar{x}_t)^2 = \frac{51,47}{10} - 4,71 = 5,15 - 4,71 = 0,44.$$

Их значения подставим в формулу коэффициента автокорреляции

$$r_{a_1} = \frac{4,92 - 4,71}{0,44} = 0,48.$$

Затем проводим аналогичные вычисления для второго ряда ( $y$  — доходы от реализации товаров) и получаем  $r_{a_2} = 0,5$ .

Далее возникает вопрос о величине коэффициента автокорреляции, которая достоверно свидетельствует о наличии или отсутствии автокоррелированности наблюдений. Поэтому необходимо фактические коэффициенты, полученные расчетным путем, сравнить с табличным (см. приложение 10). Если фактическая величина  $r_a$  больше его критического значения, указанного в таблице, то делается заключение о том, что автокорреляция име-



ется. Если же фактическая величина  $r_a$  меньше табличного, то следует отказаться от гипотезы о наличии автокорреляции.

Приведем сопоставление полученных коэффициентов автокорреляции с их табличной величиной при численности  $n = 10$ . При уровне значимости  $P = 0,05$  (5%-ный уровень) величина  $r_a$  может только в пяти случаях из ста превысить 0,36.

Коэффициент автокорреляции, вычисленный по динамическому ряду собственной продукции, в нашем примере составил  $r_{a1} = 0,48$ , т. е. он превысил табличное значение при уровне существенности 0,05, а коэффициент автокорреляции, вычисленный по динамическому ряду доходов от реализации товаров, составил  $r_{a2} = 0,5$ , что также превышает табличное значение. Поэтому делается вывод о том, что автокорреляция имеется в обоих рядах. В данных рядах динамики необходимо устранить автокорреляцию, а затем уже рассчитывать коэффициент корреляции.

Рассмотрим способы ее исключения в рядах динамики.

*При коррелировании отклонений фактических уровней от выравненных необходимо сделать следующее:*

- 1) произвести аналитическое выравнивание сравниваемых рядов по любому рациональному многочлену;
- 2) определить величину отклонения каждого фактического уровня ряда динамики от соответствующего ему выравненного значения;
- 3) произвести коррелирование полученных отклонений.

В этом случае в качестве показателя тесноты связи между изучаемыми рядами рассчитывается *коэффициент корреляции отклонений*:

$$r_{d_x d_y} = \frac{\sum d_x \cdot d_y}{\sqrt{\sum d_x^2 \cdot \sum d_y^2}},$$

где  $d_x = x_i - \bar{x}$ ;  $d_y = y_i - \bar{y}$ .

Он характеризует степень связи между отклонениями фактических уровней сравниваемых рядов от соответствующих им выравненных уровней коррелируемых рядов динамики.

*При коррелировании разностей* измеряется теснота связи между разностями последовательных величин уровней в каждом динамическом ряду. В данном случае показателем тесноты связи между изучаемыми рядами является *коэффициент корреляции разностей*:

$$r_{\Delta_x \Delta_y} = \frac{\sum \Delta_x \cdot \Delta_y}{\sqrt{\sum \Delta_x^2 \cdot \sum \Delta_y^2}},$$

где  $\Delta_x = x_i - x_{i-1}$ ;  $\Delta_y = y_i - y_{i-1}$ .

Иногда приходится при анализе рядов динамики исследовать вопрос о наличии или отсутствии автокорреляции не между самими уровнями ряда, а между их отклонениями от среднего уровня или от выравненного уровня.

Коэффициент автокорреляции для остаточных величин выразится как

$$r_a = \frac{\sum \varepsilon_t \cdot \varepsilon_{t+1}}{\sum \varepsilon_t^2},$$

где  $\varepsilon_t = y_t - \bar{y}_t$ ;  $\varepsilon_{t+1} = y_{t+1} - \bar{y}_{t+1}$ .

Коэффициент автокорреляции может рассчитываться не только между соседними уровнями, т. е. сдвинутыми на один период, но и между сдвинутыми на любое число единиц времени ( $m$ ). Этот сдвиг, именуемый временным лагом, определяет и порядок коэффициента корреляции: первого порядка (при  $m = 1$ ), второго порядка (при  $m = 2$ ) и т. д.

## 10.2 Задачи и упражнения

**10.1.** Определите вид рядов динамики, характеризующих изменение следующих статистических показателей:

а) численности населения (по состоянию на начало каждого года);

б) численности крестьянских (фермерских) хозяйств (по состоянию на начало каждого года);

в) вкладов населения в учреждения Сбербанка РФ (на конец каждого года); г) числа родившихся по годам;

д) денежных доходов и расходов населения по годам;

е) индекса потребительских цен на товары и услуги населению (по месяцам за ряд лет);

ж) распределения розничного товарооборота по всем каналам реализации по формам собственности по годам;

з) среднемесячной заработной платы работников по отраслям экономики по годам;

и) удельного веса новой товарной продукции машиностроения в общем объеме продукции по годам.

**10.2.** Имеются следующие данные о численности населения и производстве меда в России:

Показатель	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Численность населения на начало года, млн чел.	147,9	147,6	147,1	146,7	146,3	145,6	144,8
Производство меда тыс. т	57,7	46,2	48,8	49,6	51,0	53,9	—

Определите:

а) среднюю численность населения за каждый год;

б) производный ряд динамики производства мёда на душу населения для каждого года, кг;

в) средние уровни рядов динамики.

**10.3.** Списочная численность работников фирмы в 2003 г. составила: на 1 января – 530 чел., на 1 марта – 570, на 1 июня – 520, на 1 сентября – 430 чел., а на 1 января 2004 г. – 550 чел. Вычислите среднегодовую численность работников фирмы за 2002 г.

**10.4.** Имеются следующие данные об активах коммерческого банка в одном из регионов за 2003 г. на первое число каждого месяца:

(млн руб.)

Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль
189	190	205	226	208	195	190

Определите среднемесячные уровни активов коммерческого банка за первый, второй кварталы и за полугодие в целом.

**10.5.** Остатки вкладов населения в сбербанках города в 2003 г. характеризуются следующими данными на 1-е число месяца.

(млн руб.)

Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль
910,5	920,0	915,4	920,8	917,0	921,3	925,9

Определите:

а) среднемесячные остатки вкладов населения за первый и второй кварталы;

б) абсолютный прирост изменения среднего остатка вклада во втором квартале по сравнению с первым.

**10.6.** Списочная численность работников фирмы в 2003 г. составила на 1-е число месяца (чел.):

Январь	– 347
Февраль	– 350
Март	– 349
Апрель	– 351
Май	– 345
Июнь	– 349
Июль	– 357
Август	– 359
Сентябрь	– 351
Октябрь	– 352
Ноябрь	– 359
Декабрь	– 353
Январь 2004 г.	– 360

Определите:

а) среднемесячную численность работников в первом и втором полугодиях;

б) среднегодовую численность работников фирмы;

в) абсолютный прирост численности работников фирмы во втором полугодии по сравнению с первым.

**10.7.** Имеются следующие данные по объединению о производстве промышленной продукции за 1998–2003 гг. в сопоставимых ценах (млн руб.):

1998	1999	2000	2001	2002	2003
67,7	73,2	75,7	77,9	81,9	84,4

Для анализа ряда динамики определите:

а) средний уровень ряда динамики;

б) цепные и базисные темпы роста и прироста;

в) для каждого года абсолютное значение 1% прироста.

Результаты расчетов изложите в табличной форме.

**10.8.** Имеются следующие данные о производстве молока в России за 1995 – 2000 гг. (млн т):

1995	1996	1997	1998	1999	2000
39,2	35,8	34,1	33,3	32,3	32,3

Установите начальный, конечный и базисный уровни ряда динамики для определения:

- а) среднего уровня ряда;
- б) цепных и базисных абсолютных приростов;
- в) цепных и базисных темпов роста.

Определите для каждого года абсолютное значение 1% прироста. Результаты расчетов изложите в табличной форме и сделайте выводы.

**10.9.** Ввод в действие жилых домов предприятиями всех форм собственности в одном из регионов в 1996–2003 гг. характеризуется следующими данными (млн м<sup>2</sup> общей площади):

1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
17	18	19	20	21	20	22	23

Для анализа ряда динамики 1) определите: цепные и базисные:

- а) абсолютные приросты;
- б) темпы роста;
- в) темпы прироста;
- г) среднегодовой темп прироста;

2) найдите для каждого года абсолютное значение 1% прироста;

3) в целом за весь период рассчитайте среднегодовой абсолютный прирост.

Результаты расчетов оформите в таблице и сделайте выводы.

**10.10.** Производство электроэнергии в регионе в 1996–2003 гг. характеризуется следующими данными (млрд кВт · ч):

1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
915	976	1038	1111	1150	1202	1239	1294

Для анализа ряда динамики 1) определите показатели, характеризующие динамику производства электроэнергии по годам к базисному 1996 г.:

- а) темпы роста;
- б) темпы прироста;
- в) абсолютные приросты;

2) рассчитайте для каждого года абсолютное значение 1% прироста. Результаты расчетов изложите в табличной форме и сделайте выводы.

**10.11.** Используя взаимосвязь показателей динамики, определите уровни ряда динамики и недостающие в таблице базисные показатели динамики по следующим данным о производстве часов в регионе за 1995 – 2003 гг.:

Год	Производство часов, млн шт.	Базисные показатели динамики		
		абсолютный прирост, млн шт.	темп роста, %	темп прироста, %
1995	55,1	—	100,0	—
1996		2,8		
1997			110,3	
1998				14,9
1999				17,1
2000			121,1	
2001		13,5		
2002				
2003		14,0		25,4

**10.12.** Используя взаимосвязь показателей динамики, определите уровни ряда динамики и недостающие в таблице цепные показатели динамики по следующим данным о производстве продукции предприятиями объединения (в сопоставимых ценах):

Год	Производство продукции, млн руб.	По сравнению с предыдущим годом			
		абсолютный прирост, млн руб.	темп роста, %	темп прироста, %	абсолютное значение 1% прироста, млн руб.
1998	92,5				
1999		4,8			
2000			104,0		
2001				5,8	
2002					
2003		7,0			1,15

**10.13.** Объем продукции фирмы в 1997 г. по сравнению с 1996 г. возрос на 2%; в 1998 г. он составил 105% по отношению к объему 1997 г., а в 1999 г. был в 1,2 раза больше объема 1996 г. В 2000 г. фирма выпустила продукции на сумму 25 млн руб., что на 10% больше, чем в 1999 г.; в 2001 г. — 30 млн руб. и в 2002 г. — 37 млн руб.

Определите:

- а) цепные темпы роста;
- б) базисные темпы прироста по отношению к 1996 г.;
- в) абсолютные уровни производства продукции за все годы;
- г) среднегодовой темп роста и прироста за 1996–2002 гг.

**10.14.** По данным задачи 10.8 определите среднегодовые абсолютные приросты, среднегодовые темпы прироста производства молока в России за 1995–2002 гг.

**10.15.** По данным задачи 10.10 определите среднегодовые абсолютные приросты, среднегодовые темпы прироста производства электроэнергии в регионе за 1995–2002 гг.

**10.16.** Темпы роста объема продукции текстильной промышленности в области за 1999–2003 гг. характеризуются следующими данными (в % к предыдущему году):

1999	2000	2001	2002	2003
106,3	105,2	106,1	106,3	105,9

Определите среднегодовой темп роста и прироста объема продукции за пятилетие (1999–2003 гг.).

**10.17.** Имеются следующие данные о динамике доходов и расходов государственного бюджета в N-м городе России (% к предыдущему году):

Показатель	1999	2000	2001	2002
Доходы	73,6	105,1	125,6	126,9
Расходы	102,9	115,4	112,1	116,4

Известно, что в 1999 г. объем доходов составил 612,3 млн руб., а в 2002 г. — 1025,7 млн руб., объем расходов соответственно составил 985,4 и 1483,9 млн руб. Определите по доходам и расходам:

- а) фактические уровни за исследуемые годы;
- б) базисные темпы роста и прироста;
- в) среднегодовые темпы роста и прироста;
- г) коэффициент опережения доходов над расходами.

**10.18.** Имеются следующие данные о динамике браков и разводов в N-м городе:

(тыс.)

Показатель	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
Браки	74,1	75,3	69,7	61,1	49,2	45,1	39,7	48,0
Разводы	15,0	11,8	10,5	7,6	7,3	6,7	6,6	6,8

Определите:

- среднегодовые уровни браков и разводов;
- цепные и базисные абсолютные приросты;
- ценные и базисные темпы роста и прироста;
- средний: абсолютный прирост, темп роста и прироста;
- коэффициент опережения браков над разводами.

Результаты расчетов изложите в таблице и сделайте выводы.

**10.19.** Темпы роста объема продукции промышленности региона по сравнению с 1990 г. составили в 1995 г. 104,1%, в 2000 г. – 102,2%. Определите средний годовой темп роста и прироста объема производства продукции промышленности:

- за 1991–1995 гг.;
- за 1996–2000 гг.;
- за 1991–2000 гг.

**10.20.** Средний годовой темп прироста посевных площадей сельскохозяйственных предприятий области составил за 1991–1995 гг. 12%, а за 1996–2000 гг. – 8,2%. Определите средний годовой темп роста посевных площадей сельскохозяйственных предприятий за 1991–2000 гг.

**10.21.** Абсолютное значение 1% прироста валового сбора зерновых в фермерском хозяйстве составило в 2000 г. по сравнению с 1995 г. 245 ц, а весь абсолютный прирост валового сбора зерновых за тот же период – 3680 ц. Определите средний годовой абсолютный прирост и средний годовой темп роста валового сбора зерновых в фермерском хозяйстве за 1996–2000 гг.

**10.22.** Розничный товарооборот во всех каналах реализации в области увеличился в 2001 г. по сравнению с 2000 г. на 20%, а в 2002 г. по сравнению с 2001 г. – еще на 10%. Определите розничный товарооборот в области в 2000, 2001 и 2002 гг., если абсолютный прирост розничного товарооборота в 2001 г. по сравнению с 2000 г. составил 3600 тыс. руб.



**10.23.** Известны следующие данные о производстве стали в двух странах за 1999 – 2003 гг.:

(млн т)

Страна	1999	2000	2001	2002	2003
А	9,5	12,8	14,5	16,9	19,1
Б	20,6	28,3	35,7	43,2	45,8

С целью анализа производства стали в двух странах необходимо:

- а) привести ряды динамики к общему основанию;
- б) изобразить относительные величины динамики в виде линейной диаграммы;
- в) рассчитать коэффициент опережения производства стали в стране Б по сравнению со страной А. Сделайте выводы.

**10.24.** Имеются следующие данные о числе брокерских контор и проведенных продаж:

	1999	2000	2001	2002	2003
Число брокерских контор	435	381	465	610	543
Число продаж	257	198	425	685	756

Для сравнительного анализа между числом контор и проведенных продаж:

- а) приведите ряды динамики к общему основанию;
- б) изобразите относительные величины динамики в виде линейной диаграммы.
- в) определите коэффициент опережения числа продаж и числа брокерских контор. Сделайте выводы.

**10.25.** Имеются следующие данные о поголовье коров в хозяйствах всех категорий области.

(тыс. голов)

Дата	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
На 1 января	37,6	38,1	40,1	42,5	—	—	—	—	—
На 1 июля	—	—	—	44,7	44,8	45,0	45,2	46,0	46,1

Установите причину несопоставимости уровней ряда динамики. Приведите уровни ряда к сопоставимому виду.

**10.26.** Приведите уровни следующего ряда динамики, характеризующие численность работников фирмы, к сопоставимому виду:

(чел.)

	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
На 1 января	420	429	427	431	—	—	—	—	—
Среднегодовая численность рабочих	—	—	—	435	442	450	460	465	475

**10.27.** Объем выполненных строительно-монтажных работ в строительной фирме до и после ее расширения характеризуется следующими данными:

(тыс. м<sup>2</sup>)

Объем строительно-монтажных работ	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
До расширения фирмы	255	260	264	268			
После расширения фирмы	—	—	—	290	296	299	304

Установите причины несопоставимости уровней ряда динамики. Приведите уровни ряда к сопоставимому виду. Изобразите динамику объема выполненных работ линейной диаграммой.

**10.28.** По данным задачи 10.10 произведите выравнивание данных о производстве электроэнергии за 1996 – 2003 гг. по показательной кривой. Расчетные и фактические данные о производстве электроэнергии нанесите на линейный график. Предполагая, что выявленная тенденция сохранится в будущем, определите ожидаемый объем производства электроэнергии на ближайшие годы.

**10.29.** Имеются следующие данные о розничном товарообороте во всех каналах реализации в регионе.

(млрд руб.)

Месяц	2001	2002	2003
Январь	7,4	7,8	8,3
Февраль	7,9	8,2	8,6
Март	8,7	9,2	9,7
Апрель	8,2	8,6	9,1
Май	7,9	8,3	8,8
Июнь	8,2	8,7	9,1
Июль	8,3	8,8	9,3
Август	8,8	9,3	9,9
Сентябрь	8,7	8,9	9,3
Октябрь	8,8	8,2	9,9
Ноябрь	8,3	8,8	9,8
Декабрь	9,0	9,5	9,3

Для изучения общей тенденции розничного товарооборота региона по месяцам за 2001 – 2003 гг. произведите: 1) преобразование исходных данных путем укрупнения периодов времени: а) в квартальные уровни; б) в годовые уровни; 2) сглаживание квартальных уровней розничного товарооборота с помощью скользящей средней. Изобразите графически фактические и сглаженные уровни ряда динамики. Сделайте выводы о характере общей тенденции розничного товарооборота по всех каналах реализации в регионе.

**10.30.** Имеются следующие данные об общем объеме розничного товарооборота региона по месяцам 2003 г. (млрд руб.):

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
22,8	24,9	31,0	29,5	30,5	35,6	36,4	42,6	45,1	47,3	51,0	53,4

Установите, по какой функции – прямой, параболе второго порядка, показательной кривой – следует произвести выравнивание этого ряда. Найдите тренд, характеризующий динамику общего объема розничного товарооборота региона за 12 месяцев 2003 г. Чему равен средний абсолютный прирост выравненного ряда? Следует ли вычислять этот показатель, или он задан в уравнении тренда?

**10.31.** Имеются следующие данные об отправлении грузов железнодорожным транспортом общего пользования в регионе:

(млн т)

Месяц	2001	2002	2003
Январь	142	114	92
Февраль	143	108	83
Март	156	123	93
Апрель	152	122	92
Май	152	120	89
Июнь	138	115	87
Июль	131	114	85
Август	127	111	88
Сентябрь	125	108	85
Октябрь	128	111	90
Ноябрь	119	100	86
Декабрь	120	100	86

Для изучения общей тенденции данных об отправлении грузов железнодорожного транспорта по месяцам 2001 – 2003 гг. произведите:

1) преобразование исходных данных путем укрупнения периодов времени:

- а) в квартальные уровни;
- б) в годовые уровни;

2) сглаживание квартальных уровней отправления грузов с помощью скользящей средней. Изобразите графически фактические и сглаженные уровни ряда динамики. Сделайте выводы о характере общей тенденции данных об отправлении грузов железнодорожным транспортом общего пользования в регионе.

**10.32.** Имеются следующие данные о среднем размере товарных запасов в универмаге по месяцам года (млн руб.):

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12  
21,2 21,3 21,2 21,3 21,2 21,0 21,0 20,2 19,2 20,1 20,8 21,1

Произведите: а) сглаживание ряда товарных запасов универмага методом четырехчленной скользящей средней; б) выравнивание ряда динамики по прямой. Изобразите графически фактические и выравненные уровни. Сделайте выводы о характере общей тенденции изучаемого явления.

**10.33.** Производство продуктов земледелия в России характеризуется следующими данными:

(млн т)

Год	Сахарная свекла	Овощи	Картофель	Льноволокно
1990	33,2	11,2	35,9	124
1991	24,3	10,4	34,3	102
1992	25,5	10,0	38,3	78
1993	25,5	9,8	37,7	58
1994	13,9	9,6	33,8	54
1995	19,1	11,3	39,9	69
1996	16,2	10,7	38,7	59
1997	13,9	11,1	37,0	23
1998	10,8	10,5	31,4	34
1999	15,2	12,3	31,3	24
2000	14,1	12,5	34,0	51

Для изучения общей тенденции производства продуктов земледелия произведите:

а) сглаживание уровней рядов динамики с помощью трехчленной скользящей средней;

б) аналитическое выравнивание. Выразите общую тенденцию развития каждого вида продуктов земледелия за 1990–2000 гг. соответствующими математическими уравнениями. Определите выравненные (теоретические) уровни рядов динамики и нанесите их на график с фактическими данными. Сделайте выводы по результатам расчетов.

**10.34.** Используя данные задачи 10.29 для анализа внутригодовой динамики розничного товарооборота региона по месяцам 2001 – 2003 гг., определите индексы сезонности с применением:

а) 12-месячной скользящей средней;

б) аналитического выравнивания по прямой. Изобразите сезонную волну графически с помощью линейной диаграммы и сделайте выводы.

**10.35.** Имеются следующие данные в регионе о числе родившихся и числе зарегистрированных браков по месяцам 2002–2003 гг.

(тыс.)

Месяц	Число родившихся		Число зарегистрированных браков	
	2002	2003	2002	2003
Январь	43,7	44,5	22,3	20,9
Февраль	38,1	39,5	22,9	21,9
Март	42,5	43,4	21,9	19,8
Апрель	41,4	41,8	19,6	22,6
Май	43,1	43,6	18,8	18,2
Июнь	42,3	43,2	23,2	22,4
Июль	43,9	44,3	24,3	26,9
Август	42,2	43,6	31,6	30,2
Сентябрь	40,2	41,2	25,3	25,3
Октябрь	39,9	41,3	25,1	24,8
Ноябрь	39,2	41,3	22,2	22,3
Декабрь	39,4	42,3	21,6	21,6
Всего	495,9	5100,0	278,8	276,9

Для анализа внутригодовой динамики числа родившихся и числа зарегистрированных браков определите индексы сезонности:

а) методом постоянной средней;

б) методом аналитического выравнивания по прямой. Представьте графически сезонную волну развития изучаемых явлений по месяцам года.

**10.36.** Имеются следующие данные по строительной фирме об объеме выполненных работ по месяцам 2001 – 2003 гг. по сметной стоимости.

(млн руб.)

Месяц	2001	2002	2003
Январь	1,6	2,0	2,2
Февраль	1,8	2,1	2,4
Март	2,2	2,4	2,8
Апрель	2,4	2,6	2,9
Май	2,6	2,8	3,1
Июнь	2,8	3,0	3,2
Июль	3,2	3,3	3,4
Август	3,3	3,5	3,4
Сентябрь	3,2	3,3	3,0
Октябрь	2,9	3,1	3,2
Ноябрь	2,7	2,7	3,2
Декабрь	2,5	2,5	3,0
Итого за год	31,2	33,3	35,8

Для анализа внутригодовой динамики объема выполненных работ в строительстве:

а) определите объем выполненных работ по месяцам, используя периодическую функцию ряда Фурье по первой и второй гармоникам;

б) сравните полученные результаты путем расчета сумм квадратов отклонений исходных и выравненных данных;

в) вычислите индексы сезонности как отношение выравненных уровней объема выполненных работ по месяцам к среднегодовому;

г) постройте график сезонной волны. Для расчетов параметров уравнения используйте приложение 11.

**10.37.** Вычислите индексы сезонности по данным задачи 10.31 об отправлении грузов железнодорожным транспортом общего пользования методом постоянных средних.

**10.38.** Имеются следующие данные о внутригодовой динамике поставки шерстяных тканей в розничную сеть региона по кварталам за 2001 – 2003 гг.

(тыс. руб.)

Месяц	2001	2002	2003
I	166,1	170,8	179,9
II	168,8	179,1	155,3
III	191,0	171,8	186,0
IV	193,6	186,6	179,1
Итого	719,5	708,3	700,3

Для анализа внутригодовой динамики поставки шерстяных тканей:

а) определите индексы сезонности с применением метода аналитического выравнивания по прямой;

б) представьте графически сезонную волну поставки шерстяных тканей по кварталам года и сделайте выводы.

**10.39.** Имеются следующие данные об объеме розничного товарооборота по всем видам торговли в регионе по кварталам за 2001 – 2003 гг.

(млн руб.)

Квартал	2001	2002	2003
I	810	1069	1319
II	1750	2365	2735
III	1774	2418	2881
IV	959	1486	1551
Итого	5293	7338	8486

Для анализа внутригодовой динамики продажи шерстяных тканей:

а) определите индексы сезонности методом постоянной средней;

б) изобразите графически сезонную волну развития изучаемого явления по месяцам года. Сделайте выводы.

**10.40.** По данным о реализации сжиженного газа по городу рассчитайте 12-месячные скользящие средние и вычислите индексы сезонности методом скользящих средних:

(тыс. л)

Месяц	2002	2003
Январь	186,1	146,5
Февраль	157,9	138,9
Март	188,7	151,6
Апрель	243,5	231,2
Май	275,4	266,5
Июнь	284,4	255,9
Июль	274,5	309,3
Август	304,4	262,1
Сентябрь	307,8	292,0
Октябрь	319,6	311,0
Ноябрь	183,6	178,4
Декабрь	177,8	237,9

**10.41.** По данным задачи 10.40:

а) определите реализацию сжиженного газа по городу, используя периодическую функцию ряда Фурье по первой и второй гармоникам;

б) сравните полученные результаты путем расчета сумм квадратов отклонений исходных и выравненных данных;



в) вычислите индексы сезонности как отношение выравненных уровней реализации сжиженного газа по месяцам к среднегодовому;

г) постройте график сезонной волны. Для расчета параметров уравнивания используйте приложение 11.

**10.42.** Используя данные задачи 5.18 для анализа внутригодовой динамики продаж кондитерских изделий в магазинах города по месяцам за 2000–2003 гг., определите индексы сезонности с применением: а) 12-месячной скользящей средней; б) аналитического выравнивания по прямой. Изобразите сезонную волну графически с помощью линейной диаграммы и сделайте выводы.

**10.43.** Имеются следующие данные о числе фермерских хозяйств в регионе:

Год	1998	1999	2000	2001	2002	2003
Единиц	320	440	815	3186	1142	22783

С целью анализа динамики численности фермерских хозяйств определите:

а) среднее годовое число фермерских хозяйств;

б) абсолютные и относительные изменения фермерских хозяйств за каждый год (цепные показатели) и к 1998 г. (базисные показатели), полученные показатели представьте в таблице;

в) среднегодовой темп роста и прироста,

г) ожидаемое число фермерских хозяйств в 2003 – 2007 гг. при условии, что среднегодовой темп роста их числа в предстоящий период сохраняется;

д) постройте график динамики фермерского хозяйства за весь период исследования.

**10.44.** Известны следующие данные о производстве тканей в регионе:

(млн м<sup>2</sup>)

Год	Ткани		
	шелковые	хлопчатобумажные	шерстяные
1994	1,14	6,15	0,64
1995	1,51	6,63	0,74
1996	1,60	6,78	0,76
1997	1,65	6,81	0,77

Год	Ткани		
	шелковые	хлопчатобумажные	шерстяные
1998	1,69	6,97	0,78
1999	1,73	6,97	0,77
2000	1,77	7,07	0,76
2001	1,81	7,17	0,77
2002	1,82	7,15	0,74
2003	1,90	7,30	0,70

Для изучения общей тенденции производства тканей в регионе: а) рассчитайте средний абсолютный прирост и темп роста; б) произведите аналитическое выравнивание каждого вида тканей по соответствующим математическим уравнениям.

Сделайте выводы по результатам работы.

**10.45.** По данным таблицы задачи 10.44 о производстве тканей в регионе за 1994–2003 гг. произведите экстраполяцию на ближайшие годы на основе: а) среднего абсолютного прироста; среднего темпа роста; б) аналитического выравнивания уровней ряда динамики. Сравните полученные результаты и выберите наилучший прогноз.

**10.46.** Динамика урожайности основных сельскохозяйственных культур в совхозах области за 1993–2003 гг. описывается функциями следующего вида:

$$\text{зерновые культуры } \bar{y}_i = 7,835 \cdot 1,031^i;$$

$$\text{овощи } \bar{y}_i = 59,038 + 3,719^i;$$

$$\text{картофель } \bar{y}_i = 101,971 - 3,403i + 0,179i^2;$$

$$\text{подсолнечник } \bar{y}_i = 2,651 + 0,405i.$$

Произведите расчеты теоретических уровней по этим уравнениям за 1993–2003 гг. Предполагая, что выявленная закономерность изменений урожайности названных культур сохранится, определите ожидаемые уровни этих показателей на ближайшие годы.

**10.47.** Имеются следующие данные о доходах местного бюджета и расходах на социально-культурные мероприятия (в сопоставимых ценах) в N-м городе:

(млн руб.)

Год	Доходы местного бюджета	Расходы на социально-культурные мероприятия
1992	31,5	10,9
1993	33,1	11,4
1994	35,5	12,1
1995	36,3	12,6
1996	36,7	12,8
1997	39,2	12,9
1998	42,1	13,0
1999	43,7	13,4
2000	47,5	14,3
2001	49,4	15,0
2002	50,3	15,2
2003	51,5	15,4

Для изучения связи между этими рядами динамики сделайте следующее:

- а) проверьте ряды динамики на наличие автокорреляции;
  - б) рассчитайте парный коэффициент корреляции;
  - в) выберите вид модели взаимосвязи;
  - г) постройте уравнение регрессии и проверьте его значимость.
- Сделайте выводы.

**10.48.** Имеются следующие данные о грузообороте предприятий транспорта и перевозке грузов предприятиями транспорта за 1992 – 2003 гг. в одном из регионов:

Год	Грузооборот предприятий транспорта, млрд ткм	Перевозка грузов предприятиями транспорта, млн т
1992	280	285
1993	304	283
1994	270	321
1995	305	302
1996	301	316
1997	307	359
1998	296	334
1999	299	347
2000	296	333
2001	269	358
2002	310	305
2003	286	297

Для изучения связи между этими рядами произведите: а) выравнивание рядов динамики по уравнению прямой; б) расчет отклонений фактических данных от выравненных уровней; в) вычисление коэффициента корреляции, используя получаемые отклонения. На основе расчетов сделайте выводы.

**10.49.** Имеются следующие данные, характеризующие динамику основных показателей деятельности коммерческого банка за 1995 – 2003 гг.:

(млн руб.)

Год	Прибыль – всего	Оплачен- ный устав- ной фонд	Собствен- ные средст- ва с учетом резервов под риски	Кратко- срочные ссуды	Капитал
1995	0,16	0,23	0,25	2,82	0,25
1996	2,43	2,15	3,5	13,77	3,5
1997	27,7	7,1	19,9	74,1	19,9
1998	70,8	25,03	88,1	191,8	80,9
1999	119,9	100,31	246,7	802,1	235,6
2000	221,8	149,94	493,2	395,1	433,4
2001	187,3	200,1	609,7	597,8	516,1
2002	149,1	225,5	915,0	970,3	552,7
2003	246,3	225,5	1267,8	790,8	683,8

Для анализа взаимосвязи выберите результативный признак и факторные, затем:

- а) определите парные коэффициенты корреляции;
- б) проверьте ряды динамики на автокорреляцию;
- в) вычислите парные коэффициенты корреляции по отклонениям от тренда;
- г) найдите уравнения регрессии по отклонениям от тренда;
- д) найдите уравнение связи между исследуемыми факторами, включив в него фактор времени. На основании расчетов сделайте выводы.

**10.50.** Используя данные задачи 10.49 для анализа взаимосвязи прибыли, капитала и краткосрочных кредитов: а) определите парные коэффициенты корреляции; б) проверьте ряды динамики на автокорреляцию; в) найдите уравнение связи между перечисленными выше факторами и введите в уравнение фактор времени.

## **10.3**

### **Рекомендации преподавателям**

**1. Практические занятия.** При изучении данной темы необходимо обратить особое внимание на вычисление средней хронологической взвешенной моментного ряда, среднего темпа роста и прироста с использованием рядов, по которым вычислялись показатели динамики. Так как тема очень объемна по содержанию, а упражнения в расчетах показателей трудоемки, приходится ограничить число решаемых задач и сосредоточить внимание при решении каждой задачи на сущности показателя и специфике его расчета, либо использовать для расчета пакеты прикладных программ Statistika, SPSS, Олимп, Мезозавр.

Что касается вопросов дальнейшей обработки рядов динамики, то в зависимости от времени, отводимого на занятия по теме, следует как минимум остановиться на выявлении основной тенденции и экстраполяции на основе рядов динамики. При этом прежде всего нужно выяснить познавательную задачу (цель), а затем уже ставить вопрос о выборе метода решения задачи. Например, дается ряд и предлагается определить уровни за пределами ряда на два-три года вперед.

**2. Задание для самостоятельной внеаудиторной работы студентов.** Для этой цели можно дать задания из приложения 19 или аналогичного ему, основанного на данных, подобранных преподавателем или студентами из Интернет-ресурсов по указанию преподавателя.

**3. Контрольная аудиторная работа.** Для контрольной работы следует предложить одну задачу с комплексным заданием – расчет показателей динамики, сглаживание ряда, расчет индексов сезонности и экстраполирование. Такая задача должна быть основана на помесечных данных.

# ГЛАВА 11

## СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ

### 11.1

#### Методические указания и решение типовых задач

Изучаемые статистикой процессы и явления в сфере промышленного или сельскохозяйственного производства, финансов, коммерции, демографии, в социальной и политической областях, как правило, характеризуются внутренней структурой, которая с течением времени может изменяться. Динамика структуры вызывает изменение внутреннего содержания исследуемых объектов и их экономической интерпретации, приводит к изменению установившихся причинно-следственных связей. Именно поэтому изучение структуры и структурных сдвигов занимает важное место в курсе теории статистики.

Материал данной главы методологически связан с темами «Формы выражения статистических показателей» и «Ряды динамики», поэтому к его изучению можно приступать только после завершения работы над соответствующими главами.

В статистике под *структурой* понимают совокупность единиц, обладающих определенной устойчивостью внутригрупповых связей при сохранении основных признаков, характеризующих эту совокупность как целое. Основные направления изучения структуры включают:

- а) характеристику структурных сдвигов отдельных частей совокупности за два и более периода;
- б) обобщающую характеристику структурных сдвигов в целом по совокупности;
- в) оценки степени концентрации и централизации.

Рассмотрим последовательно эти направления исследования.

**Частные показатели структурных сдвигов.** Анализ структуры и ее изменений базируется на относительных показателях структуры — долях или удельных весах, представляющих собой соотношение размеров частей и целого. При этом как частные, так и обобщающие показатели структурных сдвигов могут отражать либо «абсолютное» изменение структуры в процентных пунктах

или долях единицы (кавычки показывают, что данные показатели являются абсолютными по методологии расчета, но не по единицам измерения), либо ее относительное изменение в процентах или коэффициентах.

*Абсолютный прирост удельного веса*  $i$ -й части совокупности показывает, на сколько процентных пунктов возросла или уменьшилась данная структурная часть в  $j$ -й период по сравнению с ( $j - 1$ ) периодом<sup>1</sup>:

$$\Delta_{d_i} = d_{ij} - d_{ij-1},$$

где  $d_{ij}$  – удельный вес (доля)  $i$ -й части совокупности в  $j$ -й период;  
 $d_{ij-1}$  – удельный вес (доля)  $i$ -й части совокупности в  $j-1$ -й период.

Знак прироста показывает направление изменения удельного веса данной структуры части («+» – увеличение, «-» – уменьшение), а его значение – конкретную величину этого изменения.

*Темп роста удельного веса* представляет собой отношение удельного веса  $i$ -й части в  $j$ -й период времени к удельному весу той же части в предшествующий период:

$$Tp_{d_i} = \frac{d_{ij}}{d_{ij-1}} \cdot 100.$$

Темпы роста удельного веса выражаются в процентах и всегда являются положительными величинами. Однако, если в совокупности имели место какие-либо структурные изменения, часть темпов роста будет больше 100%, а часть – меньше.

**Пример.** Рассчитаем показатели частных структурных сдвигов по данным о группировке кредитных организаций по величине зарегистрированного уставного капитала (на начало года) (табл. 11.1).

**Решение.** Как следует из данных табл. 11.1, наиболее существенно в «абсолютном» выражении изменился удельный вес организаций с уставным капиталом до 10 млн руб. Он снизился на 8,6 проц. пункта. В относительном выражении наиболее сильно (в 1,4 раза) выросла доля организаций с уставным капиталом свыше 150 млн руб.

---

<sup>1</sup> Здесь и далее при исследовании моментных структур под периодами будут подразумеваться моменты времени.

Таблица 11.1

**Группировка кредитных организаций по величине зарегистрированного  
уставного капитала**

Группы кредитных организаций по величине зарегистрированного уставного капитала, млн руб.	Число кредитных организаций		Удельный вес, % к итогу		Годовой прирост удельного веса, проц. пунктов $\Delta d_i$	Годовой темп роста удельного веса, % $Tp_{di}$
	2001	2002	2001 $d_{i0}$	2002 $d_{i1}$		
А	1	2	3	4	5 (гр. 4 – – гр. 3)	6 (гр. 4 : : гр. 3) · · 100
До 10	456	346	34,8	26,2	–8,6	75,3
10 – 60	567	572	43,2	43,4	0,2	100,5
60 – 150	127	171	9,7	13,0	3,3	134,0
150 – 300	68	97	5,2	7,3	2,1	140,4
300 и более	93	133	7,1	10,1	3,0	142,3
Итого	1311	1319	100,0	100,0	0	X

Мы рассмотрели показатели структурных сдвигов за один интервал между двумя периодами. Если же изучаемая структура представлена данными за три и более периода, появляется необходимость в динамическом осреднении приведенных выше показателей, т. е. в расчете средних показателей структурных сдвигов.

*Средний абсолютный прирост удельного веса  $i$ -й структурной части* показывает, на сколько процентных пунктов в среднем за какой-либо период (день, неделю, месяц, год и т. п.) изменяется данная структурная часть:

$$\bar{\Delta} d_i = \frac{d_{in} - d_{i1}}{n - 1},$$

где  $n$  – число осредняемых периодов.

Сумма средних абсолютных приростов удельных весов всех  $k$  структурных частей совокупности, так же как и сумма их приростов за один временной интервал, должна быть равна нулю.



Средний темп роста удельного веса характеризует среднее относительное изменение удельного веса  $i$ -й структурной части за  $n$  периодов и рассчитывается по формуле средней геометрической:

$$\bar{T}p_{d_i} = \sqrt[n-1]{Tp_{d_{i1}} \cdot Tp_{d_{i2}} \cdot Tp_{d_{i3}} \cdot \dots \cdot Tp_{d_{i(n-1)}}}$$

Подкорненное выражение этой формулы представляет собой последовательное произведение цепных темпов роста удельного веса за все временные интервалы. После проведения несложных алгебраических преобразований данная формула примет следующий вид:

$$\bar{T}p_{d_i} = \sqrt[n-1]{\frac{d_{in}}{d_{i1}}} \cdot 100.$$

Для иллюстрации этих формул воспользуемся приведенным выше примером (табл. 11.1). Рассчитаем средний месячный прирост (в данном случае – снижение) удельного веса организаций 1-й группы:

$$\bar{\Delta}_{d_1} = \frac{26,2 - 34,8}{12 - 1} = -0,8 \text{ проц. пункта.}$$

По этой же группе определим средний месячный темп роста удельного веса:

$$\bar{T}p_{d_1} = \sqrt[11]{\frac{26,2}{34,8}} \cdot 100 = 97,5\%.$$

Мы получили, что удельный вес организаций данной группы в среднем ежемесячно снижался на 0,8 проц. пункта, или на 2,5% (97,5 – 100%).

При анализе структуры исследуемого объекта или явления за ряд периодов также можно определить *средний удельный вес* каждой  $i$ -й части за весь рассматриваемый временной интервал. Однако для его расчета одних лишь относительных данных об удельных весах структурных частей недостаточно, необходимо располагать еще и информацией о размерах этих частей в абсолютном выражении. Используя эти данные, средний удельный вес любой  $i$ -й структурной части можно определить по формуле

$$\bar{d}_i = \frac{\sum_{j=1}^n X_{ij}}{\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^k X_{ij}} \cdot 100,$$

где  $X_{ij}$  – величина  $i$ -й структурной части в  $j$ -й период времени в абсолютном выражении.

**Пример.** По данным об объемах продаж государственных краткосрочных облигаций (ГКО) и облигаций федерального займа (ОФЗ) на ММВБ определим средний удельный вес первичных и вторичных торгов в общем объеме выручки от реализации (табл. 11.2).

Таблица 11.2

**Объем продаж ГКО – ОФЗ на биржевых торгах ММВБ**

Вид торгов	1999	2000	2001	Итого
<b>Аукционы</b>				
$(x_{1j})$ , млрд. руб.	3,73	15,30	45,36	64,39
$(d_{1j})$ , % к итогу	3,4	7,6	22,6	...
<b>Вторичные торги</b>				
$(x_{2j})$ , млрд. руб.	106,30	184,92	155,42	446,64
$(d_{2j})$ , % к итогу	96,6	92,4	77,4	...
Всего, млрд. руб.	110,03	200,22	200,78	511,3

**Решение.** Определим средний удельный вес торгов на аукционах в общем объеме выручки от реализации государственных ценных бумаг:

$$\bar{d}_A = \frac{64,39}{511,03} \cdot 100 = 12,6\%.$$

Рассчитаем средний удельный вес вторичных торгов:

$$\bar{d}_B = \frac{446,64}{511,03} \cdot 100 = 87,4\%.$$

Итак, в 1999 – 2001 гг. на долю вторичных торгов в среднем приходилось 87,4% общего объема выручки от реализации государственных ценных бумаг, на долю аукционов – только 12,6%.

**Обобщающие показатели структурных сдвигов.** В отдельных случаях исследователю необходимо в целом оценить структурные изменения в изучаемом социально-экономическом явлении за определенный временной интервал, которые характеризуют подвижность или, наоборот, стабильность, устойчивость данной структуры. Как правило, это требуется для сравнения динамики одной и той же структуры в различные периоды или нескольких структур, относящихся к разным объектам. Во втором случае число структурных частей у разных объектов необязательно должно совпадать.

Среди применяемых для этой цели обобщающих показателей наиболее распространен *линейный коэффициент абсолютных структурных сдвигов*, представляющий собой сумму приростов удельных весов, взятых по модулю, деленную на число структурных частей:

$$\bar{\Delta}_{d_1-d_0} = \frac{\sum_{i=1}^k |d_{ij} - d_{ij-1}|}{k}.$$

Этот показатель отражает то среднее изменение удельного веса (в процентных пунктах), которое имело место за рассматриваемый временной интервал в целом по всем структурным частям совокупности.

Для решения данной задачи также применяют *квадратический коэффициент абсолютных структурных сдвигов*, который рассчитывается по формуле:

$$\sigma_{d_1-d_0} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (d_{ij} - d_{ij-1})^2}{k}}.$$

Линейный и квадратический коэффициенты абсолютных структурных сдвигов позволяют получить сводную оценку скорости изменения удельных весов отдельных частей совокупности. Для сводной характеристики интенсивности изменения удельных весов используется *квадратический коэффициент относительных структурных сдвигов*:

$$\sigma \frac{d_1}{d_0} = \sqrt{\sum_{i=1}^k \frac{(d_{ij} - d_{ij-1})^2}{d_{ij-1}}} \cdot 100.$$

Данный показатель отражает тот средний относительный прирост удельного веса (в процентах), который наблюдался за рассматриваемый период.

**Пример.** По данным табл. 11.3 рассчитаем обобщающие показатели структурных сдвигов:

**Решение.** Для расчета линейного коэффициента абсолютных структурных сдвигов за первый (с 1995 по 1998 гг.) и второй (с 1998 по 2001 гг.) периоды соответственно воспользуемся данными итогов граф 4, 7 табл. 11.3:

$$\bar{\Delta}^I_{d_1-d_0} = \frac{15,0}{5} = 3,0 \text{ проц. пункта};$$

$$\bar{\Delta}^{II}_{d_1-d_0} = \frac{12,2}{5} = 2,4 \text{ проц. пункта.}$$

Итак, с 1995 по 1998 г. удельный вес отдельных направлений использования доходов населения изменился в среднем на 3,0 проц. пункта. С 1998 г. по 2001 г. абсолютные структурные сдвиги несколько снизились. Этот вывод подтверждается квадратическими коэффициентами абсолютных структурных сдвигов (необходимые промежуточные расчеты выполнены в графах 5, 8 табл. 11.3):

$$\sigma^I_{d_1-d_0} = \sqrt{\frac{71,24}{5}} = 3,8 \text{ проц. пункта};$$

$$\sigma^{II}_{d_1-d_0} = \sqrt{\frac{50,54}{5}} = 3,2 \text{ проц. пункта};$$

Далее определим величину квадратических коэффициентов относительных структурных сдвигов, воспользовавшись итоговыми данными граф 6, 9 табл. 11.3:

$$\sigma^I_{\frac{d_1}{d_0}} = \sqrt{3,81 \cdot 100} = 19,5\%;$$

$$\sigma^{II}_{\frac{d_1}{d_0}} = \sqrt{5,78 \cdot 100} = 24,0\%.$$

Расчеты показывают, что в относительном выражении за первые три года удельный вес каждой статьи расходов в среднем из-

Таблица 11.3

## Структура использования денежных доходов населения РФ в 1995 – 2001 гг.

Направление использования доходов	Удельный вес, % к итогу			Расчетные графы						
	1995 $d_{11}$	1998 $d_{12}$	2001 $d_{13}$	$ d_{12} - d_{11} $	$(d_{12} - d_{11})^2$	$\frac{(d_{12} - d_{11})^2}{d_{11}}$	$ d_{13} - d_{12} $	$(d_{13} - d_{12})^2$	$\frac{(d_{13} - d_{12})^2}{d_{12}}$	$ d_{13} - d_{11} $
Б	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Покупка товаров и оплата услуг	70,4	77,6	78,6	7,2	51,84	0,74	1,0	1,00	0,01	8,2
Оплата обязательных платежей и взносов	5,8	6,1	9,2	0,3	0,09	0,02	3,1	9,61	1,58	3,4
Накопления сбережений во вкладах и ценных бумагах	5,4	2,5	4,1	2,9	8,41	1,56	1,6	2,56	1,02	1,3
Покупка валюты	14,8	12,1	6,0	2,7	7,29	0,49	6,1	37,21	3,08	8,8
Прирост денег на руках	3,6	1,7	2,1	1,9	3,61	1,00	0,4	0,16	0,09	1,5
Все доходы	100,0	100,0	100,0	15,0	71,24	3,81	12,2	50,54	5,78	23,2

менился примерно на  $1/5$  своей величины; в последующие три года относительные структурные сдвиги заметно усилились.

Для сводной оценки структурных изменений в исследуемой совокупности в целом за рассматриваемый временной интервал, охватывающий несколько недель, месяцев, кварталов или лет, наиболее удобным является *линейный коэффициент «абсолютных» структурных сдвигов за  $n$  периодов*:

$$\bar{\Delta}_{d_1-d_0}^{(n)} = \frac{\sum_{i=1}^k |d_{in} - d_{i1}|}{k(n-1)}.$$

Используя итоговые данные графы 10 табл. 11.3 и учитывая, что  $n = 7$  лет, получим:

$$\bar{\Delta}_{d_1-d_2}^{(n)} = \frac{23,8}{5 \cdot 6} = 0,8 \text{ проц. пункта.}$$

Таким образом, за рассматриваемый период среднегодовое изменение по всем направлениям использования доходов составило 0,8 проц. пункта.

Необходимо отметить, что последний показатель может использоваться как для сравнения динамики двух и более структур, так и для анализа динамики одной и той же структуры за разные по продолжительности периоды времени.

**Показатели концентрации и централизации.** Одна из задач статистического анализа структуры заключается в определении степени концентрации изучаемого признака по единицам совокупности или в оценке неравномерности его распределения. Такая неравномерность может иметь место в распределении доходов по группам населения, жилой площади по группам семей, прибыли по группам предприятий и т. д. При исследовании неравномерности распределения изучаемого признака по территории понятие «концентрация» обычно заменяется понятием «локализация».

Оценка степени концентрации наиболее часто осуществляется по *кривой концентрации (Лоренца)* и рассчитываемым на ее основе характеристикам. Для построения кривой концентрации необходимо иметь частотное распределение единиц исследуемой совокупности и соответствующее ему частотное распределение изучаемого признака. При этом для удобства вычислений и повышения аналитичности данных единицы совокупности, как

правило, разбиваются на равные группы – 10 групп по 10% единиц в каждой, 5 групп – по 20% единиц и т. д.

Наиболее известным показателем концентрации является коэффициент Джини, обычно используемый как мера дифференциации или социального расслоения:

$$G = 1 - 2 \sum_{i=1}^k d_{xi} d_{yi}^H + \sum_{i=1}^k d_{xi} d_{yi},$$

где  $d_{xi}$  – доля  $i$ -й группы в общем объеме совокупности;

$d_{yi}$  – доля  $i$ -й группы в общем объеме признака;

$d_{yi}^H$  – накопленная доля  $i$ -й группы в общем объеме признака.

Если доли выражены в процентах, данную формулу можно преобразовать:

для 10%-ного распределения –

$$G = 110 - 0,2 \sum_{i=1}^k d_{yi}^H;$$

для 20%-ного распределения –

$$G = 120 - 0,4 \sum_{i=1}^k d_{yi}^H.$$

Чем ближе к 1 (100%) значение данного показателя, тем выше уровень концентрации; при нуле мы имеем равномерное распределение признака по всем единицам совокупности.

Оценка степени концентрации также может быть получена на основе коэффициента Лоренца:

$$L = \frac{\sum_{i=1}^k |d_{xi} - d_{yi}|}{2}.$$

При использовании данного коэффициента можно оперировать как долями единицы, так и процентами. Коэффициент Лоренца изменяется в тех же границах, что и коэффициент Джини.

**Пример.** Определим степень концентрации доходов населения по данным табл. 11.4.

Таблица 11.4

## Распределение доходов населения России в 2000 г.

20%-ные группы населения	Объем денежных доходов		$d_{xi}$	$d_{xi}d_{yi}$	$d_{yi}^H$	$d_{xi}d_{yi}^H$	$ d_{xi} - d_{yi} $
	% к итогу	$d_{yi}$					
А	1	2	3	4	5	6	7
Первая (с наименьшими доходами)	6,0	0,060	0,2	0,0120	0,060	0,0120	0,140
Вторая	10,4	0,104	0,2	0,0208	0,164	0,0328	0,096
Третья	14,8	0,148	0,2	0,0296	0,312	0,0624	0,052
Четвертая	21,2	0,212	0,2	0,0424	0,524	0,1048	0,012
Пятая (с наивысшими доходами)	47,6	0,476	0,2	0,0952	1,000	0,200	0,276
Итого	100,0	1,0	1,0	0,2000	X	0,4120	0,576

Для расчета коэффициента Джини воспользуемся итоговыми данными граф 4, 6 табл. 11.4:

$$G = 1 - 2 \cdot 0,4120 + 0,2 = 0,376, \text{ или } 37,6\%.$$

Такой же результат мы получим, выполнив расчеты в процентах:

$$G = 120 - 0,4 (6,0 + 16,4 + 31,2 + 52,4 + 100,0) = 37,6\%.$$

Второй способ расчета проще; однако исходная формула незаменима в тех случаях, когда имеются неравные группы по объему совокупности (в нашем примере – по численности населения).

Используя данные графы 7 табл. 11.4, определим коэффициент Лоренца:

$$L = \frac{0,576}{2} = 0,288, \text{ или } 28,8\%.$$



Оба коэффициента указывают на относительно высокую степень концентрации доходов населения.

Если под концентрацией понимается степень неравномерности распределения изучаемого признака, не связанная ни с объемом совокупности, ни с численностью отдельных групп, то централизация означает сосредоточение объема признака у отдельных единиц (объема продукции данного вида на отдельных предприятиях, капитала в отдельных банках и т. п.). *Обобщающий показатель централизации* имеет следующий вид:

$$I_z = \sum_{i=1}^k \left( \frac{m_i}{M} \right)^2,$$

где  $m_i$  — значение признака  $i$ -й единицы совокупности;  
 $M$  — объем признака всей совокупности.

Максимальное значение, равное 1, данный коэффициент достигает лишь в том случае, когда совокупность состоит только из одной единицы, обладающей всем объемом признака. Минимальное значение коэффициента приближается к нулю, но никогда его не достигает.

**Пример.** Выпуск продукции А сконцентрирован на пяти предприятиях, расположенных в трех районах области (табл. 11.5):

Таблица 11.5

**Выпуск продукции по пяти предприятиям трех районов области**

Район	Число предприятий	Объем производства, тыс. руб.		Доля одного предприятия в общем объеме продукции (гр. 3 : $\Sigma$ гр. 2)
		всего	в среднем на одно предприятие (гр. 2 : гр. 1)	
А	1	2	3	4
А	1	5374	5374	0,584
Б	1	1225	1225	0,133
В	3	2610	870	0,094
Итого	5	9209	X	X

Вычислить показатель централизации производства данного вида продукции.

## Решение

$$I_z = 0,584^2 + 0,133^2 + 3 \cdot 0,094^2 = 0,39.$$

Рассчитанная величина свидетельствует о высокой степени централизации.

Отметим, что аналитическая ценность показателей концентрации и централизации повышается при проведении сравнений во временном или территориальном аспекте.

## 11.2 Задачи и упражнения

11.1. Имеются следующие данные о структуре инвестиций в основной капитал по формам собственности инвесторов (см. табл.).

Проведите анализ структурных сдвигов на основе показателей «абсолютного» прироста и темпа роста удельного веса.

(% к итогу)

Форма собственности	2000	2001
Российская	86,2	86,1
в том числе:		
государственная	23,9	22,1
муниципальная	4,5	4,5
частная	29,8	37,7
общественных и религиозных организаций	0,1	0,1
потребительской кооперации	0,1	0,1
смешанная российская	27,8	21,6
Иностранная	1,5	2,0
Совместная российская и иностранная	12,3	11,9
Итого	100,0	100,0

11.2. Известны следующие данные об объемах кредитных вложений на конец года:

(млрд руб.)

Заемщики кредитных средств	2000			2001		
	всего	в том числе		всего	в том числе	
		в рублях	в иностранной валюте		в рублях	в иностранной валюте
Предприятия и организации	763,3	507,4	256,0	1191,5	822,1	369,3
Банки	104,7	44,8	60,0	129,9	68,2	61,8
Физические лица	44,7	34,6	10,2	94,7	78,5	16,2
Итого	912,7	586,8	326,2	1416,1	968,8	447,3

Проведите анализ изменения структуры предоставленных кредитов, используя показатели «абсолютного» прироста и темпа роста удельного веса.

11.3. Изменение удельного веса российского экспорта в страны СНГ характеризуется следующими данными:

Вид продукции	Удельный вес, %	
	2000	2001
Продовольственные товары и сельскохозяйственное сырье	5,2	5,8
Минеральные продукты	49,2	43,8
Продукция химической промышленности	10,2	10,7
Кожевенное сырье, пушнина	0,3	0,4
Продукция лесной и целлюлозно-бумажной промышленности	3,0	3,1
Текстиль, текстильные изделия и обувь	2,1	2,1
Металлы, драгоценные камни и изделия из них	10,2	10,9
Машины, оборудование и транспортные средства	18,0	21,0
Прочие	1,8	2,2
Итого	100,0	100,0

Определите, по каким видам продукции доля экспорта пре-терпела за год наибольшие «абсолютные» и относительные изме-нения.

**11.4.** Производство зерна в хозяйствах различных категорий характеризуется следующими данными:

(млн. т)

Категории хозяйств	1998	1999	2000	2001
Сельскохозяйствен-ные организации	44,2	50,3	59,4	75,1
Хозяйства населения	0,4	0,5	0,6	0,7
Крестьянские (фер-мерские) хозяйства	3,2	3,9	5,5	9,4
Итого	47,8	54,7	65,5	85,2

Вычислите среднегодовые абсолютные приросты удельных весов отдельных категорий хозяйств в общем объеме производст-ва зерна.

**11.5.** Структура денежных доходов населения характеризуется следующими данными:

(%)

Показатели	1992	1997	1998	1999	2000	2001
Денежные доходы – всего	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
в том числе:						
оплата труда	73,6	66,4	64,8	65,8	61,4	64,5
социальные трансферты	14,3	14,8	13,4	13,4	14,4	14,9
доходы от собственности	1,0	5,7	5,5	7,3	7,1	5,5
доходы от предпринима-тельской деятельности	8,4	12,5	14,5	12,6	15,9	13,2
другие доходы	2,7	0,6	1,8	0,9	1,2	1,9

Проанализируйте динамику структуры, рассчитав цепные и базисные (по сравнению с 1992 г.) темпы роста удельного веса каждого источника доходов.

**11.6.** По данным задачи 11.4 определите средние удельные ве-са отдельных категорий хозяйств в общем объеме производства зерна за весь рассматриваемый период.

**11.7.** Денежные доходы населения в абсолютном выражении за период с 1997 по 2001 гг. составляли:

Годы	1997	1998	1999	2000	2001
Денежные доходы, млрд руб. (1997 г. – трлн. руб.)	1654	1767	2848	3815	4999

Рассчитайте средние удельные веса отдельных источников денежных доходов за 1997 – 1998 гг. и 1999 – 2001 гг., используя данные таблицы и задачи 11.5. Проанализируйте полученные результаты.

**11.8.** По данным задачи 11.5 рассчитайте линейные коэффициенты абсолютных структурных сдвигов для каждого года начиная с 1998 г. В какие годы структура денежных доходов населения претерпела наибольшие и наименьшие изменения?

**11.9.** Имеются следующие данные о структуре пассажирооборота:

Вид транспорта	Пассажирооборот, %	
	2000	2001
Железнодорожный	34,4	33,1
Автобусный	33,9	32,5
Трамвайный	5,1	4,9
Троллейбусный	5,7	5,8
Метрополитен	9,7	10,8
Внутренний водный	0,2	0,2
Воздушный	11,0	12,7
Итого	100,0	100,0

Рассчитайте линейный коэффициент абсолютных структурных сдвигов. Изменение удельного веса какого вида транспорта оказало наибольшее влияние на полученную величину?

**11.10.** По данным задачи 11.9 рассчитайте квадратический коэффициент «абсолютных» структурных сдвигов. Сравните полученное значение с ранее рассчитанным линейным коэффициентом и сделайте выводы о соотношении линейных и квадратических оценок:

**11.11.** Численность и структура контингента студентов негосударственных высших учебных заведений характеризуются следующими данными (на начало учебного года):

Форма обучения	2000/2001		2001/2002	
	численность, тыс. чел.	удельный вес, %	численность, тыс. чел.	удельный вес, %
Дневная	183	38,9	224	35,6
Вечерняя	44	9,3	50	7,9
Заочная	243	51,6	355	56,3
Экстернат	1	0,2	1	0,2
Итого	471	100,0	630	100,0

Рассчитайте квадратический коэффициент относительных структурных сдвигов.

**11.12.** Производство легковых автомобилей в России характеризуется следующими данными:

(тыс. шт.)

Производитель	1994	1995	1999	2000
АЗЛК	67,9	40,6	30,1	6,5
ВАЗ	530,9	609,2	677,7	705,6
ГАЗ	118,2	118,7	125,5	116,3
«Ижмаш»	21,9	12,8	4,8	27,4
КамАЗ	6,1	8,6	28,0	33,6
УАЗ	53,2	44,9	38,7	40,3
Всего	798,2	834,8	904,8	929,7

Сравните изменение структуры производства автомобилей в 1995 г. относительно 1994 г. и в 2000 г. относительно 1999 г., используя квадратический коэффициент относительных структурных сдвигов.

**11.13.** По данным задачи 11.12 сделайте сводную оценку изменения структуры производства автомобилей по автозаводам в целом за 6 лет, используя линейный коэффициент абсолютных структурных сдвигов за  $n$  периодов.

**11.14.** Сравните распределение денежных доходов населения РФ за 1992 и 2001 гг. с помощью коэффициента Джини по следующим данным:

20%-ные группы населения	Доля в совокупных доходах, %	
	1992	2001
Первая (с наименьшими доходами)	6,0	5,9
Вторая	11,6	10,4
Третья	17,6	15,0
Четвертая	26,5	21,7
Пятая (с наивысшими доходами)	38,3	47,0
Итого	100,0	100,0

**11.15.** По данным бюджетных обследований получено следующее распределение населения области по уровню доходов:

10%-ные группы населения	Доля в совокупных доходах, %
1 (с наименьшими доходами)	2,7
2	4,6
3	6,3
4	8,4
5	9,8
6	11,5
7	12,9
8	13,3
9	14,6
10 (с наивысшими доходами)	15,9
Итого	100,0

Оцените дифференциацию доходов населения, используя коэффициент Джини.

**11.16.** На основе коэффициента Лоренца определите степень концентрации безработного населения по районам области:

Район	Удельный вес, %	
	в численности трудоспособного населения	в численности безработного населения
1	12,4	8,9
2	18,0	24,3
3	6,2	5,9
4	9,4	5,4
5	16,8	19,2
6	13,5	23,9
7	23,7	12,4
Итого	100,0	100,0

**11.17.** Обеспеченность населения района жильем характеризуется следующими данными:

Группы населения по уровню жилищных условий (м <sup>2</sup> общей площади на 1 человека)	Численность населения, тыс. чел.	Общая площадь, тыс. м <sup>2</sup>
До 10	27,3	218,4
10 – 20	48,0	768,2
20 – 30	96,4	2313,6
30 – 40	32,3	1130,5
40 и более	8,5	357,0

Определите степень расслоения населения по уровню жилищных условий.

**11.18.** По данным задачи 11.14 рассчитайте коэффициенты Лоренца для 1992 и 2001 гг. Сравните результаты расчетов со сделанными ранее выводами.

**11.19.** Используя следующую группировку, рассчитайте показатели централизации производства нефтепродуктов в двух областях и проанализируйте полученные результаты:



Группы предприятий по объему производства, тыс. т	Область А		Область Б	
	число предприя- тий	произ- ведено, тыс. т	число предприя- тий	произ- ведено, тыс. т
До 50	1	38,6	2	51,7
50 – 100	2	182,1	4	285,0
100 и более	2	215,6	1	270,3

**11.20.** Производство легковых автомобилей в Германии в 2000 г. характеризуется следующими данными:

Фирма	Объем производства, тыс. шт.
Audi	593,8
BMW	709,5
BMW Alpina	0,8
Ford	577,4
Mercedes-Benz	924,6
Opel	992,9
Porsche	52,3
VW	1 293,7
Итого	5145,0

Используя эти данные, а также данные задачи 11.12, сравните уровень централизации автомобилестроения в России и Германии.

### **11.3** **Рекомендации преподавателям**

**1. Практические занятия.** Для полной проработки студентами данной темы целесообразно провести следующие занятия:

- а) анализ структуры и ее изменений на основе частных показателей структурных сдвигов;
- б) обобщающие коэффициенты структурных сдвигов и их интерпретация;
- в) показатели концентрации и централизации.

**2. Задание для самостоятельной внеаудиторной работы студентов.** Это задание может включать подробный анализ структурных сдвигов фактической структуры (рассчитанной по данным Госкомстата РФ, бюллетеней ЦБ РФ и прочих источников), включающей 5–10 групп за 5–8 периодов.

**3. Контрольная аудиторная работа.** Работа может состоять из решения 2–3 задач типа 11.2, 11.9 и 11.17, что потребует один академический час аудиторного времени.

## **ГЛАВА 12**

# **ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ИНДЕКСЫ**

### **12.1**

## **Методические указания и решение типовых задач**

*Экономический индекс* – это относительная величина, которая характеризует изменение исследуемого явления во времени, в пространстве или по сравнению с некоторым эталоном (планируемым, нормативным уровнем и т. п.). Если в качестве базы сравнения используется уровень за какой-либо предшествующий период, получают динамический индекс; если же базой является уровень того же явления по другой территории, то территориальный индекс. Индексы являются незаменимым инструментом исследования в тех случаях, когда необходимо сравнить во времени или в пространстве две совокупности, элементы которых являются несоизмеримыми величинами.

Изучение данной темы должно базироваться на знании предшествующих разделов курса, особенно тем «Формы выражения статистических показателей» и «Статистическое изучение динамики социально-экономических явлений».

**Индивидуальные индексы и сводные индексы в агрегатной форме.** Простейшим показателем, используемым в индексном анализе, является индивидуальный индекс, который характеризует изменение во времени (или в пространстве) отдельных элементов той или иной совокупности. Так, *индивидуальный индекс цены* рассчитывается по формуле

$$i_p = \frac{p_1}{p_0},$$

где  $p_1$  — цена товара в текущем периоде;  
 $p_0$  — цена товара в базисном периоде.

Например, если цена товара А в текущем периоде составляла 30 руб., а в базисном 25 руб., то индивидуальный индекс цены

$$i_p = \frac{30}{25} = 1,2, \text{ или } 120,0\%.$$

В данном примере цена товара А возросла по сравнению с базисным уровнем в 1,2 раза, или на 20%.

Оценить изменение объемов продажи товара в натуральных единицах измерения позволяет *индивидуальный индекс физического объема реализации*:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0},$$

где  $q_1$  — количество товара, реализованное в текущем периоде;  
 $q_0$  — количество товара, реализованное в базисном периоде.

Изменение объема реализации товара в стоимостном выражении отражает *индивидуальный индекс товарооборота*:

$$i_{pq} = \frac{p_1 q_1}{p_0 q_0}.$$

Индивидуальные индексы, в сущности, представляют собой относительные показатели динамики или темпы роста и по данным за несколько периодов времени могут рассчитываться в цепной или базисной формах.

*Сводный индекс* — это сложный относительный показатель, который характеризует среднее изменение социально-экономического явления, состоящего из непосредственно несоизмеримых элементов. Исходной формой сводного индекса является агрегатная.

При расчете агрегатного индекса для разнородной совокупности находят такой общий показатель, в котором можно объединить все ее элементы. Рассмотрим пример с различными цена-

ми. Цены различных товаров, реализуемых в розничной торговле, складываются неправомерно, однако с экономической точки зрения вполне допустимо суммировать товарооборот по этим товарам. Если мы сравним товарооборот в текущем периоде с его величиной в базисном периоде, то получим *сводный индекс товарооборота*:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}.$$

На величину данного индекса оказывает влияние изменение как цен на товары, так и объемов их реализации. Для того чтобы оценить изменение только цен (индексируемой величины), необходимо количество проданных товаров (веса индекса) зафиксировать на каком-либо постоянном уровне. При исследовании динамики таких показателей, как цена, себестоимость, производительность труда, урожайность количественный показатель обычно фиксируют на уровне текущего периода.

Таким способом получают *сводный индекс цен* (по методу Пааше)<sup>1</sup>:

$$I_p = \frac{p_1^1 q_1^1 + p_1^2 q_1^2 + \dots + p_1^n q_1^n}{p_0^1 q_1^1 + p_0^2 q_1^2 + \dots + p_0^n q_1^n} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}.$$

Числитель данного индекса содержит фактический товарооборот текущего периода. Знаменатель же представляет собой условную величину, показывающую, каким был бы товарооборот в текущем периоде при условии сохранения цен на базисном уровне. Поэтому соотношение этих двух категорий и отражает имевшее место изменение цен.

Третьим индексом в данной индексной системе является *сводный индекс физического объема реализации*. Он характеризует изменение количества проданных товаров не в денежных, а в физических единицах измерения:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}.$$

---

<sup>1</sup> Необходимо отметить, что сводный индекс цен можно получить и методом Ласпейреса, фиксируя количество проданного товара на базисном уровне:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}.$$

Весами в данном индексе выступают цены, которые фиксируются на базисном уровне.

Между рассчитанными индексами существует следующая взаимосвязь:

$$I_p \cdot I_q = I_{pq}$$

**Пример.** Имеются следующие данные о реализации плодово-ягодной продукции в области (табл. 12.1).

Таблица 12.1

Реализация плодово-ягодной продукции в области

Наименование товара	Июль		Август		Расчетный графы, руб.		
	цена за 1 кг, руб. $P_0$	продано, т $Q_0$	цена за 1 кг, руб. $P_1$	продано, т $Q_1$	$P_0Q_0$	$P_1Q_1$	$P_0Q_1$
Черешня	48	18	48	15	864	720	720
Персики	44	22	40	27	968	1080	1188
Виноград	36	20	28	24	720	672	864
Итого	×	×	×	×	2552	2472	2772

Рассчитать индекс товарооборота.

**Решение**

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{2472}{2552} = 0,969, \text{ или } 96,9\%.$$

Мы получили, что товарооборот в целом по данной товарной группе в текущем периоде по сравнению с базисным уменьшился на 3,1% (100 – 96,9). Отметим, что объем товарной группы при расчете этого и последующих индексов значения не имеет.

Вычислим сводный индекс цен:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{2472}{2772} = 0,892, \text{ или } 89,2\%.$$

По данной товарной группе цены в августе по сравнению с июлем в среднем снизились на 10,8%.

Числитель и знаменатель сводного индекса цен можно интерпретировать с точки зрения потребителей. Числитель представляет собой сумму денег, фактически уплаченных покупателями за приобретенные в текущем периоде товары. Знаменатель же показывает, какую сумму покупатели заплатили бы за те же товары, если бы цены не изменились. Разность числителя и знаменателя будет отражать величину экономии (если знак «-») или перерасхода («+») покупателей от изменения цен:

$$E = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = 2472 - 2772 = -300 \text{ тыс. руб.}$$

Индекс физического объема реализации составит:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{2772}{2552} = 1,086, \text{ или } 108,6\%.$$

Физический объем реализации (товарооборота) увеличился на 8,6%.

Используя взаимосвязь индексов, проверим правильность вычислений:

$$I_{pq} = I_p \cdot I_q = 0,892 \cdot 1,086 = 0,969, \text{ или } 96,9\%.$$

Мы рассмотрели применение агрегатных индексов в анализе товарооборота и цен. При анализе результатов производственной деятельности промышленного предприятия приведенные выше сводные индексы соответственно называются индексом стоимости продукции, индексом оптовых цен и индексом физического объема продукции.

Рассмотрим применение индексного метода в анализе изменения затрат на производство и себестоимости продукции.

*Индивидуальный индекс себестоимости* характеризует изменение себестоимости отдельного вида продукции в текущем периоде по сравнению с базисным:

$$i_z = \frac{z_1}{z_0}.$$

Для определения общего изменения уровня себестоимости нескольких видов продукции, выпускаемых предприятием, рассчитывается сводный индекс себестоимости. При этом себестои-

мость взвешивается по объему производства отдельных видов продукции текущего периода:

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1}.$$

Числитель этого индекса отражает затраты на производство текущего периода, а знаменатель — условную величину затрат при сохранении себестоимости на базисном уровне. Разность числителя и знаменателя показывает сумму экономии предприятия от снижения себестоимости:

$$E = \sum z_1 q_1 - \sum z_0 q_1.$$

*Сводный индекс физического объема продукции*, взвешенный по себестоимости, имеет следующий вид:

$$I_q = \frac{\sum q_1 z_0}{\sum q_0 z_0}.$$

Третьим показателем в данной индексной системе является *сводный индекс затрат на производство*:

$$I_{zq} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0}.$$

Все три индекса взаимосвязаны между собой:

$$I_z \cdot I_q = I_{zq}$$

Еще одна область применения индексного метода — анализ изменений в производительности труда. При этом возможны два подхода к расчету индексов. Первый подход основан на учете количества продукции, вырабатываемого в единицу времени ( $w$ ). При таких расчетах необходимо решить ряд методологических проблем — какой именно показатель продукции использовать, как оценивать продукцию работников сферы услуг и пр.

При втором подходе производительность труда определяется затратами рабочего времени на единицу продукции ( $t$ ). На практике эти расчеты также сопряжены с определенными трудностями, так как не всегда имеется возможность оценить вклад конкретного работника в производство того или иного изделия.

Количество продукции, вырабатываемое в единицу времени (в натуральном выражении), и затраты времени на единицу продукции взаимосвязаны между собой:

$$w = \frac{1}{t}.$$

Например, если работник на каждое изделие затрачивает 15 мин. ( $t = 0,25$  ч), то за час его выработка составит 4 изделия. Отметим, что выработка может измеряться не только в натуральном, но в стоимостном выражении ( $pq$ ).

*Индивидуальные индексы производительности труда*, основанные на этих показателях, имеют следующий вид:

$$i_w = \frac{w_1}{w_0} = \frac{q_1}{T_1} \cdot \frac{q_0}{T_0};$$

$$i_w = \frac{t_0}{t_1} = \frac{T_0}{q_0} \cdot \frac{T_1}{q_1},$$

где  $T$  — суммарные затраты времени на выпуск данной продукции в человеко-часах, человеко-днях или человеко-месяцах (в последнем случае соответствует общей численности работников).

Трудоемкость является обратным показателем, поэтому снижение трудоемкости в текущем периоде по сравнению с базисным свидетельствует о росте производительности труда.

Располагая данными о трудоемкости различных видов продукции и объемах их производства, можно рассчитать *сводный индекс производительности труда (по трудоемкости)*:

$$I_w = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1}.$$

Знаменатель этого индекса отражает реально имевшие место общие затраты времени на выпуск всей продукции в текущем периоде ( $T_1$ ). Числитель представляет собой условную величину, показывающую, какими были бы затраты времени на выпуск этой продукции, если бы трудоемкость не изменилась.

**Пример.** По данным табл. 12.2 измерим рост производительности труда на предприятии X.



Таблица 12.2

## Трудоёмкость и выпуск продукции на предприятии X

Вид изделия	Затраты времени на 1 изделие, чел.-ч		Произведено, шт.		Расчетные графы, чел.-ч	
	январь $t_0$	февраль $t_1$	январь $q_0$	февраль $q_1$	$t_0q_1$	$t_1q_0$
А	1,0	0,9	458	450	450,0	405,0
Б	1,2	1,0	311	324	388,8	324,0
В	0,9	0,8	765	752	676,8	601,6
Итого	×	×	×	×	1515,6	1330,6

Рассчитать сводный индекс производительности труда по трудоёмкости.

**Решение**

$$I_w = \frac{1515,6}{1330,6} = 1,139, \text{ или } 113,9\%.$$

Мы получили, что прирост производительности труда в целом по предприятию составил 13,9%.

Индекс производительности труда по трудоёмкости связан с индексом затрат рабочего времени (труда) и с индексом физического объема продукции, взвешенным по трудоёмкости:

$$I_w \cdot I_T = I_q,$$

или

$$I_q = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1} \cdot \frac{\sum T_1}{\sum T_0} = \frac{\sum q_1 t_0}{\sum q_0 t_0}.$$

При расчете сводного индекса производительности труда в стоимостном выражении (по выработке) необходимо количество продукции, произведенной за каждый период, взвесить по каким-либо ценам, принятым за сопоставимые. В качестве сопоставимых могут выступать цены текущего, базисного или какого-либо другого периода или средние цены. Индекс в этом варианте рассчитывается по формуле

$$I_w = \frac{\sum q_1 p}{\sum T_1} \cdot \frac{\sum q_0 p}{\sum T_0}.$$

Первая часть этой формулы представляет собой среднюю выработку в отчетном периоде, вторая часть — в базисном.

**Пример.** Предположим, имеются следующие данные о производстве продукции и отпускных ценах предприятия А (табл. 12.3).

Таблица 12.3

Вид продукции	Сентябрь		Октябрь		Отпускная цена, руб. $p$	Расчетные графы, руб.	
	произведено, шт. $q_0$	трудовые затраты, чел.-ч $T_0$	произведено, шт. $q_1$	трудовые затраты, чел.-ч $T_1$		$q_0 p$	$q_1 p$
А	370	1024	390	1032	200	74000	78000
Б	210	965	205	960	210	44100	43050
В	520	1300	535	1310	180	93600	96300
Итого	×	3289	×	3302	×	211700	217350

Вычислить индекс производительности труда.

**Решение**

$$I_w = \frac{\sum q_1 p}{\sum T_1} \cdot \frac{\sum q_0 p}{\sum T_0} = \frac{217350}{3302} \cdot \frac{211700}{3289} = 65,8:64,4 = 1,022, \text{ или } 102,2\%.$$

Итак, в текущем периоде за 1 чел.-ч вырабатывалось 65,8 руб. продукции, а в базисном — 64,4 руб. Прирост производительности труда составил 2,2%.

Умножение индекса производительности труда по выработке на индекс затрат рабочего времени приводит к *индексу физическо-го объема продукции, взвешенному по цене*:

$$I_w \cdot I_T = I_q,$$

или

$$\left( \frac{\sum q_1 p}{\sum T_1} \cdot \frac{\sum q_0 p}{\sum T_0} \right) \cdot \frac{\sum T_1}{\sum T_0} = \frac{\sum q_1 p}{\sum q_0 p}.$$

**Сводные индексы в средней арифметической и средней гармонической формах.** В ряде случаев на практике вместо индексов в аг-

регатной форме удобнее использовать средние арифметические и средние гармонические индексы. Любой сводный индекс можно представить как среднюю взвешенную из индивидуальных индексов. Однако при этом форму средней нужно выбрать таким образом, чтобы полученный средний индекс был тождествен исходному агрегатному индексу.

Предположим, мы располагаем данными о стоимости проданной продукции в текущем периоде ( $p_1q_1$ ) и индивидуальными индексами цен  $\left(i_p = \frac{p_1}{p_0}\right)$ , полученными, например, в результате выборочного наблюдения. Тогда в знаменателе сводного индекса цен  $\left(I_p = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}\right)$  можно использовать следующую замену:

$$p_0 = \frac{1}{i_p} p_1.$$

Таким образом, сводный индекс цен будет выражен в форме средней гармонической из индивидуальных индексов:

$$I_p = \frac{\sum p_1q_1}{\sum \frac{1}{i_p} p_1q_1}.$$

**Пример.** По данным табл. 12.4 получите сводную оценку изменения цен.

Таблица 12.4

**Реализация овощной продукции**

Товар	Реализация в текущем периоде, руб. $p_1q_1$	Изменение цен в текущем периоде по сравнению с базисным, % $i_p \cdot 100\% - 100\%$	Расчетные графы	
			$i_p$	$\frac{p_1q_1}{i_p}$
Морковь	23 000	+4,0	1,040	22 115
Свекла	21 000	+2,3	1,023	20 528
Лук	29 000	-0,8	0,992	29 234
Итого	73 000	×	×	71 877

**Решение.**

Вычислим средний гармонический индекс:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{1}{i_p} p_1 q_1} = \frac{73000}{71877} = 1,016, \text{ или } 101,6\%.$$

Цены по данной товарной группе в текущем периоде по сравнению с базисным в среднем возросли на 1,6%.

При расчете сводного индекса физического объема товарооборота  $\left( I_p = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \right)$  можно использовать среднюю арифметическую форму. При этом в числителе производится замена:

$$q_1 = i_q q_0.$$

Тогда индекс примет вид:

$$I_q = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}.$$

**Пример.** Предположим, в нашем распоряжении имеются следующие данные (табл. 12.5).

Таблица 12.5

**Реализация товаров в натуральном и стоимостном выражениях**

Товар	Реализация в базисном периоде, руб. $q_0 p_0$	Изменение физического объема реализации в текущем периоде по сравнению с базисным, % $i_q \cdot 100\% - 100\%$	Расчетные графы	
			$i_q$	$i_q \cdot q_0 p_0$
Мандарины	46 000	-6,4	0,936	43 056
Грейпфруты	27 000	-8,2	0,918	24 786
Апельсины	51 000	+1,3	1,013	51 663
Итого	124 000	×	×	119 505

Рассчитать средний арифметический индекс.

## Решение

$$I_q = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{119\,505}{124\,000} = 0,964, \text{ или } 96,4\%.$$

Физический объем реализации данных товаров в среднем снизился на 3,6%.

В средней арифметической форме также может рассчитываться и индекс производительности труда по трудоемкости, известный как индекс С. Г. Струмилина:

$$I_w = \frac{\sum i_t T_1}{\sum T_1} = \frac{\sum \left( \frac{T_0}{q_0} \cdot \frac{T_1}{q_1} \right) \cdot T_1}{\sum T_1}.$$

**Системы индексов.** Индексы могут использоваться для анализа динамики социально-экономических явлений за ряд последовательных периодов. В этом случае для достижения сопоставимости они должны рассчитываться по единой схеме. Такая схема расчета индексов за несколько временных периодов называется *системой индексов*.

В зависимости от информационной базы и целей исследователя индексная система может строиться в четырех вариантах.

Рассмотрим систему индексов на примере сводного индекса цен, рассчитываемого за «n» периодов:

*А. Ценные индексы цен с переменными весами:*

$$I_{p\ 1/0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}; \quad I_{p\ 2/1} = \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_1 q_2}; \quad I_{p\ 3/2} = \frac{\sum p_3 q_3}{\sum p_2 q_3}; \quad \dots \quad I_{p\ n/n-1} = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_{n-1} q_n}.$$

*Б. Ценные индексы цен с постоянными весами:*

$$I_{p\ 1/0} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}; \quad I_{p\ 2/1} = \frac{\sum p_2 q_0}{\sum p_1 q_0}; \quad I_{p\ 3/2} = \frac{\sum p_3 q_0}{\sum p_2 q_0}; \quad \dots \quad I_{p\ n/n-1} = \frac{\sum p_n q_0}{\sum p_{n-1} q_0}.$$

*В. Базисные индексы цен с переменными весами:*

$$I_{p\ 1/0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}; \quad I_{p\ 2/0} = \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_0 q_2}; \quad I_{p\ 3/0} = \frac{\sum p_3 q_3}{\sum p_0 q_3}; \quad \dots \quad I_{p\ n/0} = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n}.$$

*Г. Базисные индексы цен с постоянными весами:*

$$I_{p\ 1/0} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}; \quad I_{p\ 2/0} = \frac{\sum p_2 q_0}{\sum p_0 q_0}; \quad I_{p\ 3/0} = \frac{\sum p_3 q_0}{\sum p_0 q_0}; \quad \dots \quad I_{p\ n/0} = \frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0}.$$

При построении систем индексов с постоянными весами (варианты «Б» и «Г») в данном случае использован подход Ласпейреса. Использование в качестве постоянных весов объемов продаж последнего,  $n$ -го периода, менее целесообразно, так как подобные индексы нельзя рассчитывать последовательно, месяц за месяцем или год за годом. Они могут быть рассчитаны только одновременно, при наступлении  $n$ -го периода.

**Индексы постоянного и переменного состава.** Все рассмотренные выше индексы рассчитывались по нескольким товарам, реализуемым в одном месте, или видам продукции, производимым на одном предприятии. Рассмотрим теперь случай, когда один товар реализуется в нескольких местах или вид продукции производится на ряде предприятий.

Если реализуется только один вид продукции, вполне правильно рассчитать его среднюю цену в каждом периоде. *Индекс переменного состава* представляет собой отношение двух полученных средних значений:

$$I_p^{nc} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0}.$$

Данный индекс характеризует не только изменение индивидуальных цен в местах продажи, но и изменение структуры реализации по предприятиям розничной или оптовой торговли, рынкам, городам и регионам. Для оценки воздействия этого фактора рассчитывается *индекс структурных сдвигов*:

$$I_{стр} = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0}.$$

Последним в данной системе является рассмотренный выше *индекс цен фиксированного состава*, который не учитывает изменение структуры:

$$I_p^{fc} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}.$$

Между данными индексами существует следующая взаимосвязь:

$$I_p^{\text{фс}} \cdot I_{\text{стр}} = I_p^{\text{пс}}.$$

**Пример.** Проведем анализ изменения цен реализации товара А в двух регионах (табл. 12.6).

Таблица 12.6

Реализация товара А в двух регионах

Регион	Июнь		Июль		Расчетные графы, руб.		
	цена, руб. $p_0$	прода- но, шт. $q_0$	цена, руб. $p_1$	прода- но, шт. $q_1$	$p_0q_0$	$p_1q_1$	$p_0q_1$
1	12	10 000	13	18 000	120 000	234 000	216 000
2	17	20 000	19	9 000	340 000	171 000	153 000
Итого	×	30 000	×	27 000	460 000	405 000	369 000

Вычислим индекс цен переменного состава:

$$I_p^{\text{пс}} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum q_1} \cdot \frac{\sum p_0q_0}{\sum q_0} = \frac{405\,000}{27\,000} \cdot \frac{460\,000}{30\,000} = 15,00 : 15,33 = 0,978 \text{ или } 97,8\%.$$

Из табл. 12.6 видно, что цена в каждом регионе в июле по сравнению с июнем возросла. В целом же средняя цена снизилась на 2,2% (97,8 – 100). Такое несоответствие объясняется влиянием изменения структуры реализации товаров по регионам: в июне по более высокой цене продавали товара вдвое больше, в июле же ситуация принципиально изменилась (в данном условном примере для наглядности числа подобраны таким образом, чтобы это различие в структуре продаж было очевидным). Рассчитаем индекс структурных сдвигов:

$$I_{\text{стр}} = \frac{\sum p_0q_1}{\sum q_1} \cdot \frac{\sum p_0q_0}{\sum q_0} = \frac{369\,000}{27\,000} \cdot \frac{460\,000}{30\,000} = 0,891, \text{ или } 89,1\%.$$

Первая часть этого выражения позволяет ответить на вопрос, какой была бы средняя цена в июле, если бы цены в каждом ре-

гионе сохранились на прежнем июньском уровне. Вторая часть отражает фактическую среднюю цену июня. В целом по полученному значению индекса мы можем сделать вывод, что за счет структурных сдвигов цены снизились на 10,9%.

Рассчитанный индекс цен фиксированного состава равен 1,098, или 109,8%. Отсюда следует вывод: если бы структура реализации товара А по регионам не изменилась, средняя цена выросла бы на 9,8%. Однако влияние на среднюю цену первого фактора оказалось сильнее, что отражается в следующей взаимосвязи:

$$1,098 \cdot 0,891 = 0,978.$$

Аналогично строятся индексы структурных сдвигов, переменного и фиксированного составов для анализа изменения себестоимости, урожайности и пр.

**Территориальные индексы.** Территориальные индексы служат для сравнения показателей в пространстве, т. е. по предприятиям, округам, городам, районам и пр.

Построение территориальных индексов определяется выбором базы сравнения и весов или уровня, на котором фиксируются веса. При двусторонних сравнениях каждая территория может быть и сравниваемой (числитель индекса), и базой сравнения (знаменатель). Веса как первой, так и второй территории в принципе также имеют равные основания использоваться при расчете индекса. Однако это может привести к различным или даже противоречивым результатам. Избежать подобной неопределенности можно несколькими способами. Один из них заключается в том, что в качестве весов принимаются объемы проданных товаров по двум регионам вместе взятым:

$$Q = q_a + q_b.$$

*Территориальный индекс цен* в этом случае рассчитывается по следующей формуле:

$$I_{pb/a} = \frac{\sum p_b Q}{\sum p_a Q}.$$

**Пример.** Известны цены и объем реализации товаров по двум регионам (табл. 12.7).



Таблица 12.7

Товар	Регион А		Регион В		Расчетные графы		
	цена, руб. $p_a$	реали- зация, т $q_a$	цена, руб. $p_b$	реали- зация, т $q_b$	$Q =$ $= q_a + q_b$	$p_a Q$	$p_b Q$
1	11,0	30	12,0	35	65	715,0	780,0
2	8,5	45	9,0	50	95	807,5	855,0
3	17,0	15	16,0	90	105	1785,0	1680,0
Итого	×	×	×	×	×	3307,5	3315,0

Рассчитать территориальный индекс цен.

**Решение**

$$I_{pb/a} = \frac{\sum p_b Q}{\sum p_a Q} = \frac{3315,0}{3307,5} = 1,002, \text{ или } 100,2\%.$$

Цены в регионе В на 0,2% превышают цены в регионе А. Это-  
му выводу не противоречит и обратный индекс:

$$I_{pa/b} = \frac{\sum p_a Q}{\sum p_b Q} = \frac{3307,5}{3315,0} = 0,998, \text{ или } 99,8\%.$$

В формуле данного территориального индекса вместо сум-  
марных иногда используются стандартизованные веса (стандар-  
тизованная структура). В качестве таких весов может выступать  
структура продажи данных видов продукции по более крупному  
территориальному образованию, например, республике. В этом  
случае индекс имеет вид:

$$I_p = \frac{\sum p_a q_{\text{респ}}}{\sum p_b q_{\text{респ}}}.$$

Второй способ расчета территориальных индексов учитывает  
соотношение весов сравниваемых территорий. При этом способе  
первый шаг заключается в расчете средней цены каждого товара  
по двум территориям, вместе взятым:

$$\bar{p}_i = \frac{\sum p_i q_i}{\sum q_i}.$$

После этого непосредственно рассчитывается территориальный индекс:

$$I_{pb/a} = \frac{\sum p_b q_b}{\sum \bar{p} q_b} \cdot \frac{\sum p_a q_a}{\sum \bar{p} q_a}$$

По данным нашего примера получим:

$$p_1 = \frac{11,0 \cdot 30 + 12,0 \cdot 35}{65} = 11,54;$$

$$p_2 = \frac{8,5 \cdot 45 + 9,0 \cdot 50}{95} = 8,76;$$

$$p_3 = \frac{17,0 \cdot 15 + 16,0 \cdot 90}{105} = 16,1.$$

С учетом рассчитанных средних цен вычислим индекс:

$$I_{pb/a} = \frac{12,0 \cdot 35 + 9,0 \cdot 50 + 16,0 \cdot 90}{11,54 \cdot 35 + 8,76 \cdot 50 + 16,14 \cdot 90} \cdot \frac{11,0 \cdot 30 + 8,5 \cdot 45 + 17,0 \cdot 15}{11,54 \cdot 30 + 8,76 \cdot 45 + 16,14 \cdot 15} =$$

$$= 1,022, \text{ или } 102,2\%.$$

Данный подход к расчету территориального индекса обеспечивает известную взаимосвязь:

$$I_p \cdot I_q = I_{pq}$$

Индекс физического объема реализации при этом строится следующим образом:

$$I_{qb/a} = \frac{\sum q_b \bar{p}}{\sum q_a \bar{p}}$$

Аналогично строятся индексы для сравнения цен территории А с ценами территории Б.

## 12.2 Задачи и упражнения

**12.1.** Имеются следующие данные о ценах на уголь и объемах его производства в РФ:

Год	Цена за 1 т, руб.	Произведено, млн т
1999	124	250
2000	170	258
2001	212	270

При условии 100%-ной реализации угля в каждом году определите цепные и базисные индивидуальные индексы цен, физического объема реализации и товарооборота. Проверьте взаимосвязь цепных и базисных индексов.

**12.2.** Рост цен на продовольственные товары в I полугодии 2001 г. в целом по РФ характеризуется следующими данными:

Месяц	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь
Цена, % к предыдущему месяцу	103,1	102,3	101,8	102,0	102,3	101,9

Определите общее изменение цен за весь рассматриваемый период.

**12.3.** По имеющимся в таблице данным о средних оптовых ценах на автомобильный бензин по РФ на конец года определите недостающие показатели:

Год	Цена за 1 т, руб.	Индивидуальные индексы цен	
		цепные	базисные
1999	?	—	100,0
2000	5612	?	?
2001	?	81,4	98,4

**12.4.** Имеются следующие данные о реализации мясных продуктов на городском рынке:

Продукт	Сентябрь		Октябрь	
	цена за 1 кг, руб.	продано, ц	цена за 1 кг, руб.	продано, ц
Говядина	70	26,3	80	24,1
Баранина	60	8,8	60	9,2
Свинина	90	14,5	95	12,3

Рассчитайте сводные индексы цен, физического объема реализации и товарооборота, а также величину перерасхода покупателей от роста цен.

**12.5.** Известны следующие данные о реализации фруктов предприятиями розничной торговли округа:

Товар	Цена за 1 кг, руб.		Товарооборот, тыс. руб.	
	июль	август	июль	август
Яблоки	30	20	143,5	167,1
Груши	40	35	38,9	45,0

Рассчитайте сводные индексы:

а) товарооборота;

б) цен;

в) физического объема реализации.

Определите абсолютную величину экономии покупателей от снижения цен.

**12.6.** Определите изменение физического объема реализации потребительских товаров предприятиями розничной торговли города в текущем периоде по сравнению с предшествующим, если товарооборот возрос на 42,3%, а цены повысились на 13,7%.

**12.7.** Объем реализации овощей на рынках города в натуральном выражении в октябре по сравнению с сентябрем возрос на 18,6%, при этом индекс цен на овощную продукцию составил 92,4%. Определите изменение товарооборота.

**12.8.** Имеются следующие данные о себестоимости и объемах производства продукции промышленного предприятия:

Изделие	2002		2003	
	себестоимость единицы продукции, руб.	произведено тыс. шт.	себестоимость единицы продукции, руб.	произведено тыс. шт.
А	220	63,4	247	52,7
Б	183	41,0	215	38,8
В	67	89,2	70	91,0

Определите: а) индивидуальные и сводный индексы себестоимости; б) сводный индекс физического объема продукции; в) сводный индекс затрат на производство. Покажите взаимосвязь сводных индексов.

12.9. Деятельность торговой фирмы за два месяца 2003 г. характеризуется следующими данными:

Товар	Товарооборот, тыс. руб.	
	март	апрель
Какао	54	57
Кофе растворимый	165	173
Кофе молотый	97	105
Чай	80	84

Оцените общее изменение физического объема реализации с учетом того, что в апреле фирма повысила все цены на 3%.

12.10. Имеются следующие данные о реализации молочных продуктов на городском рынке:

Продукт	Товарооборот, тыс. руб.		Изменение цены в декабре по сравнению с ноябрем, %
	ноябрь	декабрь	
Молоко	97	63	+2,1
Сметана	45	40	+3,5
Творог	129	115	+4,2

Рассчитайте сводные индексы цен, товарооборота и физического объема реализации.

**12.11.** Розничный товарооборот РФ в 2001 г. характеризуется следующими данными:

Товары	Удельный вес в общем объеме товарооборота, % к итогу	Индекс цен
Продовольственные	46	117,1
Непродовольственные	54	112,7

Определите сводный индекс цен на потребительские товары.

**12.12.** По промышленному предприятию имеются следующие данные:

Изделие	Общие затраты на производство в 2003 г., тыс. руб.	Изменение себестоимости изделия в 2003 г. по сравнению с 2002 г., %
Электромясорубка	1234	+6,0
Кухонный комбайн	5877	+8,4
Миксер	980	+1,6

Определите общее изменение себестоимости продукции в 2003 г. по сравнению с 2002 г. и обусловленный этим изменением размер экономии или дополнительных затрат предприятия.

**12.13.** Известны следующие данные по заводу строительных пластмасс:

Вид продукции	Общие затраты на производство в предшествующем году, тыс. руб.	Изменение объема производства в натуральном выражении, %
Линолеум	2427	+6,5
Винилискожа	985	+4,5
Пенопласт	1365	-2,0
Пленка	771	-11,0

Сделайте сводную оценку увеличения производства продукции (в натуральном выражении).

**12.14.** По торговому предприятию имеются следующие данные о реализации стиральных машин:

Марка стиральной машины	Цена в январе, руб.	Цена в феврале, руб.	Товарооборот февраля, тыс. руб.
Индезит	12800	13200	369,6
Бош	16000	16300	244,5
Эврика	4000	4000	28,0

Определите: а) средний рост цен на данную группу товаров по торговому предприятию; б) перерасход покупателей от роста цен.

**12.15.** По следующим данным определите среднее изменение себестоимости продукции по предприятию:

Вид продукции	Произведено в текущем периоде, тыс. шт.	Изменение себестоимости в текущем периоде по сравнению с предшествующим	
		руб.	%
Кирпич строительный	183,3	+0,34	+8,5
Блоки фундаментные	27,9	+52,5	+7,5
Плиты перекрытия	16,4	-68,0	-4,0

**12.16.** Имеются следующие данные о производстве топлива нефтегазовым комплексом РФ:

Топливо	1999	2000	2001
Нефть, млн т	295	313	337
Газ, млрд м <sup>3</sup>	592	584	581

Проведите анализ представленных в таблице данных, рассчитав цепные и базисные сводные индексы физического объема продукции, если известно, что в 1999 г. средняя оптовая цена за нефть составляла 1000 руб. за 1 т, за газ — 58 руб. за 1 тыс. м<sup>3</sup>.

**12.17.** Цены на потребительские товары и услуги в регионе в январе по сравнению с предшествующим месяцем возросли на 3,4%, а в феврале по сравнению с январем — на 4,5%. Как изме-

нились цены в марте по сравнению с февралем, если: а) общий рост цен за I квартал данного года составил 110,7%; б) при расчете всех индексов использовались веса декабря предшествующего года?

**12.18.** Имеются следующие данные о реализации картофеля на рынках города:

Рынок	Январь		Февраль	
	цена за 1 кг, руб.	продано, ц	цена за 1 кг, руб.	продано, ц
1	12	24,5	14	21,9
2	11	18,7	12	18,8
3	10	32,0	10	37,4

Рассчитайте: а) индекс цен переменного состава; б) индекс цен фиксированного состава; в) индекс структурных сдвигов.

**12.19.** Определите изменение средней цены товара А, реализуемого на нескольких оптовых рынках, если индекс цен фиксированного состава равен 108,4%, а влияние структурных сдвигов в реализации товара на изменение средней цены составляет 0,7%.

**12.20.** Строительно-производственная деятельность двух ДСК города характеризуется следующими данными:

Домостроительный комбинат	Построено жилья, тыс. м <sup>2</sup>		Себестоимость 1 м <sup>2</sup> , тыс. руб.	
	2002	2003	2002	2003
ДСК-1	53	68	6,4	7,2
ДСК-2	179	127	6,0	6,5

Рассчитайте индексы себестоимости переменного и фиксированного составов, а также индекс структурных сдвигов. Объясните результаты расчетов.

**12.21.** Имеются следующие данные о трудоемкости продукции предприятия и объемах ее производства:



Вид продукции	2002		2003	
	произведено, тыс. шт.	затраты на 100 изделий, чел.-ч	произведено, тыс. шт.	затраты на 100 изделий, чел.-ч
А	275	75	291	72
Б	163	119	174	115

Рассчитайте: а) индекс производительности труда; б) индекс физического объема продукции; в) индекс затрат труда.

12.22. Как изменилась производительность труда на предприятии, если при том же объеме производимой продукции общие затраты труда снизились на 10%?

12.23. Известны следующие данные по промышленному предприятию за два года:

Вид продукции	Произведено, тыс. шт.		Среднесписочное число рабочих, чел.		Оптовая цена 2002 г., руб.
	2002	2003	2002	2003	
1	18,5	19,3	46	51	75
2	24,2	23,9	43	45	54

Определите: а) индекс физического объема продукции; б) индекс производительности труда; в) индекс затрат труда.

12.24. Трудовые затраты и производительность труда на мебельном предприятии характеризуются следующими данными:

Вид мебели	Общие затраты времени, тыс. чел.-ч		Индивидуальные индексы производительности труда
	май	июнь	
Мягкая	6,4	6,3	1,02
Корпусная	3,2	3,2	1,01
Кухонная	4,8	4,5	1,04

Рассчитайте индексы производительности труда и физического объема продукции.

**12.25.** Как изменились общие затраты труда на предприятии, если стоимость продукции в сопоставимых ценах возросла на 12,4%, а производительность труда (расчет по выработке) повысилась на 3,4%?

**12.26.** Производительность труда (расчет по трудоемкости) на предприятии в текущем периоде по сравнению с базисным выросла на 2,5%, при этом численность рабочих увеличилась на 18 человек и составила 236 человек. Как изменился физический объем продукции?

**12.27.** Уровень рыночных цен на молочные продукты и объем их реализации в двух городах характеризуются следующими данными:

Продукт	Город А		Город Б	
	цена за 1 кг, руб.	продано, т	цена за 1 кг, руб.	продано, т
Молоко	15	76	15	68
Масло	70	45	76	39
Творог	50	60	55	55
Сыр	90	32	84	41

Рассчитайте двумя способами территориальный индекс цен города А по отношению к городу Б.

**12.28.** Себестоимость сравниваемой продукции, выпускаемой на двух предприятиях отрасли, и объемы ее производства характеризуются следующими данными:

Вид продукции	Предприятие А		Предприятие Б	
	себестоимость, руб.	произведено, шт.	себестоимость, руб.	произведено, шт.
1	375	1018	384	624
2	120	965	120	980
3	415	383	418	1540

Определив суммарные объемы производства, рассчитайте индекс себестоимости продукции предприятия А по сравнению с предприятием Б.

## 12.3 Рекомендации преподавателям

**1. Практические занятия.** Для проработки данной темы курса можно рекомендовать следующие практические занятия:

- а) индивидуальные индексы; сводные индексы в агрегатной форме;
- б) индексы в средней арифметической и средней гармонической формах;
- в) индексы переменного, фиксированного составов и структурных сдвигов;
- г) индексы производительности труда; территориальные индексы.

Изучение данной темы может завершиться следующими семинарскими занятиями:

- а) проблемы выбора весов сводных индексов;
- б) индексы цен и инфляционные процессы.

**2. Задание для самостоятельной внеаудиторной работы студентов.** Задание может включать расчет цепных и базисных индексов с переменными весами по данным о ценах и объемах реализации нескольких товаров одной группы за 5–6 месяцев, а также анализа полученных результатов. Студентам можно предложить выполнить такое задание по группе в 15–20 товаров в компьютерном классе с применением системы электронных таблиц Excel.

**3. Контрольная аудиторная работа.** Работа может включать 2–3 задачи типа 12.10, 12.12, 12.20, 12.21 и 12.23, что потребует не более одного академического часа аудиторного времени.

## ГЛАВА 13 ОБЩИЕ ВОПРОСЫ АНАЛИЗА И ОБОБЩЕНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

### 13.1 Методические указания и решение комплексных задач

Важным и заключительным этапом статистического исследования являются анализ и обобщение статистических данных, в результате которых исследователь получает теоретические выводы

ды и практические заключения о тенденциях и закономерностях изучаемых социально-экономических явлений и процессов. Исходя из вышеизложенного в предыдущих главах учебника, обобщим методику анализа статической и динамической информации на базе методов, предложенных в главах 2–12, и основные принципы ее формирования.

**Основные понятия статистического анализа.** Метод научного исследования объекта путем рассмотрения его отдельных сторон и составных частей называется *анализом*.

Задачами статистического анализа являются: определение и оценка особенностей изучаемых явлений, изучение их структуры, взаимосвязей и закономерностей развития.

В качестве этапов статистического анализа выделяются: формулировка цели анализа; критическая оценка данных; сравнительная оценка и обеспечение сопоставимости данных; формирование обобщающих показателей; фиксация и обоснование существенных свойств, особенностей, сходств и различий, связей и закономерностей изучаемых явлений и процессов; формулировка заключений, выводов и практических предложений о резервах и перспективах развития изучаемого явления. В этой связи важным является формирование информационной базы.

**Статистическая информация и основные принципы ее формирования.** Анализ социально-экономических явлений и процессов должен проводиться на надежной статистической информационной базе.

В самом общем виде *информация* (от лат. «разъяснение, изложение») — общенаучное понятие, включающее обмен сведениями между людьми, человеком и автоматом, обмен сигналами в животном и растительном мире. Из всех видов информации статистиков как исследователей интересует прежде всего статистическая информация.

*Статистическая информация* — это совокупность сведений социального и экономического характера, на основе которых осуществляются такие функции, как учет и контроль, планирование, статистический анализ и управление. Источниками получения статистической информации являются органы государственной статистики, организации, проводящие социологические обследования и т. д.

На современном этапе используемая для анализа статистическая информация должна удовлетворять ряду требований.

К ним относятся:

- Точность, полнота и представительность получаемой информации о социально-экономических явлениях и процессах.
- Информация должна соответствовать задачам проводимого исследования. Одна и та же информация адекватна для решения одних задач и неадекватна для других задач.
- Информация должна обладать достоверностью как степенью соответствия статистической информации отображаемой действительности.
- Оперативность информации.
- Удобство работы с исходной информацией предполагает возможность быстро получить сведения о каждой единице совокупности, идентифицировать их, систематизировать.
- Объективность информации.
- Реальность исходной информации как отражение различных сторон проявления процессов действительности.
- Массовость, получение достаточного для анализа объема исследуемой совокупности.
- Систематичность сбора и обработки информации.
- Научный подход к информации на основе методов познания действительности и общих положений статистики как науки.
- Адекватность информации сущности и характеру изучаемых явлений.

Кроме статистической информации статистик *должен* использовать *другие виды информации*, основными из которых являются:

- данные бухгалтерской отчетности, т. е. непрерывная регистрация наличия и движения всех материальных и финансовых средств организации;
- данные оперативно-технической отчетности, т. е. совокупности зарегистрированных отдельных событий и фактов непосредственно в момент их совершения. Они отражают технологическое состояние объекта на тот или иной момент времени;
- данные социологической информации, для которой характерны сильное влияние субъективного фактора, необходимость учета классовых, групповых, социальных интересов, мотивов и т. д.

Анализ статистических данных следует начинать с априорного анализа.

*Априорным* (от лат. a priori – из предшествующего) называется анализ, предшествующий непосредственному математико-статистическому анализу и проверяющий предпосылки его реализации.

*Этапы априорного анализа включают:*

- выявление экономически обоснованных и существенных причинно-следственных связей между признаками и явлениями;
- оценку однородности исследуемой совокупности;
- анализ характера распределения совокупности по изучаемым признакам.

Анализ однородности статистической совокупности целесообразно проводить в следующей последовательности:

- определение степени однородности всей совокупности по одному или нескольким существенным признакам (в данном случае необходимо применять метод группировок);
- определение и анализ аномальных явлений, который осуществляется на основе математических методов и метода группировок;
- выбор оптимального варианта выделения однородных совокупностей на основе использования метода группировок.

Таким образом, анализ статистической информации необходимо осуществлять на основе комплексной методики в зависимости от вида представленной информации, включающей два раздела:

*А. Методику анализа статической информации и выявление причинно-следственных связей.*

*Б. Методику анализа и прогнозирования динамической информации.*

Рассмотрим подробнее содержание каждой методики.

#### **А. МЕТОДИКА КОМПЛЕКСНОГО АНАЛИЗА СТАТИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ И ВЫЯВЛЕНИЕ ПРИЧИННО-СЛЕДСТВЕННЫХ СВЯЗЕЙ**

##### **1. Априорный анализ исходных статистических данных.**

1. Обобщение исходных данных: построение вариационных рядов по каждому из исследуемых показателей. Графическое изображение построенных рядов распределения в виде гистограммы, полигона, кумуляты и огивы.

2. Оценка однородности совокупности (на основе метода группировок, показателей вариации, анализа аномальных наблюдений на основе  $\lambda$ - и  $q$ -статистик).

3. Оценка характера распределения совокупности исходных данных с помощью средней, моды, медианы, показателей вариации. Вывод о характере распределения. Для этой цели могут быть использованы различные модификации соотношений средних величин и показателей вариации.

4. Проверка данных на основе одного из критериев (К. Пирсона, Б. С. Ястремского, В. И. Романовского и др.).

## **II. Моделирование связи социально-экономических явлений.**

1. Отбор факторных признаков:

- метод экспертных оценок и ранговые коэффициенты корреляции как инструмент анализа экспертной информации;
- графический метод как способ наглядного отображения зависимости результативного с каждым из факторных признаков;
- метод корреляционного анализа в оценке характера парных и множественных зависимостей между исходными признаками. Расчет парных, частных и множественных коэффициентов корреляции. Исследование связей на мультиколлинеарность.

2. Построение модели связи и оценка ее существенности:

- определение параметров модели методом наименьших квадратов;
- построение уравнения связи методом пошагового регрессионного анализа;
- проверка адекватности регрессионной модели исследуемому социально-экономическому явлению;
- проверка значимости коэффициентов регрессии при факторных признаках, вошедших в модель, на основе  $t$ -критерия Стьюдента;
- проверка значимости уравнения регрессии на основе  $F$ -критерия Фишера–Снедекора;
- расчет и анализ средней ошибки аппроксимации ( $\bar{\epsilon}$ );
- расчет и анализ средней квадратической ошибки ( $\sigma_{\text{ош}}$ ) и остаточной дисперсии ( $\sigma_{\text{ост}}^2$ );

3. Интерпретация модели связи (уравнения регрессии). С этой целью расчет и анализ:

- $\beta$ -коэффициентов, построение модели связи в стандартизованном масштабе;
- частных коэффициентов эластичности ( $\partial_{xi}$ );
- частных и множественного коэффициентов детерминации;
- $\Delta_{xi}$  – коэффициентов;
- $Q_i$  – коэффициентов.

Б. МЕТОДИКА КОМПЛЕКСНОГО АНАЛИЗА И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ  
ДИНАМИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

**I. Анализ и прогнозирование тенденции**

1. Оценка аномальных наблюдений на основе  $\lambda$ - и  $q$ -статистик.

2. Расчет аналитических ( $\Delta_i$ ,  $T_p$  и  $T_{np}$ ) и средних ( $\bar{y}$ ,  $\bar{\Delta}_i$ ,  $\bar{T}_p$  и  $\bar{T}_{np}$ ) показателей рядов динамики и на их основе анализ тенденций и закономерностей развития социально-экономических явлений.

3. Определение наличия тенденции средней и дисперсии в рядах динамики и вычисление уравнения тренда:

- определение тенденции по видам: среднего уровня и дисперсии;

- определение наличия тенденции автокорреляции (для связанных рядов динамики);

- выявление основной тенденции динамического ряда;

- оценка адекватности выбранного уравнения тренда;

- корреляция рядов динамики;

- прогнозирование динамики на основе простейших методов.

**II. Выявление периодической компоненты. Модели сезонных колебаний**

1. Графический анализ исходных данных.

2. Выявление тенденции средней и дисперсии.

3. Проверка ряда динамики на наличие сезонной компоненты на основе критериев «пиков», «ям» и др.

4. Расчет параметров уравнения тренда и определение теоретических значений уровней ряда динамики по тренду.

5. Определение абсолютных и относительных отклонений фактических уровней от тренда. Графический метод в анализе амплитуды отклонений эмпирических и теоретических значений уровней ряда динамики.

6. Проверка абсолютных и относительных отклонений фактических уровней от выравненных по тренду на наличие автокорреляции.

7. Построение модели сезонной волны по отклонениям фактических данных от тренда методами гармонического анализа. Определение гармоники Фурье, наилучшим образом отражающей периодичность изменения уровней ряда динамики на основе:

- минимизации суммы квадратов отклонений эмпирических данных от выравненных по гармонике;

- расчета средней квадратической ошибки.



Рассмотрим реализацию данных методик на конкретных примерах.

**Пример.** Проведем комплексный экономико-статистический анализ деловой активности и прибыльности 48 крупнейших банков России на 01.01.2004 г. (цифры условные, табл. 13.1). Определим факторы развития банковской системы. Задача реализована с использованием стандартных пакетов прикладных программ «Олимп» и «Statistika».

Таблица 13.1

**Основные показатели деятельности банков Российской Федерации  
на 01.01.2004 г.**

(тыс. руб.)

Но- мер банка	Собствен- ный капитал	Ссудная задолжен- ность	Балансовая прибыль	Объем вложений в государст- венные бумаги	Привле- ченные ресурсы
1	1 370 596	3 138 452	260 727	600 883	12 913 141
2	1 052 618	1 749 462	806 316	722 440	9 549 920
3	640 478	1 177 193	482 539	969 496	3 995 816
4	557 032	809 268	400 351	889 704	4 566 926
5	1 120 847	317 719	207 889	753 993	9 393 955
6	996 003	772 401	395 220	626 085	4 166 522
7	527 385	1 234 517	609 219	185 066	2 316 869
8	625 027	3 049 381	285 677	191 631	2 776 955
9	469 296	1 381 584	463 639	86 559	6 165 342
10	487 892	1 009 361	435 813	587 507	4 674 425
11	731 741	1 883	206 038	485 507	5 658 095
12	867 715	368 887	36 162	135 611	2 959 531
13	615 759	517 422	331 008	535 557	4 600 065
14	376 954	1 118 207	171 132	191 528	925 978
15	278 098	310 688	85 612	60 312	2 108 651
16	1 032 806	262 494	120 516	43 653	1 933 402
17	375 585	1 378 033	109 647	4 235	1 985 677
18	24 304	27 838	17 708	13 571	17 595
19	413 497	119 884	187 428	488 873	1 669 520
20	246 722	1 115 686	136 567	12 864	1 129 019
21	204 376	421 001	129 235	22 934	937 473
22	425 144	191 202	94 535	392 308	347 461
23	424 676	275 018	104 458	99 611	1 276 333

Но- мер банка	Собствен- ный капитал	Ссудная задолжен- ность	Балансовая прибыль	Объем вложений в государст- венные бумаги	Привле- ченные ресурсы
24	98 206	50 310	20 175	22 777	970 191
25	263 519	242 753	143 839	55 984	938 359
26	159 277	345 528	150 403	117 755	1 326 431
27	87 717	92 060	49 818	59 746	429 101
28	178 168	25 818	42 647	147 620	1 156 546
29	69 867	88 681	37 838	96 690	1 025 507
30	74 353	261 375	13 374	2 691	801 687
31	67 803	325 183	52 002	36 209	781 019
32	163 871	1 070	58 923	175 384	1 015 852
33	96 336	45 114	68 624	89 254	706 976
34	33 844	82 975	8 825	25 143	346 625
35	84 289	222 996	76 594	86 216	901 659
36	63 097	376	46 371	221 618	444 342
37	246 198	45 723	27 315	20 520	521 550
38	111 315	27 967	41 162	114 103	675 403
39	63 445	82 769	3 040	291	848 990
40	228 725	0	161 154	296 230	7 905
41	9 346	22 830	2 316	14 033	19 360
42	160 452	58 376	137 706	70 726	311 500
43	35 532	187 398	22 971	51 245	451 973
44	47 296	195 842	14 070	3 801	305 182
45	32 135	73 800	18 900	41 757	41 647
46	9 849	21 109	11 038	0	6 913
47	30 832	475	37 208	363 590	204 743
48	28 479	63 253	3 220	14 173	822 158

Анализ исходных данных о деятельности коммерческих банков России начинаем с априорного анализа.

Методику априорного анализа покажем на примере одного из показателей — балансовой прибыли, так как этот показатель является результативным. Построим ряд распределения банков по величине балансовой прибыли (табл. 13.2).

Таблица 13.2

## Распределение банков РФ по величине балансовой прибыли

Группы банков по величине балансовой прибыли, тыс. руб.	Число банков	Удельный вес, % к итогу
2 316 – 203 316	36	75,0
203 316 – 404 316	7	14,6
404 316 – 605 316	3	6,3
605 316 – 806 316	2	4,1
Итого	48	100,0

Данные табл. 13.2 свидетельствуют о высоком удельном весе (75,0%) в рассматриваемой совокупности небольших среди крупнейших банков по величине балансовой прибыли. Недостатком полученного ряда распределения является то, что есть группы, содержащие менее 5 единиц наблюдения, что не может отражать закономерности развития по данным группам банков. Однако, принимая во внимание условность исходных данных, проанализируем ряд распределения коммерческих банков в том виде, как он представлен в табл. 13.2.

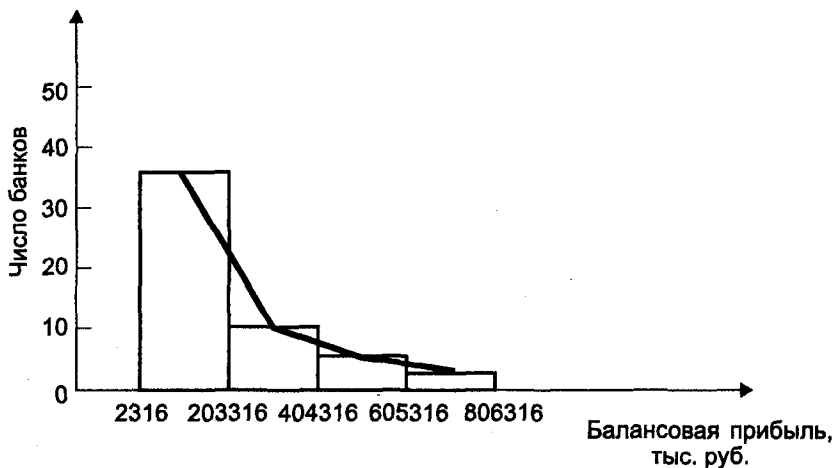
По результатам табл. 13.2 видно, что банки с балансовой прибылью более 605 316 тыс. руб. являются аномальными для рассматриваемой совокупности.

В целом дальнейший анализ может быть проведен в двух направлениях: либо по всей первоначально рассмотренной совокупности банков, предполагая аномальность, вызванную объективно существующими причинами, либо отдельно анализ 75,0% банков (так как это составляет более 50% объема выборки) и отдельно анализ оставшихся банков. При решении данной задачи мы будем руководствоваться первым направлением.

Графически распределение банков по величине балансовой прибыли можно представить в виде гистограммы и полигона распределения (рис. 13.1).

Анализируя график, видим, что распределение островершинное и правостороннее, что подтверждается анализом выборочных характеристик:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{8754168}{48} = 182378,5 \text{ тыс. руб.}$$



**Рис. 13.1.** Гистограмма и полигон распределения банков РФ по величине балансовой прибыли

$$\begin{aligned}
 M_o &= X_o + h \frac{f_{M_o} - f_{M_o-1}}{(f_{M_o} - f_{M_o-1}) + (f_{M_o} - f_{M_o+1})} = \\
 &= 2316 + 201\,000 \frac{36 - 0}{(36 - 0) + (36 - 7)} = 113\,639 \text{ тыс. руб.}
 \end{aligned}$$

В рассматриваемой совокупности крупнейших банков России наиболее часто встречаются банки с величиной балансовой прибыли 113 639 тыс. руб.

$$\begin{aligned}
 M_e &= X_o + h \frac{\frac{1}{2} \sum f - S_{M_e-1}}{f_{M_e}} = 2316 + 201\,000 \cdot \frac{48/2 - 0}{36} = \\
 &= 136\,316 \text{ тыс. руб.}
 \end{aligned}$$

Величина медианы свидетельствует о том, что 50% банков имеют балансовую прибыль не более 136 316 тыс. руб.

Коэффициент асимметрии:

$$A_s = 1,86 > 0 \text{ — правосторонняя асимметрия.}$$

Это же подтверждается и выражением вида:

$$(\bar{X} - Mo) = 182378,5 - 113\,639 = 68\,739,5 > 0.$$

Оценка существенности асимметрии подтвердила ранее сформулированные выводы:

$$As = \frac{\bar{x} - Mo}{\sigma} = \frac{182\,378,5 - 113\,639}{104\,269,36} = 0,7.$$

Так как  $As = 0,7 > 0,5$ , то асимметрия ряда распределения балансовой прибыли считается существенной.

Коэффициент эксцесса  $Ek = 3,05 > 0$ , что свидетельствует об островершинном распределении.

В целом анализ выборочных характеристик  $Me < \bar{X} > Mo$  ( $136\,316 < 182\,378,5 > 113\,639$ ) не позволяет достаточно точно охарактеризовать закон распределения исходных данных. В этом случае более точной оценкой близости нормальному закону распределения является проверка данных на основе одного из критериев, перечисленных в п. А.1, например, критерия К. Пирсона:

$$\chi^2_{\text{расч}} = \sum \frac{(f_{\text{э}} - f_{\text{т}})^2}{f'_{\text{т}}}.$$

Охарактеризуем закон распределения коммерческих банков РФ по величине балансовой прибыли (табл. 13.3).

$$\chi^2_{\text{расч}} = 13,9; \chi^2_{\text{кр}} = 0,158 (\alpha = 0,90, \nu = k - 3 = 1).$$

$\chi^2_{\text{расч}} > \chi^2_{\text{кр}}$ , следовательно, гипотеза о случайности расхождения между частотами эмпирического и теоретического распределения отвергается.

Аналогичный подробный анализ должен быть проведен по всем анализируемым признакам.

После подробного анализа характера распределения необходимо перейти к следующему этапу построения модели.

### **III. Моделирование связи социально-экономических явлений**

Отбор факторных признаков, влияющих на уровень балансовой прибыли, был осуществлен на основе логики экономическо-

Расчетная таблица для определения расчетного значения  
 $\chi^2$ -критерия

Группы банков по величине балансовой прибыли, тыс. руб.	Число банков $f_i$	Средина интервала $x_i$	$t = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma}$	$f(t)$	$\frac{N h}{\sigma}$	$f_T$	$\frac{(f_{\Sigma} - f_T)^2}{f_T}$
2316–203316	36	102 816	–0,76	0,2989	92	28	2,3
203316–404316	7	303 816	1,16	0,2036	92	19	7,6
404316–605316	3	504 816	3,09	0,0034	92	1	4,0
605316–806316	2	705 816	5,02	0,0000017	92	0,0	0,0
Итого	48	—	—	—	—	48	13,9

го анализа, а также реализации корреляционного анализа. Были построены и проанализированы матрицы парных и частных коэффициентов корреляции.

#### Матрица парных коэффициентов корреляции

	$y$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
$y$	1,00	0,71	0,71	0,73	0,76
$x_1$	0,71	1,00	0,71	0,76	0,78
$x_2$	0,71	0,71	1,00	0,72	0,71
$x_3$	0,73	0,76	0,72	1,00	0,75
$x_4$	0,76	0,78	0,71	0,75	1,00

Значение парных коэффициентов корреляции свидетельствует о сильной связи ( $r_{x_i y} > 0,7$ ) между всеми признаками и влиянием их на результативный — балансовую прибыль.

Значимость парных коэффициентов корреляции проверим на основе  $t$ -критерия Стьюдента.

#### Матрица расчетных значений $t$ -критерия Стьюдента

	$y$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
$y$	1,00	15,70	15,00	17,12	22,73
$x_1$	15,70	1,00	9,41	11,73	23,04
$x_2$	15,00	9,41	1,00	16,44	14,81
$x_3$	27,12	11,73	16,44	1,00	20,96
$x_4$	22,73	23,04	14,81	20,96	1,00

Все расчетные значения  $t$ -критерия больше  $t_{kp} = 1,682$  ( $\alpha = 0,05$ ;  $\nu = 48 - 2 = 46$ ), что свидетельствует о значимости коэффициентов корреляции.

Таким образом, в модель могут быть включены все факторные признаки, перечисленные в табл. 13.1. Построение модели балансовой прибыли банков РФ было осуществлено методом пошагового регрессионного анализа на основе последовательного исключения факторов (табл. 13.4).

Таблица 13.4

Модели пошагового регрессионного анализа балансовой прибыли и характеристики их точности

Шаг	Модель	Параметр модели	$t$ -критерий Стьюдента			$F$ -критерий Фишера			Средняя ошибка аппроксимации, %	Коэффициент детерминации $R^2$
			расчетное	критическое	результаты сравнения	расчетное	критическое	результаты сравнения		
1	$\bar{y}_x = 43264,99 +$ $+ 0,13x_1 +$ $+ 0,07x_2 +$ $+ 0,02x_3 +$ $+ 0,01x_4$	$a_1$	2,03		знач.				2,16	0,929
		$a_2$	2,43	2,010	знач.	150,0	2,45	значимо		
		$a_3$	2,02		незнач.					
		$a_4$	0,98		знач.					
2	$\bar{y}_x = 40454,21 +$ $+ 0,20x_1 +$ $+ 0,08x_2 +$ $+ 0,03x_3$	$a_1$	5,58		знач.				1,99	0,929
		$a_2$	3,13	2,008	знач.	187,0	2,44	значимо		
		$a_3$	2,14		знач.					

На втором шаге было получено значимое уравнение регрессии ( $F_p > F_{kp}$ ), содержащее значимые параметры ( $t_{Pa_1}, a_2, a_3, a_4 > t_{kp}$ ). Этот вывод подтверждается и анализом средней ошибки аппроксимации ( $\bar{\epsilon} = 1,99\% < 12\%$ ).

Анализируя параметры модели регрессии, можно сделать следующие выводы:

- на каждую 1 тыс. руб. собственного капитала коммерческих банков на 01.01.2004 г. в среднем приходилось 0,2 тыс. руб. прибыли;

- кредитная политика банков позволила получать в среднем 0,08 тыс. руб. с 1 тыс. руб. выданных ссуд;
- каждая 1 тыс. руб. вложений в ценные бумаги дает отдачу в среднем в размере 0,03 тыс. руб. прибыли.

Для более полной интерпретации модели балансовой прибыли рассчитаем коэффициенты эластичности ( $\mathcal{E}_{x_i}$ ), коэффициенты регрессии в стандартизованном масштабе ( $\beta_{x_i}$ ) и ( $\Delta_{x_i}$ ) – коэффициенты. Результаты сведены в табл. 13.5.

Таблица 13.5

Оценки коэффициентов модели балансовой прибыли

Фактор	Коэффициент регрессии $a_{x_i}$		Коэффициент эластичности $\mathcal{E}_{x_i}$		$\beta_{x_i}$ -коэффициент		$\Delta_{x_i}$ -коэффициент		Сводный ранг
	значение	ранг	значение	ранг	значение	ранг	значение	ранг	
$x_1$	0,20	1	0,459	1	0,437	1	0,432	1	1
$x_2$	0,08	2	0,254	2	0,321	2	0,314	2	2
$x_3$	0,03	3	0,107	3	0,242	3	0,255	3	3

Анализ коэффициентов эластичности показывает, что при увеличении собственного капитала на 1% прибыль увеличивается в среднем на 0,5%, а объем вложений в ценные бумаги – только на 0,01%.

Расчет  $\beta_{x_i}$  позволил отойти от размерности признаков (что не присуще параметрам  $a_{x_i}$ ) и определить приоритетность влияния факторов на балансовую прибыль.

Совокупный взаимосвязанный анализ представленных в табл. 13.5 коэффициентов позволил проранжировать факторы по уровню их значимости на величину балансовой прибыли, которая в первую очередь определяется величиной собственного капитала.

Расчет частного коэффициента детерминации для фактора  $x_1$  подтверждает этот вывод:

$$d_{x_1} = r_{yx_1} \cdot \beta_{x_1} = 0,71 \cdot 0,437 = 0,31.$$

31% изменения балансовой прибыли обусловлен вариацией величины собственного капитала. Если учесть, что множественный коэффициент детерминации составил 92,9%, то изменение собственного капитала на  $1/3$  определяет уровень доходов банков.



Деятельность коммерческих банков на рынке ценных бумаг на 18,6% ( $d_{x_3} = r_{yx_3} \cdot \beta_{x_3} = 0,73 \cdot 0,255 = 0,186$ ) определяет прибыльность банков.

Таким образом, в ходе анализа были выявлены и оценены направления, определяющие доходность крупнейших коммерческих банков: кредитная политика и активная работа на рынке ценных бумаг.

**Пример.** Проанализируем динамику, тенденции изменения и определим перспективную численность безработных в одной из стран мира (тыс. чел.).

Сначала рассчитаем аналитические показатели динамики ( $\Delta_i$ ,  $T_P$  и  $T_{ПР}$ ), (табл. 13.6) и средние ( $\bar{\Delta}$ ,  $\bar{T}_P$  и  $\bar{T}_{ПР}$ ,  $\bar{Y}$ ) показатели.

Анализ  $\Delta_i$ ,  $T_P$  и  $T_{ПР}$  показал несомненный рост численности безработных за весь рассматриваемый период времени с 1988 г. по 2003 г. Исключение составляет 1994 г., когда численность безработных по сравнению с предыдущим годом снизилась на 24 тыс. человек ( $\Delta_{Ц} = 712,0 - 736,0 = -24$ ) и при этом составила 96,7% ( $T_{PЦ} = \frac{712,0}{736,0} = 0,967$ ) уровня 1993 г. Снижение числа безработных произошло на 3,3% ( $T_{PЦ} = 100\% - 96,7\% = 3,3\%$ ). Однако по сравнению с 1988 г. происходит постоянный рост данного показателя.

С целью получения обобщающей характеристики ряда динамики были определены средние показатели:  $\bar{\Delta}$ ,  $\bar{T}_P$  и  $\bar{T}_{ПР}$ , и  $\bar{Y}$ .

$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{17272,6}{16} = 1079,54$  тыс. человек – средняя численность безработных за период с 1988 г. по 2003 г.

Средний абсолютный прирост

$$\bar{\Delta} = \frac{y_n - y_1}{n - 1} = \frac{2232,0 - 93,6}{15} = 142,56 \text{ тыс. человек.}$$

Это означает, что в среднем за рассматриваемый период число безработных увеличивалось на 142,56 тыс. человек.

Средний темп роста  $\bar{T}_P = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} = \sqrt[15]{\frac{2232,0}{93,6}} = 1,235$ , или  $T_P = 123,5\%$ .

Средний темп прироста:  $\bar{T}_{ПР} = \bar{T}_P - 100\% = 123,5 - 100 = 23,5\%$ .

Таблица 13.6

**Аналитические показатели динамики численности безработных**  
(цифры условные)

Год	Численность безработных, тыс. чел. $y$	Абсолютный прирост ( $\Delta_i$ ), тыс. чел.		Темп роста ( $T_p$ ), %		Темп прироста ( $T_{пр}$ ), %	
		цепной $\Delta_{ц} = y_i - y_{i-1}$	базисный $\Delta_{б} = y_i - y_1$	цепной $T_{рц} = \frac{y_i}{y_{i-1}}$	базисный $T_{рб} = \frac{y_i}{y_1}$	цепной $T_{прц} = T_{рц} - 100$	базисный $T_{прб} = T_{рб} - 100$
1988	93,6	—	—	—	100,0	—	0,0
1989	177,0	83,4	83,4	189,1	189,1	89,1	89,1
1990	303,0	126,0	209,4	171,2	323,7	71,2	223,7
1991	512,0	209,0	48,4	168,9	547,0	68,9	447,0
1992	683,0	171,0	589,4	133,4	729,7	33,4	629,7
1993	736,0	53,0	642,4	107,8	786,3	7,8	686,3
1994	712,0	-24,0	618,4	96,7	760,7	-3,3	660,7
1995	781,0	69,0	687,4	109,7	834,4	9,7	734,4
1996	988,0	207,0	894,4	126,5	1055,5	26,5	955,5
1997	1220,0	232,0	1126,4	123,5	1303,4	23,5	1203,4
1998	1381,0	161,0	1287,4	113,2	1475,4	13,2	1375,4
1999	1554,0	173,0	1460,4	112,5	1660,3	12,5	1560,3
2000	1823,0	269,0	1729,4	117,3	1947,6	17,3	1847,6
2001	1994,0	171,0	1900,4	109,4	2130,3	9,4	2030,3
2002	2083,0	89,0	1989,4	104,5	2225,4	4,5	2125,4
2003	2232,0	149,0	2138,4	107,2	2384,6	7,2	2284,6

В среднем за рассматриваемый период численность безработных возрастала на 23,5%.

Важной задачей статистики при анализе рядов динамики и основной предпосылкой при прогнозировании на их основе является выявление наличия, характера и направления тенденции развития изучаемого социально-экономического явления или процесса.

В рядах динамики можно наблюдать следующие виды основной тенденции – среднего уровня, дисперсии, автокорреляции. Последняя, как правило, характерна для связанных рядов динамики.

В статистике разработан ряд методов выявления перечисленных видов тенденции. На практике наиболее широкое распрост-

ранение получили методы Фостера и Стюарта и сравнения средних уровней ряда динамики.

По данным табл. 13.6 определим наличие основной тенденции *методом сравнения средних уровней ряда*.

Разделим ряд на две части:  $n_1 = 8$ ,  $n_2 = 8$ . По каждой вычислим средние и дисперсии:

$$\bar{y}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} y_i}{n_1} = \frac{3997,6}{8} = 499,7; \quad \sigma_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} (y_i - \bar{y})^2}{n_1} = 65191,53;$$

$$\bar{y}_2 = \frac{\sum_{i=n_1+1}^{n_2} y_i}{n_2} = \frac{13275}{8} = 1659,4; \quad \sigma_2^2 = \frac{\sum_{i=n_1+1}^{n_2} (y_i - \bar{y})^2}{n_2} = 172229,015.$$

Проверим гипотезу о равенстве дисперсий при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ :

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2; H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2;$$

$$F_p = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} = \frac{172229,015}{65191,53} = 2,64;$$

$$F_{kp}(\alpha = 0,05; \nu_1 = n_2 - 1 = 7; \nu_2 = n_1 - 1 = 7) = 3,8.$$

Так как  $F_p < F_{kp}$ , то нулевая гипотеза о равенстве дисперсий двух нормально распределенных совокупностей ( $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ) не отвергается, дисперсии различаются незначимо, расхождение между ними носит случайный характер.

Проверка основной гипотезы о равенстве средних уровней двух нормально распределенных совокупностей  $n_1$  и  $n_2$  осуществляется на основе  $t$ -критерия Стьюдента:

$$H_0: \bar{y}_1 = \bar{y}_2; H_1: \bar{y}_1 \neq \bar{y}_2;$$

$$t_p = \frac{|\bar{y}_1 - \bar{y}_2|}{\sqrt{(n_1 - 1)\sigma_1^2 + (n_2 - 1)\sigma_2^2}} \cdot \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}} =$$

$$= \frac{|499,7 - 1659,4|}{\sqrt{(8-1) \cdot 65191,53 + (8-1) \cdot 172229,015}} \cdot \sqrt{\frac{8 \cdot 8 \cdot (8+8-2)}{8+8}} = |-6,73|.$$

$$t_{kp}(\alpha = 0,05; \nu = n - 2 = 16 - 2 = 14) = 2,121.$$

Так как  $|t_p| > t_{кр}$ , то нулевая гипотеза о равенстве средних двух нормально распределенных отвергается, расхождение между вычисленными средними существенно, следовательно, существует тенденция средней.

Результаты расчетов на основе метода Фостера–Стюарта представлены в табл. 13.7.

Таблица 13.7

Расчетная таблица для определения характеристик метода Фостера–Стюарта

Годы	Численность безработных $y$	$U_t$	$I_t$	$S_t$	$d_t$
1988	93,6	0	0	0	0
1989	177,0	1	0	1	1
1990	303,0	1	0	1	1
1991	512,0	1	0	1	1
1992	683,0	1	0	1	1
1993	736,0	1	0	1	1
1994	712,0	0	0	0	0
1995	781,0	1	0	1	1
1996	988,0	1	0	1	1
1997	1220,0	1	0	1	1
1998	1381,0	1	0	1	1
1999	1554,0	1	0	1	1
2000	1823,0	1	0	1	1
2001	1994,0	1	0	1	1
2002	2083,0	1	0	1	1
2003	2232,0	1	0	1	1
Итого	—	14	0	14	14

$$U_t = \begin{cases} 1, & \text{если } y_t > y_{t-1} > y_{t-2}, > E > y_1; \\ 0, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

$$I_t = \begin{cases} 1, & \text{если } y_t < y_{t-1} < y_{t-2}, < E < y_1; \\ 0, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

$$S_t = \sum S_t = 14, \text{ где } S_t = U_t + I_t$$

$$d_t = \sum d_t = 14, \text{ где } d_t = U_t - I_t.$$

С помощью величины  $S$  проверяется гипотеза о наличии тенденции в дисперсиях:  $t_{p1} = \frac{S - \mu}{\sigma_1}$ , а на основе величины  $d$  — тен-

денции в средней:  $t_{p2} = \frac{d - 0}{\sigma_2}$ ,

где  $\sigma_1$  — средняя квадратическая ошибка  $S$ ;

$\sigma_2$  — средняя квадратическая ошибка  $d$ ;

$\mu$  — математическое ожидание  $S$ .

$\sigma_1, \sigma_2, \mu$  — табличные значения.

Проверка осуществляется на основе  $t$ -критерия Стьюдента:

$$t_{p1} = \frac{S - \mu}{\sigma_1} = \frac{14 - 4,748}{1,552} = 5,96;$$

$$t_{p2} = \frac{d - 0}{\sigma_2} = \frac{14 - 0}{2,178} = 6,43;$$

$$t_{kp} (\alpha = 0,05; \nu = n - 1 = 15) = 2,131.$$

Так как  $t_{p1} > t_{kp}$  и  $t_{p2} > t_{kp}$ , то гипотезы об отсутствии тенденции средней и дисперсии отвергаются, т. е. в ряду динамики существует тенденция и средней, и дисперсии, а следовательно, существует и тренд.

Проанализировав наличие тенденции двумя методами, видно, что существует некоторое противоречие в результатах: в первом методе — отсутствует тенденция дисперсии, во втором — нет. Решение данного вопроса может быть найдено в повторной проверке результатов методами выявления тенденции не по ее видам, а в целом в ряду динамики. С этой целью можно использовать *фазочастотный критерий знаков разностей Валлиса и Мура*. Нулевая гипотеза ( $H_0$ ) заключается в утверждении, что знаки последовательных разностей ( $y_{i+1} - y_i$ ) (знаки абсолютных цепных приростов) образуют случайную последовательность. Последовательность одинаковых знаков называется *фазой*. Расчетное значение фазочастотного критерия разностей определяется по формуле

$$t_p = \frac{\left| h - \frac{2n-7}{3} \right| - 0,5}{\sqrt{\frac{16n-29}{90}}}$$

где  $h$  – число фаз;  
 $n$  – число уровней.

$$t_p = \frac{\left| 1 - \frac{2 \cdot 16 - 7}{3} \right| - 0,5}{\sqrt{\frac{16 \cdot 16 - 29}{90}}} = \frac{7,83}{1,59} = 4,29.$$

Так как  $t_p = 4,29 > t_{кр} = 1,87$  (по таблице значений вероятности  $t_{кр}$  для фазочастотного критерия), то нулевая гипотеза отвергается, уровни ряда численности безработных не образуют случайную последовательность, следовательно, имеют тенденцию.

После того как выявлено наличие тенденции по видам, необходимо определить основную тенденцию развития и ее направление. Это можно осуществить на основе метода скользящей средней и аналитического выравнивания.

Сглаживание ряда динамики числа безработных осуществлено на основе четночленной и нечетночленной скользящей средней.

Анализ данных табл. 13.8 подтвердил наличие возрастающей тенденции в ряду динамики числа безработных одной из стран мира.

Более эффективным способом определения основной тенденции является *аналитическое выравнивание*. На практике же целесообразно выбор функции осуществлять либо на основе анализа аналитических показателей ряда динамики, либо методом перебора ряда функций и выбора той, которой соответствует наименьшая средняя квадратическая ошибка и средняя ошибка аппроксимации.

Анализ аналитических показателей динамики численности безработных (табл. 13.9) показывает целесообразность использования параболы для описания тенденции.

Таблица 13.8

Расчетная таблица для определения скользящей средней

Год	Численность безработных, тыс. чел., у	Трех-членная скользящая сумма	Трех-членная скользящая средняя	Четырех-членная скользящая сумма	Четырех-членная скользящая средняя	Центрированная четырех-членная скользящая средняя
1988	93,6	—	—	—	—	—
1989	177,0	—	191,2	—	—	—
1990	303,0	573,6	330,7	—	271,4	—
1991	512,0	992,0	499,3	1085,6	418,8	345,1
1992	683,0	1498,0	643,7	1675,0	558,5	488,7
1993	736,0	1931,0	710,3	2234,0	660,8	609,7
1994	712,0	2131,0	743,0	2643,0	728,0	694,4
1995	781,0	2229,0	827,0	2912,0	804,3	766,2
1996	988,0	2481,0	996,3	3217,0	925,3	864,2
1997	1220,0	2989,0	1196,3	3701,0	1092,5	1008,9
1998	1381,0	3589,0	1385,0	4370,0	1285,8	1189,2
1999	1554,0	4155,0	1586,0	5143,0	1494,5	1390,2
2000	1823,0	4758,0	1790,3	5978,0	1688,0	1591,3
2001	1994,0	5371,0	1966,7	6752,0	1863,5	1775,8
2002	2083,0	5900,0	2103,0	7454,0	2033,0	1948,3
2003	2232,0	6309,0	—	8132,0	—	—

$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$  — уравнение параболы.

Параметры  $a_0$ ,  $a_1$  и  $a_2$  определяются на основе решения системы нормальных уравнений:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum t + a_2 \sum t^2 = \sum y; \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 + a_2 \sum t^3 = \sum yt; \\ a_0 \sum t^2 + a_1 \sum t^3 + a_2 \sum t^4 = \sum yt^2; \end{cases}$$

$$a_0 = 1003; a_1 = 72,3; a_2 = 0,9.$$

$$\text{Отсюда: } \bar{y}_t = 1003 + 72,3t + 0,9t^2.$$

Средняя квадратическая ошибка

$$\sigma_{\text{ош}} = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y}_t)^2}{n}} = \sqrt{\frac{91427,96}{16}} = 75,6.$$

**Расчетная таблица**  
**для определения параметров модели параболы второго порядка**  
**численности безработных одной из стран мира**

Год	Численность безработных, тыс. чел.	$t$	$t^2$	$t^3$	$t^4$	$yt$	$yt^2$	$\bar{y}_t$	$(y - \bar{y}_t)$	$\frac{ y_i - \bar{y}_t }{y_i}$
1988	93,6	-15	225	-3375	50625	-1404	21060	121,0	750,76	0,293
1989	177,0	-13	169	-2197	28561	-2301	29913	215,2	1459,24	0,216
1990	303,0	-11	121	-1331	14641	-3333	36663	316,6	184,96	0,045
1991	512,0	-9	81	-729	6561	-4608	41472	425,2	7534,24	0,170
1992	683,0	-7	49	-343	2401	-4781	33467	541,0	20164,00	0,208
1993	736,0	-5	25	-125	625	-3680	18400	664,0	5184,00	0,098
1994	712,0	-3	9	-27	81	-2136	6408	794,2	6756,84	0,115
1995	781,0	-1	1	-1	1	-781	781	931,6	22680,36	0,193
1996	988,0	1	1	+1	1	988	988	1076,2	7779,24	0,089
1997	1220,0	3	9	+27	81	3660	10980	1228,0	64,00	0,007
1998	1381,0	5	25	+125	625	6905	34525	1387,0	36,00	0,004
1999	1554,0	7	49	+343	2401	10878	76146	1553,2	0,64	0,001
2000	1823,0	9	81	+729	6561	16407	147663	1726,2	9292,96	0,053
2001	1994,0	11	121	+1331	14641	21934	241274	1907,2	7534,24	0,044
2002	2083,0	13	169	+2197	28561	27079	352027	2095,0	144,00	0,006
2003	2232,0	15	225	+3375	50625	33480	502200	2290,0	3364,00	0,026
Итого	17272,6	0	1360	0	206992	98307	1553967	17272,6	91427,96	1,568

Средняя ошибка аппроксимации

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{n} \sum \frac{|y_i - \bar{y}_t|}{y_i} \cdot 100\% = \frac{1}{16} \cdot 1,568 \cdot 100\% = 9,8\%, \text{ что свидетельствует о}$$

достаточной значимости (адекватности) функции.

После того как выявлена тенденция и определено ее направление, можно приступать к прогнозированию численности безработных одной из стран мира.

В прогностике разработано свыше 130 методов прогнозирования. Рассмотрим простейшие из них, к которым относятся методы прогнозирования на основе:

- 1) среднего уровня ряда;



2) среднего абсолютного прироста;

3) среднего темпа роста.

По данным нашего примера первым методом прогнозировать нельзя, так как он применим к стационарным рядам динамики, а у нас имеет место ярко выраженная тенденция.

Прогнозирование *методом среднего абсолютного прироста* возможно при выполнении условия:

$$\sigma_{\text{ост}}^2 \leq \rho^2, \text{ где } \sigma_{\text{ост}}^2 = \frac{\sum (y_i - \bar{y}_i)^2}{n}; \quad \rho^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sum \Delta_i^2}{n}.$$

Расчет характеристик представлен в табл. 13.10.

$$\rho^2 = \frac{388146,6}{2 \cdot 16} = 12129,58;$$

Таблица 13.10

Расчетная таблица

Год	Численность безработных, тыс. чел. у	$\Delta_i$	$\Delta_i^2$	$\bar{y}_i(\bar{\Delta})$	$(y_i - \bar{y}_i(\bar{\Delta}))^2$	$\bar{y}_i(T_p)$	$(y_i - \bar{y}_i(T_p))^2$
1988	93,6	—	—	93,60	0	93,60	0
1989	177,0	83,4	6955,6	236,16	3499,91	115,60	3769,96
1990	303,0	126,0	15876,0	378,72	5733,52	142,76	25676,86
1991	512,0	209,0	43681,0	521,28	86,12	176,31	112687,78
1992	683,0	171,0	29241,0	663,84	367,12	217,74	216466,87
1993	736,0	53,0	2809,0	806,40	4956,16	268,91	218173,07
1994	712,0	-24,0	576,0	948,96	56150,04	332,11	144316,41
1995	781,0	69,0	4761,0	1091,52	96422,67	410,15	137529,72
1996	988,0	207,0	42849,0	1234,08	60555,37	506,54	231803,73
1997	1220,0	232,0	53824,0	1376,64	24536,09	625,57	353347,02
1998	1381,0	161,0	25921,0	1519,20	19099,24	772,58	370174,90
1999	1554,0	173,0	29929,0	1661,76	11612,22	954,14	359832,00
2000	1823,0	269,0	72361,0	1804,32	348,94	1178,36	415560,73
2001	1994,0	171,0	29241,0	1946,88	2220,29	1455,28	290219,24
2002	2083,0	89,0	7921,0	2089,44	41,47	1797,27	81641,63
2003	2232,0	149,0	22201,0	2232,00	0	2219,63	153,02
Итого	17272,6	—	388146,6	—	285629,1	—	2961352,94

$$\bar{\Delta} = \frac{2232,0 - 93,6}{15} = 142,56 \text{ тыс. человек};$$

$$\sigma_{\text{ост}}^2 = \frac{285\,629,1}{16} = 17\,851,82.$$

Так как  $\sigma_{\text{ост}}^2 \leq \rho^2$  ( $17\,851,82 > 12\,129,58$ ), то прогнозировать численность безработных на основе ряда динамики с 1988 по 2003 г. методом среднего абсолютного прироста нельзя.

*Методом среднего темпа роста* модель прогноза имеет вид:

$$\hat{y}_{t+L}^* = y_n \bar{T}_p^L,$$

где  $L$  – период упреждения.

$$y_{2003} = 2232; \quad \bar{T}_p = \sqrt[15]{\frac{2232}{93,6}} = 1,235.$$

Прогнозное число безработных составит:

$$\text{на } 2004 \text{ г.: } \hat{y}_{2004}^* = 2232 \cdot 1,235^1 = 2756,52 \text{ тыс. человек};$$

$$\text{на } 2005 \text{ г.: } \hat{y}_{2005}^* = 2232 \cdot 1,235^2 = 3404,3 \text{ тыс. человек, или}$$

$$\hat{y}_{2005}^* = \hat{y}_{2004}^* \cdot \bar{T}_p = 2756,52 \cdot 1,235 = 3404,3 \text{ тыс. человек.}$$

Средняя квадратическая ошибка

$$\sigma_{\text{ош}} = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y}_t^{(\bar{T}_p)})^2}{n}} = \sqrt{\frac{2\,961\,352,94}{16}} = 430,2.$$

Прогнозная численность безработных в одной из стран мира, полученная на основе экстраполяции параболы второго порядка, составила

на 2004:

$$\hat{y}_{2004}^* = 1003 + 72,3 \cdot 17 + 0,9 \cdot 17^2 = 2\,492,2 \text{ тыс. человек};$$

на 2005:

$$\hat{y}_{2005}^* = 1003 + 72,3 \cdot 18 + 0,9 \cdot 18^2 = 2\,596,0 \text{ тыс. человек.}$$

Сравнив модели прогноза методом экстраполяции параболы второго порядка и методом среднего темпа роста на основе средней квадратической ошибки, видим, что наиболее точным является прогноз численности безработных в одной из стран мира методом экстраполяции на основе параболы второго порядка. Прогноз методом среднего темпа роста  $\sigma_{\text{ош}} = 430,2$ , а методом экстраполяции параболы  $\sigma_{\text{ош}} = 75,6$  ( $75,6 < 430,2$ ).

Таким образом, изучение социально-экономических явлений и процессов на основе комплексной методики анализа, обобщения и прогнозирования на базе широкого применения традиционных статистических и математико-статистических методов позволит наиболее глубоко и досконально исследовать причинно-следственные связи и закономерности и показать природу изучаемого явления или процесса.

## 13.2 Задачи и упражнения

**13.1.** По данным приложения 16.2 отберите 2–3 экономически связанных между собой показателя деятельности 200 крупнейших в России банков. Проведите качественный анализ совокупности 30–50 коммерческих банков по отобранным показателям и исследуйте структуру данных показателей в следующей последовательности:

а) постройте интервальные вариационные ряды по каждому показателю, определив целесообразное количество групп;

б) по данным полученных рядов для каждого показателя постройте графики;

в) вычислите и проанализируйте среднюю арифметическую, моду и медиану, показатели вариации, асимметрии и эксцесса;

г) найдите эмпирическую функцию распределения и постройте ее график;

д) определите, близки ли к нормальному распределению случайных величин эмпирические распределения, которые получены в виде вариационных рядов;

е) с помощью одного из математических критериев проверьте гипотезу о том, что изучаемые признаки подчиняются нормальному закону распределения;

ж) на основе одного из критериев проверьте гипотезу о том, что изучаемая совокупность является однородной;

з) определите и проанализируйте аномальные наблюдения на основе априорного анализа и статистических критериев.

**13.2.** По данным экономических показателей деятельности коммерческих банков РФ, представленным в приложении, постройте многофакторную модель взаимосвязи, определите форму корреляционного уравнения и обоснуйте его выбор. С этой целью:

а) отберите 2–3 фактора для включения в регрессионную модель, предварительно оценив важность (последовательность включения) факторов на основе логики экономического анализа;

б) постройте графики зависимости результативного признака с каждым из факторных;

в) рассчитайте парные коэффициенты корреляции, постройте матрицу парных коэффициентов, исключая коллинеарно связанные факторы, проанализируйте характер парных зависимостей между переменными;

г) постройте уравнение множественной регрессии;

д) рассчитайте множественный и частные коэффициенты корреляции, коэффициент детерминации;

е) проверьте адекватность регрессионной модели исследуемому процессу: рассчитайте остаточную дисперсию;  $F$ -критерий; определите среднюю ошибку аппроксимации; проверьте значимость коэффициентов регрессии при исходных переменных;

ж) интерпретируйте экономически регрессионную модель;

з) сформулируйте выводы;

и) определите частные коэффициенты эластичности и частные коэффициенты детерминации. Дайте экономическую интерпретацию.

Задача может быть решена с использованием аналитических пакетов прикладных программ, реализованных на IBM PC.

**13.3.** По данным статистических ежегодников или Интернет-ресурсов отберите одномерный, интервальный ряд динамики с равноотстоящими годовыми уровнями.

Постройте модель тренда, обоснуйте выбор формы тренда и произведите по нему прогноз:

а) выявите и проанализируйте аномальные наблюдения;

б) определите наличие тенденции в исследуемых рядах динамики с помощью метода Фостера и Стюарта, критерия Валлиса и Мура, других известных вам критериев;

в) выберите и обоснуйте модель тренда следующими методами: графическим; методом последовательных разностей;

г) определите параметры выбранной функции (тренда) методом наименьших квадратов;

д) проверьте правильность выбранного уравнения тренда на основе: минимизации сумм квадратов отклонений эмпирических данных от теоретических (расчетных); стандартной средней квадратической ошибки;

е) сделайте интервальный прогноз на 2–3 периода упреждения на основе полученного уравнения тренда.

**13.4.** По данным статистических ежегодников или Интернет-ресурсов отберите одномерный интервальный ряд динамики с равноотстоящими годовыми уровнями. Произведите прогноз выбранного показателя на 2–3 периода упреждения следующими методами, предварительно проверив предпосылки их реализации: а) методом среднего уровня ряда; б) методом среднего абсолютного прироста; в) методом среднего темпа роста; г) на основе линейного тренда. Определите точность полученных прогнозов и выберите наиболее оптимальный из них.

**13.5.** По данным статистических ежегодников или Интернет-ресурсов отберите одномерный ряд динамики помесечных данных и проведите анализ внутригодовой динамики:

а) изобразите графически исходные данные и произведите визуальный анализ;

б) проверьте исходный ряд динамики на наличие тенденции любым известным вам методом;

в) проверьте ряд динамики на наличие сезонной компоненты;

г) рассчитайте параметры уравнения тренда и вычислите теоретические уровни ряда динамики по тренду;

д) для определения вида связи между трендом и сезонными колебаниями (аддитивная или мультипликативная) рассчитайте абсолютные и относительные отклонения фактических уровней от тренда. Нанесите эти отклонения на график и проанализируйте их амплитуды колебаний;

е) проверьте абсолютные и относительные отклонения фактических уровней от выравненных на наличие автокорреляции;

ж) постройте по отклонениям от тренда модель сезонной волны методом гармонического анализа. Определите, какая из четы-

рех гармоник наилучшим образом отражает периодичность изменения уровней ряда динамики;

з) по полученному в п. г) уравнению тренда сделайте прогноз на 2–3 месяца;

и) по полученной в п. ж) модели сезонной волны сделайте прогноз на 2–3 месяца;

к) сделайте прогноз моделируемого ряда динамики с помощью общей модели тренда и сезонной волны;

л) обоснуйте полученные результаты.

### 13.3

#### Рекомендации преподавателям

По данной главе целесообразно предусмотреть только задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов и рассматривать их как итоговую работу по курсу «Теория статистики».

Для этой цели преподаватель или студент самостоятельно выбирает объект и достаточную информационную базу в статике или динамике для анализа по данным публикаций в периодической печати, ежегодниках, Интернет-ресурсах и т.д.

Конечной задачей выполнения задания студентами являются: анализ состояния или динамики конкретных явлений или объектов исследования на основе широкого применения статистических и математико-статистических методов в оценке состояния, перспектив их развития, построение прогностических экономико-статистических моделей и выработка конкретных рекомендаций по их использованию, определение резервов и путей развития исследуемого явления или объекта.

Выполненное задание должно быть правильно статистически оформлено (графики, таблицы с описанием расчетов, приведением необходимых формул и обстоятельными выводами). Если для проведения расчетов используется ПЭВМ IBMPC и пакеты прикладных программ, то необходимо, чтобы студент приложил распечатку результатов.

# ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

---

## Задание 1

Выберите объект статистического наблюдения (например, обследование коммерческих банков, строительных фирм, страховых компаний, предприятий конкретной отрасли промышленности, учреждений здравоохранения, коммунальных предприятий, культурно-просветительных учреждений, государственной и коммерческой торговой сети, высших учебных заведений и др.). Для избранного объекта:

- 1) сформулируйте цель статистического наблюдения;
- 2) определите избранный объект статистического наблюдения и единицу наблюдения;
- 3) разработайте программу наблюдения;
- 4) спроектируйте инструментарий статистического наблюдения (формуляр (бланк) обследования, инструкцию и организационный план наблюдения);
- 5) постройте систему макетов статистических таблиц в качестве программы разработки материалов вашего обследования.

## Задание 2

По данным приложения 16:

1) произведите группировку 30 коммерческих банков РФ (в зависимости от вашего варианта) по величине:

- а) кредитных вложений;
- б) объема вложений в ценные бумаги.

К каждой выделенной группе подберите 3—4 наиболее экономически связанных и существенных показателя, имеющих в таблице, а также вычислите показатели в относительном выражении. Результаты группировки изложите в сводных групповых таблицах и проанализируйте;

2) с помощью аналитической группировки проанализируйте зависимость величины прибыли от других экономических показателей, характеризующих деятельность 30 коммерческих банков. Результаты оформите в таблице. Сделайте выводы;

3) произведите комбинационную группировку 30 коммерческих банков по двум признакам: величине кредитных вложений и объему вложений в ценные бумаги.

Проанализируйте полученную группировку.

### Задание 3

По данным табл. приложения 16 об основных показателях деятельности коммерческих банков РФ разработайте:

1) макеты статистических таблиц, характеризующих распределение коммерческих банков по величине прибыли и кредитных вложений. Для каждого макета сформулируйте заголовок. Укажите: а) макетом какого вида таблицы он является; б) подлежащее и сказуемое; в) признак группировки подлежащего;

2) макеты статистических таблиц, характеризующих зависимость: прибыли от объема вложений в ценные бумаги и обязательств; прибыли от величины чистых активов.

Для каждого макета сформулируйте заголовки. Укажите: а) макетами каких видов таблиц они являются; б) название и вид разработки подлежащего и сказуемого макета; в) группировочные признаки;

3) спроектируйте макеты групповой и комбинационной таблицы со сложной разработкой сказуемого для характеристики эффективности деятельности коммерческих банков РФ. Сформулируйте заголовок этих макетов. Определите: а) подлежащее и сказуемое; б) группировочные признаки, которые целесообразно положить в основу группировки подлежащего таблиц.

### Задание 4

По данным любого статистического ежегодника (например, «Россия в цифрах»; «Российский статистический ежегодник» Госкомстата России и др.), периодической печати или Интернет-источников подберите соответствующий цифровой материал и проанализируйте его диаграммами: а) столбиковой; б) квадратной; в) круговой; г) секторной; д) фигур-знаков; е) линейной; ж) полосовой; з) знаков Варзара; и) спиральной; к) радиальной.

### Задание 5

По данным приложения 16:

1. Постройте ряды распределения по 30 коммерческим банкам РФ:

а) по величине прибыли;



б) по величине кредитных вложений.

2. По полученным рядам распределения определите:

а) прибыль в среднем на один коммерческий банк;

б) кредитные вложения в среднем на один коммерческий банк;

в) модальное и медианное значение прибыли;

г) модальное и медианное значение кредитных вложений.

3. По полученным в п. 1 рядам распределения рассчитайте: а) размах вариации; б) среднее линейное отклонение; в) среднее квадратическое отклонение; г) коэффициент вариации.

Необходимые расчеты оформите в табличной форме. Результаты проанализируйте.

### Задание 6

Разделив 30 коммерческих банков РФ (задание 2 п.1) на две группы по величине кредитных вложений, выполните следующее:

1. По показателю прибыли рассчитайте: а) общую дисперсию по правилу сложения дисперсий; б) общую дисперсию любым другим способом.

2. Вычислите эмпирическое корреляционное отношение и сделайте выводы.

### Задание 7

1. По данным приложения 16 сформулируйте выборочную совокупность, включающую 15 – 20 коммерческих банков. Вид выборки, метод отбора и алгоритм отбора определите самостоятельно.

2. Для сформированной выборочной совокупности вычислите:

а) средний объем вкладов граждан;

б) среднюю и предельную ошибки выборки ( $P=0,954$ ).

3. Определите необходимый объем выборочной совокупности, при котором предельная ошибка будет на 2,5% меньше полученной в п. 2 величины.

4. Сформируйте новую выборочную совокупность рассчитанного в п. 3 объема.

5. Для вновь сформированной выборочной совокупности вычислите:

а) средний объем вкладов граждан;

б) среднюю и предельную ошибки выборки ( $P = 0,954$ );

в) интервал, в котором находится генеральная средняя;

г) интервал, в котором находится общий объем вкладов граждан во все банки генеральной совокупности.

6. Вычислите характеристики генеральной совокупности и сравните их с результатами, полученными на основе выборочного наблюдения.

### Задание 8

Для изучения связи между прибылью и объемом вложений в ценные бумаги по 30 коммерческим банкам (приложение 16):

а) изобразите связь между изучаемыми признаками графически;

б) постройте уравнение регрессии по сгруппированным данным.

Параметры уравнения определите методом наименьших квадратов. Рассчитайте теоретические (полученные по уравнению регрессии) значения прибыли и нанесите их на построенный в п. б) график. Определите форму связи между признаками;

в) на основе  $F$ -критерия Фишера—Снедекора и  $t$ -критерия Стьюдента проверьте значимость: в первом случае — уравнения регрессии; во втором — его параметров. Дайте экономическую интерпретацию параметров уравнения связи;

г) по сгруппированным данным вычислите линейный коэффициент корреляции и корреляционное отношение. Сделайте выводы о степени и направлении связи между изучаемыми признаками;

д) с экономической точки зрения сформулируйте выводы относительно исследуемой вами связи.

### Задание 9

Для изучения связи между прибылью, объемом вложений в ценные бумаги и кредитными вложениями по 15–20 коммерческим банкам РФ (приложение 16):

1) определите результативный и факторный признаки. Оцените с экономической точки зрения важность факторов и последовательность их включения в уравнение регрессии;

2) определите форму корреляционного уравнения и обоснуйте его выбор;

3) по исходным данным постройте графики зависимости результативного признака с каждым из факторных. Проанализируйте характер связей;

4) рассчитайте линейные (парные) коэффициенты корреляции, проверьте их значимость. Проанализируйте характер парных зависимостей между признаками. Исключите коллинеарно связанные факторы. Для статистически значимых линейных коэффициентов корреляции постройте интервальные оценки;

5) постройте уравнение регрессии (парное или множественное). Параметры уравнения определите методом наименьших квадратов;

б) проверьте значимость уравнения регрессии на основе: а)  $F$ -критерия Фишера—Снедекора; б) средней ошибки аппроксимации;

7) проверьте значимость коэффициентов регрессии ( $a_0$  и  $a_1$  — при парной модели регрессии;  $a_0, a_1, a_2$  — при множественной) на основе  $t$ -критерия Стьюдента.

### Задание 10

По данным любого статистического ежегодника или Интернет-источников выполните следующее:

1. Выберите интервальный ряд динамики, состоящий из уровней, выраженных абсолютными величинами за 10 периодов подряд (месяцев, лет, кварталов и т. д.).

2. Изобразите графически динамику ряда с помощью статистической кривой.

3. По данным этого ряда вычислите абсолютные и относительные показатели динамики.

4. Результаты расчетов изложите в табличной форме и их проанализируйте.

5. Вычислите средние показатели динамики и их проанализируйте.

6. Произведите сглаживание ряда динамики с помощью скользящей средней и аналитического выравнивания. Расчетные уровни нанесите на график, построенный в п. 2. Сделайте выводы о характере тенденции рассмотренного ряда динамики.

### Задание 11

По данным ежемесячных журналов «Статистическое обозрение» Госкомстата РФ, периодической печати или Интернет-источников:

а) постройте одномерный ряд динамики с помесечными уровнями за 2–3 года;

б) изобразите графически исходные данные вашего варианта и произведите визуальный анализ;

в) проверьте исходный ряд динамики на наличие тенденции любым известным вам методом;

г) проверьте ряд динамики на наличие сезонной компоненты. Определите индексы сезонности методом постоянной средней и методом аналитического выравнивания по прямой. Рассчитайте параметры уравнения прямой методом наименьших квадратов и вычислите теоретические уровни ряда динамики по тренду;

д) для определения связи между трендом и сезонными колебаниями определите абсолютные и относительные отклонения фактических уровней от выравненных по тренду. Нанесите эти отклонения на график и проанализируйте их амплитуду;

е) проверьте абсолютные и относительные отклонения фактических уровней от выравненных по тренду на наличие автокорреляции;

ж) по отклонениям фактических уровней ряда динамики от выравненных по тренду постройте модель сезонной волны методом гармонического анализа. Определите, какая из четырех гармоник наилучшим образом отражает периодичность изменения уровней ряда динамики;

з) представьте графически фактические данные исходного ряда динамики и сезонную волну теоретических значений изучаемого явления по месяцам года. Сформулируйте выводы.

## Задание 12

По данным приложения 17 о товарообороте и объеме реализации товаров на рынках города для трех товаров за три месяца:

а) исчислите индивидуальные цепные индексы цен;

б) исчислите сводные цепные индексы цен, товарооборота и физического объема проданных товаров;

в) проверьте правильность расчета сводных индексов, используя их взаимосвязь;

г) исчислите сводные базисные индексы цен с постоянными и переменными весами;

д) исчислите сводные индексы цен в средней гармонической форме.

# ПРИЛОЖЕНИЯ

---

- Приложение 1 Бланки переписных листов Всесоюзной переписи населения 1979 г., 1989 г. и Всероссийской переписи населения 2002 г.
- Приложение 2 Таблица случайных чисел
- Приложение 3 Нормальный закон распределения
- Приложение 4 Значения плотности  $f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}$  вероятности для нормированного нормального закона распределения  $f(-t) = f(t)$
- Приложение 5 Распределение Пирсона ( $\chi^2$ -распределение)
- Приложение 6 Распределение Стьюдента ( $t$ -распределение)
- Приложение 7 Распределение Фишера – Снедекора ( $F$ -распределение)
- Приложение 8 Таблица Z-преобразования Фишера
- Приложение 9 Критерий Колмогорова
- Приложение 10 Таблица 5%-ного и 1%-ного уровней вероятности коэффициентов корреляции ( $r_\alpha$ )
- Приложение 11 Таблица вычисления значений по ряду Фурье
- Приложение 12 Значения средних  $\mu$  и стандартных ошибок  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  для  $n$  от 10 до 50
- Приложение 13 Квантили распределения выборочных характеристик эксцесса  $E_k$  и асимметрии  $A_s$
- Приложение 14 Критическое значение кумулятивного  $T$ -критерия при  $\alpha = 0,05$
- Приложение 15 Распределение критерия Дарбина – Уотсона для положительной автокорреляции (для 5%-ного уровня значимости)
- Приложение 16 200 крупнейших банков по размеру собственного капитала России (по состоянию на 01.01.03, млн руб.)
- Приложение 17 Динамика реализации сельскохозяйственных продуктов на рынках города за 2003 г.
- Приложение 18 Интернет-ресурсы, содержащие статистическую информацию и аналитические обзоры

В (выборочная перепись)

Записи в переписном листе подлежат использованию только для получения сводных данных о численности и составе населения по установленной программе. Работники переписи запрещается сообщать кому бы то ни было содержание ответов.

Table with 4 columns: № переписного отдела, № инструкторского участка, № счетного участка, шифр территории

ПЕРЕПИСНОЙ ЛИСТ №

Main census form containing sections 1-14: Relationship to head of family, Sex, Age, Place of work, Occupation, Public group, etc.

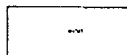
Приложение 1

Continuation of census form containing sections 6-16: Marriage status, Nationality, Education, Type of institution, Source of income, Duration of residence, etc.

Зачисляется счетчиком. ВНИМАНИЕ! Метки вносить с помощью простого карандаша маркой «М», прочертив не менее 3-х раз. Документальное списание тщательно стирать карандашной резинкой. ОБРАЗЦЫ ЗАПОЛНЕНИЯ: Неверно Верно



верно  / неверно



Зачерк в переписном листе подлежит использованию только для получения сведений о численности, составе и жилищных условиях населения по установленной программе.  
Работники переписи запрещается сообщать кому бы то ни было содержание ответов.

Образцы написания цифр и знаков:



Вопросы 14—25 на временно проживающего не заполняются

<b>14 Место работы</b> (полное название предприятия, учреждения, колхоза)	Вопросы 19—25 заполняются на члена семьи, записанного перемы, одиночку или члена семьи, живущего отдельно	
	<b>19 Период постройки дома</b> до 1918 <input type="checkbox"/> 1941-1950 <input type="checkbox"/> 1961-1970 <input type="checkbox"/> 1981-1988 <input type="checkbox"/> 1918-1940 <input type="checkbox"/> 1951-1960 <input type="checkbox"/> 1971-1980 <input type="checkbox"/>	
<b>15 Занятие по этому месту работы</b> (должность или выполняемая работа)	<b>20 Материал наружных стен дома</b> кирпич, камень <input type="checkbox"/> дерево <input type="checkbox"/> глиняк, глина <input type="checkbox"/> бетон, железобетон, блок, камень <input type="checkbox"/> саманный кирпич <input type="checkbox"/> другой материал <input type="checkbox"/>	
	<b>21 Дом принадлежит</b> государственной, кооперативной, общественной организации <input type="checkbox"/> личному хозяйству <input type="checkbox"/> гражданам на праве личной собственности <input type="checkbox"/>	
<b>16 Общественная группа</b> рабочий <input type="checkbox"/> колхозник <input type="checkbox"/> студент <input type="checkbox"/> служащий <input type="checkbox"/> без работы <input type="checkbox"/> пенсионер <input type="checkbox"/>	<b>22 Тип жилого помещения</b> индивидуальное <input type="checkbox"/> общее в коммунальной квартире <input type="checkbox"/> частная в индивидуальном доме <input type="checkbox"/> обремененное <input type="checkbox"/> отдельная квартира <input type="checkbox"/> другое жилое помещение <input type="checkbox"/>	
	<b>Начало жилого помещения</b> (для первого лица, записанного в списке в квартире помещения) <input type="checkbox"/>	
<b>17 Продолжительность непрерывного проживания в данном населенном пункте</b> а) проживает непрерывно с рождения да <input type="checkbox"/> нет <input type="checkbox"/> Если «нет», то указать: б) на какого населенного пункта прибыл(а) на городского <input type="checkbox"/> <input type="text"/> на сельского <input type="checkbox"/> <input type="text"/>	<b>18 Для женщины указать:</b> а) сколько лет родила <input type="text"/> <input type="text"/> б) сколько из них живы <input type="text"/> <input type="text"/>	<b>23 Благоустройство жилого помещения</b> электричество <input type="checkbox"/> канализация <input type="checkbox"/> застроено <input type="checkbox"/> центральное отопление <input type="checkbox"/> горячее водоснабжение <input type="checkbox"/> ванна или душ <input type="checkbox"/> водопровод <input type="checkbox"/> газ <input type="checkbox"/> указанный вид благоустройства нет <input type="checkbox"/>
		<b>24 Число занимаемых жилых комнат</b> часть здания <input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 3 <input type="checkbox"/> 4 <input type="checkbox"/> 5 <input type="checkbox"/> 6 <input type="checkbox"/> 7 <input type="checkbox"/> 8 <input type="checkbox"/> 9 <input type="checkbox"/> 10 <input type="checkbox"/>
<b>25 Размер площади (кв. м)</b> общий <input type="text"/> жилой <input type="text"/>		Для иностранца <input type="checkbox"/>

Род.	Др.	Место	Занятие	Год с котор.	Ск. детей	Ск. из них	Новый	Искер	Общая	Жилые	ИР
кв.	дней	работы	года	родили	дочери	существ.	квартиры	площадь	площадь	места	





№ переклещенного участка

№ инструкторского участка

№ счетного участка

**Д<sub>2</sub>  
ДЛИННЫЙ  
ВОПРОСНИК**

№ помещения в пределах счетного участка

№ бланка

Форма Д  
УТВЕРЖДЕНА  
распоряжением Правительства РФ  
№ \_\_\_ от \_\_\_

Образец нанесения метки: X

Образец нанесения метки: ■

Образцы написания цифр: 1234567890

<p>Фамилия, и.,о. и № п.п. лица в пределах помещения из гр. 1 списка А ф. П</p> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 20px;"></div>	<p>Для лиц в возрасте 10 лет и старше</p> <p><b>10 а) Ваше образование</b> <span style="font-size: 2em; font-weight: bold; margin-left: 10px;">Н</span> Отметить один из подсказов</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 33%; vertical-align: top;">                 начальное общее (начальное) основное общее (неполное среднее) среднее (полное) общее             </td> <td style="width: 33%; vertical-align: top;">                 среднее профессиональное (среднее специальное) неполное высшее профессиональное (незаконченное высшее)             </td> <td style="width: 33%; vertical-align: top;">                 высшее профессиональное (высшее) послевузовское профессиональное             </td> </tr> </table>	начальное общее (начальное) основное общее (неполное среднее) среднее (полное) общее	среднее профессиональное (среднее специальное) неполное высшее профессиональное (незаконченное высшее)	высшее профессиональное (высшее) послевузовское профессиональное								
начальное общее (начальное) основное общее (неполное среднее) среднее (полное) общее	среднее профессиональное (среднее специальное) неполное высшее профессиональное (незаконченное высшее)	высшее профессиональное (высшее) послевузовское профессиональное										
<p><b>1 Ваше родственное отношение к тому, кто записан первым в этом домохозяйстве</b></p> <p>Отметить один из подсказов</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 33%;">лицо, записанное первым в домохозяйстве</td> <td style="width: 33%;">сестра, брат свекор, теща жена, муж дочь, сын мать, отец</td> <td style="width: 33%;">внучка, внук другая степень родства свойства не родственник</td> </tr> </table> <p style="text-align: right; font-size: small;">Если мать (или отец) этого лица проживает с ним в одном домохозяйстве, то проставить № из гр.1 списка А ф. П, под которым записана мать (или отец)</p> <p style="text-align: right; font-size: small;">№ матери (или отца)</p>	лицо, записанное первым в домохозяйстве	сестра, брат свекор, теща жена, муж дочь, сын мать, отец	внучка, внук другая степень родства свойства не родственник	<p><b>б) Если Вы не имеете начального общего образования, то укажите, умеете ли читать и писать?</b></p> <p style="text-align: right;">да      нет</p> <p>Для лиц в возрасте 15 лет и старше, имеющих образование среднее (полное) общее и ниже</p> <p><b>в) Окончили ли Вы профессиональное или профессионально-техническое училище?</b></p> <p style="text-align: right;">да      нет</p>								
лицо, записанное первым в домохозяйстве	сестра, брат свекор, теща жена, муж дочь, сын мать, отец	внучка, внук другая степень родства свойства не родственник										
<p><b>2 Ваш пол</b></p> <p>Отметить один из подсказов</p> <p style="text-align: right;">мужской      женский</p>	<p><b>11 Ваш родной язык</b></p> <p>а) Если "русский" – проставить метку → русский → переход к вопросу 13</p> <p>б) Если не "русский" – записать название</p> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 15px;"></div>											
<p><b>3 Дата Вашего рождения</b>      определить по таблице</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 25%;">число</td> <td style="width: 25%;">месяц</td> <td style="width: 25%;">год</td> <td style="width: 25%;">Число исполнившихся лет</td> </tr> </table>	число	месяц	год	Число исполнившихся лет	<p><b>12 Владеете ли Вы свободно русским языком?</b></p> <p>Отметить один из подсказов      да      нет</p>							
число	месяц	год	Число исполнившихся лет									
<p><b>4 Ваше брачное состояние</b></p> <p>Перечислить при опросе все подсказки; отметить только один из подсказов</p> <p style="text-align: center;">состоит в браке:</p> <p>никогда не состоял(ла) в браке      ↓</p>	<p><b>13 Другой язык, которым Вы свободно владеете</b></p> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 15px;"></div>											
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 25%;">разведен(а)</td> <td style="width: 25%;">Зарегистрирован ли брак в органах ЗАГС:</td> <td style="width: 50%;"></td> </tr> <tr> <td>разошелся(лась)</td> <td>да</td> <td rowspan="2" style="vertical-align: middle;">→ Если супруг(а) этого лица проживает с ним (ней) в одном домохозяйстве, то проставить № из гр.1 списка А ф.П, под которым записан(а) супруг(а)</td> </tr> <tr> <td>вдовец, вдова</td> <td>нет</td> </tr> </table> <p style="text-align: right; font-size: small;">№ супруга (и)</p>	разведен(а)	Зарегистрирован ли брак в органах ЗАГС:		разошелся(лась)	да	→ Если супруг(а) этого лица проживает с ним (ней) в одном домохозяйстве, то проставить № из гр.1 списка А ф.П, под которым записан(а) супруг(а)	вдовец, вдова	нет	<p><b>14 Укажите все имеющиеся у Вас источники средств к существованию</b></p> <p>Показать опрашиваемому карточку</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 33%; vertical-align: top;">                 доход от трудовой деятельности (кроме работы в личном подсобном хозяйстве) личное подсобное хозяйство стипендия пенсия             </td> <td style="width: 33%; vertical-align: top;">                 пособие (кроме пособия по безработице) пособие по безработице другой вид государственного обеспечения сбережения             </td> <td style="width: 33%; vertical-align: top;">                 доход от сдачи внаем или в аренду имущества проценты по денежным вкладам и ценным бумагам на иждивении иной источник             </td> </tr> </table>	доход от трудовой деятельности (кроме работы в личном подсобном хозяйстве) личное подсобное хозяйство стипендия пенсия	пособие (кроме пособия по безработице) пособие по безработице другой вид государственного обеспечения сбережения	доход от сдачи внаем или в аренду имущества проценты по денежным вкладам и ценным бумагам на иждивении иной источник
разведен(а)	Зарегистрирован ли брак в органах ЗАГС:											
разошелся(лась)	да	→ Если супруг(а) этого лица проживает с ним (ней) в одном домохозяйстве, то проставить № из гр.1 списка А ф.П, под которым записан(а) супруг(а)										
вдовец, вдова	нет											
доход от трудовой деятельности (кроме работы в личном подсобном хозяйстве) личное подсобное хозяйство стипендия пенсия	пособие (кроме пособия по безработице) пособие по безработице другой вид государственного обеспечения сбережения	доход от сдачи внаем или в аренду имущества проценты по денежным вкладам и ценным бумагам на иждивении иной источник										
<p><b>5 Место Вашего рождения</b></p> <p>Записать наименование автономного округа, области, края, республики России или наименование другого государства</p> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 20px;"></div>	<p><b>15 Имели ли Вы работу или доходное занятие со 2 по 8 октября 2002 г.?</b></p> <p>Отметить один из подсказов      да      нет      →      переход к вопросу 20 (оборотная сторона)</p>											
<p><b>6 Ваше гражданство</b></p> <p>России      <input type="checkbox"/></p> <p>другого государства (укажите какого):      <input type="text"/></p> <p>без гражданства      <input type="checkbox"/></p>	<p><b>16 В качестве кого Вы работали?</b></p> <p>Если Вы имели не одну работу (доходное место), то укажите по той работе (занятию), которую считаете для себя основной</p> <p>Перечислить при опросе все подсказки; Отметить только один из подсказов</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 60%; vertical-align: top;">                 на собственном предприятии или в собственном деле:             </td> <td style="width: 40%; vertical-align: top;">                 в качестве наемного работника привлекала наемных работников на постоянной основе без наемных работников или привлекала их от случая к случаю в качестве члена производственного кооператива (артеля) в качестве помогающего без оплаты на принадлежащем родственнику(ам) предприятию или крестьянском (фермерском) хозяйстве             </td> </tr> </table>	на собственном предприятии или в собственном деле:	в качестве наемного работника привлекала наемных работников на постоянной основе без наемных работников или привлекала их от случая к случаю в качестве члена производственного кооператива (артеля) в качестве помогающего без оплаты на принадлежащем родственнику(ам) предприятию или крестьянском (фермерском) хозяйстве									
на собственном предприятии или в собственном деле:	в качестве наемного работника привлекала наемных работников на постоянной основе без наемных работников или привлекала их от случая к случаю в качестве члена производственного кооператива (артеля) в качестве помогающего без оплаты на принадлежащем родственнику(ам) предприятию или крестьянском (фермерском) хозяйстве											
<p><b>7 К какой национальности (народу) или этнической группе Вы себя относите? (по самоопределению опрашиваемого)</b></p> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 20px;"></div>	<p><b>9 Посещает ли ребенок дошкольное учреждение?</b></p> <p>Для детей в возрасте 3-9 лет, не посещающих школу</p> <p style="text-align: right;">да      нет</p>											
<p><b>8 Учиться ли Вы в образовательном учреждении? (школе, училище, колледже, вузе и т.п.)</b></p> <p>да      →      Укажите тип образовательного учреждения:</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 33%;">начального профессионального образования</td> <td style="width: 33%;">общеобразовательное</td> <td style="width: 33%;">среднего профессионального образования</td> </tr> <tr> <td>вуз</td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>нет      <input type="checkbox"/></p>	начального профессионального образования	общеобразовательное	среднего профессионального образования	вуз			<p>Не забудьте заполнить оборотную сторону</p>					
начального профессионального образования	общеобразовательное	среднего профессионального образования										
вуз												

# Д<sub>2</sub> ДЛИННЫЙ ВОПРОСНИК

## ОБОРОТНАЯ СТОРОНА

Образец нанесения метки: X

Образец нанесения метки: ■

Образцы написания цифр: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Только для тех, у кого проставлена метка "да" в вопросе 15

- 17 а) Назовите преобладающий вид деятельности предприятия (организации, собственного дела), на котором Вы были заняты по основной работе

Например: выращивание зерновых культур; добыча железной руды; производство удобрений; штукатурные работы; розничная торговля овощами и фруктами в специализированном магазине; пассажирские перевозки по железным дорогам; стоматология; медицинские услуги в стационаре; преподавание в начальной школе; частная охранная служба; сбор и вывоз мусора; услуги домашних учителей; услуги ресторанов; работа в столовой при предприятии; услуги медпункта при организации; государственное управление и т.п.

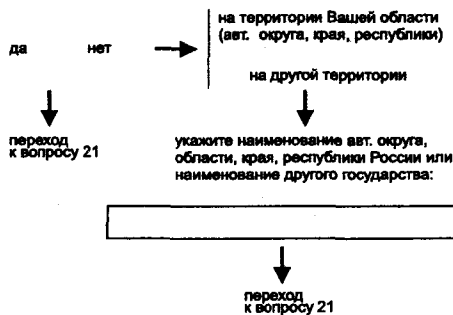
- б) Какую основную продукцию или услуги производит предприятие (организация, собственное дело), на котором Вы были заняты по основной работе?

Только для тех, у кого проставлена метка "да" в вопросе 15

- 18 Ваша должность или занятие по основной работе

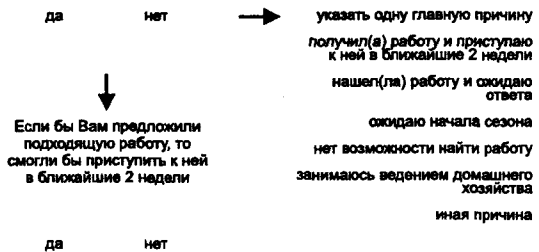
Только для тех, у кого проставлена метка "да" в вопросе 15

- 19 Ваша основная работа находится на территории Вашего города (района)?



Только для лиц в возрасте 15-64 лет, у которых проставлена метка "нет" в вопросе 15

- 20 Искли ли Вы работу в течение последнего месяца?



- 21 В этом городе (городском поселении или сельской местности района) Вы проживаете непрерывно с рождения?

да  
нет → 1. Укажите год, с которого Вы непрерывно здесь проживаете

Если указан год с 1989 по 2002,  
то переход к подвопросу 2

2. Где Вы проживали в январе 1989 г.

а) наименование авт. округа, области, края, республики России или наименование другого государства

б) тип населенного пункта, в котором Вы проживали  
городской                      сельский

Только для женщин в возрасте 15 лет и старше

- 22 Сколько детей Вы родили?

Записать общее число рожденных детей (не считая мертворожденных)

■ Резерв    1    2    3    4    5    6    7    8    А    Б    В    Г    Д    Е    ■

Конфиденциально

(гарантируется получателем информации)

Таблица случайных чисел

5489	5583	3156	0835	1988	3912	0938	7460	0869	4420
3522	0935	7877	5665	7020	9555	7379	7124	7878	5544
7555	7579	2550	2487	9477	0864	2349	1012	8250	2633
5759	3554	5080	9074	7001	6249	3224	6868	9102	2672
6303	6895	3371	3196	7231	2918	7380	0438	7547	2644
7351	5634	5323	2623	7803	8374	2191	0464	0696	9529
7068	7803	8832	5119	6350	0120	5026	3686	5657	0304
3613	1428	1796	8447	0503	5654	3254	7336	9536	1944
5143	4534	2105	0368	7890	2473	4240	8652	9435	1422
9815	5144	7649	8638	6137	8070	5345	4865	2456	5708
5780	1277	6316	1013	2867	9938	3930	3203	5696	1769
1187	0951	5991	5245	5700	5564	7352	0891	6249	6568
4184	2179	4554	9083	2254	2435	2965	5154	1209	7069
2916	2972	9885	0275	0144	8034	8122	3213	7666	0230
5524	1341	9860	6565	6981	9842	0171	2284	2707	3008
0146	5291	2354	5694	0377	5336	6460	9585	3415	2358
4920	2826	5238	5402	7937	1993	4332	2327	6875	5230
7978	1947	6380	3425	7267	7285	1130	7722	0164	8573
7453	0653	3645	7497	5969	8682	4191	2976	0361	9334
1473	6938	4899	5348	1641	3652	0852	5296	4538	4456
8162	8797	8000	4707	1880	9660	8446	1883	9768	0881
5645	4219	0807	3301	4279	4168	4305	9937	3120	5647
2042	1192	1175	8851	6432	4635	5757	6656	1660	5389
5470	7702	6958	9080	5925	8519	0127	9233	2452	7341
4504	1730	6005	1704	0345	3275	4738	4862	2556	8333

5880	1257	6163	4439	7276	6353	6912	0731	9033	5294
9083	4260	5277	4998	4298	5204	3965	4028	8936	5148
1762	8713	1189	1090	8989	7273	3213	1935	9321	4820
2023	2589	1740	0424	8924	0005	1969	1636	7237	1227
7965	3855	4765	0703	1678	0841	7543	0308	9732	1289
7690	0480	8098	9629	4819	7219	7241	5128	3853	1921
9292	0426	9573	4903	5916	6576	8368	3270	6641	0033
0867	1651	7016	4220	2533	6345	8227	1904	5138	2537
0505	2127	8255	5276	2233	3956	4118	8199	6380	6340
6295	9795	1112	5761	2575	6837	3336	9322	7403	8345
6323	2615	3410	3365	1117	2417	3176	2434	5240	5455
8672	8536	2966	5773	5412	8114	0930	4697	6919	4569
1422	5507	7596	0670	3013	1351	3886	3268	9469	2584
2653	1472	5113	5735	1469	9545	9331	5303	9914	6394
0438	4376	3328	8649	8327	0110	4549	7955	5275	2890
2851	2157	0047	7085	1129	0460	6821	8323	2572	8962
7962	2753	3077	8718	7418	8004	1425	3706	8822	1494
3837	4098	0220	1217	4732	0150	1637	1097	1040	7372
8542	4126	9274	2251	0607	4301	8730	7690	6235	3477
0139	0765	8039	9484	2577	7859	1976	0623	1418	6685
6687	1943	4307	0579	8171	8224	8641	7034	3595	3875
6242	5582	5872	3197	4919	2792	5991	4058	9769	1918
6859	9606	0522	4993	0345	8958	1289	8825	6941	7685
6590	1932	6043	3623	1973	4112	1795	8465	2110	8045
3482	0478	0221	6738	7323	5643	4767	0106	2272	9862

## Нормальный закон распределения

Значение функции  $\Phi(t) = P(|T| \leq t_{\text{табл}})$ 

Целые и десятые доли $t$	Сотые доли $t$									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,0080	0,0160	0,0239	0,0319	0,0399	0,0478	0,0558	0,0638	0,0717
0,1	0797	0876	0955	1034	1113	1192	1271	1350	1428	1507
0,2	1585	1663	1741	1819	1897	1974	2051	2128	2205	2282
0,3	2358	2434	2510	2586	2661	2737	2812	2886	2960	3035
0,4	3108	3182	3255	3328	3401	3473	3545	3616	3688	3759
0,5	3829	3899	3969	4039	4108	4177	4245	4313	4381	4448
0,6	4515	4581	4647	4713	4778	4843	4907	4971	5035	5098
0,7	5161	5223	5285	5346	5407	5467	5527	5587	5646	5705
0,8	5763	5821	5878	5935	5991	6047	6102	6157	6211	6265
0,9	6319	6372	6424	6476	6528	6579	6629	6679	6729	6778
1,0	0,6827	0,6875	0,6923	0,6970	0,7017	0,7063	0,7109	0,7154	0,7199	0,7243
1,1	7287	7330	7373	7415	7457	7499	7540	7580	7620	7660
1,2	7699	7737	7775	7813	7850	7887	7923	7959	7994	8029
1,3	8064	8098	8132	8165	8198	8230	8262	8293	8324	8355
1,4	8385	8415	8444	8473	8501	8529	8557	8584	8611	8638
1,5	8664	8690	8715	8740	8764	8789	8812	8836	8859	8882
1,6	8904	8926	8948	8969	8990	9011	9031	9051	9070	9090
1,7	9109	9127	9146	9164	9181	9199	9216	9233	9249	9265

Целые и десятые доли <i>t</i>	Сотые доли <i>t</i>									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,8	9281	9297	9312	9327	9342	9357	9371	9385	9399	9412
1,9	9426	9439	9451	9464	9476	9488	9500	9512	9523	9534
2,0	0,9545	0,9556	0,9566	0,9576	0,9586	0,9596	0,9606	0,9616	0,9625	0,9634
2,1	9643	9651	9660	9668	9676	9684	9692	9700	9707	9715
2,2	9722	9729	9736	9743	9749	9756	9762	9768	9774	9780
2,3	9786	9791	9797	9802	9807	9812	9817	9822	9827	9832
2,4	9836	9841	9845	9849	9853	9857	9861	9865	9869	9872
2,5	9876	9879	9883	9886	9889	9892	9895	9898	9901	9904
2,6	9907	9910	9912	9915	9917	9920	9922	9924	9926	9928
2,7	9931	9933	9935	9937	9938	9940	9942	9944	9946	9947
2,8	9949	9951	9952	9953	9955	9956	9958	9959	9960	9961
2,9	9963	9964	9965	9966	9967	9968	9969	9970	9971	9972
3,0	0,9973	0,9974	0,9975	0,9976	0,9976	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9880
3,1	9981	9981	9982	9983	9983	9984	9984	9985	9985	9986
3,5	9995	9996	9996	9996	9996	9996	9996	9996	9997	9997
3,6	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9998	9998	9998
3,7	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998
3,8	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999
3,9	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999
4,0	0,999936	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999
4,5	0,999994	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5,0	0,9999994	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Значения плотности  $f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}$  вероятности для нормированного нормального закона распределения  
 $f(-t) = f(t)$

Целые и десятые доли $t$	Сотые доли $t$									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	0,3989	0,3989	0,3988	0,3986	0,3984	0,3982	0,3980	0,3977	0,3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3633	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3525	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	0,2396	0,2371	0,2347	0,2323	0,2299	0,2275	0,2251	0,2227	0,2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1972	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0762	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0,0529	0,0519	0,0508	0,0498	0,0488	0,0478	0,0468	0,0459	0,0449

Целые и десятые доли †	Сотые доли †									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0,0044	0,0043	0,0042	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036	0,0035	0,0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001
4,0	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
4,1	0,0001338	—	—	—	—	—	—	—	—	—
4,5	0,0000160	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5,0	0,0000015	—	—	—	—	—	—	—	—	—



Распределение Пирсона ( $\chi^2$ -распределение)  
 Значения  $\chi^2_{\text{табл}}$  для вероятностей  $P(\chi^2 > \chi^2_{\text{табл}})$

v	Вероятность										
	0,999	0,995	0,99	0,98	0,975	0,95	0,90	0,80	0,75	0,70	0,50
1	0,05157	0,04393	0,03157	0,03628	0,03982	0,00393	0,0158	0,0642	0,102	0,148	0,455
2	0,00200	0,0100	0,0201	0,0404	0,0506	0,103	0,211	0,446	0,575	0,713	1,386
3	0,0243	0,0717	0,115	0,185	0,216	0,352	0,584	1,005	1,213	1,424	2,366
4	0,0908	0,207	0,297	0,429	0,484	0,711	1,064	1,649	1,923	2,195	3,357
5	0,210	0,412	0,554	0,752	0,831	1,145	1,610	2,343	2,675	3,000	4,351
6	0,381	0,676	0,872	1,134	1,237	1,635	2,204	3,070	3,455	3,828	5,348
7	0,598	1,989	1,239	1,564	1,690	2,167	2,833	3,822	4,255	4,671	6,346
8	0,857	1,344	1,646	2,032	2,180	2,733	3,490	4,594	5,071	5,527	7,344
9	1,152	1,735	2,088	2,532	2,700	3,325	4,168	5,380	5,899	6,393	8,343
10	1,479	2,156	2,558	3,059	3,247	3,240	4,865	6,179	6,787	7,267	9,342
11	1,834	2,603	3,053	3,609	3,816	4,575	5,578	6,989	7,584	8,148	10,341
12	2,214	3,074	3,571	4,178	4,404	5,226	6,304	7,807	8,438	9,034	11,340
13	2,617	3,565	4,107	4,765	5,009	5,892	7,042	8,634	9,299	9,926	12,340
14	3,041	4,075	4,660	5,368	5,629	6,571	7,790	9,467	10,165	10,821	13,339
15	3,483	4,601	5,229	5,985	6,262	7,261	8,547	10,307	11,036	11,721	14,339

Продолжение

v	Вероятность										
	0,999	0,995	0,99	0,98	0,975	0,95	0,90	0,80	0,75	0,70	0,50
16	3,942	5,142	5,812	6,614	6,908	7,962	9,312	11,152	11,912	12,624	15,338
17	4,416	5,697	6,408	7,255	7,564	8,672	10,085	12,002	12,892	13,531	16,338
18	4,905	6,265	7,015	7,906	8,231	9,390	10,865	12,857	13,675	14,440	17,338
19	5,407	6,844	7,633	8,567	8,907	10,117	11,651	13,716	14,562	15,352	18,338
20	5,921	7,434	8,260	9,237	9,591	10,871	12,443	14,578	15,452	16,266	19,337
21	6,447	8,034	8,897	9,915	10,283	11,591	13,240	15,445	16,344	17,182	20,337
22	6,983	8,643	9,542	10,600	10,982	12,338	14,041	16,314	17,240	18,101	21,337
23	7,529	9,260	10,196	11,293	11,688	13,091	14,848	17,187	18,137	19,021	22,337
24	8,035	9,886	10,856	11,992	12,401	13,848	15,659	18,062	19,037	19,943	23,337
25	8,649	10,520	11,524	12,697	13,120	14,611	16,173	18,940	19,939	20,887	24,337
26	9,222	11,160	12,198	13,409	13,844	15,379	17,292	19,820	20,848	21,792	25,336
27	9,803	11,808	12,879	14,125	14,573	16,151	18,114	20,703	21,749	22,719	26,136
28	10,391	12,461	13,565	14,547	15,008	16,928	18,937	21,588	22,657	23,617	27,386
29	10,986	13,121	14,256	15,574	16,047	17,708	19,768	22,475	23,567	24,577	28,336
30	11,588	13,787	14,953	16,306	16,791	18,493	20,599	23,364	24,478	25,508	29,336

v	Вероятность									
	0,30	0,25	0,20	0,10	0,05	0,025	0,02	0,01	0,005	0,001
1	1,074	1,323	1,642	2,706	3,841	5,024	5,412	6,635	7,879	10,827
2	2,408	2,773	3,219	4,605	5,991	7,378	7,824	9,210	10,597	13,815
3	3,665	4,108	4,642	6,251	7,815	9,348	9,837	11,345	12,838	16,268
4	4,878	5,385	5,989	7,779	9,488	11,143	11,668	13,277	14,860	18,465
5	6,064	6,626	7,289	9,236	11,070	12,839	13,388	15,086	16,750	20,517
6	7,231	7,841	8,558	10,645	12,592	14,449	15,033	16,812	18,548	22,457
7	8,383	9,037	9,803	12,017	14,067	16,013	16,622	18,475	20,278	24,322
8	9,524	10,219	11,030	13,362	15,507	17,535	18,168	20,090	21,955	26,125
9	10,656	11,389	12,242	14,684	16,919	19,023	19,679	21,666	23,589	27,877
10	11,781	12,549	13,412	15,987	18,307	20,483	21,161	23,209	25,188	29,588
11	12,899	13,701	14,631	17,275	19,675	21,920	22,618	24,725	26,757	31,264
12	14,011	14,845	15,812	18,549	21,026	23,337	24,054	26,217	28,300	32,909
13	15,119	15,984	16,985	19,812	22,362	24,736	25,472	27,688	29,819	34,528
14	16,222	17,117	18,151	21,064	23,685	26,119	26,873	29,141	31,319	36,123
15	17,322	18,245	19,311	22,307	24,996	27,488	28,259	30,578	32,801	37,697

v	Вероятность									
	0,30	0,25	0,20	0,10	0,05	0,025	0,02	0,01	0,005	0,001
16	18,418	19,369	20,465	23,542	26,296	28,845	29,633	32,000	34,267	39,252
17	19,511	20,489	21,615	24,769	27,587	30,191	30,995	33,409	35,718	40,790
18	20,601	21,605	22,760	25,989	28,869	31,526	32,346	34,805	37,156	42,312
19	21,689	22,718	23,900	27,204	30,144	32,852	33,687	38,191	38,582	43,820
20	22,775	23,628	25,038	28,412	31,410	34,170	35,020	37,566	39,997	45,315
21	23,858	24,935	26,171	29,615	32,671	35,479	36,343	38,932	41,401	46,797
22	24,939	26,039	27,301	30,813	33,924	36,781	37,659	40,289	42,796	48,268
23	26,018	27,141	28,429	32,567	35,172	38,076	38,968	41,638	44,181	49,728
24	27,096	28,241	29,553	33,193	36,415	39,384	40,270	42,980	45,558	51,170
25	28,172	29,339	30,675	34,362	37,652	40,046	41,566	44,314	46,928	52,620
26	29,246	30,434	31,795	35,563	38,885	41,923	42,856	45,642	48,290	54,052
27	30,319	31,328	32,912	36,741	40,113	43,194	44,140	46,963	49,645	55,476
28	31,391	32,320	34,027	37,916	41,337	44,461	45,419	48,278	50,993	56,893
29	32,461	33,711	35,139	39,087	42,557	45,722	46,693	49,588	52,336	58,302
30	33,530	34,800	36,250	40,256	43,773	46,979	47,962	50,692	53,672	59,703

## Распределение Стьюдента (t-распределение)

v	Вероятность $\alpha = S(t) = P( T  > t_{\text{табл}})$												
	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,158	0,325	0,510	0,727	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	0,142	0,289	0,445	0,617	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,598
3	0,137	0,277	0,424	0,584	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,941
4	0,134	0,271	0,414	0,569	0,741	0,941	1,190	1,563	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,267	0,406	0,559	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,043	6,859
6	0,131	0,265	0,404	0,553	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,263	0,402	0,549	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,405
8	0,130	0,262	0,399	0,546	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,129	0,261	0,398	0,543	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,260	0,327	0,542	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,583
11	0,129	0,260	0,396	0,543	0,697	0,976	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,128	0,259	0,395	0,539	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,128	0,259	0,394	0,539	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,258	0,393	0,537	0,692	0,888	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,258	0,393	0,536	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073

$\nu$	Вероятность $\alpha = S(t) = P( T  > t_{\text{табл}})$												
	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01	0,001
16	0,128	0,258	0,392	0,535	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	0,128	0,257	0,392	0,534	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,965
18	0,127	0,257	0,392	0,534	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
19	0,127	0,257	0,391	0,533	0,688	0,861	1,066	1,326	1,789	2,093	2,539	2,861	3,833
20	0,127	0,257	0,391	0,533	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,066	2,528	2,845	3,850
21	0,127	0,257	0,391	0,532	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
22	0,127	0,256	0,390	0,532	0,686	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	0,127	0,256	0,390	0,532	0,685	0,868	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,767
24	0,127	0,256	0,390	0,531	0,685	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,402	2,797	3,745
25	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
26	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	0,127	0,256	0,389	0,531	0,684	0,855	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,690
28	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,855	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,674
29	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,659
30	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
40	0,126	0,255	0,388	0,529	0,681	0,851	1,050	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,551
60	0,126	0,254	0,387	0,527	0,679	0,848	1,046	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,460
120	0,126	0,254	0,386	0,526	0,677	0,845	1,041	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	3,373
$\infty$	0,126	0,253	0,385	0,524	0,674	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,291

**Распределение Фишера—Снедекора (*F*-распределение)**

Значения  $F_{\text{табл}}$ , удовлетворяющие условию  $P(F > F_{\text{табл}})$ . Первое значение соответствует вероятности 0,05;  
второе — вероятности 0,01 и третье — вероятности 0,001;  
 $v_1$  — число степеней свободы числителя;  $v_2$  — знаменателя

$v_2 \backslash v_1$	1	2	3	4	5	6	8	12	24	$\infty$	t
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	238,9	243,9	249,0	253,3	12,71
	4052	4999	5403	5625	5764	5859	5981	6106	6234	6366	63,66
	406523	500016	536700	562527	576449	585953	598149	610598	623432	636535	636,2
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50	4,30
	98,49	99,01	00,17	99,25	99,30	99,33	99,36	99,42	99,46	99,50	9,92
	998,46	999,00	999,20	999,20	999,20	999,20	999,40	999,60	999,40	999,40	31,00
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,64	8,53	3,18
	34,12	30,81	29,46	28,71	28,24	27,91	27,49	27,05	26,60	26,12	5,84
	67,47	148,51	141,10	137,10	134,60	132,90	130,60	128,30	125,90	123,50	12,94
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,77	5,63	2,78
	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,80	14,37	13,93	13,46	4,60
	74,13	61,24	56,18	53,43	51,71	50,52	49,00	47,41	45,77	44,05	8,61
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,53	4,36	2,57
	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,27	9,89	9,47	9,02	4,03
	47,04	36,61	33,20	31,09	20,75	28,83	27,64	26,42	25,14	23,78	6,86

Продолжение

$v_2 \backslash v_1$	1	2	3	4	5	6	8	12	24	$\infty$	t
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,84	3,67	2,45
	13,74	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,10	7,72	7,31	6,88	3,71
	35,51	26,99	23,70	21,90	20,81	20,03	19,03	17,99	16,89	15,75	5,96
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,41	3,23	2,36
	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	6,84	6,47	6,07	5,65	3,50
	29,22	21,69	18,77	17,19	16,21	15,52	14,63	13,71	12,73	11,70	5,40
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,99	2,31
	11,26	8,65	7,59	7,10	6,63	6,37	6,03	5,67	5,28	4,86	3,36
	25,42	18,49	15,83	14,39	13,49	12,86	12,04	11,19	10,30	9,35	5,04
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,71	2,26
	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,47	5,11	4,73	4,31	3,25
	22,86	16,39	13,90	12,56	11,71	11,13	10,37	9,57	8,72	7,81	4,78
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54	2,23
	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,06	4,71	4,33	3,91	3,17
	21,04	14,91	12,55	11,28	10,48	9,92	9,20	8,45	7,64	6,77	4,59
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,40	2,20
	9,65	7,20	6,22	5,67	5,32	5,07	4,74	4,40	4,02	3,60	3,11
	19,69	13,81	11,56	10,35	9,58	9,05	8,35	7,62	6,85	6,00	4,49
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,50	2,30	2,18
	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,50	4,16	3,78	3,36	3,06
	18,64	12,98	10,81	9,63	8,89	8,38	7,71	7,00	6,25	5,42	4,32



$v_2 \backslash v_1$	1	2	3	4	5	6	8	12	24	$\infty$	t
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,42	2,21	2,16
	9,07	6,70	5,74	5,20	4,86	4,62	4,30	3,96	3,59	3,16	3,01
	17,81	12,31	10,21	9,07	8,35	7,86	7,21	6,52	5,78	4,97	4,12
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,35	2,13	2,14
	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	4,14	3,80	3,43	3,00	2,98
	17,14	11,78	9,73	8,62	7,92	7,44	6,80	6,13	5,41	4,60	4,14
15	4,45	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,29	2,07	2,13
	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,00	3,67	3,29	2,87	2,95
	16,59	11,34	9,34	8,25	7,57	7,09	6,47	5,81	5,10	4,31	4,07
16	4,41	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01	2,12
	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	3,89	3,55	3,18	2,75	2,92
	16,12	10,97	9,01	7,94	7,27	6,80	6,20	5,55	4,85	4,06	4,02
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,19	1,96	2,11
	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,79	3,45	3,08	2,65	2,90
	15,72	10,66	8,73	7,68	7,02	6,56	5,96	5,32	4,63	3,85	3,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,15	1,92	2,10
	8,28	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,71	3,37	3,01	2,57	2,88
	15,38	10,39	8,49	7,46	6,81	6,35	5,76	5,13	4,45	3,67	3,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,11	1,88	2,09
	8,18	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,63	3,30	2,92	2,49	2,86
	15,08	10,16	8,28	7,26	6,61	6,18	5,59	4,97	4,29	3,52	3,88

$v_2 \backslash v_1$	1	2	3	4	5	6	8	12	24	$\infty$	t
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,08	1,84	2,09
	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,56	3,23	2,86	2,42	2,84
	14,82	9,95	8,10	7,10	6,46	6,02	5,44	4,82	4,15	3,38	3,85
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,25	2,05	1,82	2,08
	8,02	5,78	4,87	4,37	4,04	3,81	3,51	3,17	2,80	2,36	2,83
	14,62	9,77	7,94	6,95	6,32	5,88	5,31	4,70	4,03	3,26	3,82
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,23	2,03	1,78	2,07
	7,94	5,72	4,82	4,31	3,99	3,75	3,45	3,12	2,75	2,30	2,82
	14,38	9,61	7,80	6,81	6,19	5,76	5,19	4,58	3,92	3,15	3,79
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,38	2,20	2,00	1,76	2,07
	7,88	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	3,41	3,07	2,70	2,26	2,81
	14,19	9,46	7,67	6,70	6,08	5,56	5,09	4,48	3,82	3,05	3,77
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,18	1,98	1,73	2,06
	7,82	5,61	4,72	4,22	3,90	3,67	3,36	3,03	2,66	2,21	2,80
	14,03	9,34	7,55	6,59	5,98	5,55	4,99	4,39	3,84	2,97	3,75
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,34	2,16	1,96	1,71	2,06
	7,77	5,57	4,68	4,18	3,86	3,63	3,32	2,99	2,62	2,17	2,79
	13,88	9,22	7,45	6,49	5,89	5,46	4,91	4,31	3,66	2,87	3,72
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,15	1,95	1,69	2,06
	7,72	5,53	4,64	4,14	3,82	3,59	3,29	2,96	2,58	2,13	2,78
	13,74	9,12	7,36	6,41	5,80	5,38	4,83	4,24	3,59	2,82	3,71

$v_2 \backslash v_1$	1	2	3	4	5	6	8	12	24	$\infty$	t
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,30	2,13	1,93	1,67	2,05
	7,68	5,49	4,60	4,11	3,78	3,56	3,26	2,93	2,55	2,10	2,77
	13,61	9,02	7,27	6,33	5,73	5,31	4,76	4,17	3,52	2,76	3,69
28	4,19	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,29	2,12	1,91	1,65	2,05
	7,64	5,45	4,57	4,07	3,75	3,53	3,23	2,90	2,52	2,06	2,76
	13,50	8,93	7,18	6,25	5,66	5,24	4,69	4,11	3,46	2,70	3,67
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,28	2,10	1,90	1,64	2,05
	7,60	5,42	4,54	4,04	3,73	3,50	3,20	2,87	2,49	2,03	2,76
	13,39	8,85	7,12	6,19	5,59	5,18	4,65	4,05	3,41	2,64	3,66
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,89	1,62	2,04
	7,56	5,39	4,51	4,02	3,70	3,47	3,17	2,84	2,47	2,01	2,75
	13,29	8,77	7,05	6,12	5,53	5,12	4,58	4,00	3,36	2,59	3,64
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,10	1,92	1,70	1,39	2,00
	7,08	4,98	4,13	3,65	3,34	3,12	2,82	2,50	2,12	1,60	2,66
	11,97	7,76	6,17	5,31	4,76	4,37	3,87	3,31	2,76	1,90	3,36
$\infty$	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	1,94	1,75	1,52	1,03	1,96
	6,64	4,60	3,78	3,32	3,02	2,80	2,51	2,18	1,79	1,04	2,58
	10,83	6,91	5,42	4,62	4,10	3,74	3,27	2,74	2,13	1,05	3,29

Таблица Z-преобразования Фишера

$$Z = \frac{1}{2} \{ \ln(1+r) - \ln(1-r) \}$$

r	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,0101	0,0200	0,0300	0,0400	0,0501	0,0601	0,0701	0,0802	0,0902
1	0,1003	0,1104	0,1206	0,1308	0,1409	0,1511	0,1614	0,1717	0,1820	0,1923
2	0,2027	0,2132	0,2237	0,2342	0,2448	0,2554	0,2661	0,2769	0,2877	0,2986
3	0,3095	0,3205	0,3316	0,3428	0,3541	0,3654	0,3767	0,3884	0,4001	0,4118
4	0,4236	0,4356	0,4477	0,4599	0,4722	0,4847	0,4973	0,5101	0,5230	0,5361
5	0,5493	0,5627	0,5764	0,5901	0,6042	0,6184	0,6328	0,6475	0,6625	0,6777
6	0,6932	0,7089	0,7250	0,7414	0,7582	0,7753	0,7928	0,8107	0,8291	0,8480
7	0,8673	0,8872	0,9077	0,9287	0,9505	0,9730	0,9962	1,0203	1,0454	1,0714
8	1,0986	1,1270	1,1568	1,1881	1,2212	1,2562	1,2933	1,3331	1,3758	1,4219
9	1,4722	1,5275	1,5890	1,6584	1,7381	1,8318	1,9459	2,0923	2,2976	2,6467
0,99	2,6466	2,6996	2,7587	2,8257	2,9031	2,9945	3,1063	3,2504	3,4534	3,8002

## Критерий Колмогорова

Точные и асимптотические границы для верхней грани модуля разности истинной и эмпирической функций распределения

n	Уровень значимости 0,05			Уровень значимости 0,01		
	точная граница	асимптотическая граница	отношение	точная граница	асимптотическая граница	отношение
5	0,5633	0,6074	1,078	0,6685	0,7279	1,089
10	0,4087	0,4295	1,051	0,4864	0,5147	1,058
15	0,3375	0,3507	1,039	0,4042	0,4202	1,040
20	0,2939	0,3037	1,033	0,3524	0,3639	1,033
25	0,2639	0,2716	1,029	0,3165	0,3255	1,028
30	0,2417	0,2480	1,026	0,2898	0,2972	1,025
40	0,2101	0,2147	1,022	0,2521	0,2574	1,021
50	0,1884	0,1921	1,019	0,2260	0,2302	1,018
60	0,1723	0,1753	1,018	0,2067	0,2101	1,016
70	0,1597	0,1623	1,016	0,1917	0,1945	1,015
80	0,1496	0,1518	1,015	0,1795	0,1820	1,014
90	0,1412	0,1432	1,014			
100	0,1340	0,1358	1,013			

При  $n > 100$  следует применять асимптотические границы  $\bar{\epsilon}_{0,05} = \frac{1,36}{\sqrt{n}}$  и  $\bar{\epsilon}_{0,01} = \frac{1,63}{\sqrt{n}}$ , для которых истинные коэффициенты доверия несколько больше заданных величин 0,95 и 0,99 соответственно.

Таблица 5%-ного и 1%-ного уровней  
вероятности коэффициентов корреляции ( $r_a$ )

Размер выборки	Положительные значения $r_a$		Отрицательные значения $r_a$	
	5%-ный уровень	1%-ный уровень	5%-ный уровень	1%-ный уровень
5	0,253	0,297	-0,753	-0,798
6	0,354	0,447	-0,708	-0,863
7	0,370	0,510	-0,674	-0,799
8	0,371	0,531	-0,625	-0,764
9	0,366	0,533	-0,593	-0,737
10	0,360	0,525	-0,564	-0,705
11	0,353	0,515	-0,539	-0,679
12	0,348	0,505	-0,516	-0,655
13	0,341	0,495	-0,497	-0,634
14	0,335	0,485	-0,479	-0,615
15	0,328	0,475	-0,462	-0,597
20	0,299	0,432	-0,399	-0,524
25	0,276	0,398	-0,356	-0,473
30	0,257	0,370	-0,324	-0,433
35	0,242	0,347	-0,300	-0,401
40	0,229	0,329	-0,279	-0,376
45	0,218	0,313	-0,262	-0,256
50	0,208	0,301	-0,248	-0,339

**Таблица вычисления значений по ряду Фурье**

Для изучения сезонности как периодической функции Фурье за  $n$  берется число месяцев года, тогда ряд динамики по отношению к значениям определится в виде следующих значений  $y$ :

$$0 \quad \frac{\pi}{6} \quad \frac{\pi}{3} \quad \frac{\pi}{2} \quad \frac{2\pi}{3} \quad \frac{5\pi}{6} \quad \pi \quad \frac{7\pi}{6} \quad \frac{4\pi}{3} \quad \frac{3\pi}{2} \quad \frac{5\pi}{3} \quad \frac{11\pi}{6}$$

$$y_1 \quad y_2 \quad y_3 \quad y_4 \quad y_5 \quad y_6 \quad y_7 \quad y_8 \quad y_9 \quad y_{10} \quad y_{11} \quad y_{12}$$

Для вычисления синусов и косинусов разных гармоник пользуются следующей таблицей.

Значения  $\cos kt$  и  $\sin kt$  для различных значений  $t$

$t$	$\cos t$	$\cos 2t$	$\sin t$	$\sin 2t$
0	1	1	0	0
$\frac{\pi}{6}$	0,866	0,5	0,5	0,866
$\frac{\pi}{3}$	0,5	-0,5	0,866	0,866
$\frac{\pi}{2}$	0	-1	1	0
$\frac{2\pi}{3}$	-0,5	-0,5	0,866	-0,866
$\frac{5\pi}{6}$	-0,866	0,5	0,5	-0,866
$\pi$	-1	1	0	0
$\frac{7\pi}{6}$	-0,866	0,5	-0,5	0,866
$\frac{4\pi}{3}$	-0,5	-0,5	-0,866	0,866
$\frac{3\pi}{2}$	0	-1	-1	0
$\frac{5\pi}{3}$	0,5	-0,5	-0,866	-0,866
$\frac{11\pi}{6}$	0,866	0,5	-0,5	-0,866

Значения средней  $\mu$  и стандартных ошибок  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$   
для  $n$  от 10 до 50

$n$	$\mu$	$\sigma_1$	$\sigma_2$
10	3,858	1,288	1,964
15	4,636	1,521	2,153
20	5,195	1,677	2,279
25	5,632	1,791	2,373
30	5,990	1,882	2,447
35	6,294	1,956	2,509
40	6,557	2,019	2,561
45	6,790	2,072	2,606
50	6,998	2,121	2,645



**Квантили распределения выборочных характеристик  
эксцесса  $E_k$  и асимметрии  $A_s$**

Объем выборки $n$	Критические значения коэффициента					
	эксцесса $E_k$ при $1-\alpha$				асимметрии $A_s$ при $1-\alpha$	
	0,99	0,95	0,05	0,01	0,95	0,99
50	4,92	4,01	2,13	1,95	0,533	0,787
100	40	3,77	35	2,18	389	567
150	14	66	45	30	321	464
200	3,98	57	51	37	280	403
250	87	51	55	42	251	360
300	79	47	59	46	230	329
350	72	44	62	50	213	305
400	67	41	64	52	200	285
450	63	39	66	55	188	269
500	60	37	67	57	179	255
550	57	35	69	58	171	243
600	54	34	70	60	163	233
650	52	33	71	61	157	224
700	50	31	72	62	151	215
750	48	30	73	64	146	208
800	46	29	74	65	142	202
850	45	28	74	66	138	196
900	43	28	75	66	134	190
950	42	27	76	67	130	185
1000	41	26	76	68	127	180
1200	37	24	78	71	116	165
1400	34	22	80	72	107	152
1600	32	21	81	74	100	142
1800	30	20	82	76	095	134
2000	28	18	83	77	090	127
2500	25	16	85	79	080	114
3000	22	15	86	81	073	104
3500	21	14	87	82	068	096
4000	19	13	88	83	064	090
4500	18	12	88	84	060	085
5000	17	12	89	85	057	081

Критические значения кумулятивного  $T$ -критерия при  $\alpha = 0,05$ 

$n$	Для проверки существенности тренда	
	$T$	$t$
6	2,62	2,11
7	3,11	2,10
8	3,59	2,09
9	4,07	2,09
10	4,55	2,09
11	5,02	2,08
12	5,49	2,08
13	5,96	2,07
14	6,42	2,07
15	6,89	2,06
16	7,36	2,06
17	7,82	2,06
18	8,29	2,05
19	8,76	2,05
20	9,22	2,04

Распределение критерия Дарбина–Уотсона для положительной автокорреляции (для 5%-ного уровня значимости)

n	V=1		V=2		V=3		V=4		V=5	
	d <sub>1</sub>	d <sub>2</sub>	d <sub>1</sub>	d <sub>2</sub>	d <sub>1</sub>	d <sub>2</sub>	d <sub>1</sub>	d <sub>2</sub>	d <sub>1</sub>	d <sub>2</sub>
15	1,08	1,36	0,95	1,54	0,82	1,75	0,69	1,97	0,56	2,21
16	1,10	1,37	0,98	1,54	0,86	1,73	0,74	1,93	0,62	2,15
17	1,13	1,38	1,02	1,54	0,90	1,71	0,78	1,90	0,67	2,10
18	1,16	1,39	1,05	1,53	0,93	1,69	0,82	1,87	0,71	2,06
19	1,18	1,40	1,08	1,53	0,97	1,68	0,86	1,85	0,75	2,02
20	1,20	1,41	1,10	1,54	1,00	1,68	0,90	1,83	0,79	1,99
21	1,22	1,42	1,13	1,54	1,03	1,67	0,93	1,81	0,83	1,96
22	1,24	1,43	1,15	1,54	1,05	1,66	0,96	1,80	0,86	1,94
23	1,26	1,44	1,17	1,54	1,08	1,66	0,99	1,79	0,90	1,92
24	1,27	1,45	1,19	1,55	1,10	1,66	1,01	1,78	0,93	1,90
25	1,29	1,45	1,21	1,55	1,12	1,66	1,04	1,77	0,95	1,89
26	1,30	1,46	1,22	1,55	1,14	1,65	1,06	1,76	0,98	1,89
27	1,32	1,47	1,24	1,56	1,16	1,65	1,08	1,76	1,01	1,86
28	1,33	1,48	1,26	1,56	1,18	1,65	1,10	1,75	1,03	1,85
29	1,34	1,48	1,27	1,56	1,20	1,65	1,12	1,74	1,05	1,84
30	1,35	1,49	1,28	1,57	1,21	1,65	1,14	1,74	1,07	1,83
31	1,36	1,50	1,30	1,57	1,23	1,65	1,16	1,74	1,09	1,83
32	1,37	1,50	1,31	1,57	1,24	1,65	1,18	1,73	1,11	1,82
33	1,38	1,51	1,32	1,58	1,26	1,63	1,19	1,73	1,13	1,81
34	1,39	1,51	1,33	1,58	1,27	1,65	1,21	1,73	1,15	1,81
35	1,40	1,52	1,34	1,58	1,28	1,65	1,22	1,73	1,16	1,80
36	1,41	1,52	1,35	1,59	1,29	1,65	1,24	1,73	1,18	1,80
37	1,42	1,53	1,36	1,59	1,31	1,66	1,25	1,72	1,19	1,80
38	1,43	1,54	1,37	1,59	1,32	1,66	1,26	1,72	1,21	1,79
39	1,43	1,54	1,38	1,60	1,33	1,66	1,27	1,72	1,22	1,79
40	1,44	1,54	1,39	1,60	1,34	1,66	1,29	1,72	1,23	1,79
45	1,48	1,57	1,43	1,62	1,38	1,67	1,34	1,72	1,29	1,78
50	1,50	1,59	1,46	1,63	1,42	1,67	1,38	1,72	1,34	1,77
55	1,53	1,60	1,49	1,64	1,45	1,68	1,41	1,72	1,38	1,77
60	1,55	1,62	1,51	1,65	1,48	1,69	1,44	1,73	1,41	1,77
65	1,57	1,63	1,54	1,66	1,50	1,70	1,47	1,73	1,44	1,77
70	1,58	1,64	1,55	1,67	1,52	1,70	1,49	1,74	1,46	1,77
75	1,60	1,65	1,57	1,68	1,54	1,71	1,51	1,74	1,49	1,77
80	1,61	1,66	1,59	1,69	1,56	1,72	1,53	1,74	1,51	1,77
85	1,62	1,67	1,60	1,70	1,57	1,72	1,55	1,75	1,52	1,77
90	1,63	1,68	1,61	1,70	1,59	1,73	1,57	1,75	1,54	1,78
95	1,64	1,69	1,62	1,71	1,60	1,73	1,58	1,75	1,56	1,78
100	1,65	1,69	1,63	1,72	1,61	1,74	1,59	1,76	1,57	1,78

## 200 крупнейших по размеру собственного капитала банков России (по состоянию на 01.01.03, млн руб.)

Место	Название банка	Город	Капитал	Чистые активы	Обязательства	Кредиты	Ценные бумаги	Средства на корсчете в ЦБ	Вклады граждан	Расчетные счета	Средства бюджета и внебюджетных фондов	Прибыль
1	Сбербанк России	Москва	119191	1073130	972339	596645	291974	12964	691335	140327	15185	36417
2	Внешторгбанк	Москва	52516	178791	123323	116806	39936	4032	15096	27239	1166	13133
3	Международный промышленный банк	Москва	27700	113664	87465	77379	19001	529	690	12234	28	518
4	Газпромбанк	Москва	25822	155539	137429	82536	21250	7395	14536	36772	720	3415
5	Альфа-банк	Москва	22114	139905	121464	123961	13291	2234	23357	31140	1437	372
6	Банк Москвы	Москва	10563	90332	86880	55587	16419	4038	25363	20092	11592	1011
7	Глобэкс	Москва	10389	16578	6295	15109	666	495	409	630	0	242
8	МДМ-банк	Москва	8165	79471	74007	43961	17397	2677	4029	14549	6330	145
9	Росбанк	Москва	8135	63368	57112	35005	17416	1065	11698	12757	725	1685
10	Уралсиб	Уфа	7301	43129	35859	26483	6878	1804	7381	6479	3708	934
11	Ситибанк	Москва	6868	57821	52289	36183	8348	1293	664	11805	0	2635
12	Петрокоммерц	Москва	6424	30978	25726	16347	8639	3045	3903	5858	3058	1372
13	Никойл	Москва	6412	22311	16571	15816	3550	1103	3665	3309	0	502
14	Национальный резервный банк	Москва	5400	16068	11388	4909	8459	75	316	1614	0	1463

Место	Название банка	Город	Капитал	Чистые активы	Обязательства	Кредиты	Ценные бумаги	Средства на корсчете в ЦБ	Вклады граждан	Расчетные счета	Средства бюджета и внебюджетных фондов	Прибыль
15	Российский банк развития	Москва	5196	6588	1095	3081	2648	74	0	239	0	570
16	Международный московский банк	Москва	5170	74104	75675	48737	14316	2169	6492	10630	0	1222
17	Доверительный и инвестиционный банк	Москва	5153	31627	26590	14522	7747	202	1228	7216	0	2173
18	Промышленно-строительный банк	Санкт-Петербург	4467	46331	43618	32747	7727	1002	8225	10719	3941	1845
19	Номос-банк	Москва	4357	19422	15453	15686	4820	409	1177	1949	0	215
20	Россельхозбанк	Москва	4033	9203	5018	5456	1881	459	0	1263	134	336
21	Собинбанк	Москва	3917	14251	10652	12352	5	518	1883	1937	0	18
22	Еврофинанс	Москва	3896	23787	20450	5963	8518	864	642	6910	2	794
23	Менатеп Санкт-Петербург	Санкт-Петербург	3660	37528	36705	20256	8264	3249	6562	14202	160	694
24	Гута-Банк	Москва	3621	23779	21661	17334	1263	447	2527	5270	34	82
25	Райффайзенбанк Австрия	Москва	3564	40927	39811	30354	1787	1096	8715	7412	0	1405
26	БИН	Москва	3327	17881	15398	8691	4601	2247	2739	2388	5027	220

Продолжение

Место	Название банка	Город	Капитал	Чистые активы	Обязательства	Кредиты	Ценные бумаги	Средства на корсчете в ЦБ	Вклады граждан	Расчетные счета	Средства бюджета и внебюджетных фондов	Прибыль
27	Банк «Зенит»	Москва	3280	21955	20240	15530	2507	1076	2292	3580	0	654
28	АК Барс	Казань	3224	14757	12196	8052	2350	1310	1279	4139	975	551
29	Легпромбанк	Москва	3087	3574	594	1585	1539	0	9	525	0	-18
30	Московский банк реконструкции и развития	Москва	2865	10083	7778	6070	1735	1193	870	2773	0	92
31	Дойче банк	Москва	2755	12082	9589	10190	974	50	0	600	0	504
32	Ханты-мансийский банк	Ханты-Мансийск	2717	12215	10130	5160	1501	2956	897	4372	1321	324
33	Импэксбанк	Москва	2613	13851	11799	7423	3991	469	5310	2259	17	229
34	Промсвязьбанк	Москва	2609	22781	20836	11924	6679	730	1678	6438	29	445
35	Российский капитал	Москва	2562	7341	4665	6219	233	133	863	1269	0	1
36	Олимпийский	Москва	2444	9454	7741	3945	3985	69	300	2827	0	214
37	Татфондбанк	Казань	2443	7906	5781	6377	618	317	566	722	101	117
38	Лэфко-банк	Москва	2428	4269	1943	1595	2120	56	437	836	0	54
39	Транскредитбанк	Москва	2346	15082	13265	10708	1752	1092	466	8350	0	392
40	МИБ	Москва	2210	6291	4918	5598	216	69	212	755	174	219
41	Банк кредит свисс ферст бостон АО	Москва	2166	9999	7580	3	33	335	3	118	0	782

Место	Название банка	Город	Капитал	Чистые активы	Обязательства	Кредиты	Ценные бумаги	Средства на корсчете в ЦБ	Вклады граждан	Расчетные счета	Средства бюджета и внебюджетных фондов	Прибыль
42	Промторгбанк	Москва	2109	5116	3995	4344	137	69	571	1388	0	44
43	Содбизнесбанк	Москва	2094	4181	2116	684	242	210	198	712	0	67
44	Евразбанк	Москва пос.	2046	2412	371	824	1111	31	13	21	0	148
45	Дрезднер Банк	Немчиновка, 1 Санкт-Петербург	2015	7698	6036	4782	365	588	785	1905	0	445
46	Авангард	Москва	1948	9952	7983	7954	1483	194	479	3347	6	324
47	Оргрэс-банк	Москва	1898	4985	3165	2515	772	730	61	1450	0	28
48	Моснарбанк	Москва	1884	7639	6481	5116	873	4	685	412	0	75
49	Автобанк	Москва	1872	15110	13433	6720	4162	827	6094	2767	167	264
50	Мастер-банк	Москва	1865	4613	2869	833	404	673	522	1628	99	170
51	Абн Амро банк А. О.	Москва	1756	133349	12674	7521	2388	455	1227	4486	0	826
52	Нефтегазбанк	Москва	1734	2422	683	1654	754	21	7	452	0	-35
53	Конверсбанк	Москва	1733	2644	894	1273	638	20	41	60	0	14
54	Инг Банк (Евразия)	Москва	1729	15764	14401	12749	1077	312	852	2403	0	209
55	Межтопэнерго-банк	Москва	1699	5024	3509	3869	359	46	289	1835	0	67
56	Центрокредит	Москва	1696	7655	6372	4929	2073	122	226	1803	0	608

Продолжение

Место	Название банка	Город	Капитал	Чистые активы	Обязательства	Кредиты	Ценные бумаги	Средства на корсчете в ЦБ	Вклады граждан	Расчетные счета	Средства бюджета и внебюджетных фондов	Прибыль
57	Московский индустриальный банк	Москва	1693	12229	10506	7185	2189	682	2574	3720	50	216
58	Судостроительный банк	Москва	1685	8412	6833	3119	868	405	73	1479	0	24
59	Русский банк Имущественной опеки	Москва	1666	2019	380	1238	655	41	105	185	0	6
60	Кредиттраст	Москва	1629	5251	4136	1627	1128	244	169	1026	0	123
61	Росевробанк	Москва	1613	5835	4874	2123	918	598	349	2792	0	47
62	Сургутнефтегаз-банк	Сургут	1552	28163	29467	4293	1287	302	5390	3005	0	174
63	Абсолют банк	Москва	1543	5147	3913	4195	226	336	342	996	0	53
64	Возрождение	Москва	1533	16862	15945	10908	3030	677	5342	3098	2348	308
65	Московский кредитный банк	Москва	1532	6046	4656	3820	1165	701	740	1754	0	54
66	Северо-восточный альянс	Москва	1524	9599	8893	2684	3013	3191	132	3722	0	336
67	Визави	Москва	1523	5708	4174	204	660	35	64	329	0	4
68	Империал	Москва	1431	2301	1130	155	1653	0	20	69	12	1760
69	Русь-банк	Москва	1429	5258	4226	2603	2041	77	117	654	0	172



Место	Название банка	Город	Капитал	Чистые активы	Обязательства	Кредиты	Ценные бумаги	Средства на корсчете в ЦБ	Вклады граждан	Расчетные счета	Средства бюджета и внебюджетных фондов	Прибыль
70	Нижегородпромстройбанк	Нижний Новгород	1367	5079	3727	3393	30	405	1412	1096	17	283
71	Металлинвестбанк	Москва	1355	4814	3576	4183	260	325	338	879	0	93
72	Кредит Урал банк	Магнитогорск	1326	4430	3225	3130	0	551	1497	826	4	540
73	Диалог-оптим	Москва	1288	6710	5585	3646	1375	200	748	1489	39	95
74	Славинвестбанк	Москва	1285	3765	2624	3000	223	333	169	382	0	38
75	Алеф-банк	Москва	1274	2648	1607	822	0	47	32	380	0	36
76	Креди лионэ русбанк	Санкт-Петербург	1273	7463	5940	6015	0	145	56	851	0	482
77	Ингосстрах-союз	Москва	1193	8127	7146	3950	3612	165	323	1622	0	129
78	Пробизнесбанк	Москва	1187	7345	6527	6223	854	364	369	1165	459	39
79	Русский стандарт	Москва	1180	5975	4688	4557	0	134	449	585	0	452
80	Международный банк Санкт-Петербурга	Санкт-Петербург	1173	11031	10576	4052	4231	220	563	3717	0	126

Продолжение

Место	Название банка	Город	Капитал	Чистые активы	Обязательства	Кредиты	Ценные бумаги	Средства на корсчете в ЦБ	Вклады граждан	Расчетные счета	Средства бюджета и внебюджетных фондов	Прибыль
81	Мосстрой-экономбанк	Москва	1171	3013	1814	1105	316	132	569	987	0	60
82	Смоленский банк	Смоленск	1165	1714	552	254	284	39	86	203	0	5
83	Девон-кредит	Альметьевск	1165	4839	3844	2669	10	359	1798	1887	0	177
84	Держава	Москва	1156	4825	4025	4084	170	295	659	2502	0	114
85	Проминвестбанк	Москва	1138	1509	406	177	1062	140	65	298	0	13
86	Финпромбанк	Москва	1128	4585	3874	3284	473	229	50	873	0	30
87	Объединенный банк промышленных инвестиций	Москва	1118	1918	846	1297	26	186	46	550	0	5
88	Запсибкомбанк	Салехард	1074	10151	9574	5741	1591	1300	2648	4040	1225	436
89	Электроника	Москва	1070	3873	2839	1857	1674	349	131	729	21	83
90	Росинбанк	Москва	1062	1832	845	1532	98	97	0	332	0	11
91	Балтийский банк развития	Москва	1052	2018	978	656	250	12	13	64	0	2
92	Евротраст	Москва	1050	5546	4513	3716	623	336	155	1183	0	123
93	БПФ	Москва	1049	1776	748	620	889	2	45	235	0	2

Место	Название банка	Город	Капитал	Чистые активы	Обязательства	Кредиты	Ценные бумаги	Средства на корсчете в ЦБ	Вклады граждан	Расчетные счета	Средства бюджета и внебюджетных фондов	Прибыль
94	Красбанк	Москва	1039	3202	2225	988	789	438	94	1038	0	27
95	Славянский банк	Москва	1037	2191	1390	1257	561	44	459	431	0	51
96	Русский банк развития	Москва	1035	5024	4144	2808	809	84	240	1495	0	16
97	Кредитный агропромбанк	Лыткарино	1025	5621	4909	2954	339	173	569	2078	13	45
98	Международный банк развития	Москва	1010	2228	1382	809	1056	213	46	445	0	29
99	Интернациональ	Москва	1002	1112	119	1139	5	34	8	84	0	7
100	Дж. П. Морган банк интернэшнл	Москва	997	4794	3802	2701	1115	6	0	212	0	87
101	АСБ-банк	Москва	990	1827	1085	994	404	33	17	85	0	37
102	Инкасбанк	Санкт-Петербург	975	3661	2873	3391	203	113	328	1061	0	11
103	Ист бридж банк	Москва	974	2649	1716	831	180	571	19	578	0	28
104	Транстройбанк	Москва	972	2534	1894	1668	324	169	56	245	0	13
105	Союзобшемашбанк	Москва	969	1899	797	1402	305	96	127	191	0	284

Продолжение

Место	Название банка	Город	Капитал	Чистые активы	Обязательства	Кредиты	Ценные бумаги	Средства на корсчете в ЦБ	Вклады граждан	Расчетные счета	Средства бюджета и внебюджетных фондов	Прибыль
106	Коммерцбанк (Евразия)	Москва	946	15028	14432	11621	171	83	0	734	0	239
107	Русский генеральный банк	Москва	917	7146	6599	3178	2359	671	267	2697	0	70
108	Локо-банк	Москва	893	3162	2325	2492	136	312	270	516	0	47
109	Национальный космический банк	Москва	849	2175	1370	819	992	103	182	206	0	13
110	БВТ	Москва	843	1789	979	561	971	36	51	282	2	24
111	Транскапитал-банк	Москва	815	5017	4542	2912	602	802	542	1450	41	91
112	Газэнергопром-банк	пос. Газопровод	804	5932	5476	2287	894	1156	596	2773	27	92
113	Уральский банк реконструкции и развития	Екатеринбург	800	4593	4019	3704	119	157	2424	530	6	25
114	Саровбизнес-банк	Саров	797	3377	2447	1777	821	20	609	667	2	167
115	Первое общество взаимного кредита	Москва	796	5712	5192	3332	1334	81	1486	1303	1	12

Место	Название банка	Город	Капитал	Чистые активы	Обязательства	Кредиты	Ценные бумаги	Средства на корсчете в ЦБ	Вклады граждан	Расчетные счета	Средства бюджета и внебюджетных фондов	Прибыль
116	Петровский народный банк	Санкт-Петербург	788	9252	9025	3449	190	344	2917	2198	975	51
117	Ялы креди Москва банк	Москва	783	2614	1976	1557	667	75	109	206	0	163
118	Альба альянсбанк	Талдом	779	2748	1773	264	115	206	276	1199	0	85
119	Оптбанк	Москва	778	2732	2032	2238	143	75	78	797	0	27
120	Первомайский	Ижевск	770	2231	1481	489	993	71	289	226	0	7
121	Балтийский банк	Санкт-Петербург	768	8810	8297	6017	568	445	3046	2252	14	308
122	Московско-парижский банк	Москва	765	1196	452	472	419	43	64	180	0	24
123	Металлургический коммерческий банк	Череповец	764	1902	1166	1267	342	195	38	664	0	195
124	Вестдойче лан-десбанк Восток	Москва	758	8430	8037	5986	2391	16	6	772	0	141
125	Инвестторгбанк	Москва	750	2562	1874	1453	518	166	423	813	0	10
126	Банк «Санкт-Петербург»	Санкт-Петербург	749	7689	7344	4114	1756	198	941	2269	1015	54

Продолжение

Место	Название банка	Город	Капитал	Чистые активы	Обязательства	Кредиты	Ценные бумаги	Средства на корсчете в ЦБ	Вклады граждан	Расчетные счета	Средства бюджета и внебюджетных фондов	Прибыль
127	Таврический	Санкт-Петербург	743	3441	2838	3038	102	202	453	690	0	37
128	Интрастбанк	Москва	739	3136	2547	1748	830	35	32	198	0	47
129	Автогазбанк	Нижний Новгород	732	2229	1521	1539	103	73	212	188	0	35
130	Гаранти-банк Москва	Москва	729	2831	2087	1124	814	120	51	389	0	146
131	МИ-Банк	Москва	728	1461	717	676	419	80	94	185	0	19
132	Автовазбанк	Тольятти	726	2922	2297	1063	575	71	676	375	1	123
133	Автомобильный банкирский дом	Тольятти	701	1778	1103	1363	63	72	330	291	0	335
134	Балтонэксим банк	Санкт-Петербург	697	4122	3687	2249	829	239	151	1240	827	71
135	Всероссийский банк развития регионов	Москва	691	6334	6033	2440	666	392	95	2532	0	89

Место	Название банка	Город	Капитал	Чистые активы	Обязательства	Кредиты	Ценные бумаги	Средства на корсчете в ЦБ	Вклады граждан	Расчетные счета	Средства бюджета и внебюджетных фондов	Прибыль
136	Первый республиканский банк	Москва	681	1478	820	650	516	101	29	204	0	6
137	Нефтяной	Москва	679	5184	3708	2165	1056	165	444	2180	0	12
138	Ланта-банк	Москва	673	2276	1815	1010	516	145	412	362	0	10
139	Юникбанк	Москва	663	1227	608	242	691	29	3	60	0	5
140	Челиндбанк	Челябинск	661	4152	3618	2910	392	221	1662	1334	187	151
141	Национальный банк развития	Москва	650	3025	2656	1606	606	257	108	937	0	23
142	Солидарность	Самара	642	4544	4332	2283	417	477	427	1363	918	40
143	БНП Париба	Москва	641	784	137	684	0	0	0	131	0	16
144	БРП	Москва	636	981	342	325	639	40	15	305	0	16
145	Центр-инвест	Ростов-на-Дону	628	2996	2421	2241	42	293	703	965	15	63
146	Аверс	Казань	620	1081	463	582	296	63	60	122	23	12
147	Русский банкирский дом	Москва	618	2499	1970	1723	385	153	793	324	0	4
148	Русич центр банк	Москва	616	1566	976	680	612	91	65	204	0	20
149	Снежинский	Снежинск	608	1464	878	1136	61	71	330	369	0	86

Продолжение

Место	Название банка	Город	Капитал	Чистые активы	Обязательства	Кредиты	Ценные бумаги	Средства на корсчете в ЦБ	Вклады граждан	Расчетные счета	Средства бюджета и внебюджетных фондов	Прибыль
150	Стройкредит	Москва	605	5585	4941	783	1725	297	345	3736	0	41
151	Спурт	Казань	603	1865	1379	1154	504	40	69	306	43	102
152	Банк «Сосьете женераль Вос- ток»	Москва	581	2652	2234	1966	45	150	195	1306	0	188
153	Международный акционерный банк	Москва	563	3425	3220	1945	894	3	28	2400	0	94
154	Казначей	Москва	562	709	140	572	4	38	0	66	0	73
155	Виза	Москва	560	2959	2435	906	521	613	66	732	0	24
156	Фондсервисбанк	Москва	556	3702	3497	2458	201	223	98	2364	1	222
157	Меритбанк	Москва	553	1961	1428	1304	35	60	184	364	0	2
158	Интерпромбанк	Москва	550	5215	4956	2543	1442	316	439	1668	0	57
159	Новикомбанк	Москва	544	5722	5435	2395	1761	358	176	3650	0	79
160	Федеральный промышленный банк	Москва	542	1523	1005	700	549	12	42	395	0	14
161	Евроаксис Банк	Москва	538	4532	4180	1247	1	55	0	854	0	24
162	Месед	Махач- кала	530	898	18	153	575	4	12	5	0	184
163	Русский depo- зитный банк	Москва	530	564	38	157	373	11	9	13	0	16



Место	Название банка	Город	Капитал	Чистые активы	Обязательства	Кредиты	Ценные бумаги	Средства на корсчете в ЦБ	Вклады граждан	Расчетные счета	Средства бюджета и внебюджетных фондов	Прибыль
164	Липецккомбанк	Липецк	529	2313	2026	940	114	328	240	1238	5	35
165	Казанский	Казань	528	2994	2581	1857	438	159	451	797	29	18
166	Сибирское общество взаимного кредита	Улан-Удэ	523	2769	2373	1423	574	129	1159	505	35	9
167	Адмиралтейский	Москва	522	1200	630	492	498	68	65	265	0	7
168	Центральное ОВК	Москва	522	1897	1425	824	591	76	453	238	22	13
169	Московское ипотечное агентство	Москва	521	1011	498	503	285	174	0	0	0	3
170	Транснациональный банк	Москва	520	786	275	56	295	179	23	249	0	11
171	Омский промстройбанк	Омск	520	3802	3364	2585	372	252	2031	644	17	134
172	Российский промышленный банк	Москва	518	2775	2366	1122	798	174	357	689	0	5
173	Альта-Банк	Москва	516	1744	1324	792	643	255	168	827	4	8
174	Петровка	Москва	512	1043	553	308	547	127	48	242	0	10
175	Инвестсоцбанк	Москва	511	823	331	203	482	89	1	219	0	6
176	Югбанк	Краснодар	507	6099	5825	4068	442	371	2027	2691	8	108

Продолжение

Место	Название банка	Город	Капитал	Чистые активы	Обязательства	Кредиты	Ценные бумаги	Средства на корсчете в ЦБ	Вклады граждан	Расчетные счета	Средства бюджета и внебюджетных фондов	Прибыль
177	Бризбанк	Москва	507	658	155	85	352	55	29	86	0	2
178	Федеральный депозитный банк	Москва	506	853	360	251	349	209	134	62	0	7
179	Городской клиентский банк	Москва	504	1210	722	694	158	270	0	270	0	5
180	Капитал	Москва	502	1228	736	756	302	11	79	622	0	221
181	Газбанк	Самара	501	3633	3431	2286	225	359	1066	1065	45	120
182	Бадр-форте банк	Москва	498	962	468	1	23	45	0	108	0	1
183	Петро-аэро-банк	Санкт-Петербург	491	1896	1569	1299	508	54	407	297	4	58
184	Северная казна	Екатеринбург	486	5083	4655	2571	983	68	2267	909	8	229
185	Золото-платина банк	Екатеринбург	480	791	258	276	225	5	31	62	14	2
186	Союзный	Москва	480	1961	1521	991	456	261	69	874	0	17
187	Уралвнешторг-банк	Екатеринбург	478	4481	4191	2030	728	210	1490	769	6	74

Место	Название банка	Город	Капитал	Чистые активы	Обязательства	Кредиты	Ценные бумаги	Средства на корсчете в ЦБ	Вклады граждан	Расчетные счета	Средства бюджета и внебюджетных фондов	Прибыль
188	Русский международный банк	Москва	478	2426	2298	1661	223	326	231	729	0	7
189	Вкабанк	Астрахань	478	1150	474	297	599	76	175	195	6	136
190	АПР-банк	Москва	469	1520	1090	1013	371	17	115	205	0	24
191	НБР	Москва	467	638	171	271	0	16	9	8	0	9
192	Дельтакредит	Москва	466	2364	2104	1958	0	26	54	3	0	-9
193	Уралпромстройбанк	Екатеринбург	464	3087	2674	1692	152	202	1052	819	80	47
194	Судкомбанк	Москва	458	827	382	309	453	58	81	105	1	5
195	Уралсибсоцбанк	Екатеринбург	453	1754	1419	628	34	434	310	308	587	6
196	Севергазбанк	Вологда	452	3877	3522	2159	342	220	936	807	14	63
197	Военный банк	Москва	450	732	299	295	234	31	74	175	0	8
198	Солидарность	Москва	448	2966	2783	1766	653	37	496	395	1164	49
199	Юникор	Москва	446	2067	1832	1005	493	221	387	457	2	29
200	Социнвестбанк	Уфа	443	2141	1489	903	45	252	444	652	2	38

## Динамика реализации сельскохозяйственных продуктов на рынках города за 2003 г.

№ п/п	Наименование товара	Январь		Февраль		Март		Апрель		Май	
		количество проданных товаров	оборот, руб.	количество проданных товаров	оборот, руб.	количество проданных товаров	оборот, руб.	количество проданных товаров	оборот, руб.	количество проданных товаров	оборот, руб.
1	Капуста цветная, ц	23,3	128150	41,1	217830	36,3	181500	36,0	172800	35,1	157950
2	Картофель поздний, ц	299,8	449700	269,0	484200	246,1	393760	249,4	399040	238,0	357000
3	Капуста свежая, ц	38,8	65960	39,0	78000	40,1	88220	43,0	81700	42,6	72420
4	Капуста квашеная, ц	26,3	118350	35,5	166850	29,0	145000	40,5	214650	30,5	167750
5	Лук репчатый, ц	75,4	75400	82,7	99240	57,8	80920	65,4	71940	45,8	59540
6	Свекла столовая, ц	31,9	44660	35,5	53250	27,4	43840	36,4	65520	25,5	45900
7	Морковь, ц	22,1	37570	29,4	55860	22,6	45200	28,8	51840	22,7	45400
8	Огурцы, ц	26,9	134500	23,2	122960	12,5	62500	8,6	38700	6,3	25200
9	Помидоры, ц	23,0	184000	16,6	124500	11,7	81900	7,8	49920	6,9	41400
10	Яблоки (кроме сушеных), ц	85,1	451030	100,7	553850	37,3	193960	29,5	147500	30,2	154020
11	Груши, ц	50,3	311860	40,2	241200	31,2	196560	19,6	113680	10,8	61560
12	Мед, ц	20,8	168480	39,0	308100	23,8	183260	32,3	258400	27,2	212160

№ п/п	Наименование товара	Январь		Февраль		Март		Апрель		Май	
		количе- ство продан- ных товаров	оборот, руб.	количе- ство продан- ных товаров	оборот, руб.	количе- ство продан- ных товаров	оборот, руб.	количе- ство продан- ных товаров	оборот, руб.	количе- ство продан- ных товаров	оборот, руб.
13	Масло раститель- ное, л	250,5	10521	462,7	18045,3	407,9	16723,9	343,7	14779,1	319,7	14066,8
14	Говядина, ц	106,8	939840	91,1	829010	106,3	999220	120,5	1084500	98,1	931950
15	Баранина, ц	27,4	323320	19,1	231110	23,7	28030	16,9	211250	17,8	218940
16	Свинина, ц	52,9	412620	40,9	331290	66,0	508200	78,9	599640	92,1	690750
17	Сало свиное, ц	17,7	123900	14,3	102960	11,8	86140	16,0	120000	14,8	109520
18	Молоко свежее, тыс. л	17,7	318600	19,4	329800	21,1	422000	20,0	360000	15,6	296400
19	Масло животное, ц	5,1	8670	6,0	10800	5,2	9880	6,2	11160	7,0	13300
20	Творог, ц	5,7	25650	7,2	33840	6,0	29400	7,8	39000	11,5	60950
21	Сметана, ц	2,8	12040	3,6	16200	4,0	18400	5,3	23320	9,8	41160
22	Яйца, дес.	872	18312	1405	26695	1710	34200	3385	67700	4986	99720

**Интернет-ресурсы,  
содержащие статистическую информацию и аналитические обзоры**

Организация	Адрес сайта
Государственный комитет Российской Федерации по статистике	<a href="http://www.gks.ru">http://www.gks.ru</a>
Информационное агентство АК&М	<a href="http://www.akm.ru">http://www.akm.ru</a>
Центральный банк Российской Федерации	<a href="http://www.cbr.ru">http://www.cbr.ru</a>
Московская межбанковская валютная биржа	<a href="http://www.micex.ru">http://www.micex.ru</a>
Федеральная комиссия по рынку ценных бумаг	<a href="http://www.fedcom.ru">http://www.fedcom.ru</a>
Министерство финансов Российской Федерации	<a href="http://www.minfin.ru">http://www.minfin.ru</a>
Министерство Российской Федерации по налогам и сборам	<a href="http://www.nalog.ru">http://www.nalog.ru</a>
Фондовая биржа РТС	<a href="http://www.rtsnet.ru">http://www.rtsnet.ru</a>
Московский городской комитет государственной статистики	<a href="http://www.mosstat.ru">http://www.mosstat.ru</a>
Экономика и жизнь: агентство консультаций и деловой информации	<a href="http://www.akdi.ru">http://www.akdi.ru</a>
Росбизнесконсалтинг Информационные системы	<a href="http://www.rbc.ru">http://www.rbc.ru</a>

# ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ

## Глава 6

6.1. 697 млн. т; 734 млн. т; 781 млн. т. 6.2. Переменная база: 121,0%; 112,1%; 102,7%; постоянная база: 121,0%; 135,6%; 139,2%. 6.3. Грузовые автомобили, %: 96,6; 120,5; 126,9; 118,5; легковые автомобили, %: 85,2; 96,8; 98,3; 103,7. 6.4. 98,4%; 90,1%; 117,8%; 114,9%; 99,7%. 6.5. 139 млрд. руб. 6.6. 117,6%. 6.7. 58180 шт. 6.8. 140%. 6.9. 95,2%. 6.10. Промышленность: задолженность кредиторская – 49,2%, дебиторская – 39,1%; сельское хозяйство – 10,4% и 1,5%. 6.11. ОПС: 2000 г. – 74,3 и 25,7%; 2001 г. – 68,5 и 31,5%. 6.12. ОПК: на 10 грузовых автомашин приходится легковых – 68; 60; 54; 53; 59. 6.13. На 1 тыс. руб. сырья и материалов приходится затрат по другим статьям, руб.: 394; 121; 303; 1212. 6.14. Обеспеченность терапевтами практически не изменилась; педиатрами – возросла на 17%. 6.15. Россия: 5,9 тыс. кВт; 10 кг; 0,22 куб. м. 6.16. 1999 г.: 280 кг; 353 кг; 23 кг. 6.17. Пенсионеры: 70,0%; дети: 91,8%. 6.18. По сравнению с MidLand: 1,7; 10,1; 3,7; 2,6; 1,6. 6.19. Россия по отношению к другим странам, %: 201,4; 57,3; 43,7; 18,0. 6.20. 1992 г.: 57 чел., 302 чел.-дн.; 5,3 чел.-дн. 6.21. 10,8 года. 6.22. 3,9. 6.23. 447,7 руб. 6.24. 79,3 руб.; 86,8.; 82,8 руб. 6.25. 59,4%; 66,6%; 66,1%. 6.26. 456 долл. 6.27. 43,8 га. 6.28. 9,0%. 6.29. 24,2 руб. 6.30. 73 коп. 6.31. 2979 руб. 6.32. 1,1%. 6.33. 87,5%; 91,1%. 6.34. 2256 кг; 3,4%. 6.35. 15,8 мин. 6.36. 60,8%. 6.37. 2,5 руб.; 7 а/м; 4895 ткм.

## Глава 7

7.4.  $\bar{x} = 4$  балла;  $M_0 = 4$  балла;  $M_e = 4$  балла. 7.5.  $M_0 = 42$  размер. 7.6.  $x = 12,4$  млн. руб.;  $M_0 = 7,5$  млн. руб.;  $M_e = 11$  млн. руб. 7.7.  $M_e = 40,2$  года;  $Q_1 \approx 31$  год;  $Q_3 = 47,3$  года;  $D_1 = 23,7$  года;  $D_0 = 53,2$  года. 7.8. Для мужчин:  $M_e = 5,4$  мес;  $Q_1 = 2,7$  мес;  $Q_3 = 7,9$  мес.; Для женщин:  $M_e = 5,3$  мес;  $Q_1 = 3,4$  мес;  $Q_3 = 7,5$  мес. 7.9.  $Q_1 = 280$  млн. руб.;  $Q_3 = 714,3$  млн. руб.;  $D_1 = 144$  млн. руб.;  $D_9 = 920$  млн. руб. 7.10.  $D_1 = 738,1$  руб.;  $D_2 = 996,9$  руб.;

$D_3 = 1238,9$  руб.;  $D_4 = 1480,7$  руб.;  $D_5 = 1771,3$  руб.;  $D_6 = 2106,2$  руб.;  $D_7 = 2580,5$  руб.;  $D_8 = 3112,8$  руб.;  $D_9 = 4084,3$  руб. 7.11.  $R = 9$  лет;  $\bar{d} = 2,1$  года;  $\sigma = 2,5$  года;  $V = 19,8\%$ . 7.12. Для отделения А:  $\bar{x} = 15,7$  слов;  $\bar{d} = 1,5$  слов;  $V_{\bar{d}} = 9,7\%$ ; Для отделения Б:  $\bar{x} = 15,6$  слов;  $\bar{d} = 1,4$  слова;  $V_{\bar{d}} = 9,2\%$ . 7.13.  $\bar{x} = 53,2$  км;  $\sigma = 14,8$  км.;  $V = 27,8\%$ . 7.14. Для 2000 г:  $\bar{x} = 34,4$  лет.;  $\sigma = 11,7$  года;  $V = 34,0\%$ ; для 2003 г:  $\bar{x} = 34,8$  лет.;  $\sigma = 12,1$  года;  $V = 34,8\%$ . 7.15. Для производственной сферы:  $\bar{x} = 6,9$  млн. руб.;  $\sigma = 1,4$  млн. руб.; для не производственной сферы:  $\bar{x} = 2,8$  млн. руб.;  $\sigma = 1,2$  млн. руб. 7.16.  $\bar{x} = 244$  га;  $\sigma^2 = 16764$ ;  $\sigma = 129,5$  га. 7.17.  $\sigma^2 = 10875$ . 7.18.  $V_1 = 8,2\%$ ;  $V_2 = 12,5\%$ ;  $V_3 = 12,2\%$ . 7.19.  $V_1 = 13,9$ ;  $V_2 = 30\%$ ;  $V_3 = 11,5\%$ . 7.20.  $V = 100\%$ . 7.21.  $\bar{x} = 11,4$ . 7.22.  $\bar{x}^2 = 320$ . 7.23.  $\sigma_{10}^2 = 125$ ;  $\sigma_{25}^2 = 200$ . 7.24.  $\sigma_{19}^2 = 85$ . 7.25.  $\sigma_x^2 = 200$ . 7.26.  $V = 50\%$ . 7.27.  $\sigma_i^2 = 322,2$ ;  $\delta_x^2 = 66,7$ ;  $\sigma_{об}^2 = 388,8$ ;  $R^2 = 0,17$ ;  $R = 0,41$ . 7.28.  $\bar{\sigma}_i^2 = 0,632$ ;  $\delta_x^2 = 0,016$ ;  $\sigma_{об}^2 = 0,65$ ;  $R = 0,16$ . 7.29.  $\bar{\sigma}_p^2 = 0,21$ ;  $\delta_p^2 = 0,03$ ;  $\sigma_p^2 = 0,24$ . 7.30.  $\bar{\sigma}_p^2 = 0,22$ ;  $\delta_p^2 = 0,008$ ;  $\sigma_p^2 \approx 0,23$ . 7.31.  $\bar{x} = 13,8$  млн. руб.;  $Mo = 12,3$  млн. руб.;  $\sigma = 2,7$  млн. руб.;  $V = 20,5\%$ ;  $As = 0,336$ . 7.32.  $As = 2,4$ ;  $Ek = -0,61$ . 7.33.  $\bar{x} = 12,4$  млн. руб.;  $Mo = 7,5$  млн. руб.;  $\sigma = 7,9$  млн. руб.;  $V = 63,7\%$ ;  $As = 0,62$ . 7.34.  $As = 1,94$ ;  $Ek = -2,3$ . 7.35. Для мужчин:  $As = 0,12$ ;  $Ek = -0,58$ ; для женщин:  $As = 0,31$ ;  $Ek = 0,18$ . 7.36.  $As = 0,18$ ;  $Ks = 0,61$ ;  $Ek = -0,73$ . 7.37.  $\chi^2 = 10,9$ . 7.38.  $C = 1,05$ ;  $\lambda = 1,07$ .

## Глава 8

8.1. а) 2,27 – 2,55 млн руб.; б) 1816 – 2040 млн руб. 8.2. а) 208 – 244 руб.; б) 2,5 – 13,9%. 8.3. на 13,4% меньше. 8.4. а) 2,7 – 2,9 чел.; б) 19,8 – 21,2 тыс. чел. 8.6. 3,1 – 9,1%; нет. 8.7. 0,954. 8.9. 0,4 – 6,0%; да. 8.10. 305 чел. 8.11. 2420 – 2580 руб. 8.12. да. 8.13. возрастает в 4 раза; в 2,25 раза. 8.14. 336 чел. 8.15. 1112 звонков. 8.16. 1894 семьи. 8.17. 58 чел. 8.18. 80 – 92 мин. 8.19. 5; 20; 40; 50. 8.20. Интервал равен 18. 8.21. 182,8 – 187,2 руб. 8.22. 2,3 – 6,9%. 8.23. 2083,5 – 2096,5 руб. 8.24. 286 чел.; 316 чел. 8.25. 21,2 – 22,0 руб. 8.26. 12,70 – 12,96 тыс. руб. 8.27. 50; 153. 8.28. 142; 374. 8.29. а) 8,2 – 9,0 кг.; б) 131,2 – 144,0 т. 8.30. 493,5 – 506,5 мл; нет. 8.31. 20 ящиков. 8.32. 14 классов.

## Глава 9

9.1. – 9.2. – 9.3. 87, 150, 220, 311. 9.4 – 9.5. 0,93. 9.6.  $\bar{y}_x = 0,083 + 0,401x$ . 9.7.  $\bar{y}_x = 0,077 + 0,401x$ ;  $r_{xy} = 0,67$ . 9.8.  $\bar{y}_x = 0,149 + 0,195x$ ;



$r_{xy} = 0,57$ . **9.9.**  $\bar{y}_x = 217,4 - 4,9x$ ;  $r_{xy} = -0,27$ . **9.10.**  $\bar{y}_x = -7,7 + 0,2x$ ;  $r_{xy} = 0,1$ . **9.11.**  $y_x = -395,2 + 10,3x$ ;  $r_{xy} = 0,85$ . **9.12.**  $\bar{y}_x = 22,15 - 0,08x$ ;  $r_{xy} = -0,86$ ,  $\eta = 0,89$ . **9.13.**  $\bar{y}_x = 318,8 + 36,4x$ ;  $r_{xy} = 0,79$ . **9.14.**  $0,52$ . **9.15.**  $0,56$ . **9.16.**  $0,38$ . **9.17.**  $0,42$ . **9.18.**  $0,70$ . **9.19.**  $\bar{y}_x = 4,8 + 0,56x$ ;  $r_{xy} = 0,56$ . **9.20.**  $a_0 = 2$ ;  $a_1 = 0,4$ . **9.21.**  $\bar{y}_x = 4 + 0,6x$ ;  $r_{xy} = 0,57$ . **9.22.**  $\bar{y}_x = 3,5 + 0,73x$ . **9.23.**  $r_{xy} = -0,6$ . **9.24.** - **9.25.** - **9.26.**  $K_a = -0,57$ ;  $K_k = -0,23$ . **9.27.**  $K_a = -0,45$ ;  $K_k = -0,23$ . **9.28.**  $K_a = 0,14$ ;  $K_k = 0,07$ . **9.29.**  $K_{\Pi} = 0,24$ ;  $K_{\text{ч}} = 0,18$ . **9.30.**  $K_{\Pi} = 0,37$ ;  $K_{\text{ч}} = 0,23$ . **9.31.**  $K_{\Pi} = 0,51$ ;  $K_{\text{ч}} = 0,32$ . **9.32.**  $K_{\Pi} = 0,20$ ;  $K_{\text{ч}} = 0,11$ . **9.33.**  $r_{\text{рук./служ.}} = 0,27$ . **9.34.**  $r_{\text{рук./раб.}} = 0,36$ .

## Глава 10

**10.1.** а) моментный; б) моментный; в) моментный; г) интервальный; д) интервальный; е) интервальный; ж) интервальный; з) интервальный; и) интервальный. **10.2.** в) 146,59 млн человек и 51,2 тыс. т. **10.3.** 510 человек. **10.4.** 200,8; 203,7 и 202,25 млн руб. в) 21097,1 млн руб. **10.5.** а) 917,02 млн руб. и 920,55 млн руб.; б) + 3,53 млн руб. **10.6.** а) 349 и 355 чел.; б) 352 чел.; в) +6 чел. **10.7.** а) 76,8 млн руб. **10.8.** а) 34,5 млн т. **10.9.** г) 4,4%; среднегодовой абсолютный прирост за весь период - 0,857 млн м<sup>2</sup>. **10.11.** 57,9; 60,8; 63,3; 64,5; 66,7; 68,6; 69,1; 69,1 млн шт. **10.12.** 97,3; 101,2; 107,1; 115,0; 122,0 млн руб. **10.13.** в) 18,9; 19,3; 20,3; 22,7 млн руб.; г) 111,85 и 11,85%. **10.14.** 0,62 млн т; +4,3%; **10.15.** 54,14 млрд кВт·ч; +5,1%. **10.16.** 105,96 и 5,96%. **10.18.** 100,4 и +0,4%; 101,2 и +1,2%; 100,8 и +0,8%. **10.19.** 99,6 и -0,4%; 100,8 и +0,8%; 100,2 и +0,2%. **10.20.** 103,9% **10.21.** 736 ц; 102,8%. **10.22.** 18 000; 21 600; 28 080 млн руб. **10.23.** 1,11 раза. **10.24.** 2,35 раза; **10.25.** 39,5; 40,0; 42,1; 44,7; 44,8; 45,0; 45,2; 46,0; 46,1 тыс. голов. **10.26.** 424; 433; 431; 435; 442; 450; 460; 465; 475 человек. **10.27.** 275,9; 280,8; 285,1; 290; 296; 299; 304 тыс. м<sup>2</sup>. **10.28.**  $\lg a_0 = 3,04480$ ;  $\lg a_1 = 0,01058$ ;  $\bar{y}_t = 1108,66 \cdot (1,02466)^t$  (при отсчете времени от середины периода). **10.32.** б)  $\bar{y}_t = 20,8 - 0,047t$  (при отсчете времени от середины периода).

## Глава 11

**11.1.** Государственная форма собственности: -1,8 проц. п.; 92,5%. **11.2.** Предприятия и организации (все кредиты): +0,5 проц. п.; 100,6%. **11.3.** Минеральные продукты: - 5,4 проц. п.; кожаное сырье, пушнина: 133,3%. **11.4.** Сельскохозяйственные

организации: — 1,5 проц. п. 11.5. Оплата труда (базисные): 90,2%; 88,0%; 89,4%; 83,4%; 87,6%. 11.6. Крестьянские (фермерские) хозяйства: 8,7%. 11.7. Оплата труда: 65,6% и 63,8%. 11.8. 1998 г.: 1,3 проц. п. 11.9. 0,8 проц. п. 11.10. 1,1 проц. п. 11.11. 9,6%. 11.12. 1995 г.: 17,4. 11.13. 0,7 проц. п. 11.14. 1992 г.: 31,8%. 11.15. 23,9%. 11.16. 19,1%. 11.17.  $G = 0,21$ . 11.18. 1992 г.: 24,8%. 11.19.  $A = 0,22$ . 11.20. Германия: 0,18.

## Глава 12

12.1. Индексы цен: 137,1%; 124,7%; 171,0%; индексы физического объема реализации: 103,2%; 104,7%; 108,0%; индексы товарооборота: 141,5%; 130,5%; 184,6%. 12.2. 114,2%. 12.3. Цена в 1999 г. — 4642 руб., в 2001 г. — 4568 руб. 12.4. 99,3%; 91,1%; 109,0%; 30250 руб. 12.5. 116,3%; 70,2%; 165,7%; 90 тыс. руб. 12.6. 125,2%. 12.7. 109,6%. 12.8. а) индивидуальные: 112,3%; 117,5%; 104,5%; сводный — 111,8%; б) 90,4%; в) 101,1%. 12.9. 102,7%. 12.10. 103,5%; 80,4%; 77,7%. 12.11. 114,7%. 12.12. 107,2%; 541 тыс. руб. 12.13. 101,6%. 12.14. 102,5%; 15,7 тыс. руб. 12.15. 100,9%. 12.16. 105,3%; 106,9%; 112,6%. 12.17. 102,4%. 12.18. 106,4%; 107,4%; 99,1%. 12.19. 107,6%. 12.20. 110,7; 109,8%; 100,8%. 12.21. 103,8%; 106,3%; 102,4%. 12.22. 111,1%. 12.23. 101,6%; 94,2%; 107,9%. 12.24. 102,4%; 99,5%. 12.25. 108,7%. 12.26. 111,0%. 12.27. А по сравнению с Б: 96,9%. 12.28. 98,3%.

УДК 311(075.8)  
ББК 60.6я73  
Ш74

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

**Кафедра статистики**

Российского государственного торгово-экономического университета  
(заведующая кафедрой — доктор экономических наук,  
профессор О. Э. Башина);

**Г. Л. Громыко,**

доктор экономических наук, профессор кафедры статистики  
экономического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова

**Шмойлова Р. А. и др.**

Ш74 Практикум по теории статистики: Учеб. пособие/Р.А. Шмойлова, В.Г. Минашкин, Н.А. Садовникова; Под ред. Р.А. Шмойловой. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Финансы и статистика, 2004. — 416 с.: ил.

ISBN 5-279-02558-5

Составлен в соответствии с типовой учебной программой курса «Теория статистики». Содержит краткий обзор основных понятий общей теории статистики, группировку статистических данных, абсолютные, относительные и средние величины, статистические распределения, выборочное наблюдение, ряды динамики, индексы и их использование в экономико-статистических исследованиях и т.д. Представлены типовые примеры с решениями и задачи (с ответами) по изучаемому материалу, а также рекомендации преподавателям. В приложениях даны необходимые для решения задач математико-статистические таблицы. Второе издание (1-е изд. — 1998 г.) полностью переработано, заново написаны главы 7 и 8.

Для преподавателей, аспирантов, студентов экономических вузов, менеджеров, учащихся спецфакультетов второго высшего образования.

П  $\frac{0702000000 - 113}{010(01) - 2004}$  305 - 2003

УДК 311(075.8)  
ББК 60.6я73

ISBN 5-279-02558-5

© Коллектив авторов, 1998  
© Р. А. Шмойлова, В. Г. Минашкин,  
Н. А. Садовникова, 2004