

**Відокремлений підрозділ Національного університету
біоресурсів і природокористування України
«Ніжинський агротехнічний інститут»**

Факультет інженерії та енергетики

Т. П. Федорина

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до виконання контрольної роботи №1
з дисципліни
«НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ
ТА КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА»**

Спеціальність: 208 – «Агроінженерія»

Заочна форма навчання

Ніжин
2017

УДК 744:004(075.8)
ББК 30.11я73

*Друкується за рішенням науково-
методичної ради факультету
інженерії та енергетики
ВП НУБіП України
«Ніжинський агротехнічний
Інститут»
Протокол №7 від 14 березня 2017 р.*

Рецензенти:

Пилипака С. Ф. – д.т.н., професор, завідувач кафедри нарисної геометрії, комп'ютерної графіки та дизайну НУБіП України

Литвинов О. І. – к.т.н., доцент, завідувач кафедри загальнотехнічних дисциплін ВП НУБіП України «Ніжинський агротехнічний інститут»

Федорина Т. П. Нарисна геометрія та комп'ютерна графіка. Методичні вказівки / Т. П. Федорина. – Ніжин: НДУ ім. М. Гоголя, 2017. – 73 с.

Призначений для студентів спеціальності 208 «Агроінженерія», освітньо-кваліфікаційний рівень «Бакалавр», заочна форма навчання.

Містить теоретичний матеріал, завдання та приклади виконання завдань з розділів дисципліни: графічне оформлення креслеників, нарисна геометрія та проєкційне креслення. Надає можливість самостійної роботи і направлений на допомогу студентам заочної форми навчання.

УДК 744:004(075.8)
ББК 30.11я73

© Т. П. Федорина, 2017

© Ніжинський агротехнічний інститут,
кафедра загальнотехнічних дисциплін

ЗМІСТ

ВСТУП	5
ЗМІСТ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ №1	6
Розділ 1. ГРАФІЧНЕ ОФОРМЛЕННЯ КРЕСЛЕНИКІВ	7
1.1 Формати ГОСТ 2.301-68.....	7
1.2 Оформлення креслеників ГОСТ 2.104-68.....	7
1.3 Лінії креслеників ГОСТ 2.303-68.....	8
1.4 Основний напис ГОСТ 2.104-68.....	10
1.5 Шрифти креслярські ГОСТ 2.304-81.....	11
1.5.1 Титульний аркуш.....	12
1.6 Масштаби ГОСТ 2.302-68.....	12
1.7 Нанесення розмірів на креслениках ГОСТ 2.307-68.....	13
Розділ 2. НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ ТА ПРОЕКЦІЙНЕ КРЕСЛЕННЯ	17
2.1 Предмет і метод нарисної геометрії.....	17
2.2 Методи проєкціювання точки.....	17
2.2.1 Проєкціювання точки на дві площини.....	17
2.2.2 Побудова третьої проєкції точки.....	18
2.3 Заміна площин проєкцій.....	19
2.4 Комплексний кресленик прямої.....	21
2.4.1 Проєкціювання прямої.....	21
2.4.2 Прямі загального й окремого положення.....	22
2.5 Визначення натуральної величини відрізка прямої загального положення.....	24
2.6 Взаємне положення прямих.....	25
2.7 Проєкції прямого кута.....	27
2.8 Комплексний кресленик площини.....	27
2.8.1 Способи завдання площини.....	27
2.8.2 Класифікація площин.....	28
2.8.3 Точка і пряма в площині. умова належності.....	29
2.8.4 Особливі лінії площини.....	29
2.9 Позиційні задачі.....	30
2.9.1 Пряма і площина.....	30
2.9.2 Взаємне положення площин.....	32
2.9.3 Задача 1. Побудувати лінію перетину трикутників ABC і DEK.....	34
2.10 Рішення метричних задач методом заміни площин проєкцій.....	37
2.10.1 Визначення натуральної величини плоских фігур.....	37
2.10.2. Визначення відстані між двома геометричними об'єктами.....	39

2.11. Багатогранники.....	40
2.11.1. Завдання на кресленнику.....	40
2.11.2. Перетин багатогранника площиною і прямою.....	41
2.11.3. Задача 2. Побудувати проєкції піраміди.....	43
2.12. Взаємний перетин багатогранників.....	46
2.13. Поверхні обертання.....	47
2.13.1. Приклади поверхонь обертання.....	47
2.13.2. Перетин багатогранника з тілом обертання. Спосіб січних площин.....	49
2.13.3. Перетин тіл обертання.....	50
2.13.4. Спосіб допоміжних сфер.....	50
2.13.5. Задача 3. Побудувати лінію перетину конуса обертання із циліндром обертання.....	51
2.14. Проєкційне креслення.....	54
2.14.1. Проєктування поверхонь геометричних тіл.....	54
2.14.2. Задача 4. Побудувати три види за наочним зображенням предмета.....	56
2.15. Геометричні тіла з вирізами.....	59
2.15.1. Задача 5. Виконати в трьох проєкціях кресленник пустотілого геометричного тіла з наскрізним боковим отвором.....	60
2.16. Аксонометричні проєкції.....	64
2.16.1. Прямокутна ізометрія.....	65
2.16.2. Прямокутна диметрія.....	68
2.16.3. Фронтальна диметрія.....	70
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	73

ВСТУП

«Нарисна геометрія та комп'ютерна графіка» – дисципліна загальнотехнічного циклу. Знання курсу є базовими для подальшого вивчення спеціальних та профільюючих дисциплін, виконання графічної частини курсових і дипломних проектів.

Мета курсу дисципліни — дати студентам знання, уміння та навички з підготовки конструкторської документації на будь-які вироби, що охоплюють всі етапи їх розробки.

Курс дисципліни «Нарисна геометрія та комп'ютерна графіка» - надає знання, вміння та навички читати, виконувати кресленики деталей, механізмів, машин.

Методичні вказівки до контрольної роботи №1 складаються із розділів: графічне оформлення креслеників, нарисна геометрія та проекційне креслення.

Розділ «Графічне оформлення креслеників» - надає студентам знання з правил оформлення конструкторської документації.

«Нарисна геометрія та проекційне креслення» - розділ, у якому просторові об'єкти й методи дослідження та розв'язання просторових задач вивчають за допомогою їх геометричного моделювання (зображення) на площині.

Робота студентів заочної форми навчання полягає у вивченні даної дисципліни під час аудиторних занять, самостійної роботи та передбачає самостійне виконання контрольних робіт.

Методичні вказівки до виконання контрольної роботи надають теоретичний матеріал, завдання, пояснення та зразки виконання робіт.

Матеріал посібника відповідає сучасним вимогам для навчальних техніко-технологічних закладів освіти і викладений таким чином, що є необхідним для студентів заочної форми навчання.

ЗМІСТ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ №1

Контрольна робота №1 складається із 3-х задач із нарисної геометрії і 2-х задач із проєкційного креслення.

Контрольна робота №1 виконується на креслярському папері формату А3 (297×420). До 3-х задач із нарисної геометрії необхідно написати пояснення на форматах А4 (210×297) в рукописному чи друкованому вигляді.

Варіанти контрольних робіт відповідають порядковому номеру студента у журнальному списку групи.

Розміри основного напису (кутового штампу) Форми 1 взяти на стор.10.

Нарисна геометрія

Задача 1. Побудувати лінію перетину трикутників ABC і DEK . Показати видимість в проєкціях.

Дані для свого варіанта взяти із табл.2.1 (стор.35). Приклад виконання наведений на рис.2.28 (стор.36)

Задача 2. Побудувати проєкції піраміди, основою якої є трикутник ABC , а ребро SA визначає висоту h піраміди.

Дані для свого варіанту взяти із табл.2.2 (стор.44). Приклад виконання наведений на рис.2.37 (стор.45)

Задача 3. Побудувати лінію перетину конуса обертання із циліндром обертання.

Дані свого варіанта взяти із табл.2.3 (стор.52). Приклад виконання наведений на рис.2.48 (стор.53).

Проєкційне креслення

Задача 4. Побудувати три види за наочним зображенням предмета.

Завдання для свого варіанта взяти на стор.56-57. Приклад виконання наведений на рис.2.51 (стор.58).

Задача 5. Виконати в трьох проєкціях креслення пустотілого геометричного тіла з наскрізним боковим отвором, форма якого задана на фронтальній проєкції.

Завдання для свого варіанта взяти на одній із стор. 60-62. Приклад виконання наведений на рис.2.53 (стор.63).

Всі аркуші зшиваються в альбом. Перший аркуш є титульним листом.

1. ГРАФІЧНЕ ОФОРМЛЕННЯ КРЕСЛЕНИКІВ

1.1 Формати ГОСТ 2.301-68

Форматом називається розмір аркуша паперу на якому виконуються кресленики та інші конструкторські документи (табл. 1.1).

Таблиця 1.1

Позначення формату	A0	A1	A2	A3	A4	A5
Розміри сторін, мм	841x1189	594x841	420x594	297x420	210x297	148x210

1.2 Оформлення креслеників ГОСТ 2.104-68

Приклади оформлення форматів А4 та А3 (рис. 1.1).

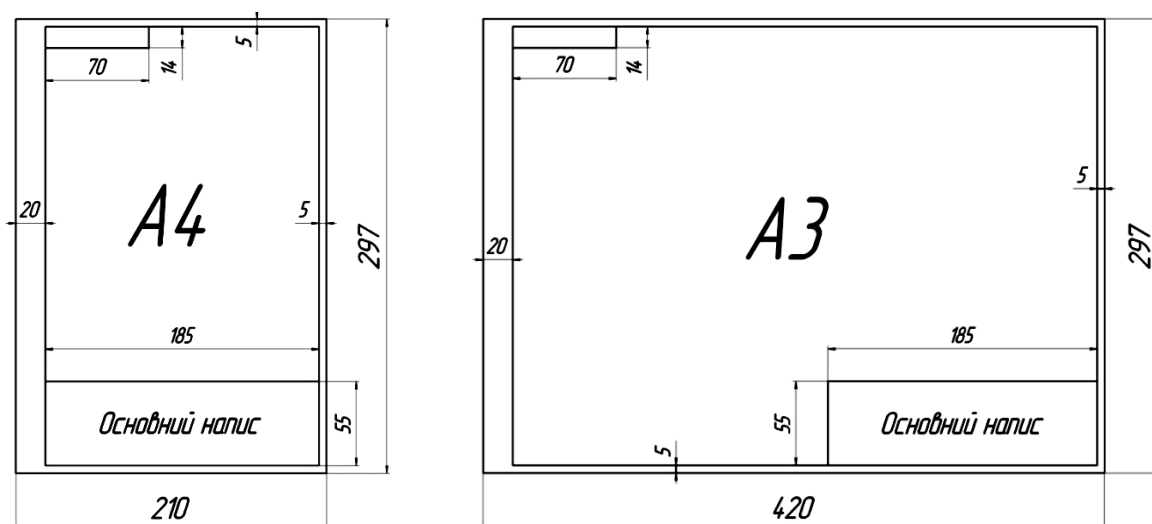


Рис. 1.1

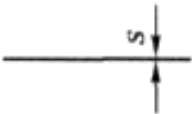




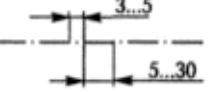
Формат А4 розташовують тільки вертикально, основний напис (кутовий штамп) розташовують внизу формату.

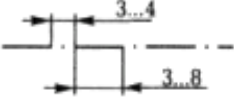
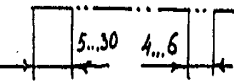

Формат А3 розташовують горизонтально або вертикально, основний напис розташовують в правому нижньому кутку.

1.3 Лінії креслеників ГОСТ 2.303-68

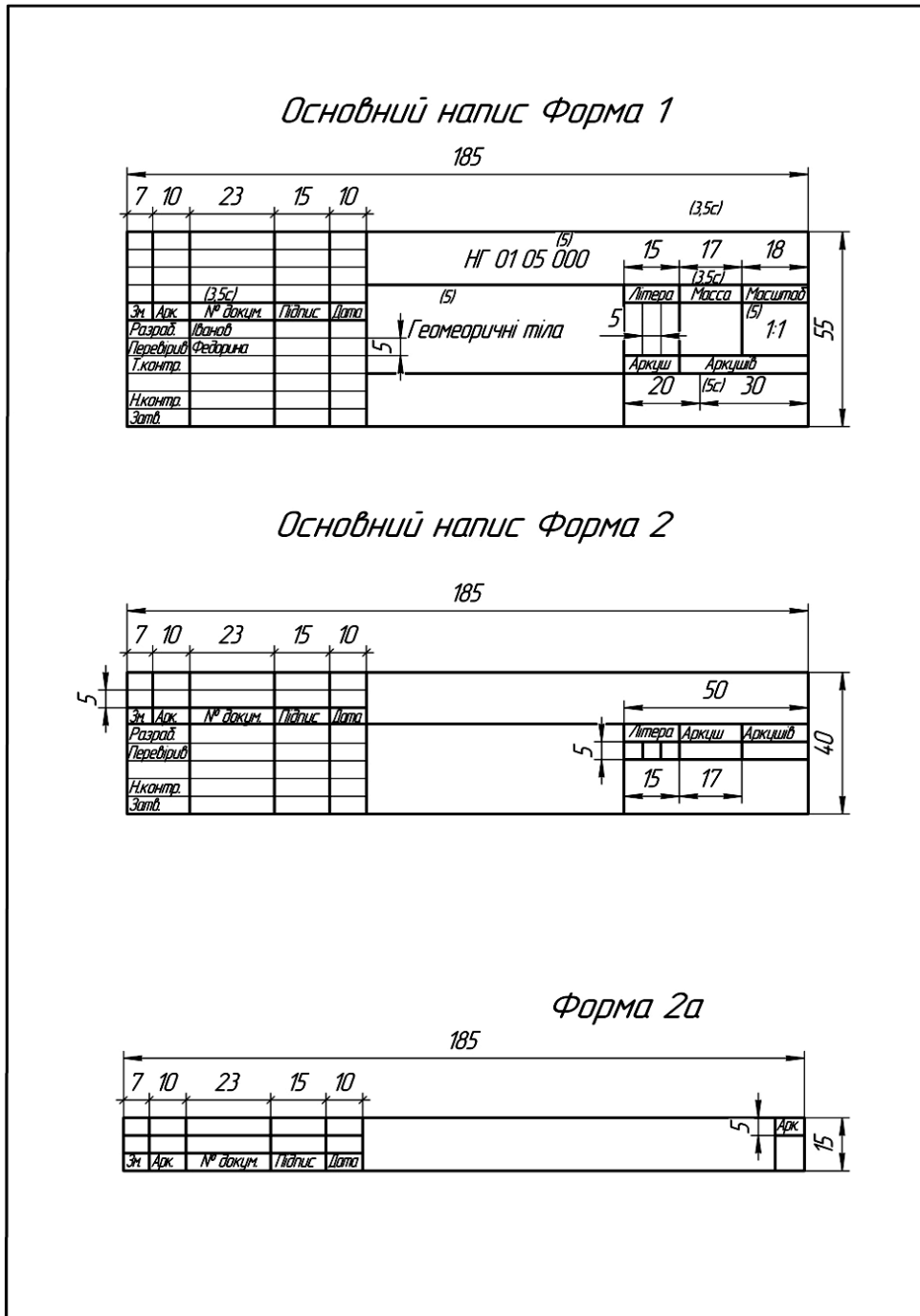
При виконанні креслень необхідно дотримуватись вимог до зображення різних видів ліній, кожна із яких має своє призначення та відповідне використання (див.табл.1.2).

Таблиця 1.2

Види ліній	Товщина	Зображення	Використання	Олівець
Суцільна основна товста	$S = 0,5 \dots 1,4$ мм		Лінії видимих контурів, лінії переходу, винесені перерізи, перерізи в складі розрізу	М
Тонка	$S/3 \dots S/2$		Розмірні, виносні, штриховка розрізів, перерізів, накладні перерізи, осі проєкцій	Т, ТМ
Хвиляста	$S/3 \dots S/2$		Лінії обриву, відокремлення виду від розрізу	Т, ТМ
Штрихова	$S/3 \dots S/2$		Лінії невидимого контуру	ТМ
Розімкнена	$S \dots 1,5S$		Лінії перерізів	2М
Штрих-пунктирна тонка	$S/3 \dots S/2$		Осьові та центрові лінії	Т, ТМ

Штрих-пунктирна потовщена	$S/2 \dots 2/3S$		Поверхні під термообробку, елементи розташовані перед площиною перерізу	ТМ
Тонка штрих-пунктирна з двома крапками	$S/3 \dots S/2$		Лінії згину на розгортках	Т, ТМ
Суцільна тонка зі зламами	$S/3 \dots S/2$		Довгі лінії обриву	Т, ТМ

1.4 Основний напис ГОСТ 2.104-68



Основний напис Форми 1 (55×185) виконують на всіх креслениках, розташовуючи його на форматі в правому нижньому кутку.

Основний напис Форми 2 (40×185) використовують для оформлення специфікацій, а також на першій сторінці курсового та дипломного проекту.

Основний напис Форми 2а (15×185) використовують для оформлення всіх (крім першої) сторінок курсового та дипломного проекту.

1.5 Шрифти креслярські ГОСТ 2.304-81

Зображення на рисунках доповнюють написами, які виконують креслярським шрифтом за ГОСТ 2.304-81 (рис. 1.3).

Шрифт – сукупність графічних знаків алфавіту, що мають однорядне накреслення, яке надає буквам та цифрам загальний характерний облік.

Шрифти поділяють на два типи - А та Б. Ці типи відрізняються товщиною лінії та шириною букв. Букви алфавіту пишуть з нахилом та без нахилу. За стандартом шрифт має бути нахиленим до основи рядка вправо під кутом 75°.

Розміри шрифту – визначає висоту великих букв та цифр.

ГОСТ 2.304-81 встановлює такі **розміри шрифту: 1,8; 2,5; 3,5; 5; 7; 10; 14; 20; 28; 40.**

Літери кирилиці



Арабські та римські цифри



Літери латинського алфавіту



Рис. 1.3

1.5.1 Титульний аркуш

Завдання. На форматі А3 креслярським шрифтом виконати титульний аркуш для контрольної роботи.

<p><i>Ніжинський агротехнічний інститут Національного університету біоресурсів і природокористування України</i></p> <p><i>НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ ТА ІНЖЕНЕРНА ГРАФІКА</i> <i>Контрольна робота №1</i></p> <p><i>Варіант №5</i></p> <p><i>Виконав студент гр.ЗБМ-161 _____ В.О.Сидоренко</i> <i>Перевірив викладач _____ Т.П.Федорина</i></p> <p><i>Ніжин - 2017</i></p>

1.6 Масштаби ГОСТ 2.302-68

Масштабом називається зображення поданого на креслениках до відповідних розмірів самого предмету.

Масштаби поділяють на три групи: натуральні, збільшення, зменшення.

Натуральна величина - 1:1.

Масштаби зменшення - 1:2; 1:2,5; 1:4; 1:5; 1:10; 1:15; 1:20; 1:25; 1:40; 1:50; 1:75; 1:100; 1:200; 1:400; 1:500; 1:800; 1:1000.

Масштаби збільшення - 2:1; 2,5:1; 4:1; 5:1; 10:1; 20:1; 40:1; 50:1; 100:1.

Способи вибору масштабу:

Масштаб вибирають такий, щоб поле формату було зайнято на 70 – 75 %.

Розміри на креслениках завжди проставляють дійсні незалежно від масштабу.

1.7 Нанесення розмірів на креслениках ГОСТ 2.307-68

Розміри поділяють на лінійні та кутові. Лінійні розміри наносять в міліметрах. Кутові розміри - в градусах, мінутах, секундах.

Основні вимоги при нанесенні розмірів:

- 1) Розміри на креслениках вказують в мм без простановки одиниці виміру.
- 2) Розміри проставляють за допомогою виносних та розмірних ліній, розмірних чисел.
- 3) Розміри бажано ставити за контуром деталі.
- 4) Розмірна лінія повинна бути паралельна тій лінії, розмір якої вона показує.
- 5) Виносні лінії - перпендикулярні до розмірних.
- 6) Виносні лінії виходять за кінець стрілок розмірної лінії на 1...5мм (рис. 2.5).
- 7) Відстань від контуру деталі до розмірної лінії 10 мм. (рис. 1.5).
- 8) Відстань між розмірними лініям 7...10 мм. (рис. 1.5).
- 9) Розмірні числа проставляють розміром шрифту 3,5... 5.
- 10) При постановці розмірів один за одним стовпчиком розмірні числа розташовують ближче до середини розмірної лінії в шаховому порядку (рис. 1.5).

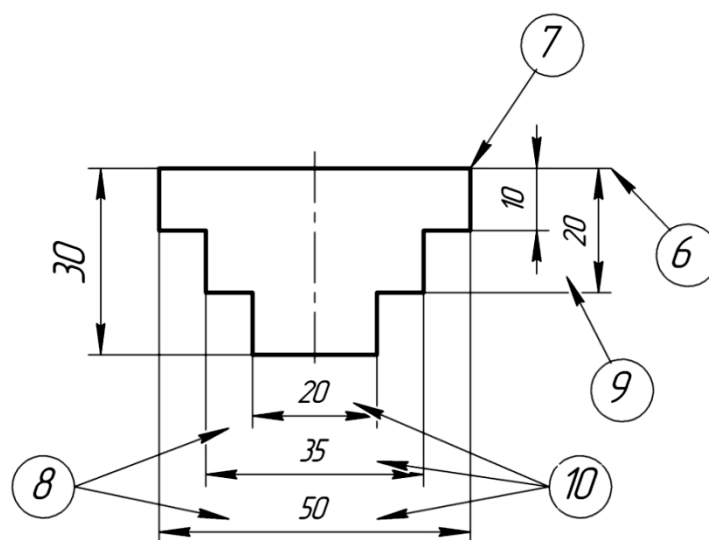


Рис. 1.5

11) Розмірна лінія закінчується стрілкою (рис. 1.6).

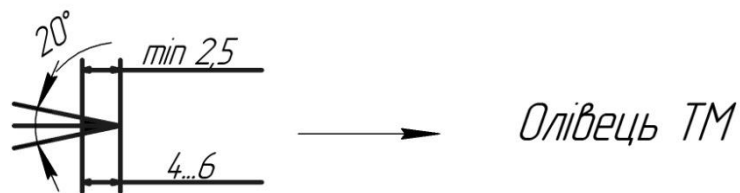


Рис. 1.6

12) Розмірні числа ставлять над розмірною лінією (рис. 1.7).

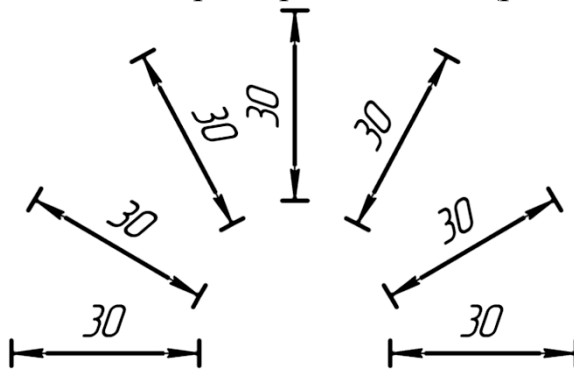


Рис. 1.7

13) При відсутності місця для стрілок допускається замінити крапками або рисками під кутом 45° (рис. 1.8 а, б).

14) Розмірні числа і стрілки не допускається перетинати лініями (рис. 1.8 в)

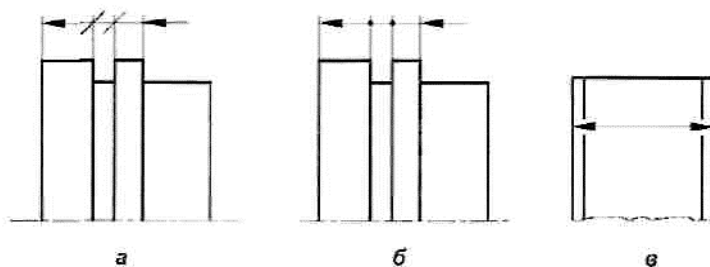


Рис. 1.8

15) Кутові розміри проставляють в градусах (рис. 1.9).

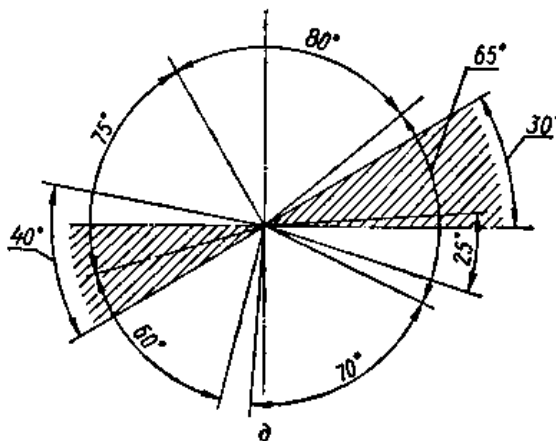


Рис. 1.9

16) R - радіус (рис. 1.10).

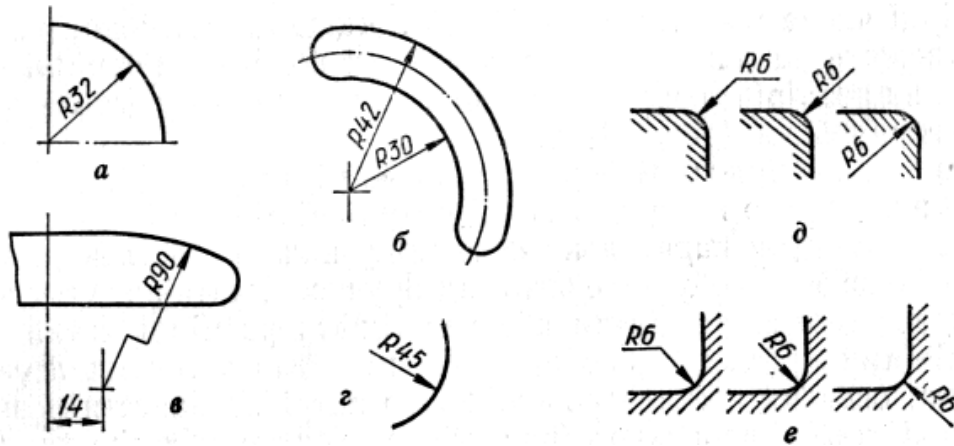


Рис. 1.10

17) \varnothing - діаметр (рис. 1.11)

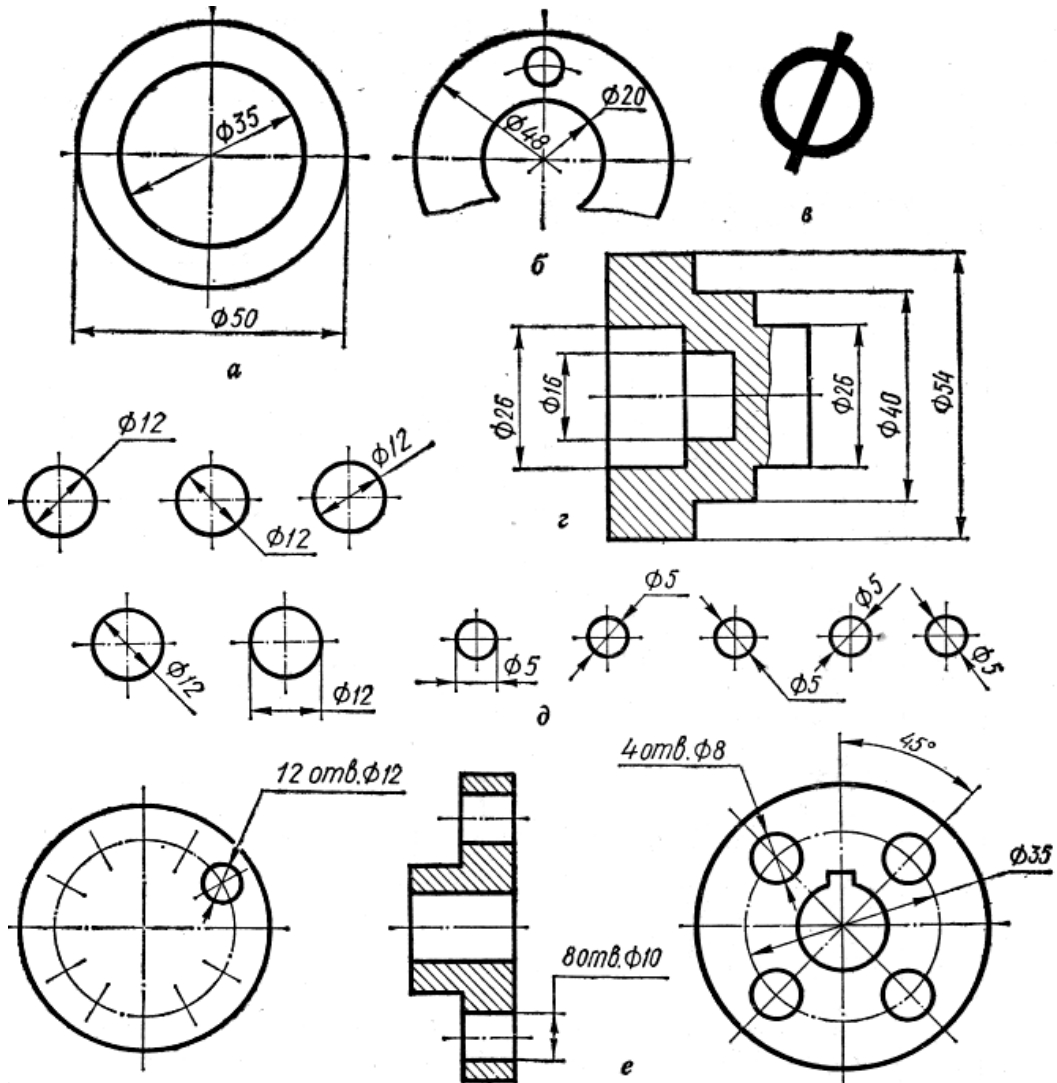
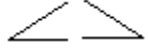


Рис. 1.11

18)  - конусність (рис. 1.12).

19)  - уклон (рис. 1.13).

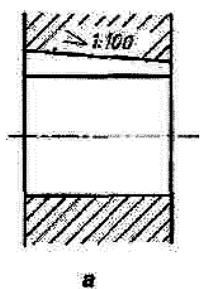


Рис. 1.12

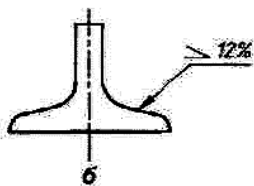
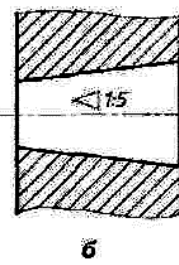
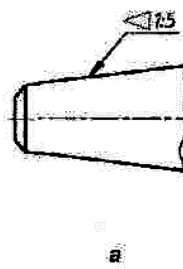


Рис. 1.13



20) □ - квадратна форма деталі (рис. 1.14).

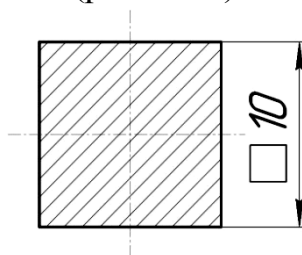


Рис. 1.14

2. НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ ТА ПРОЕКЦІЙНЕ КРЕСЛЕННЯ

2.1 Предмет і метод нарисної геометрії.

Теоретичну основу інженерної графіки складає галузь науки - «нарисна геометрія». Область застосування її – інженерна справа.

Основним методом, використовуваним у нарисній геометрії, є метод проєкцій. Суть цього методу полягає в тому, що кожній точці простору ставиться у відповідність точка на площині, яка називається проєкцією точки. При цьому розрізняють два види проєкцій: центральні і паралельні. Процес одержання проєкцій називається проєціюванням (відповідно, центральним і паралельним)

2.2 Методи проєціювання .

1. Центральне проєціювання (рис. 2.1 а)
2. Паралельне проєціювання:
 - а) косокутне (рис. 2.1 б);
 - б) прямокутне (рис. 2.1 в).

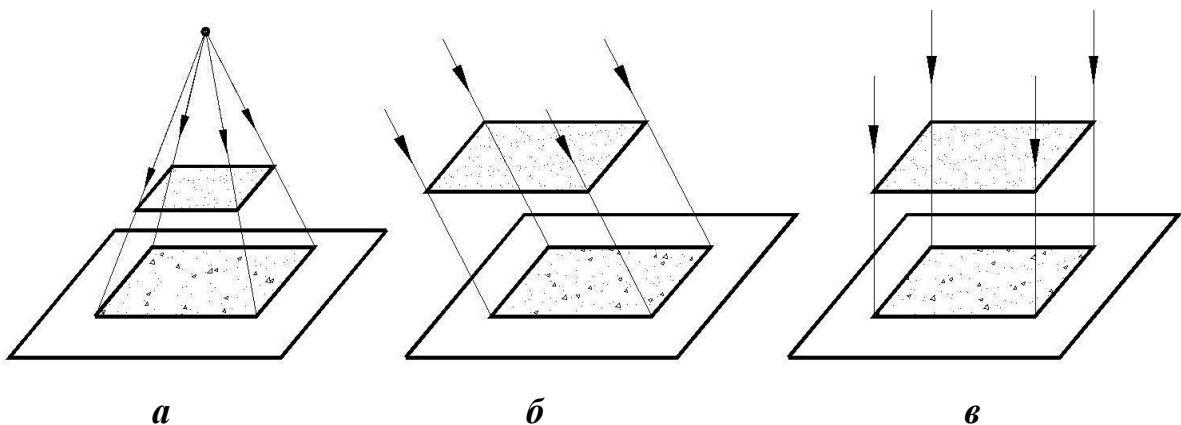


Рис.2.1

2.2.1 Проєціювання точки на дві площини.

Нехай маємо 2 взаємоперпендикулярні площини:

Π_1 – горизонтальна площина проєкцій,

Π_2 – фронтальна площина проєкцій.

Точку A , що знаходиться в просторі, проєкуємо на кожну з цих площин:

A_1 – горизонтальна проекція т. A ,

A_2 – фронтальна проекція т. A .

Зв'яжемо цю систему площин із Декартовою системою координат. На такому просторовому кресленнику можна показати всі координати точки (рис.2.2) Для того, щоб одержати комплексний кресленик точки A , площину Π_2 сумістимо з площиною кресленика, а площину Π_1 повернемо навколо осі OX до суміщення з площиною Π_2 (рис.2.3).

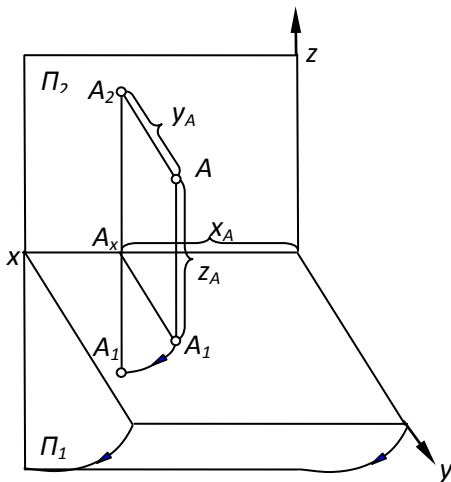


Рис.2.2

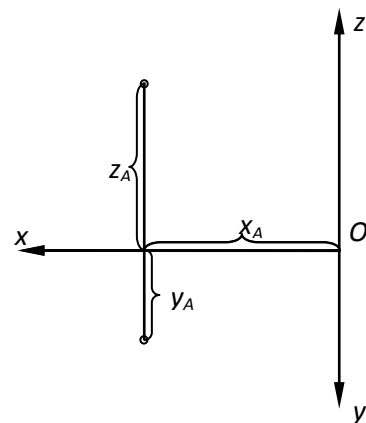


Рис.2.3

Отже, комплексним креслеником називається кресленик, складений із 2-х або більше проекцій, зв'язаних між собою.

2.2.2 Побудова третьої проекції точки.

Тут можливі два випадки:

- 1) побудова профільної проекції;
- 2) побудова проекції точки на будь-яку нову площину – заміна площин проекцій.

Побудова профільної проекції точки.

В якості третьої проекції частіше використовують профільну площину проекцій Π_3 , яка перпендикулярна до Π_1 та Π_2 .(рис.2.4).

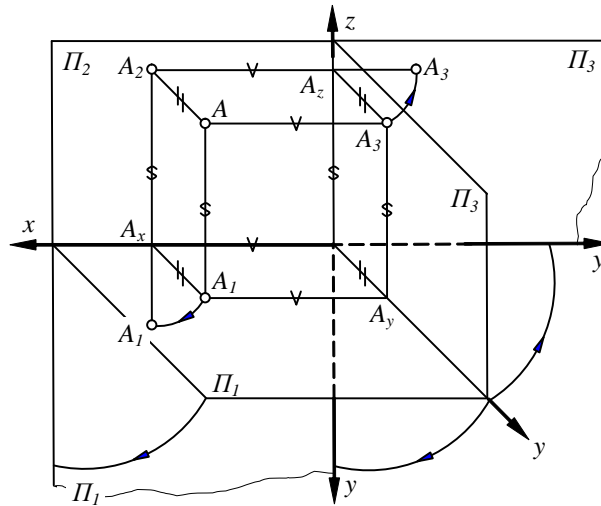


Рис.2.4

Щоб одержати комплексний кресленик точки A , площину Π_2 сумістимо з площиною кресленика, а площини Π_1 та Π_3 повернемо навколо осей Ox та Oz до суміщення з площиною Π_2 . (рис.2.5).

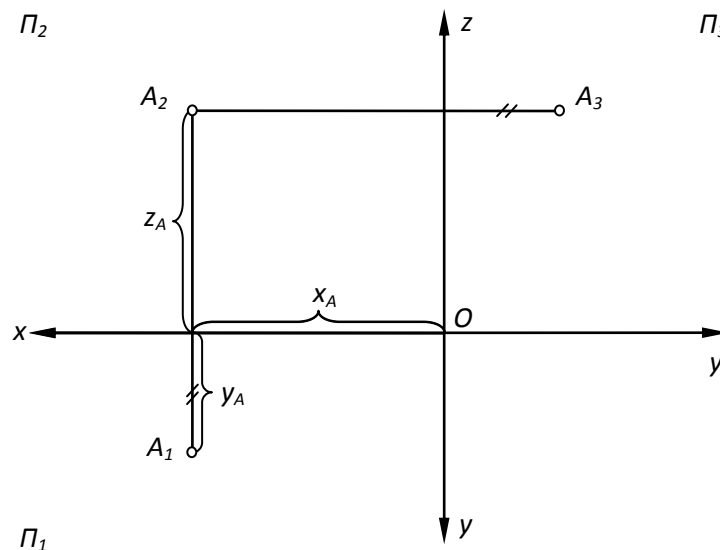


Рис.2.5

Тепер властивість комплексного кресленика набуває такий вид:

$A_2A_1 \perp ox$ – вертикальна лінія зв'язку;

$A_2A_3 \perp oz$ – горизонтальна лінія зв'язку;

2.3 Заміна площин проєкцій

Метод застосовується для спрощення рішення ряду задач. Як ми побачимо далі, рішення багатьох задач спрощується, якщо геометричні об'єкти задачі займають особливе (окреме) положення. Щоб цього домогтися, одну або

попередньо обидві (Π_1 і Π_2) площини проєкцій заміняють на нову площину, розташовану у спосіб, зручний для вирішування задач.

Розглянемо для прикладу побудову проєкції точки A на нову площину Π_4 , що як би заміняє собою одну з заданих площин проєкцій, наприклад, площину Π_2 . Нова площина Π_4 повинна бути \perp площині, що залишається – Π_1 , щоб зберігалися усі властивості комплексного кресленика (рис.2.6).

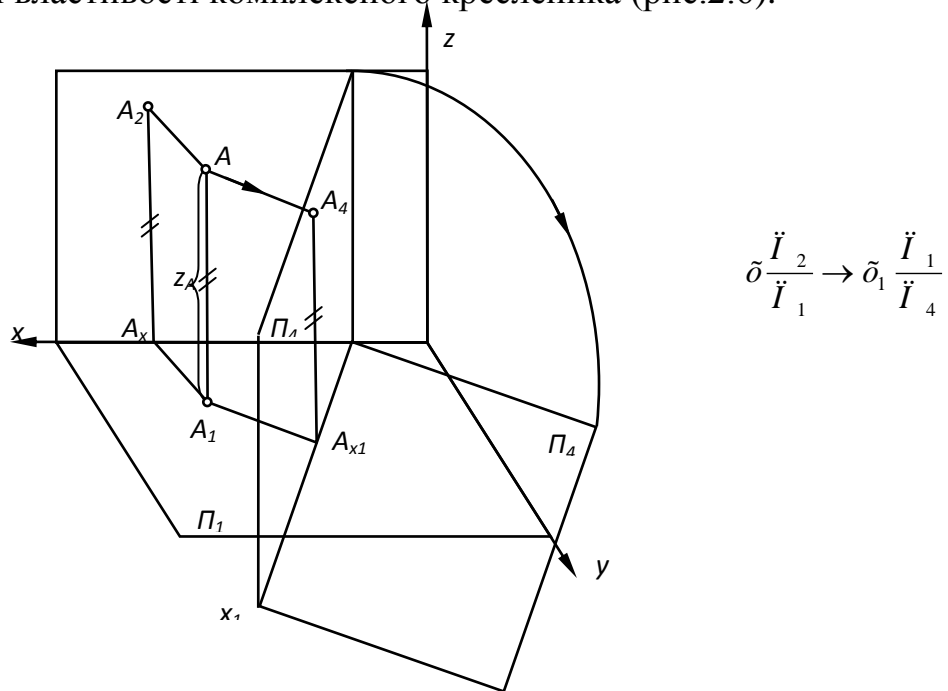


Рис.2.6

Спроєціювавши точку A на площину Π_4 неважко помітити, що

$$A_2A_x = A_4A_{x1} = AA_1 = z_a$$

Утворимо комплексний кресленик із системи площин Π_1 і Π_4 . Для цього площину Π_4 повернемо навколо осі Ox_1 до суміщення її із площиною Π_1 . (рис.2.7).

Отже, щоб побудувати нову проєкцію точки за двома даним, необхідно:

- 1) провести нову вісь проєкцій – x_1 , положення якої визначається в залежності від умови задачі;
- 2) провести нову лінію зв'язку \perp до нової осі;
- 3) на новій лінії зв'язку від нової осі відкласти координату точки, обмірювану від старої осі до змінної проєкції.

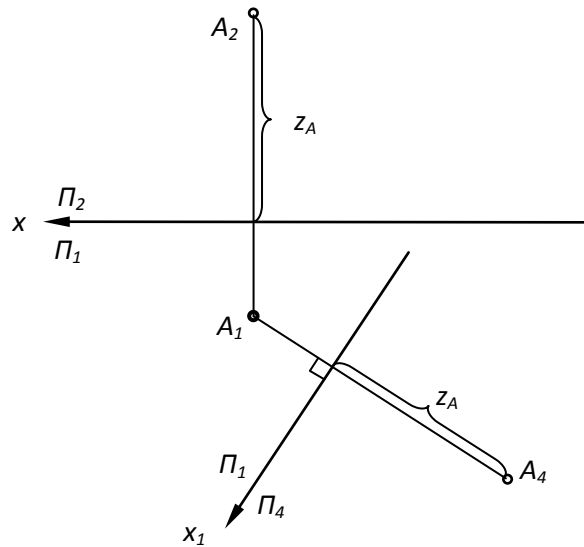


Рис.2.7

2.4 Комплексний кресленик прямої.

2.4.1 Проеціювання прямої.

У інженерній графіці пряма розглядається як множина точок. При проєціюванні зберігається *инцидентність* (приналежність) - одна з властивостей паралельного проєціювання. Це значить, що якщо точка належить прямій, то її проєкції належать відповідним проєкціям прямої і знаходяться на одній лінії зв'язку. У просторі пряма звичайно задається двома точками (відрізком) (рис.2.8).

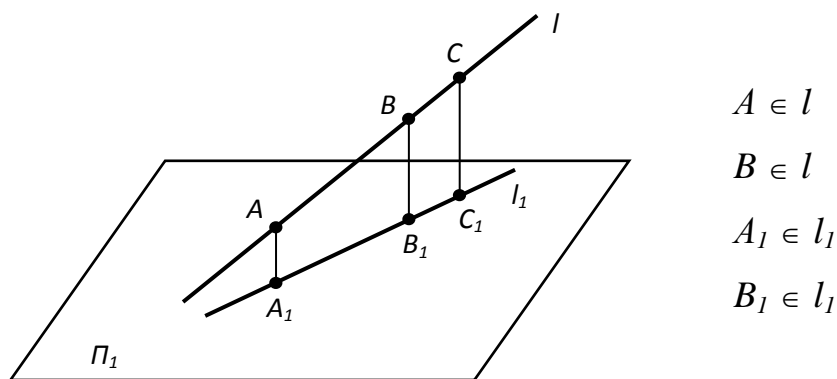


Рис.2.8

Якщо точка C ділить відрізок AB у якомусь відношенні, то проєкції m . C ділять однойменні проєкції відрізка прямої в тому ж відношенні - ця

властивість паралельного проєціювання називана *властивістю пропорційності*. Тому для ділення відрізка в заданому відношенні достатньо розділити в цьому відношенні його проєкції.

$$\frac{AC}{BC} = \frac{A_1C_1}{B_1C_1} = \frac{m}{n}$$

2.4.2 Прямі загального й окремого положення.

Прямі можуть займати загальне або окреме положення стосовно площин проєкцій. Прямими окремого положення називаються прямі паралельні або перпендикулярні площинам проєкцій. Кресленики таких прямих мають специфічний вигляд.

Прямі загального положення

Прямі загального положення – це прямі, що складають із площинами проєкцій довільні кути (рис.2.9).

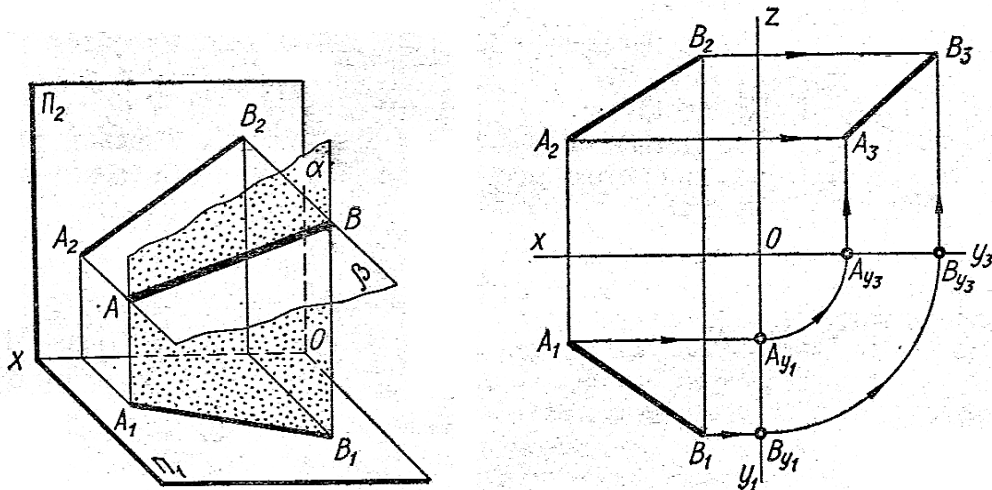
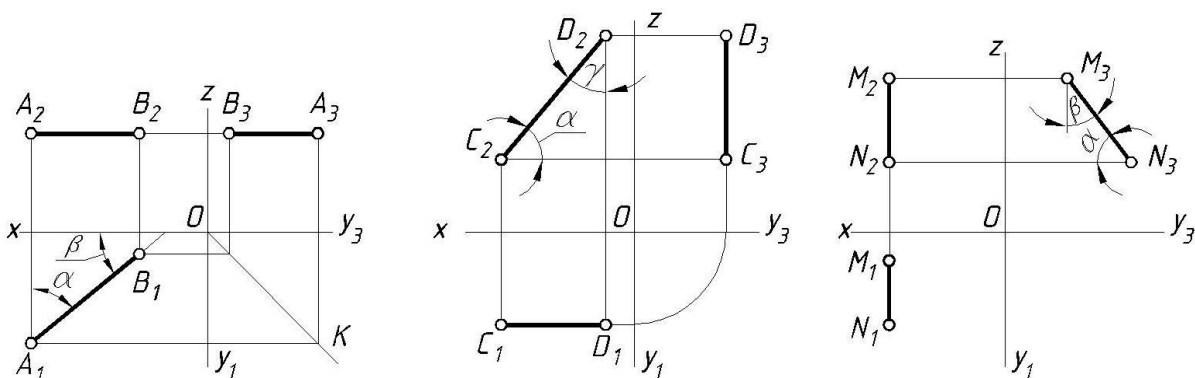


Рис.2.9

Прямі окремого положення

Прямі рівня – це прямі, паралельні площинам проєкцій (рис.2.10).



горизонтальна
пряма
 $AB_2 // \Pi_1$
 A_1B_1 – н.в.;

фронтальна
пряма
 $CD // \Pi_2$
 C_2D_2 – н.в.;

профільна
пряма
 $MN // \Pi_3$;
 A_3B_3 – н.в.;

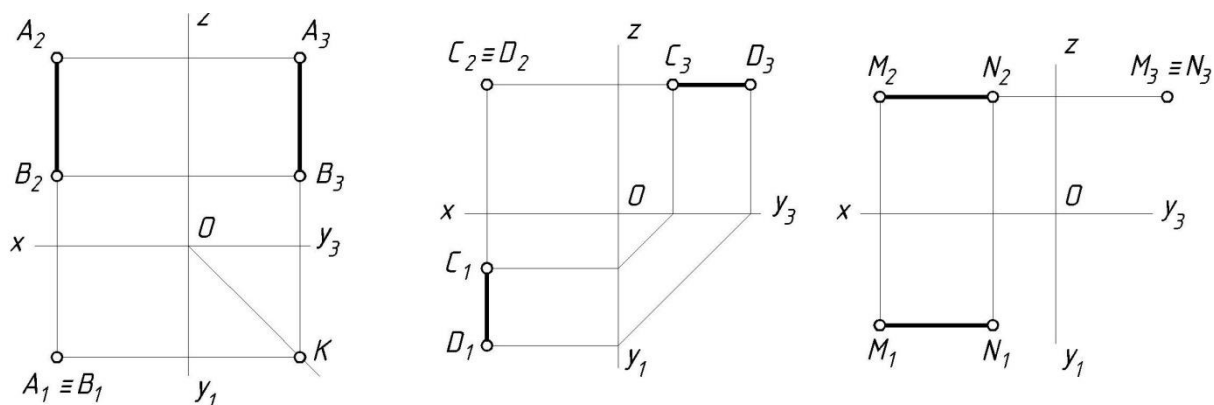
α – кут нахилу прямої до горизонтальної площини проєкцій;

β – кут нахилу прямої до фронтальної площини проєкцій;

н.в. – натуральна (дійсна) величина відрізка АВ.

Рис.2.10

Прямі проєкціюючі – це прямі, перпендикулярні площинам проєкцій (рис.2.11)



горизонтально-
проєкціююча
пряма
 $AB \perp \Pi_1$

фронтально-
проєкціююча
пряма
 $CD \perp \Pi_2$

профільно-
проєкціююча
пряма
 $MN \perp \Pi_3$

Рис.2.11

2.5 Визначення натуральної величини відрізка прямої загального положення

Спосіб прямокутного трикутника.

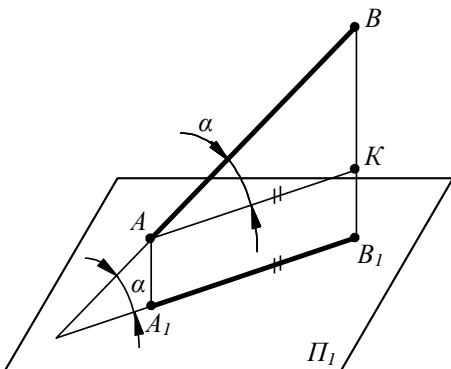


Рис.2.12

Розглянемо побудований на малюнку прямокутний трикутник ABK . У ньому катет AK дорівнює проекції A_1B_1 відрізка AB на площину Π_1 . Катет BK дорівнює різниці відстаней кінців відрізка AB до цієї площини, тобто різниці координат z .

AB – гіпотенуза – натуральна величина відрізка (рис.2.12).

Звідси правило:

Натуральна величина відрізка являє собою гіпотенузу прямокутного трикутника, у якого один катет – проекція на площину, а другий катет – різниця відстаней кінців відрізка до цієї площини проєкцій. Кут α – це кут нахилу прямої до площини проєкцій.

Приклад.

Визначити натуральну величину відрізка AB і кути нахилу його до площин проєкцій Π_1 і Π_2 (рис.2.13).

A_2B , AB_1 – натуральна величина відрізка AB ;

α – кут нахилу до горизонтальної площини проєкцій;

β – кут нахилу до фронтальної площини проєкцій.

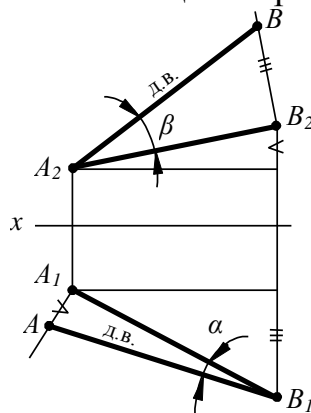


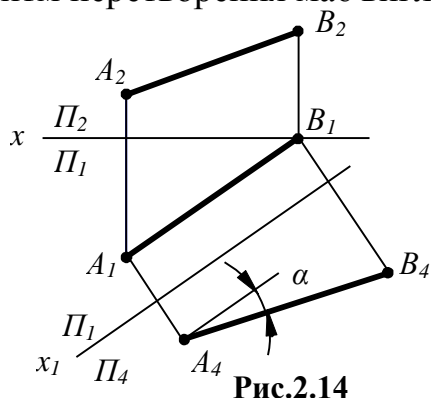
Рис.2.13

Спосіб заміни площин проекцій.

Щоб отримати натуральну величину відрізка прямої загального положення, необхідно перетворити її в пряму рівня, таким чином, щоб одна з проекцій відрізка прямої була розташована паралельно площині проекцій.

Замість однієї з площин проекцій системи $x \frac{\Pi_2}{\Pi_1}$ введемо нову площину проекцій Π_4 , // -ну відріжку АВ. Наприклад, замість площини Π_2 .

Алгоритм перетворення має вигляд:



$$x \frac{\Pi_2}{\Pi_1} \rightarrow x_1 \frac{\Pi_1}{\Pi_4}$$

$$x_1 // A_1B_1;$$

A_4B_4 – натуральна величина;

α – кут нахилу до

горизонтальної площини

проекцій;

Аналогічно можна визначити натуральну величину відрізка, замінивши площину Π_1 на нову площину проекцій, паралельну відріжку АВ ($x_1 // A_2B_2$). При цьому одержимо ту саму натуральну величину відрізка, водночас кут нахилу його вже до фронтальної площини проекцій (рис.2.14).

2.6 Взаємне положення прямих

Дві прямі в просторі можуть перетинатися, бути паралельними і мимобіжними (рис.2.15).

1) Прямі, що перетинаються – на комплексному кресленні однойменні проекції прямих перетинаються і проекції точки перетинання лежать на одній лінії зв'язку.

2) Якщо прямі в просторі паралельні, то їхні однойменні проекції теж паралельні між собою – діє властивість паралельного проєціювання – *властивість паралельності*.

3) Мимобіжні прямі не паралельні і не перетинаються, тому що лежать у різних площинах. На комплексному кресленні мимобіжних прямих не

виконуються умови перетинання і паралельності. Через дві мимобіжні прямі можна провести єдину пару паралельних площин, що мають назву *площин паралелізму*.

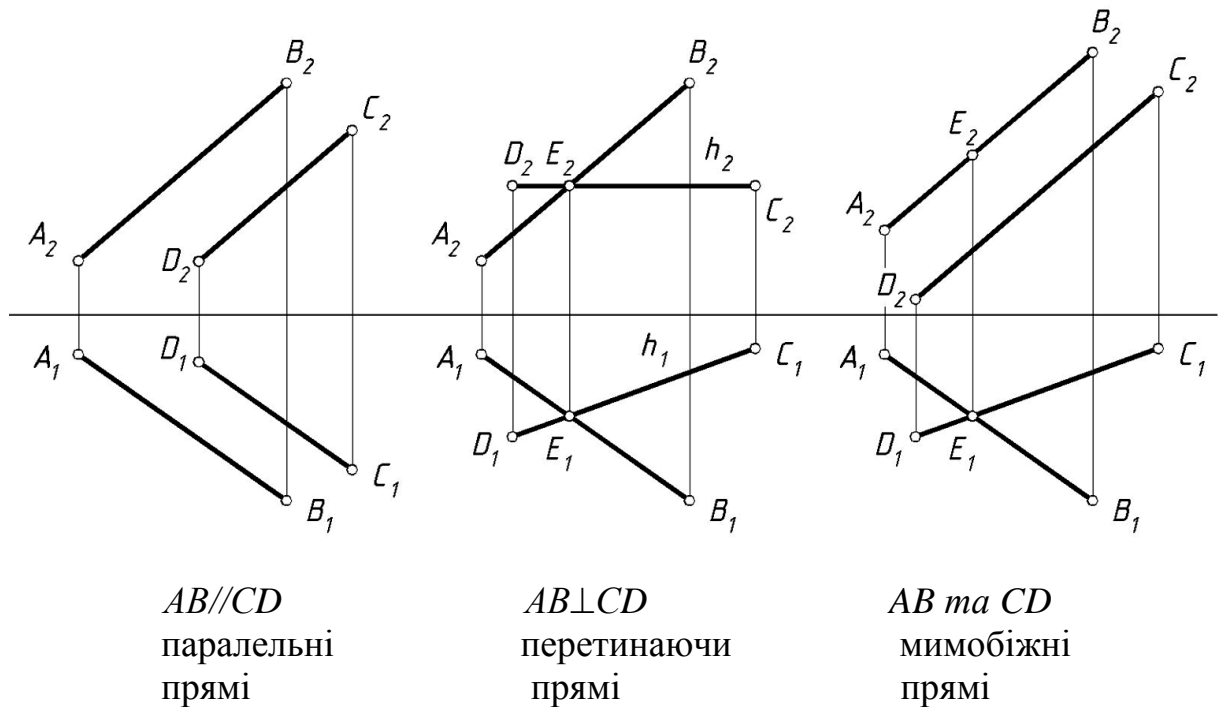


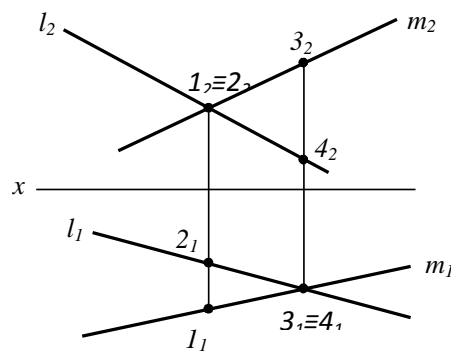
Рис.2.15

Визначення видимості на комплексному кресленнику

Точки, що лежать на однім перпендикулярі до площини проєкцій називаються *конкуруючими*. Вони використовуються для визначення видимості (рис.2.16).

З двох конкуруючих точок видима та, що розташована ближче до спостерігача (далі від площини проєкцій).

Приклад.



Видимі:

на Π_1 – $m.3$;

на Π_2 – $m.1$.

Рис.2.16

2.7 Проекції прямого кута.

Прямий кут проєктується на площину проєкцій без перекручування, якщо хоча б одна зі сторін прямого кута паралельна площині проєкцій, а друга при цьому їй не перпендикулярна (рис.2.17).

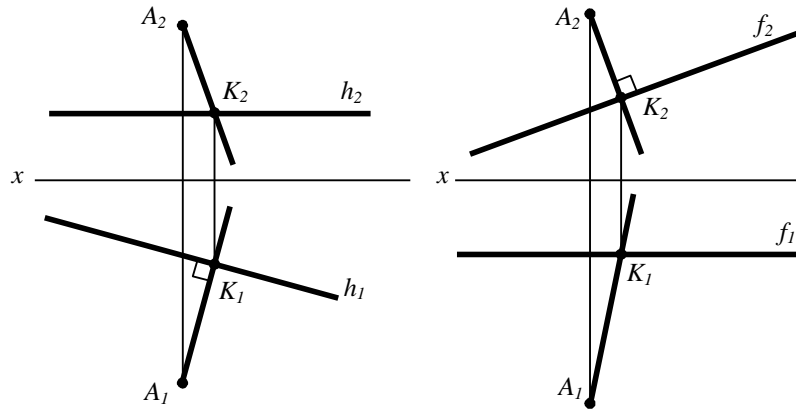


Рис.2.17

2.8 Комплексний кресленик площини.

2.8.1 Способи завдання площини.

У просторі площина може бути задана:

- трьома точками, що не лежать на одній прямій (рис. 2.18 а);
- прямою та точкою, що не лежить на цій прямій (рис. 2.18 б);
- двома прямими, які перетинаються(рис. 2.18 в) ;
- двома паралельними прямими;
- трикутником або будь-якою плоскою фігурою, слідами площини (рис.2.18 г).

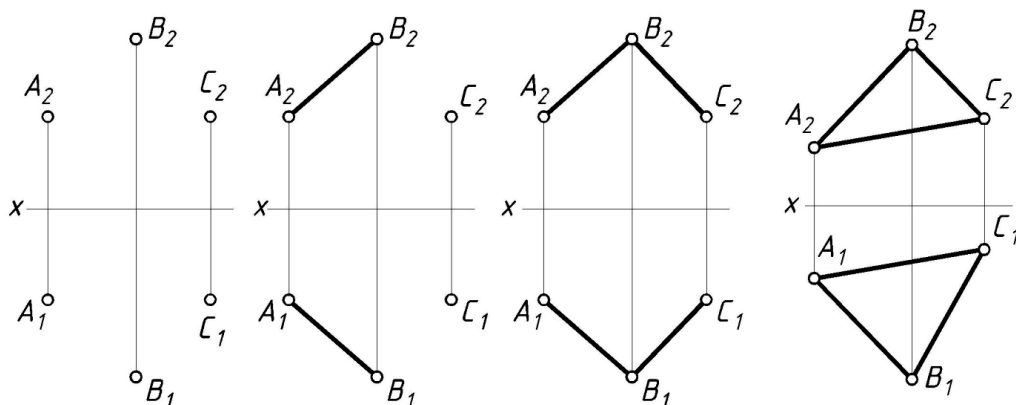


Рис.2.18

Сукупність елементів, що однозначно визначають площину в просторі, називається її визначником.

2.8.2 Класифікація площин

За розташуванням площин у просторі, тобто відносно площин проєкцій, вони розподіляються на площини загального (довільного) положення та особливого положення:

Площини загального положення – це площини, що довільно розташовані стосовно площин проєкцій.

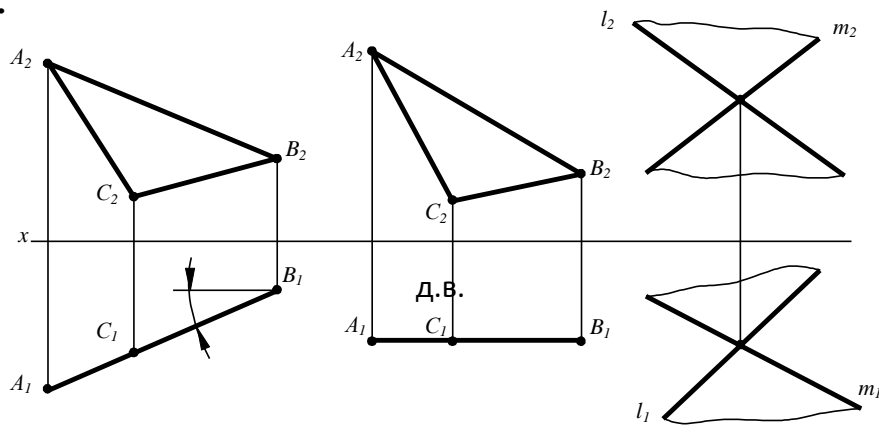
Площини особливого (окремого) положення – ті, що паралельні або перпендикулярні площинам проєкцій:

Площини рівня – площини паралельні площинам проєкцій (горизонтальні, фронтальні і профільні). При цьому площини зображуються на паралельних їм площинах в дійсну величину.

Проекціючі площини – площини перпендикулярні площинам проєкцій (фронтально-проекціючі, горизонтально-проекціючі, профільно-проекціючі).

Площини окремого положення мають так звану *збіруючу властивість*, тобто одна або дві проєкції площини окремого положення є прямими лініями, на які проєкціюються всі елементи даної площини.

Приклади.



$\delta(\triangle ABC)$ –
горизонтально-
проєціюча площина
 $\angle\beta$ – до Π_2

$\delta(\triangle ABC) // \Pi_2$
фронтальна площина
рівня,
 $A_2B_2C_2$ – дійсна
величина

$\delta(l \cap m)$ –
загального
положення

3.8.3 Точка і пряма в площині. Умова належності.

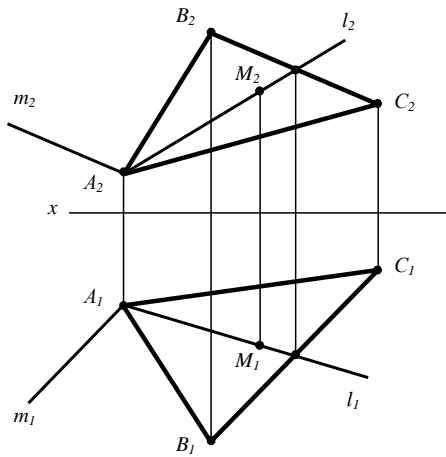


Рис.2.19

Точка належить площині, якщо вона лежить на прямій, що належить цій площині (рис.2.19).

Пряма належить площині, якщо вона проходить через дві точки цієї площини або через одну точку площини і паралельна якійсь прямій цієї площини.

2.8.4 Особливі лінії площини.

До таких ліній відносяться прямі, приналежні площини і при цьому паралельні площинам проєкцій – це горизонталь, фронталь і профільна пряма площини (рис.2.20).

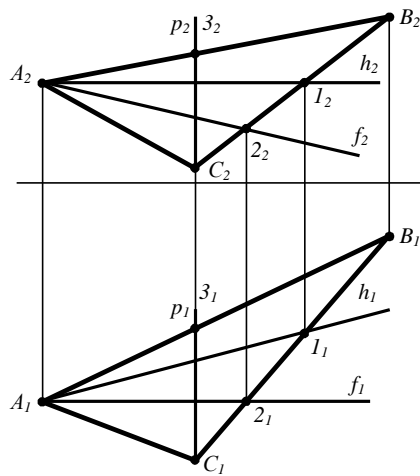


Рис.2.20

h – горизонталь;

f – фронталь;

p – профільна.

Всі горизонталі однієї і тієї ж площини між собою паралельні. Теж можна сказати про фронтальні і профільні прямі.

Зауважимо, що для площин окремого положення одна з ліній рівня перетворюється в проєкцію.

2.9 Позиційні задачі.

Позиційні задачі – це задачі на взаємне розташування, взаємну належність, перетин геометричних об'єктів, а саме: двох прямих, прямої і площини, двох площин тощо.

2.9.1 Пряма і площина.

Можливі варіанти взаємного розташування прямої і площини:

– пряма може належати площини – умови приналежності були розглянуті раніше;

– пряма може бути паралельна площині;

– пряма може перетинати площину.

Умова паралельності прямої і площини:

Пряма рівнобіжна площини, якщо вона рівнобіжна якійсь прямій, що лежить у цій площині.

Приклад.

Через точку K провести пряму, рівнобіжну площині $\sigma(ABC)$ – загального положення (рис.2.21).

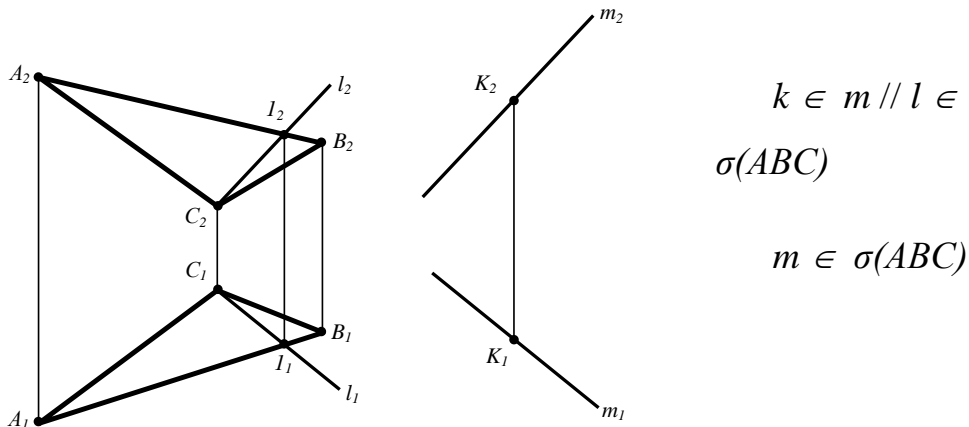


Рис.2.21

Точка перетину прямої із площиною.

Для знаходження точки перетину прямої загального положення з площиною загального положення, тобто точки, що належить одночасно прямій і площині, застосовується метод допоміжної січної площини (рис.2.22).

Сутність методу:

- задану пряму (l) укладаємо в допоміжну площину (ω);
- будуємо лінію перетинання допоміжної площини і заданої (MN);
- знаходимо точку перетинання заданої прямої із побудованою лінією перетинання площин – це і буде шукана точка (K).

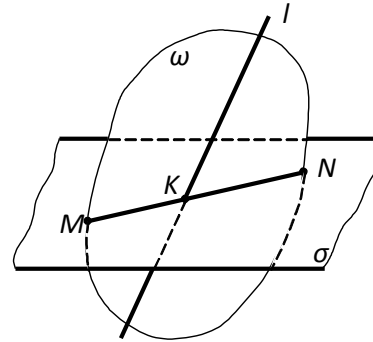


Рис.2.22

Приклад.

Побудувати точку перетину прямої l із площиною σ (ABC). Визначити видимість (рис.2.23).

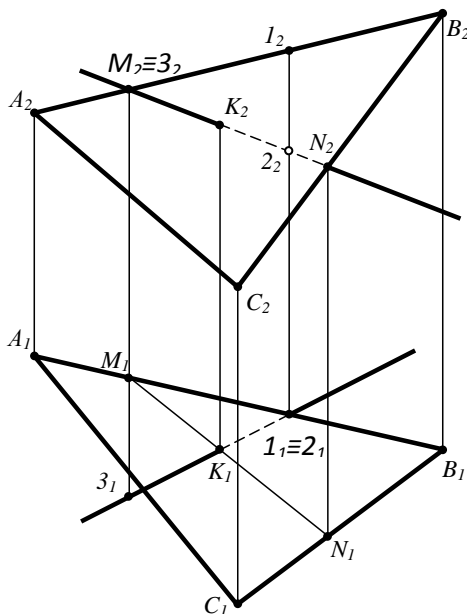


Рис.2.23

Алгоритм

1. $l \in \omega \perp \Pi_2$
2. $\sigma(ABC) \cap \omega = (M-N)$
3. $l \cap (M-N) = K$

Визначення видимості на Π_1

т. 1 і 2 – горизонтально-конкуруючі

т. 1 $\in AB$; *т.* 2 $\in l$ на Π_1
видима AB на Π_2

т. N та *т.* 3 – фронтально-конкуруючі

т. $N \in \sigma(ABC)$; *т.* 3 $\in l$
на Π_2 видима *т.* 3 $\in l$

2.9.2 Взаємне положення площин.

Дві площини можуть:

- бути паралельними;
- перетинатися.

Умова паралельності двох площин:

Дві площини паралельні між собою, якщо дві прямі, що перетинаються однієї площини відповідно паралельні двом прямим, що перетинаються іншої площини (рис.2.24).

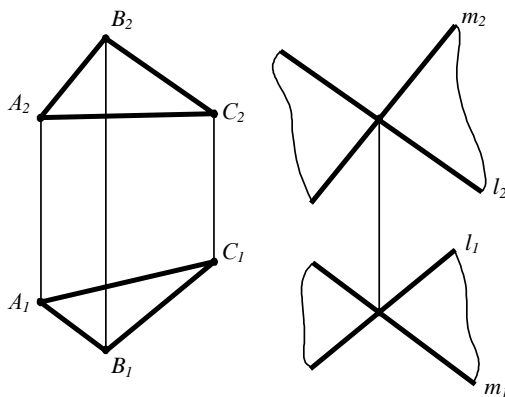


Рис.2.24

$$\sigma(ABC) - \text{з.п.}$$

$$\omega(l \cap m) - \text{з.п.}$$

$$\omega \supset l \parallel BC \subset \sigma$$

$$\omega \supset m \parallel AB \subset \sigma$$

$$\sigma \parallel \omega$$

Перетин площин.

Дві площини перетинаються по прямої лінії. Лінія перетинання повинна належати одночасно обом площинам, що перетинаються (рис.2.25).

Побудова лінії перетинання площин за допомогою допоміжних січних площин:

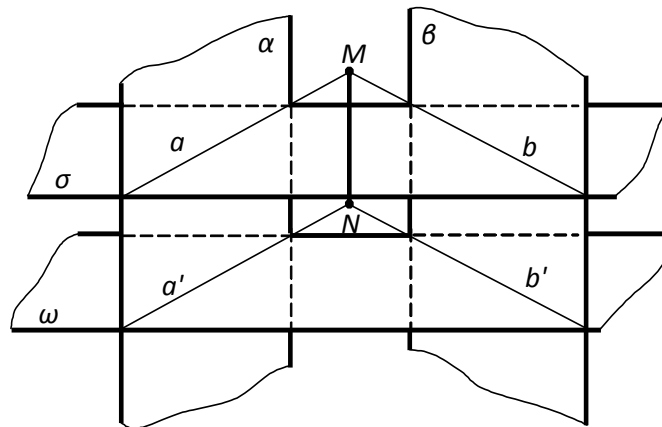


Рис.2.25

Обидві задані площини α і β перетинаємо третьою допоміжною площиною особливого положення – σ ;

- будуємо лінію перетинання першої заданої площини з допоміжною –

$$\alpha \cap \sigma = a;$$

- будуємо лінію перетинання другої заданої площини з тією ж допоміжною

$$-\beta \cap \sigma = b.$$

Точка перетину побудованих ліній a і b – точка M – належить одночасно обом заданим площинам, оскільки вона лежить на прямій a , що належить площини α і на прямій b , що належить площини β . Отже, вона належить лінії перетину цих площин – $\alpha \cap \beta = M$. Для побудови самої лінії необхідно знайти ще одну точку, їй приналежну, тобто повторити наведений вище алгоритм.

Приклад 1.

Побудувати лінію перетину двох площин (рис.2.26):

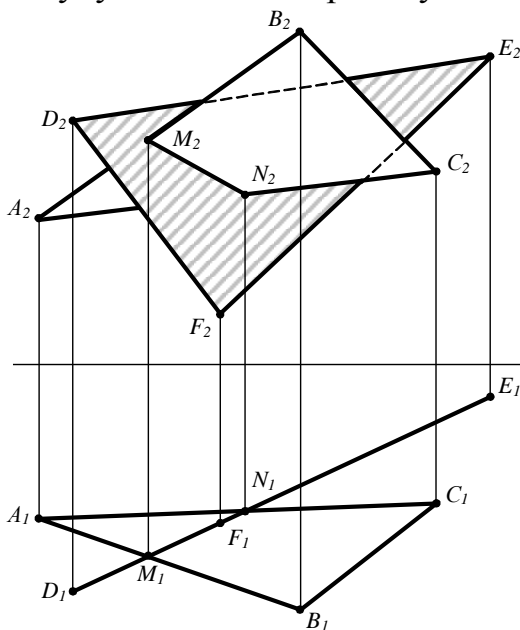


Рис.2.26

$\alpha (ABC)$ – площина загального положення;

$\beta (DEF)$ – горизонтально-проекціюча площина;

$$\alpha \cap \beta = MN$$

Лінія перетину є межею видимості, тобто вона змінює характер видимості на протилежний.

Приклад 2.

Побудувати лінію перетину двох площин загального положення.

Для визначення лінії перетину двох площин загального положення треба знайти дві її точки. Це можна зробити, повторивши двічі задачу на перетин прямої з площиною (рис.2.27).

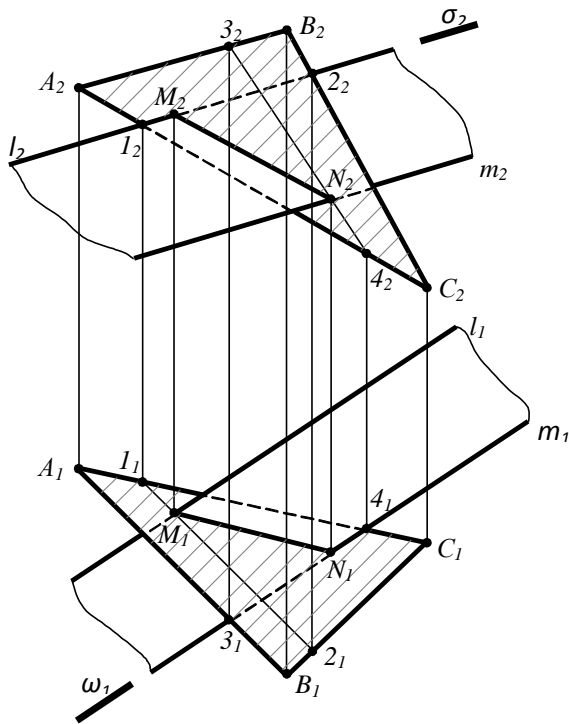


Рис.2.27

Алгоритм

I.

1. $l \in \sigma \perp \Pi_2$
2. $\sigma \cap \alpha(l // m) = l$
3. $\sigma \cap \beta(ABC) = 1-2$
4. $l \cap (1-2) = M$

II.

1. $m \in \omega \perp \Pi_1$
2. $\omega \cap \alpha(l // m) = m$
3. $\omega \cap \beta(ABC) = 3-4$
4. $m \cap (3-4) = N$

2.9.3 Задача 1. Побудувати лінію перетину трикутників ABC і DEK.

Показати видимість в проєкціях.

За координатами X,Y,Z знайти точки A,B,C та побудувати трикутник ABC. Аналогічно побудувати трикутник DEK. Побудувати лінію перетину двох трикутників.

Дані для рішення задачі 1 взяті дані в таблиці 1.

Вказівки до рішення задачі 1.

Побудувати координатні осі. Із табл. 2.1 згідно свого варіанту взяти координати точок A, B, C, D, E, K вершин трикутників та побудувати трикутники ABC та DEK (рис. 2.28). Сторони трикутників і інші допоміжні прямі проводяться спочатку тонкими суцільними лініями. Лінії перетину трикутників будуються використовуючи задачу на точку перетину прямої з площиною. Таку лінію можна побудувати використовуючи допоміжні січні проєктуючи площини.

Показати лінію перетину трикутника ABC з трикутником DEK. Показати видимість сторін перетинаючих трикутників. Видимі сторони зобразити суцільними товстими лініями, невидимі – штриховими.

Видимість сторін трикутників визначається способом конкуруючих точок.

Таблиця 2.1. Дані до задачі 1
(координати і розміри, мм)

№ вар.	X _A	Y _A	Z _A	X _B	Y _B	Z _B	X _C	Y _C	Z _C	X _D	Y _D	Z _D	X _E	Y _E	Z _E	X _K	Y _K	Z _K
1	117	90	9	52	25	79	0	83	48	68	110	85	135	19	36	14	52	0
2	120	90	10	50	25	80	0	85	50	70	110	85	135	20	35	15	50	0
3	115	90	10	52	25	80	0	80	45	64	105	80	130	18	35	12	50	0
4	120	92	10	50	20	75	0	80	46	70	115	85	135	20	32	10	50	0
5	117	9	90	52	79	25	0	48	83	68	85	110	135	36	19	14	0	52
6	115	7	85	50	80	25	0	50	85	70	85	110	135	20	20	15	0	50
7	120	10	90	48	82	20	0	52	82	65	80	110	130	38	20	15	0	52
8	116	8	88	50	78	25	0	46	80	70	85	108	135	36	20	15	0	52
9	115	10	92	50	80	25	0	50	85	70	85	110	135	35	20	15	0	50
10	18	10	90	88	79	25	135	48	82	67	85	110	0	36	19	121	0	52
11	20	12	92	85	89	25	135	50	85	70	85	110	0	35	20	120	0	52
12	15	10	85	10	80	20	130	50	80	70	80	108	0	35	20	120	0	50
13	16	12	88	85	80	25	130	50	80	75	85	110	0	30	15	120	0	50
14	18	12	85	85	80	25	135	50	80	70	85	110	0	35	20	120	0	50
15	18	90	10	83	25	79	135	83	48	67	110	85	0	19	36	121	58	0
16	18	40	75	83	117	6	135	47	38	67	20	0	0	111	48	121	78	86
17	18	75	40	83	6	107	135	38	47	67	0	20	0	48	111	121	86	78
18	117	75	40	52	6	107	0	38	47	135	0	20	86	48	111	151	68	78
19	20	14	87	87	82	27	137	52	82	72	87	112	0	37	22	122	0	52
20	17	13	89	86	81	26	131	81	81	76	86	111	0	31	16	121	0	51

2.10 Рішення метричних задач методом заміни площин проекцій.

Метричними називаються задачі, пов'язані з визначенням істинного виду плоских фігур, натуральних розмірів відстаней, кутів і інших метричних характеристик геометричних об'єктів задачі.

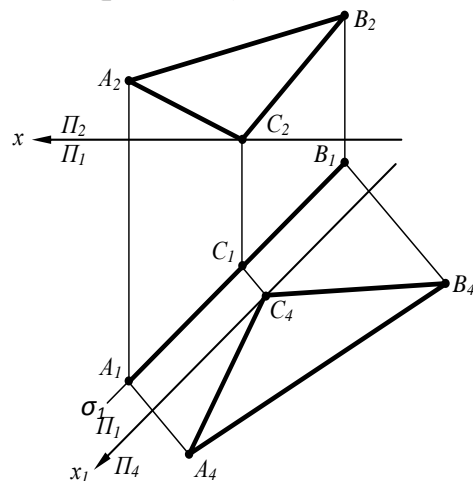
2.10.1 Визначення натуральної величини (дійсного розміру) плоских фігур.

Якщо плоска фігура лежить у проекціючій площині, або в площині загального положення, то вона проекціюється на площини проекцій спотворено. Якщо необхідно визначити натуральну (дійсну) величину цієї фігури, її варто перетворити в площину рівня, тобто за допомогою перетворення креслення домогтися того, щоб плоска фігура зайняла положення паралельне площині проекцій.

Розглянемо рішення подібних задач, застосовуючи метод заміни площин проекцій, суть якого була розглянута раніше.

Приклад 1.

Визначити істинний вигляд трикутника ABC , що лежить у площині σ , перпендикулярної Π_1 (рис.2.29).



$$x \frac{\Pi_2}{\Pi_1} \rightarrow x_1 \frac{\Pi_1}{\Pi_4}$$

$$\Pi_4 \parallel \sigma (ABC)$$

$$x_1 \parallel A_1B_1C_1$$

$(A_1B_1C_1)$ -натуральна

(дійсна) величина

Рис.2.29

Приклад 2.

Визначити дійсну (натуральну) величину трикутника ABC , що лежить у площині загального положення.

Для перетворення площини загального положення в площину рівня необхідні дві послідовні заміни площин проекцій. Спочатку перетворюємо

площину загального положення в проєкціюючу, а проєкціюючу потім – у площину рівня (рис.2.30).

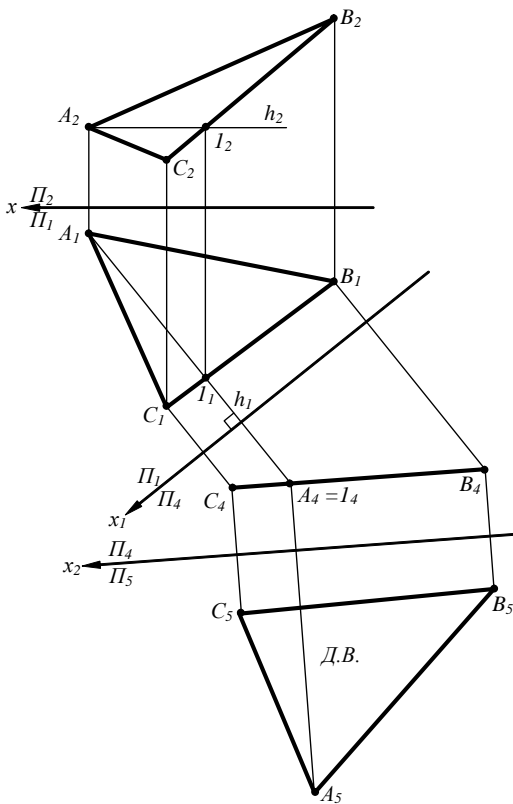


Рис.2.30

1-й етап

$$x \frac{\Pi_2}{\Pi_1} \rightarrow x_1 \frac{\Pi_1}{\Pi_4}$$

$$\Pi_4 \perp \sigma(ABC)$$

$$x_1 \perp h_1 \in \sigma(ABC)$$

2-й етап

$$x_1 \frac{\Pi_4}{\Pi_1} \rightarrow x_2 \frac{\Pi_4}{\Pi_5}$$

$$\Pi_5 \parallel \sigma(ABC)$$

$$x_2 \parallel \sigma_4(A_4B_4C_4)$$

$$(A_5B_5C_5) - \text{дійсна}$$

величина

Всі задачі, що вирішуються за допомогою перетворення креслення, можна звести до чотирьох основних задач:

- 1) перетворення прямої загального положення в пряму рівня
- 2) перетворення прямої рівня в проєкціюючу пряму.
- 3) перетворення площини загального положення в проєкціюючу.
- 4) перетворення проєкціюючої площини у площину рівня.

Раніш, чим приступати безпосередньо до рішення якихось задач з використанням перетворення креслення, необхідно після аналізу бажаного результату вибрати напрямок перетворення (схему однієї з 4-х основних задач).

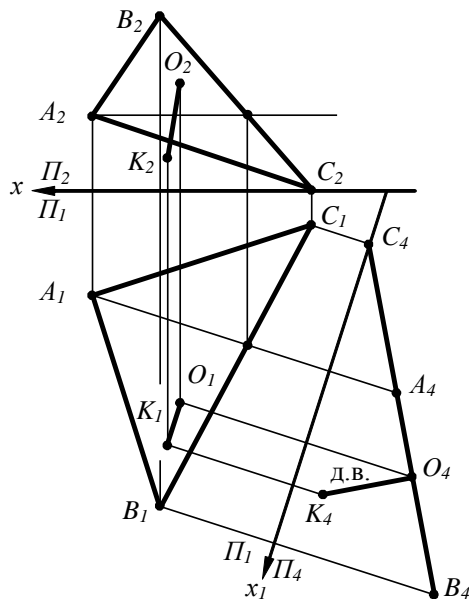
У попередніх двох прикладах було розглянуто перетворення площини з метою визначення істинного вигляду плоскої фігури. Тепер розглянемо застосування перетворень для розв'язання деяких інших задач.

2.10.2 Визначення відстані між двома геометричними об'єктами.

Приклад 1.

Визначити відстань від точки K до площини $\sigma(ABC)$

Дійсну величину відстані від точки до площини, що вимірюється довжиною перпендикуляра, проведеного з точки на площину, ми побачимо тільки тоді, коли сама площина буде перпендикулярною площини проєкцій (рис.2.31).



В даному випадку необхідно виконати перетворення за 3-ю схемою чотирьох основних задач. Задача потребує одного перетворення:

$$x \frac{\Pi_2}{\Pi_1} \rightarrow x_1 \frac{\Pi_1}{\Pi_4};$$

$$\Pi_4 \perp \sigma(ABC);$$

$$x_1 \perp h_1 (h \in \sigma);$$

$$K_4O_4 \perp \sigma_4(A_4B_4C_4)$$

K_4O_4 – дійсна величина

Рис.2.31

Приклад 2.

Визначити відстань між двома мимобіжними прямими AB – загального положення і CD – паралельна Π_1 (горизонтальна рівня).

Аналіз: Відстань між прямими вимірюється відрізком перпендикуляра до обох прямих. Щоб виміряти цей відрізок, потрібно, щоб він проєкціювався без спотворення, тобто є прямою рівня. Але для цього пряма, до якої він перпендикулярний, повинна бути проєкціюючою. Отже, вибираємо схему перетворення №2. Задача потребує одного перетворення (рис.2.32).

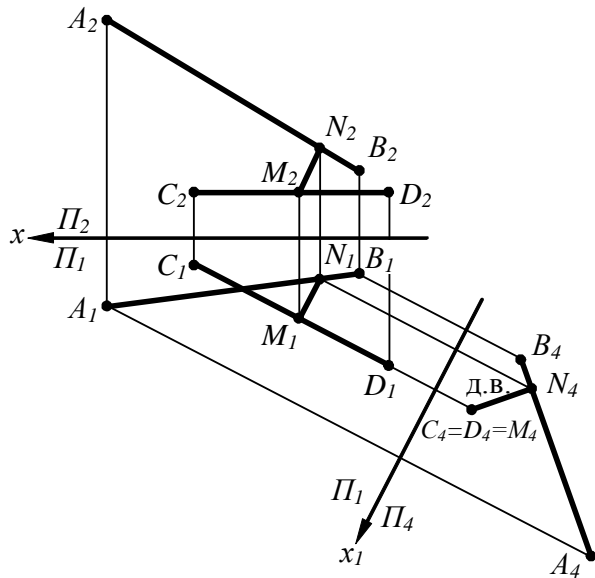


Рис.2.32

$$x \frac{\Pi_2}{\Pi_1} \rightarrow x_1 \frac{\Pi_1}{\Pi_4}$$

$$\Pi_4 \perp CD$$

$$x_1 \perp C_1D_1$$

$$M_4N_4 \perp A_4B_4$$

M_4N_4 – дійсна

величина

2.11 Багатогранники.

Багатогранники – це геометричні тіла, утворені деякою кількістю площин, що перетинаються і являють собою замкнуті поверхні.

2.11.1 Завдання на кресленні.

На комплексному кресленнику багатогранники задаються проекціями вершин і сіткою ребер (рис.2.33).

Серед багатогранників в особливу групу виділяють *правильні багатогранники*: *тетраедр, гексаedr, октаedr, додекаedr, ікосаedr*, гранями яких є правильні багатокутники.

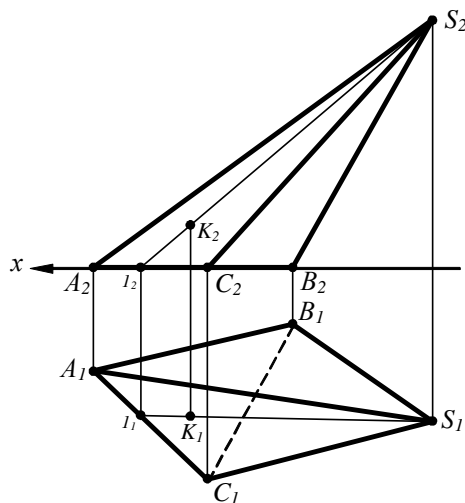


Рис.2.33

$m.S$ – вершина
піраміди,

ΔABC – основа
піраміди,

AS, BS, CS – ребра
піраміди,

ABS, ACS, BCS –
грані піраміди.

Точка на поверхні багатогранника.

Точка належить поверхні багатогранника, якщо вона лежить на якійсь лінії, що належить поверхні багатогранника. Наприклад, якщо т. K лежить на поверхні багатогранника і є при цьому видимою, то вона належить грані ACS піраміди $SABC$ і може бути побудована за допомогою допоміжної прямої, що належить цій грані.

2.11.2 Перетин багатогранника площиною і прямою.

Переріз багатогранника площиною.

Переріз багатогранника площиною являє собою плоский багатокутник, вершинами якого є точки перетинання ребер багатогранника із січною площиною, а сторонами – лінії перетинання граней багатогранника із січною площиною.

Приклад.

Побудувати проєкції і істинний вигляд перерізу призми горизонтально-проєкціуючою площиною (рис.2.34).

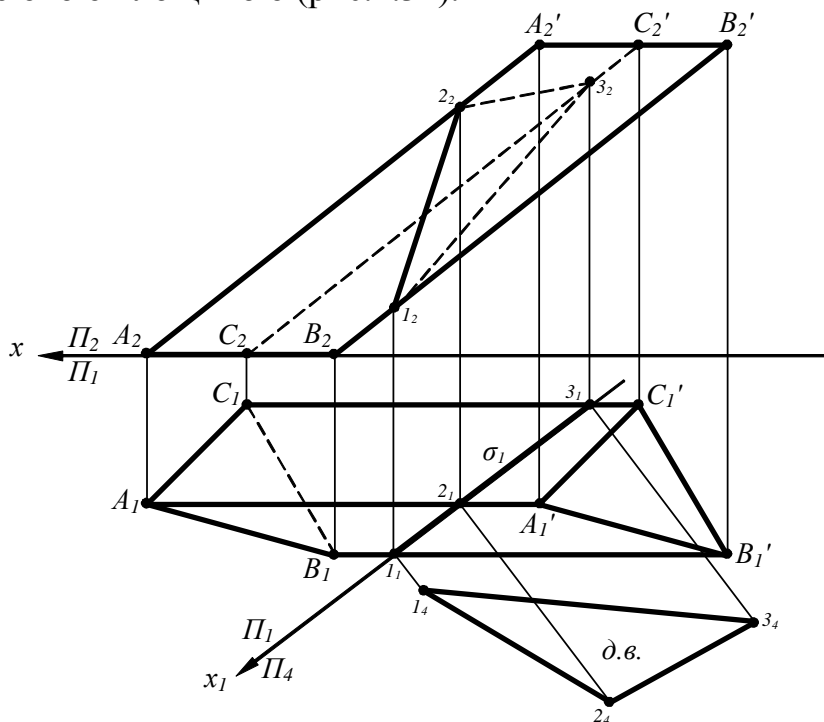


Рис.2.34

Перетин прямої із поверхнею багатогранника.

Для побудування точок перетину прямої із поверхнею багатогранника застосовується алгоритм, що нагадує той, що використовується для визначення точки зустрічі прямої із площиною (рис.2.35).

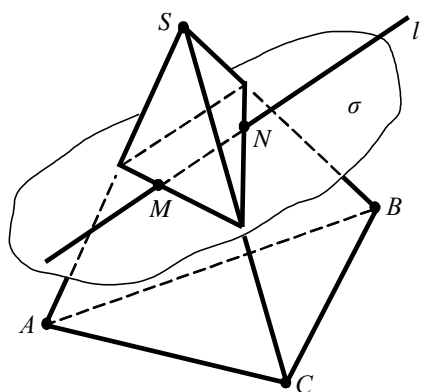


Рис.2.35

Алгоритм. Щоб знайти точки перетинання прямої із поверхнею багатогранника, необхідно:

- 1) укласти пряму в допоміжну площину;
- 1) побудувати переріз багатогранника цією площиною; точки перетинання заданої прямої із побудованою фігурою розрізу – шукані точки перетинання прямої із поверхнею багатогранника.

Приклад.

Побудувати точки перетину прямої l із поверхнею піраміди. Визначити видимість прямої (рис.2.26).

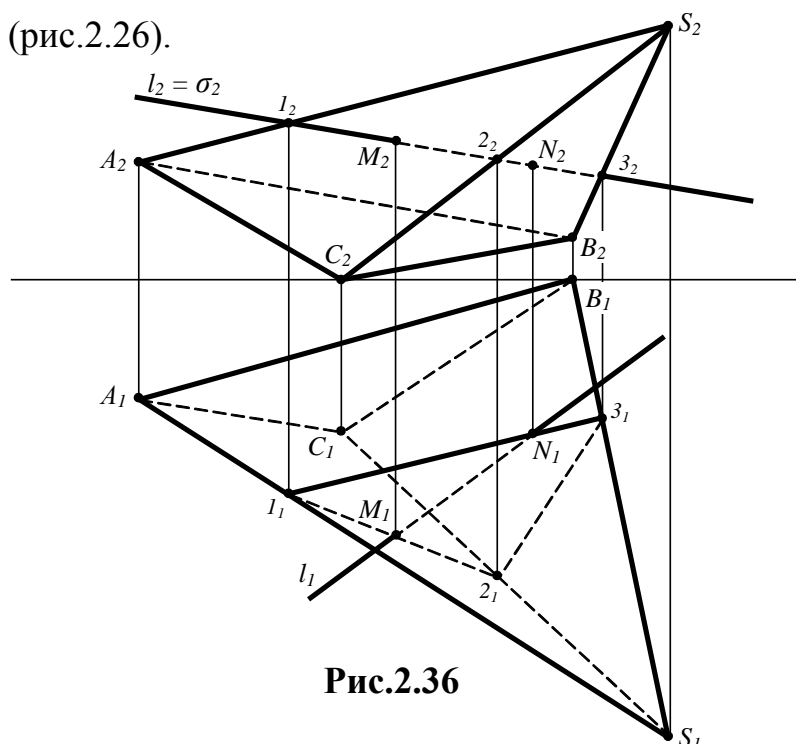


Рис.2.36

2.11.3 Задача 2. Побудувати проекції піраміди, основою якої є трикутник ABC , а ребро SA визначає висоту h піраміди.

Дані для свого варіанту взяти із табл.2.2 (стор.44). Приклад виконання наведений на рис.2.37 (стор.45).

Вказівки до рішення задачі 2.

Намічаються (позначаються) осі координат із табл.2.2, згідно свого варіанту, беруться координати точок A, B, C вершин трикутника ABC (рис. 2.37).

По координатам будується трикутник в проекціях. В точці A будується перпендикуляр до площини трикутника і на ньому вище точки A (цієї площини) відкладається відрізок AS , рівний заданій величині h . Будуються ребра піраміди.

Способом конкуруючих точок визначається видимість. Видимі ребра піраміди слід показати суцільними товстими лініями, невидимі – штриховими лініями.

Всі допоміжні побудови необхідно зберегти на кресленні і показати тонкими суцільними лініями.

Таблиця 2.2. Дані до задачі 2
(координати і розміри, мм)

№ вар.	X_A	Y_A	Z_A	X_B	Y_B	Z_B	X_C	Y_C	Z_C	h
1	117	90	9	52	25	79	0	83	48	85
2	120	90	10	50	25	80	0	85	50	85
3	115	90	10	52	25	80	0	80	45	85
4	120	92	10	50	20	75	0	80	46	85
5	117	9	90	52	79	25	0	48	83	85
6	115	7	85	50	80	25	0	50	85	85
7	120	10	90	48	82	20	0	52	82	85
8	116	8	88	50	78	25	0	46	80	85
9	115	10	92	50	80	25	0	50	85	85
10	18	10	90	83	79	25	135	48	83	85
11	20	12	92	85	80	25	135	50	85	85
12	15	10	85	80	80	20	130	50	80	85
13	16	12	88	85	80	25	130	50	80	80
14	18	12	85	85	80	25	135	50	80	80
15	18	90	10	83	25	79	135	83	48	80
16	18	40	75	83	117	6	135	47	38	80
17	18	75	40	83	6	107	135	38	47	80
18	117	75	40	52	6	107	0	38	47	80
19	117	40	75	52	107	6	0	47	38	80
20	120	38	75	50	108	5	0	45	40	80
21	122	40	75	50	110	8	0	50	40	85
22	20	40	10	85	110	80	135	48	48	80
23	20	10	40	85	80	110	135	48	48	85
24	117	40	9	52	111	79	0	47	48	80
25	117	9	40	52	79	111	0	48	47	85
26	18	40	9	83	111	79	135	47	48	80
27	18	9	40	83	79	111	135	48	47	85
28	115	90	9	52	25	80	0	85	45	85
29	120	90	10	50	25	85	0	85	50	85
30	115	90	8	52	25	80	0	80	45	85

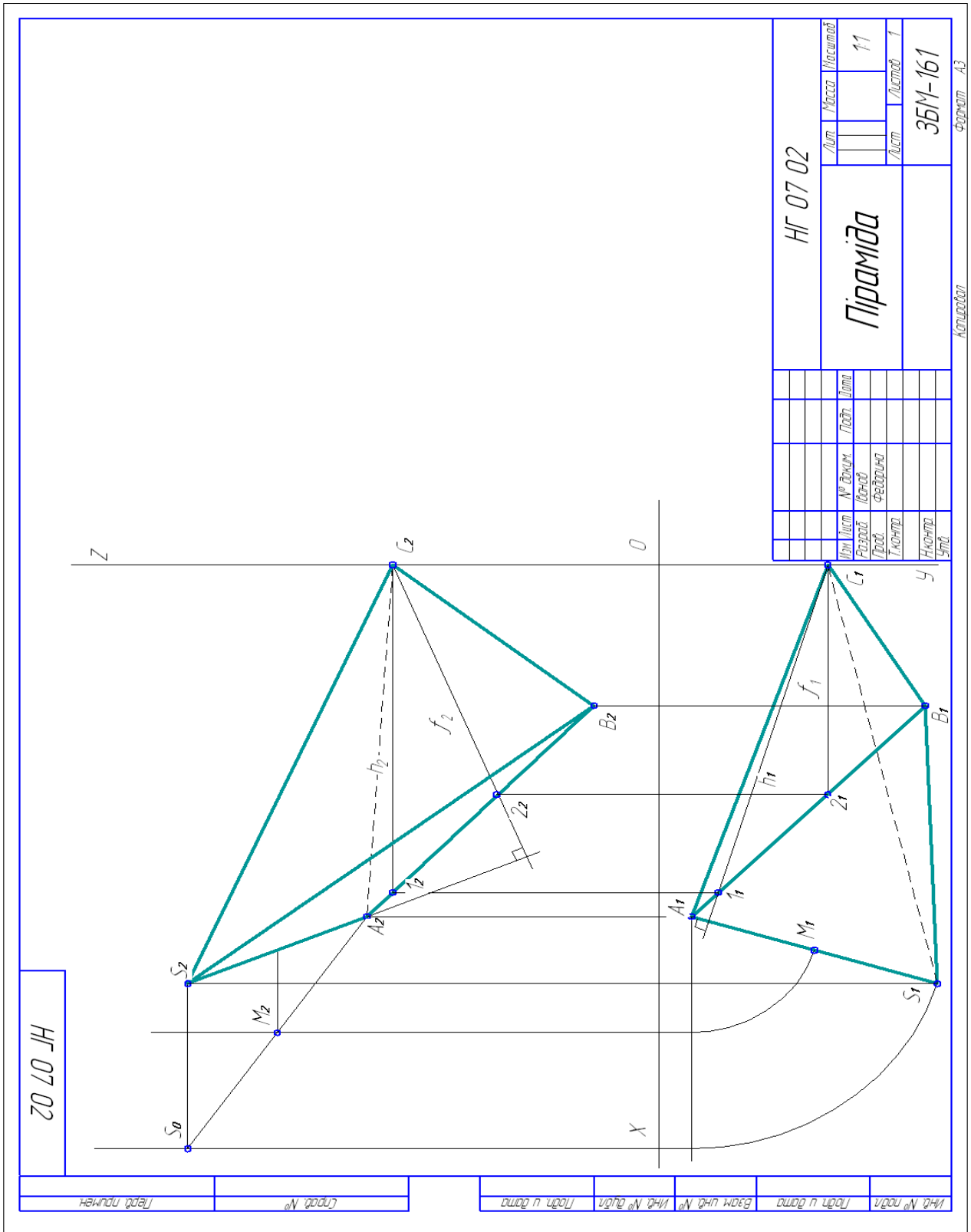


Рис.2.37. Зразок виконання задачі 2 «Піраміда»

2.12 Взаємний перетин багатогранників.

Побудова проєкцій багатогранників із вирізами.

При перетинанні багатогранників утворюється просторова ламана, що усіма своїми ланками належить одночасно обом поверхням багатогранників, що перетинаються. Для того, щоб побудувати цю ламану, необхідно знайти точки перетинання ребер одного багатогранника з гранями іншого і ребер другого з гранями першого. Ці точки будуть вершинами шуканої ламаної лінії перетинання. Іноді буває зручно будувати лінії перетинання граней багатогранників, що перетинаються. Частіше усього доцільно буває сполучити обидва методи: *метод ребер і метод граней*.

При побудові креслення багатогранника з вирізами, якщо вирізи утворені плоскими гранями, поверхня вирізу розглядається як поверхня другого багатогранника, що перетинається з першим. Після знаходження всіх спільних точок вони з'єднуються з урахуванням приналежності одній і тій ж площині і видимості граней, яким належать.

Приклад.

Побудувати 3 проєкції багатогранника з наскрізним вирізом (рис.2.38).

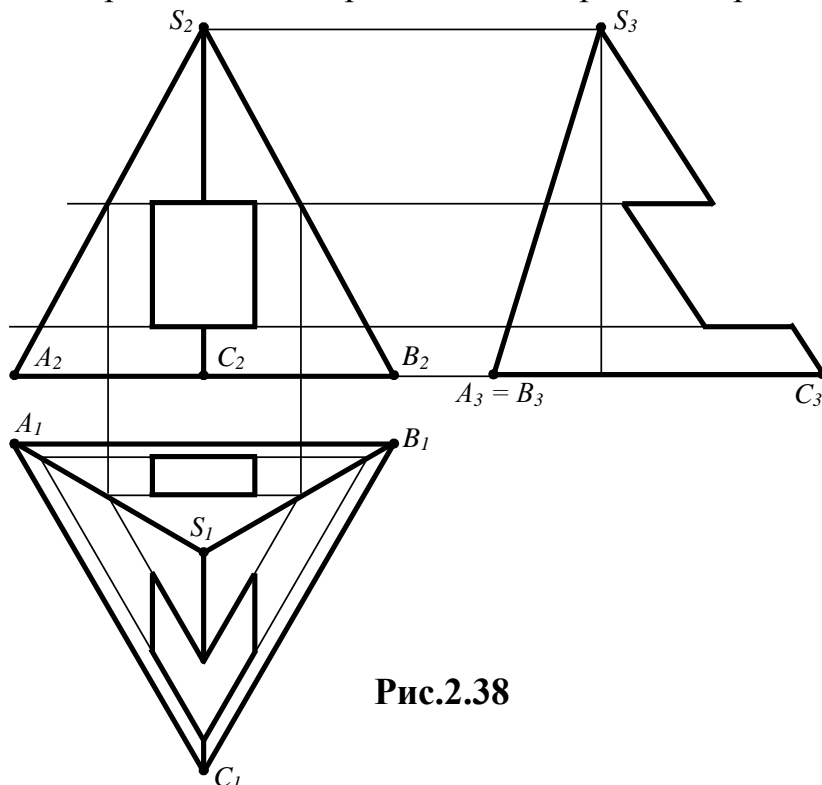
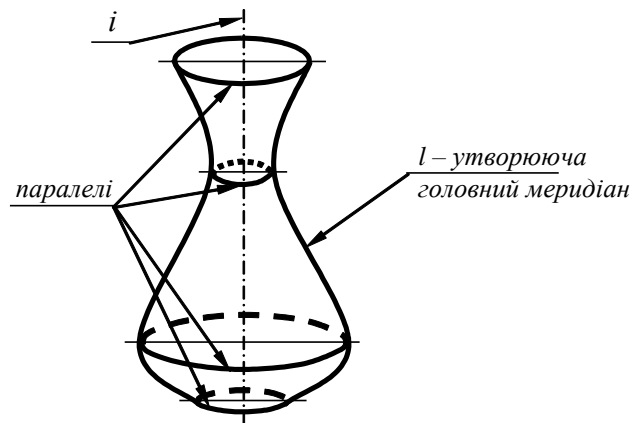


Рис.2.38

2.13 Поверхні обертання.

Поверхні обертання утворюються обертанням якоїсь утворюючої (прямої або кривої) навколо нерухомої осі.



Основна властивість поверхонь обертання.

Оскільки при утворенні поверхні обертання кожна точка утворюючої описує коло у площині, перпендикулярної осі обертання, то розріз поверхні обертання площиною, перпендикулярною до осі обертання – завжди коло. Ці кола називаються *паралелями*. При цьому паралель найбільшого діаметра називається *екватором*, а найменшого – *горлом (або горловиною)*. Лінія перетину поверхні обертання площиною, що проходить через вісь, називається *меридіаном* поверхні.

2.13.1 Приклади поверхонь обертання

. Циліндрична поверхня обертання (поверхня прямого кругового циліндра), рис.2.39.

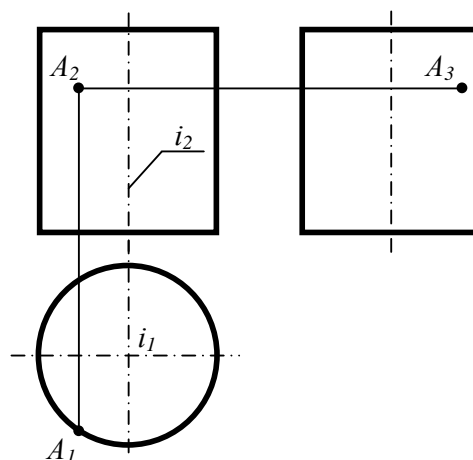


Рис.2.39

Конус обертання (рис.2.40)

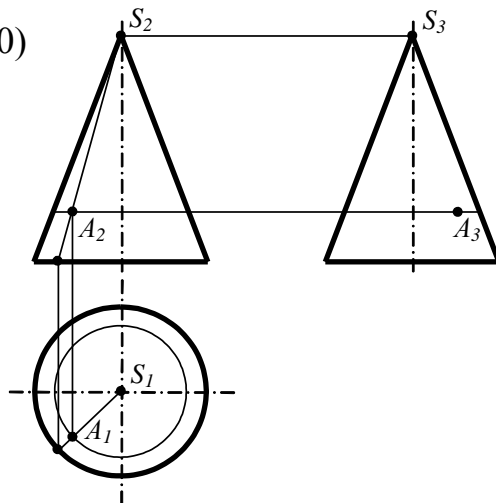


Рис.2.40

Поверхня кулі (сфера)

Поверхня утворюється обертанням кола навколо свого діаметра (рис.2.41)

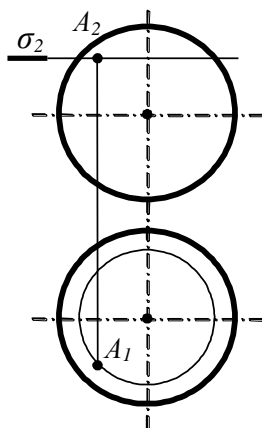
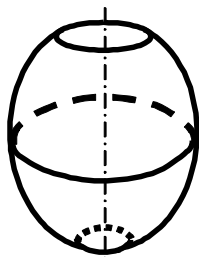


Рис.2.41

Торова поверхня

Утворюється обертанням кола або її дуги навколо осі, що не проходить через центр кола (рис.2.42).

Закритий тор



Відкритий тор

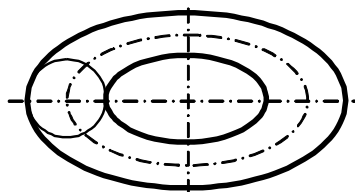


Рис.2.42

2.13.2 Перетин багатогранника з тілом обертання. Спосіб січних площин.

Побудова лінії перетину конуса з трикутною призмою **способом січних площин** (рис.2.43).

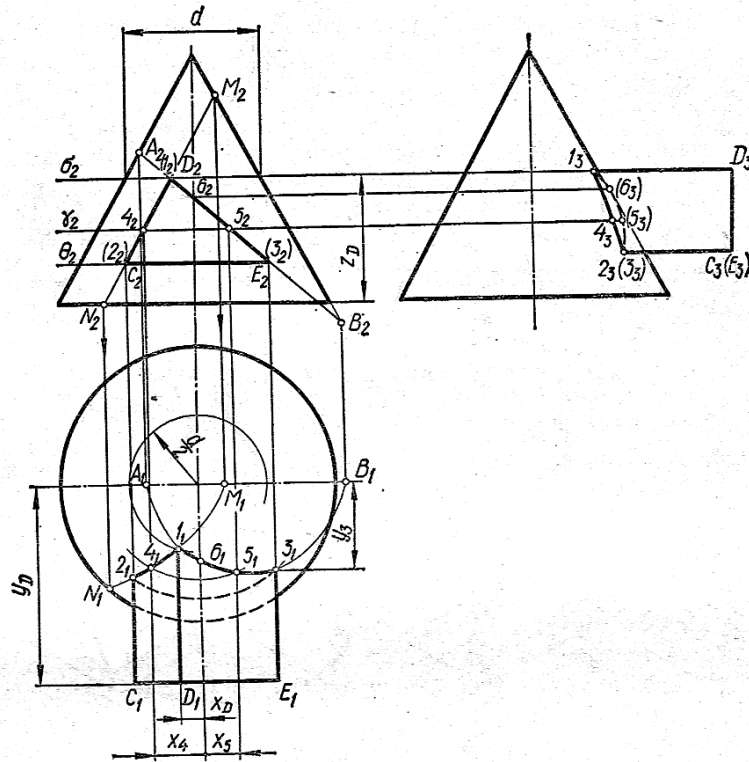


Рис.2.43

Побудова лінії перетину півсфери з трикутною призмою **способом січних площин** (рис.2.44).

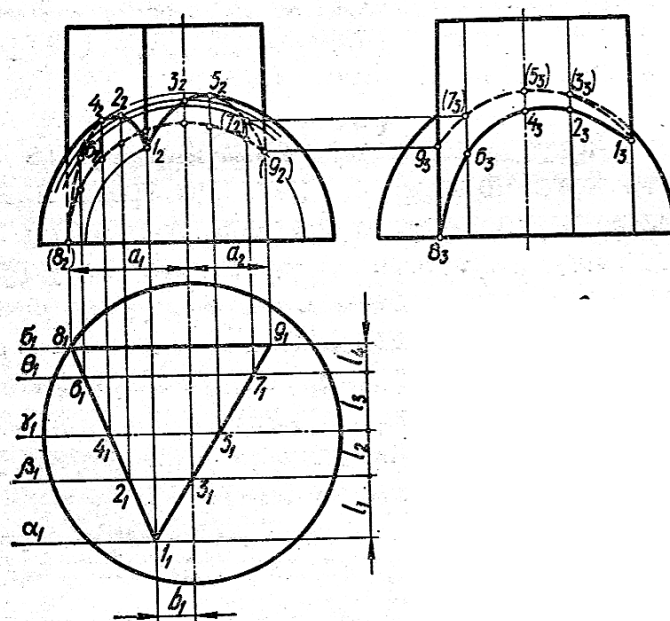


Рис.2.44

2.13.3 Перетин тіл обертання

У перетині двох тіл обертання отримують одну або дві просторові замкнені криві. Побудова лінії перетину напівсфери з циліндром (рис.2.45).

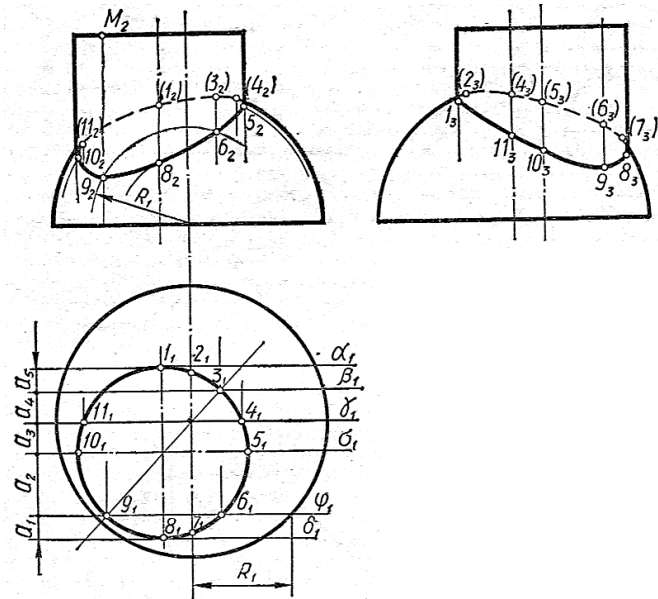


Рис.2.45

2.13.4 Спосіб допоміжних сфер

Спосіб допоміжних сфер поділяють на:

1. Спосіб концентричних сфер (рис.2.46).
2. Спосіб ексцентричних сфер (рис.2.47).

Спосіб концентричних сфер ґрунтується на тому, що сфера перетинається з поверхнею обертання по колах, якщо вісь цієї поверхні проходить через центр сфери (рис.2.46).

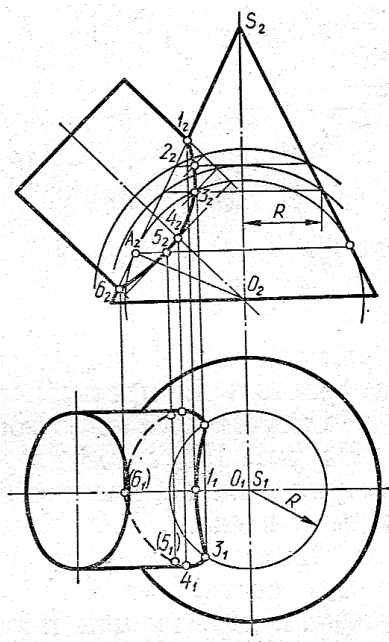
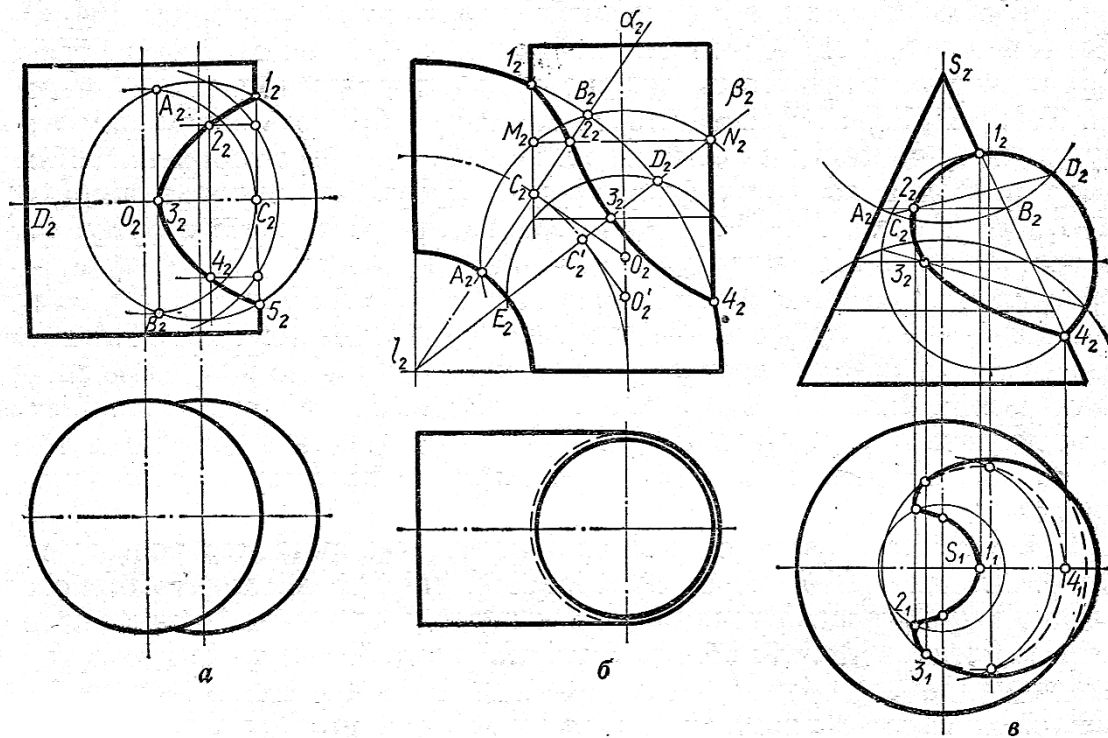


Рис.2.46

Спосіб ексцентричних сфер полягає в тому, що допоміжні сфери проводять з різних центрів (рис. 2.47). Це дає змогу застосовувати такий спосіб не лише для тіл обертання, а й для поверхонь. Що мають колові перерізи, - тора, похилого циліндра, еліптичного параболоїда тощо.



- a* - побудова лінії перетину циліндра і сфери;
- б* – побудова лінії перетину тора з циліндром;
- в* – побудова лінії перетину конуса і сфери.

Рис.2.47

2.13.5 Задача 3. Побудувати лінію перетину конуса обертання із циліндром обертання.

Дані свого варіанта взяти із табл.2.3 (стор.52). Приклад виконання наведений на рис. 2.48 (стор. 53).

Вказівки до рішення задачі 3

За табл.2.3. по координатам точок K і E , іншим даним будуємо конус і циліндр у двох проєкціях. У фронтальній площині проєкцій побудувати допоміжні січні площини, позначити точки перетину геометричних тіл $1_2, 2_2, 3_2, \dots$. Побудувати відповідні допоміжні січні площини у горизонтальній проєкції та спроектувати точки на відповідні площини, позначити $1_1, 2_1, 3_1, \dots$. Побудувати лінію перетину конуса обертання із циліндром обертання

з'єднавши отримані точки плавною лінією. Показати видимість. Видимі лінії перетину показати товстою суцільною лінією, невидимі – штриховою .

Таблиця 2.3 Дані до задачі 3
(координати і розміри, мм)

№ вар.	X_K	Y_K	Z_K	R	h	X_B	Y_B	Z_B	R_1
1	80	70	0	45	100	50	70	32	35
2	80	70	0	45	100	50	70	32	30
3	80	72	0	45	100	53	72	32	32
4	80	72	0	45	100	60	72	35	35
5	70	70	0	44	102	50	70	32	32
6	75	70	0	45	98	65	70	35	35
7	75	70	0	45	98	70	70	35	35
8	75	72	0	45	98	75	72	35	35
9	75	72	0	43	98	80	72	35	35
10	75	75	0	44	102	50	75	35	35
11	80	75	0	43	102	85	75	36	36
12	80	75	0	43	102	85	75	40	35
13	80	75	0	42	102	80	75	40	35
14	80	70	0	42	102	80	70	40	32
15	80	70	0	42	100	75	70	40	32
16	70	72	0	43	100	75	72	42	32
17	70	72	0	44	100	70	72	40	32
18	70	74	0	44	100	70	74	36	32
19	70	74	0	44	98	68	74	32	34
20	75	70	0	42	98	68	70	32	36
21	75	72	0	42	95	66	72	35	35
22	75	75	0	46	95	66	75	38	32
23	80	74	0	46	96	64	75	36	32
24	80	75	0	46	96	64	75	34	34
25	80	70	0	46	97	62	70	38	32
26	80	70	0	45	97	62	70	38	34
27	80	70	0	45	102	60	70	34	34
28	80	70	0	45	100	50	70	32	35
29	80	70	0	45	100	50	70	32	30
30	80	72	0	45	100	53	72	32	32

2.14 Проекційне креслення

2.14.1 Проектування поверхонь геометричних тіл

Для того щоб навчитися правильно креслити деталі, треба вміти будувати проєкції основних геометричних тіл. Щоб прочитати та відобразити креслення необхідно не тільки за заданими розмірами побудувати його проєкції, але й провести повний аналіз фігури. Визначити кількість ребер, граней, які утворюють поверхню тіла, вказати їх розташування в просторі по відношенню один до одного. Визначити видимі та невидимі елементи.

Предмети відображають за методом прямокутного проектування. Проєкції називають видами.

Вид - зображення предмету з видимої до наглядача сторони.

Горизонтальна проєкція (Π_1) - вид зверху.

Фронтальна проєкція (Π_2) - вид спереду.

Профільна проєкція (Π_3) - вид зліва (вид збоку).

Види знаходяться в тісному проєкційному зв'язку.

Призма

Призма - багатогранник, у якого дві грані рівні багатокутники з паралельними сторонами, всі інші грані – паралелограми (рис.2.49).

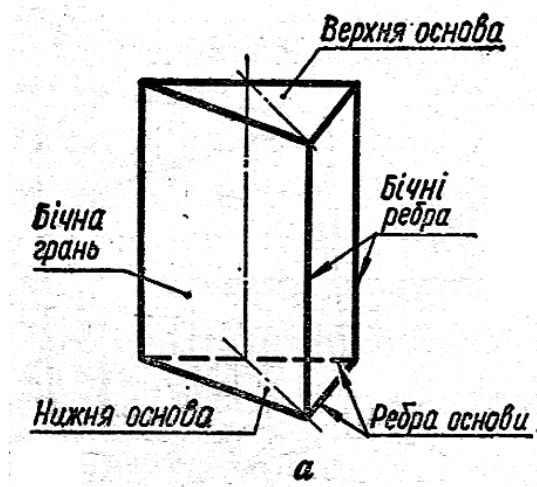


Рис.2.49

Побудова трикутної призми

Порядок виконання:

1. Побудова 3-х проєкцій призми (рис. 2.50 а);
2. Побудова 3-х проєкцій точок, що належать поверхням;
3. Визначення видимості та невидимості точок;
4. Побудова розгортки (рис. 2.50 б) ;
4. Побудова аксонометричної проєкції призми (рис. 2.50 в);
5. Побудова аксонометричних проєкцій точок, що належать поверхні призми.

призми.

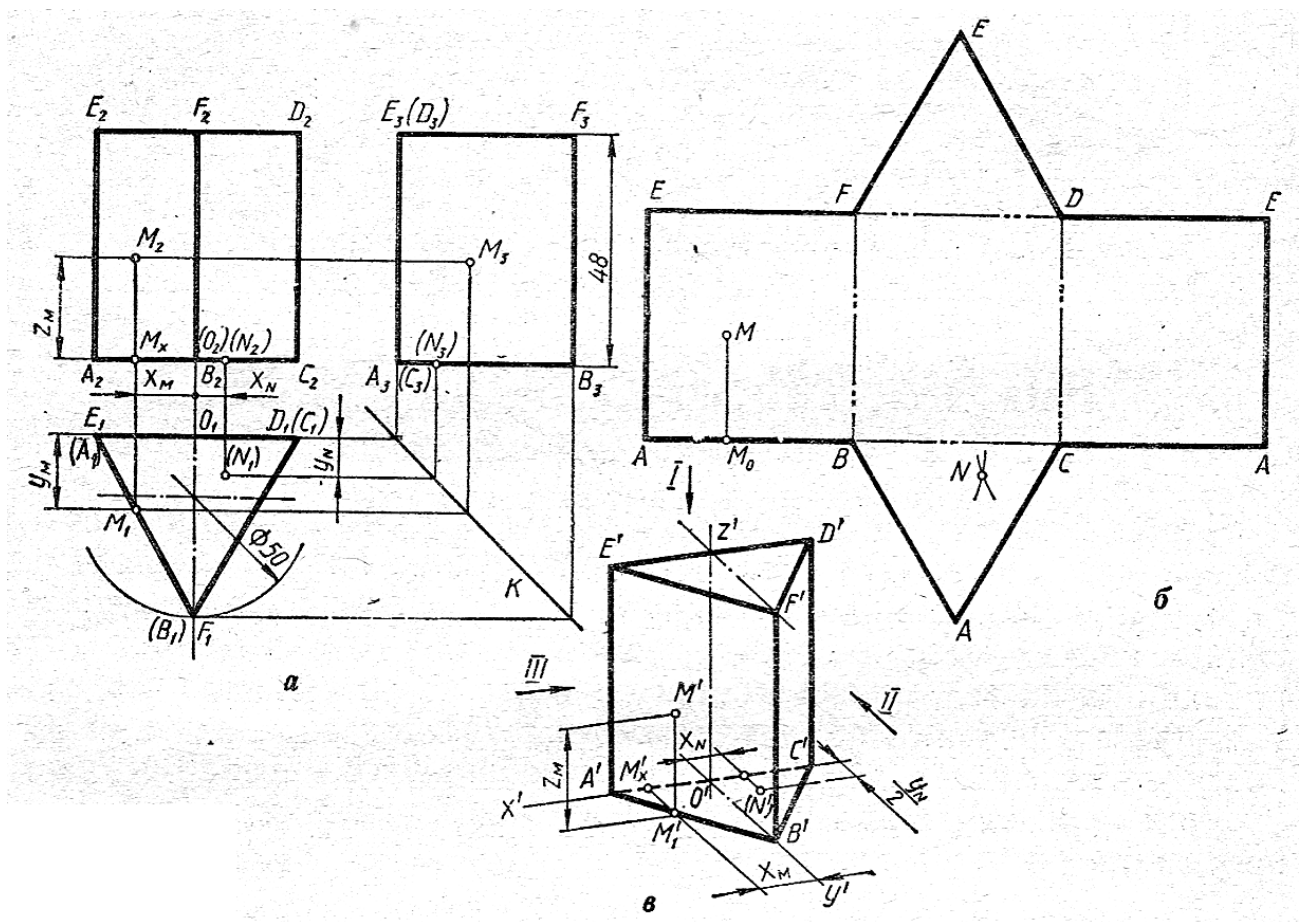


Рис. 2.50

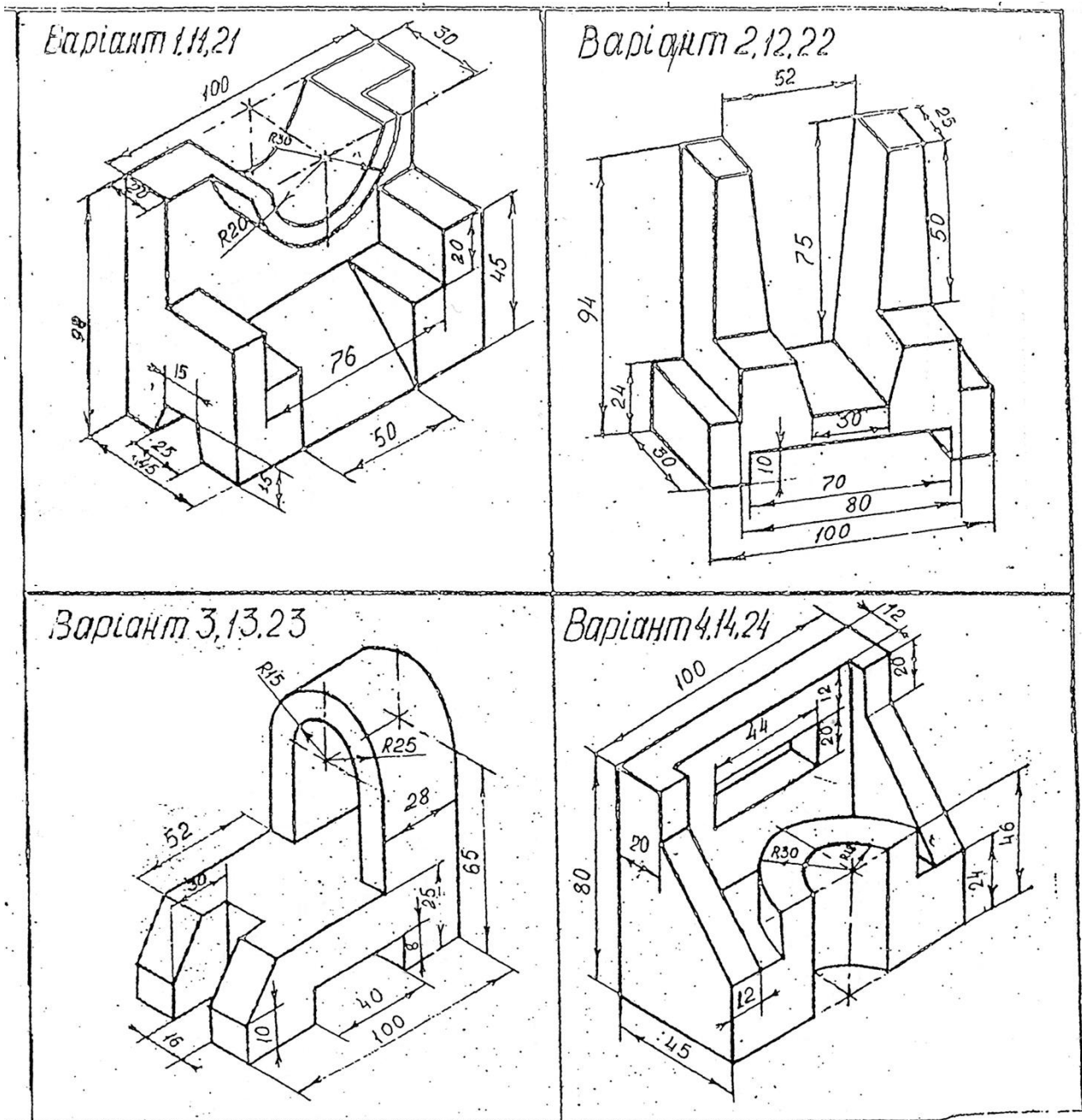
2.14.2 Задача 4. Побудувати три види за наочним зображенням предмета.

Завдання для свого варіанта взяти на стор.56-57. Приклад виконання наведений на рис.2.51 (стор.58)

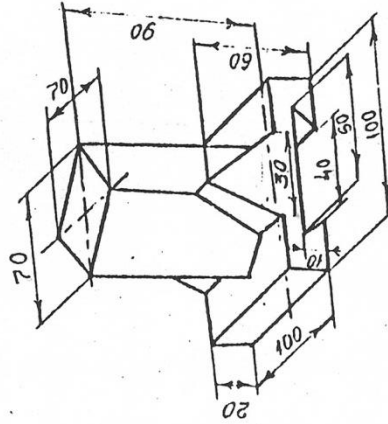
Вказівки до рішення задачі 4.

Уважно ознайомитись з конфігурацією моделі. Рационально вибрати вид спереду, що називають головним видом, який найбільше розкриває форму та розміри деталі.

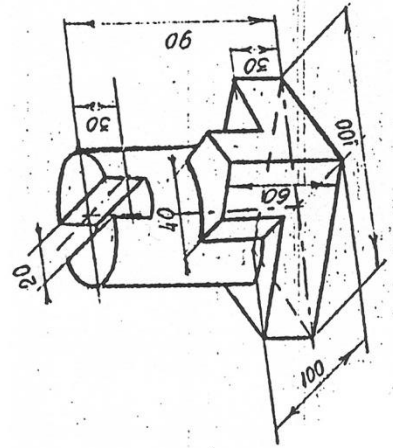
За розмірами побудувати три види: зпереду, зверху та зліва. Проставити розміри.



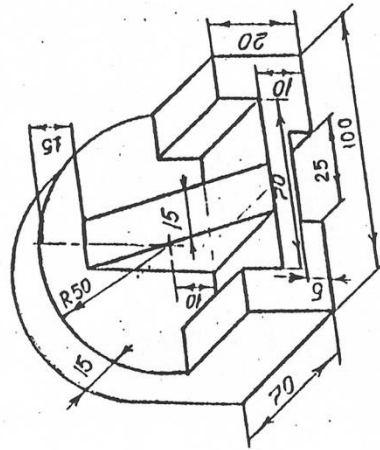
Вариант 7,17,27



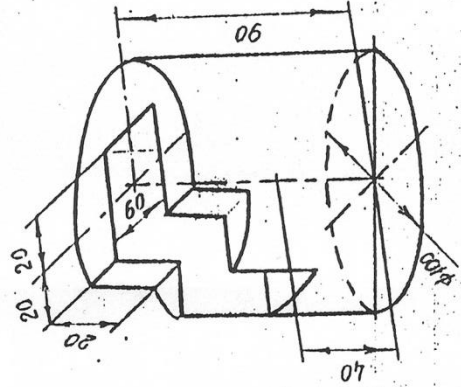
Вариант 10,20,30



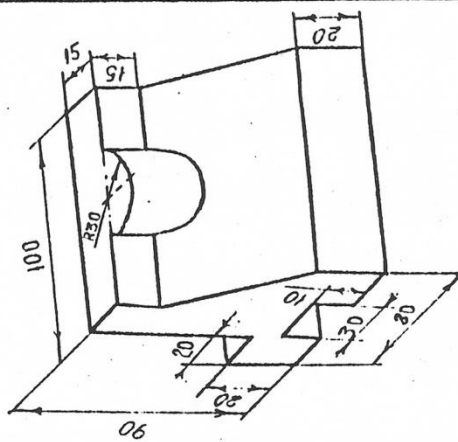
Вариант 6,16,26



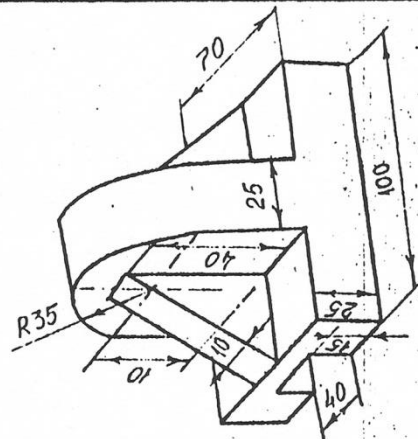
Вариант 9,19,29



Вариант 5,15,25



Вариант 8,18,28



2.15 Геометричні тіла з вирізами.

У даній темі розглянемо побудову проєкцій геометричних тіл із вирізами, утвореними плоскими поверхнями. У цьому випадку задача зводиться до побудови плоских розрізів заданого геометричного тіла, які утворяться при перетинанні його з кожній із площин, що утворюють виріз.

Раніш, чим приступити безпосередньо до побудови, необхідно проаналізувавши задану фігуру, визначити, які форми розрізів повинні утворитися. Потім будують послідовно лінії перетинів, починаючи з визначення опорних точок. Закінчується розв'язання задачі визначенням видимості.

Приклад.

Побудувати 3 проєкції геометричного тіла з наскрізними вирізами (рис.2.52)

Аналіз. З огляду на розташування площин, утворюючих виріз у заданому геометричному тілі (конусі) стосовно елементів поверхні (осі й утворюючих), дійдемо висновку, що в даному випадку форми розрізів являють собою: коло (площина σ), параболу (площина α), гіперболу (площина ω).

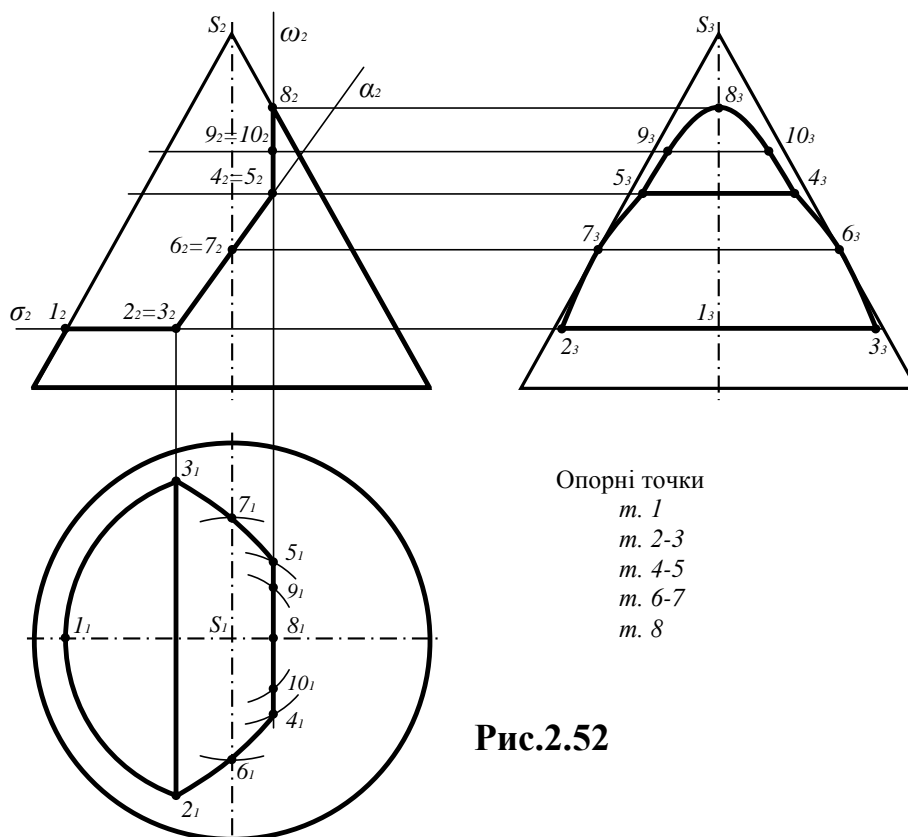


Рис.2.52

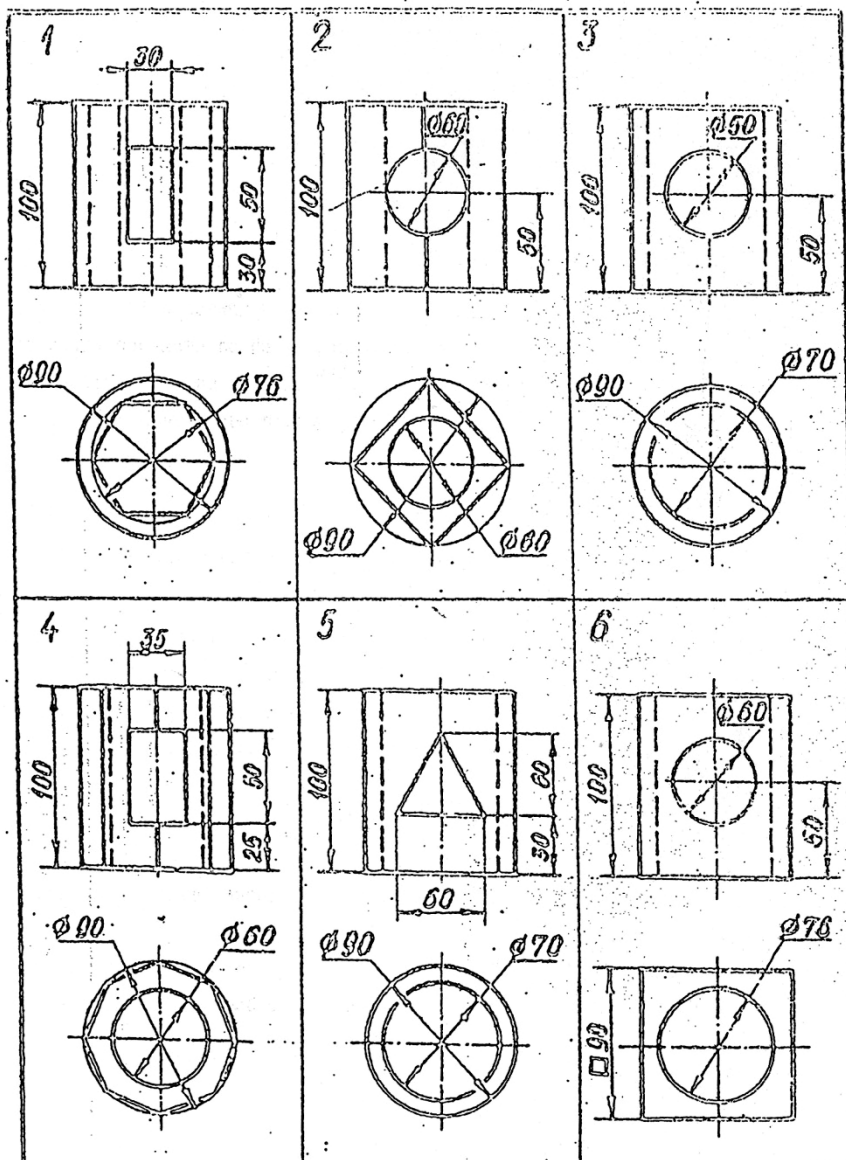
2.15.1 Задача 5. Виконати в трьох проекціях кресленик пустотілого геометричного тіла з наскрізним боковим отвором.

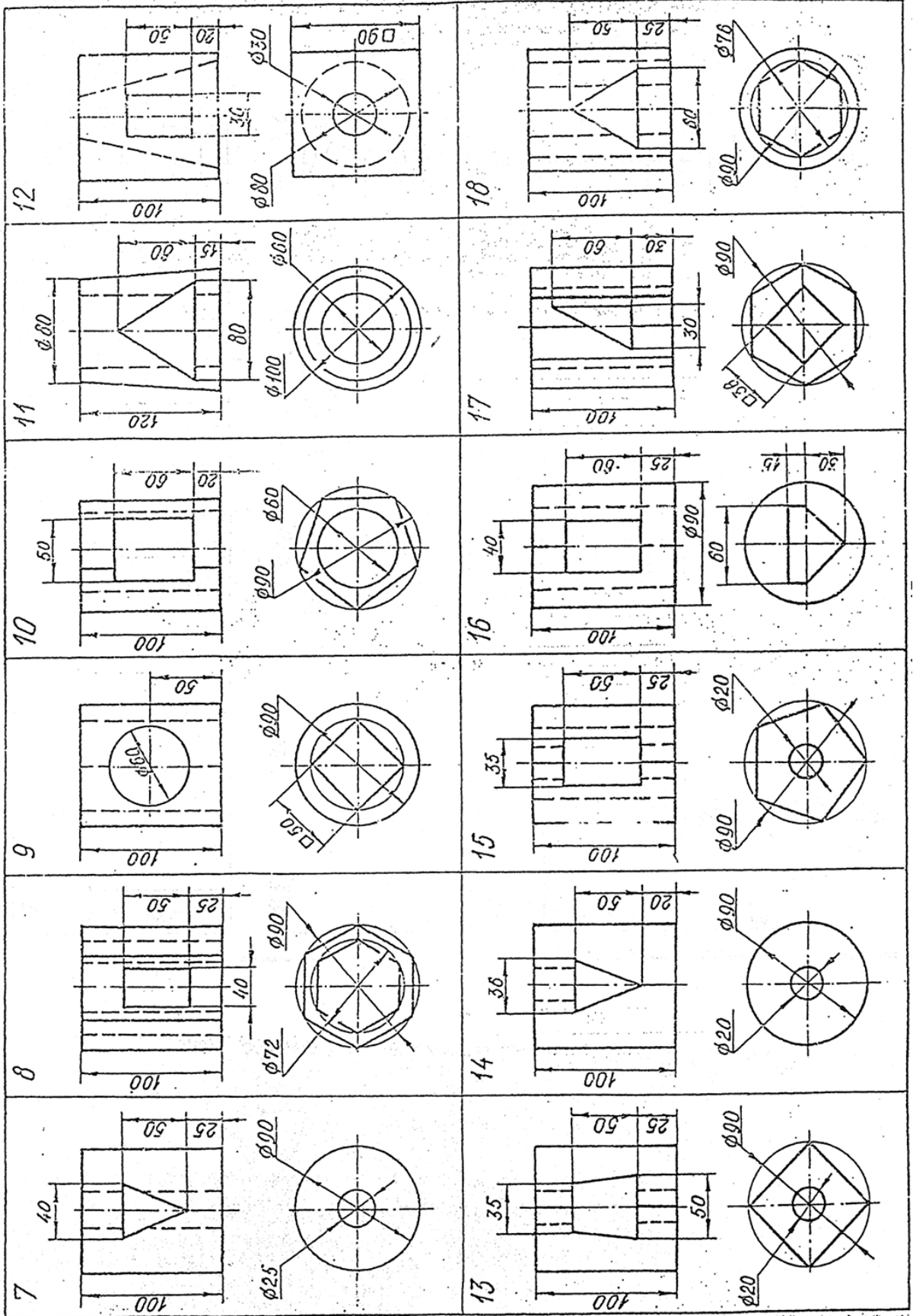
Завдання взяти на стор. 60-62. Приклад виконання графічної роботи поданий на рис.2.53 стор.63.

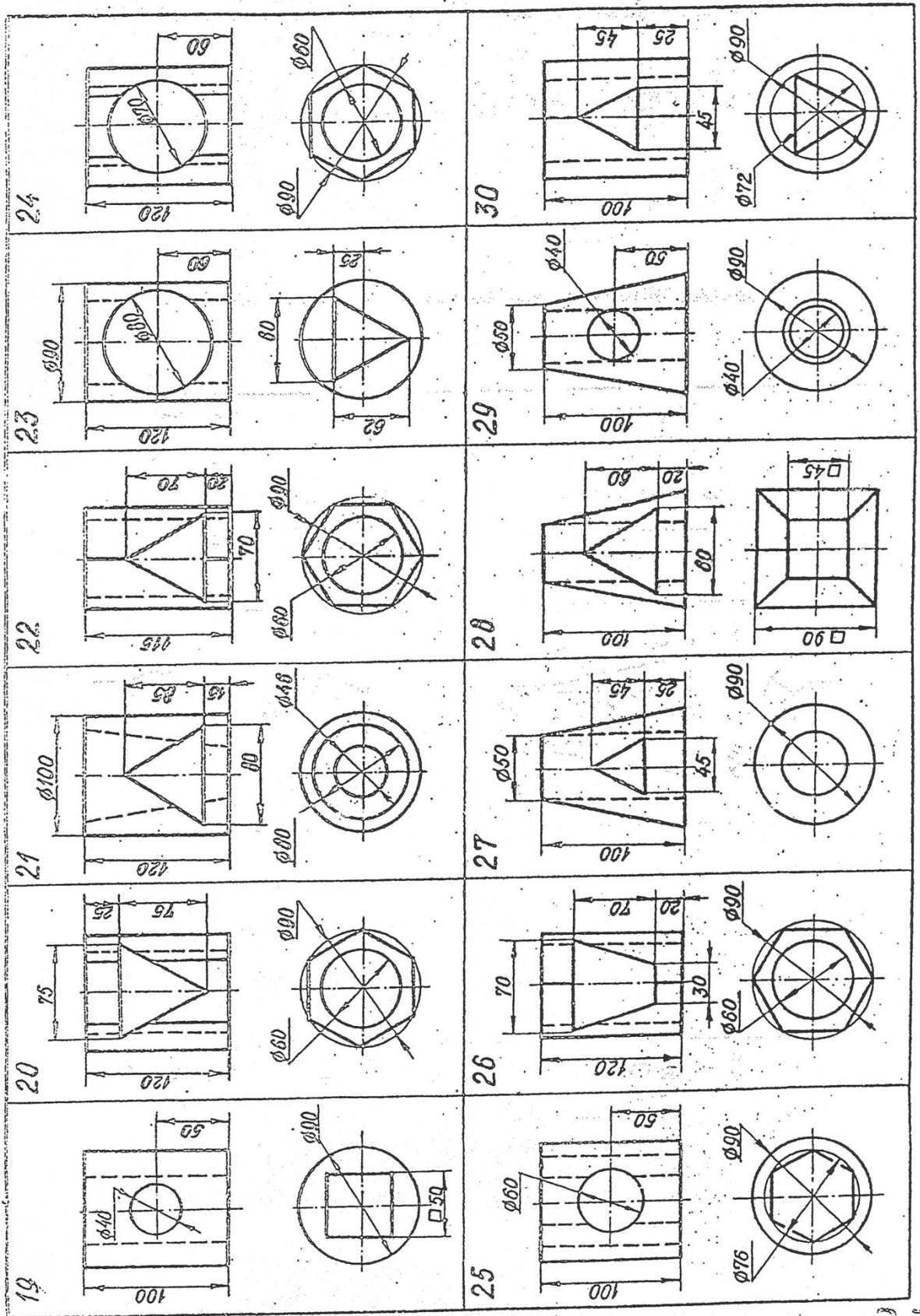
Вказівки до рішення задачі 5.

За розмірами побудувати два види: зпереду та зверху. Добудувати вид зліва. Після побудови видів потрібно виконати необхідні розрізи. Правила позначення та зображення розрізів повинні відповідати Державному стандарту 2.305-68.

При симетричних зображеннях слід обов'язково поєднувати половину виду з половиною розрізу, або частину виду з частиною розрізу. Проставити розміри.







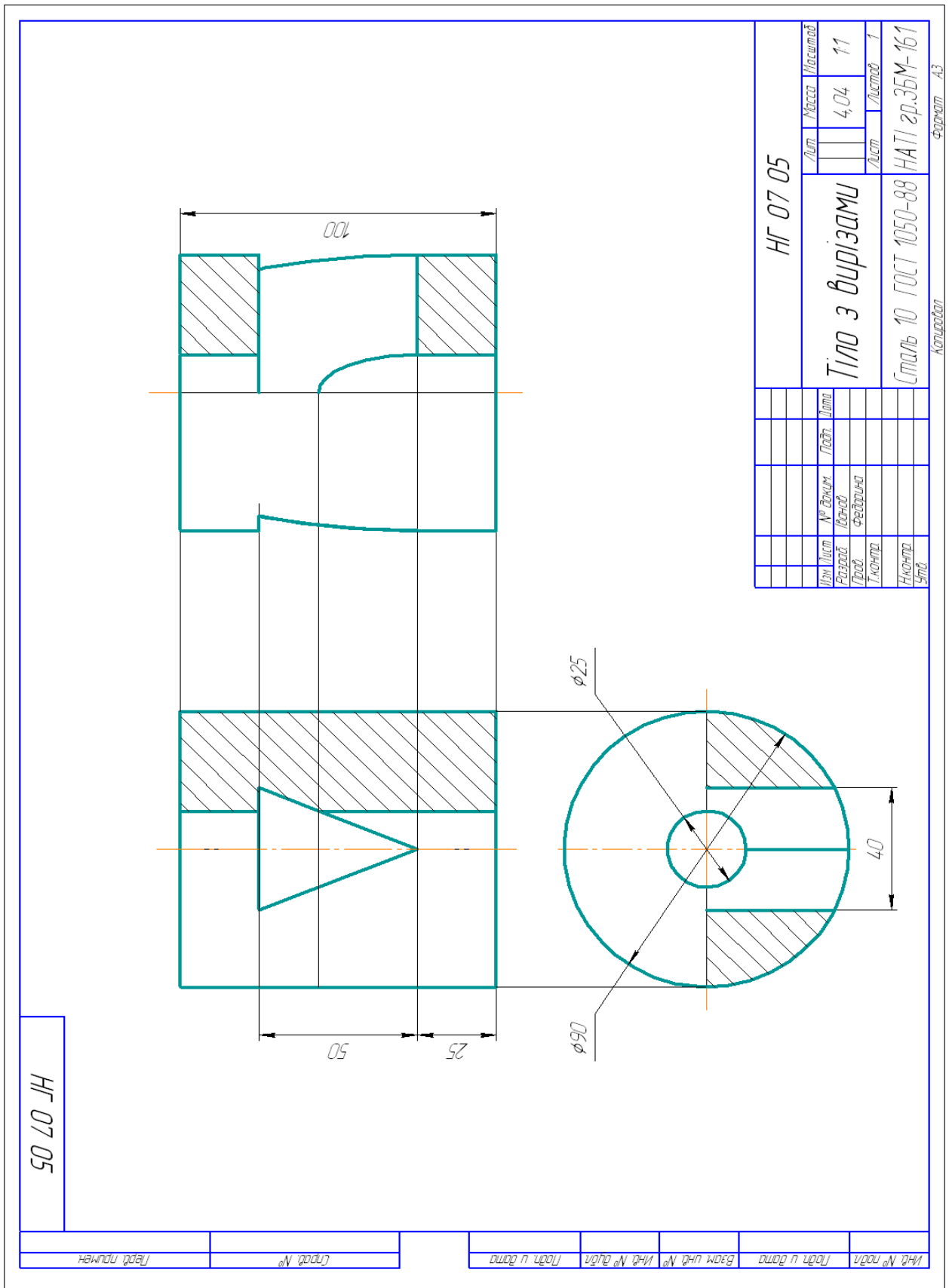


Рис.2.53 Зразок виконання задачі 5

2.16 Аксонометричні проєкції.

Комплексні рисунки не мають достатньої наочності, бо в них просторові форми предмета набувають умовного зображення у вигляді комплексу окремих ортогональних проєкцій. Треба мати досить розвинуте просторове уявлення, щоб за цими, проєкціями відтворити в уяві справжню форму предмета.

Суть та основні положення аксонометричного проєктування

Аксонометричні проєкції порівняно з комплексними мають істотну перевагу - наочність.

Суть аксонометричного проєктування полягає в тому, що предмет відносять до системи координатних осей і проєктуючи його разом з цими осями на вибрану площину аксонометричних проєкцій.

"**Аксонометрія**", в перекладі з грецької мови, означає "*вимірювання по осях*".

Наочність при аксонометричному проєктуванні отримується за рахунок того, що предмет в просторі повертають та нахиляють по відношенню до глядача. Осі Ox , Oy , Oz не паралельні ні одній з прямокутних координатних осей.

Залежно від напрямку променів проєктування і положення площини проєкцій Π' аксонометричне зображення буде дещо спотворене, тобто кожний з його трьох основних вимірів буде менший або більший від натурального.

Відношення довжини аксонометричної проєкції відрізка координатної осі до довжини самого відрізка цієї осі в натурі називається **коефіцієнтом спотворення**.

В залежності від величини коефіцієнтів (показників) спотворення аксонометричні проєкції поділяють:

- 1) **Ізометричні** - показники по всім 3-м осям рівні.
- 2) **Диметричні** - показники по 2-м осям рівні.
- 3) **Триметричні** - показники по 3-м осям різні.

В залежності від спрямування проектуючі променів по відношенню до площини аксонометричної проекції поділяють:

- 1) прямокутні;
- 2) косокутні.

2.16.1 Прямокутна ізометрія

Прямокутна ізометрія (III) - аксонометрична проекція, у якої коефіцієнти спотворення по 3-х осях рівні, а кути між ними 120° .

Способи побудови осей в III:

- а) за допомогою транспортира (рис. 2.54 а);
- б) за допомогою косинця з кутами 30° , 60° , 90° (рис. 2.54 б);
- в) діленням кола на 3 рівні частини (рис. 2.54 в);
- г) за допомогою відкладання рівних відрізків (рис. 2.55).

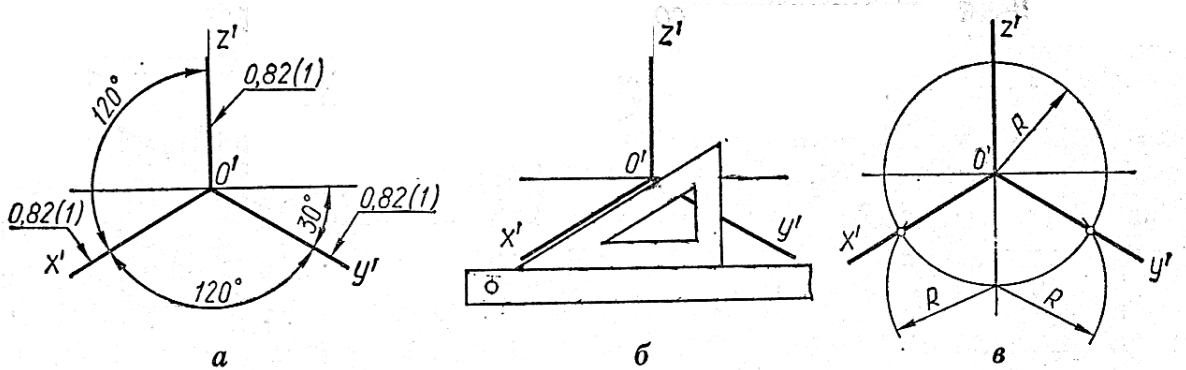


Рис. 2.54

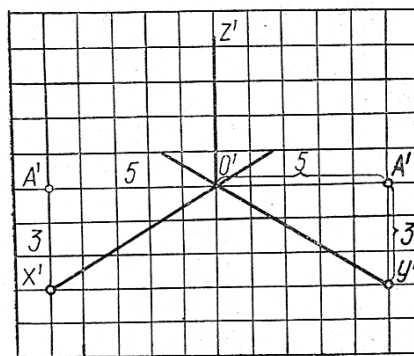
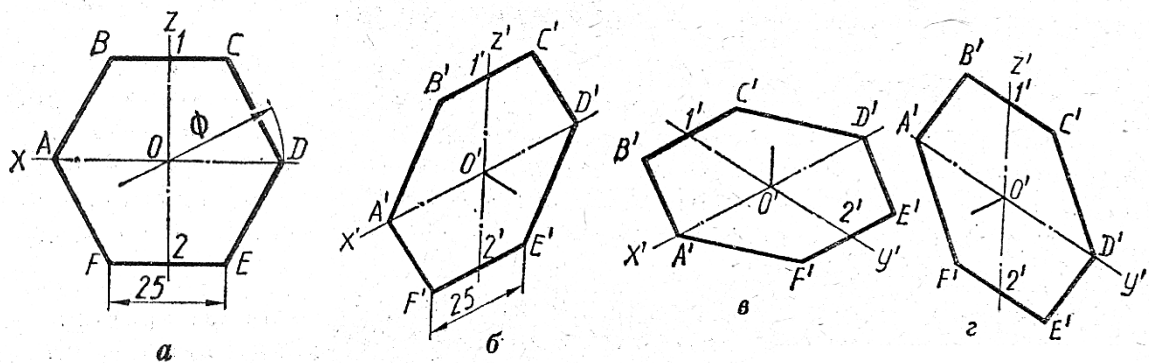


Рис. 2.55

Побудова ізометричної проекції багатокутників

Так як плоска фігура має два виміри, то в побудові її аксонометричної проекції використовують дві осі залежно від того, якій площині проекцій фігура паралельна.

Побудова ізометричної проекції правильного шестикутника (рис. 2.56).



- a* – шестикутник;
- б* – паралельний площині Π_2 ;
- в* – паралельний площині Π_1 ;
- г* – паралельний площині Π_3 .

Рис. 2.56

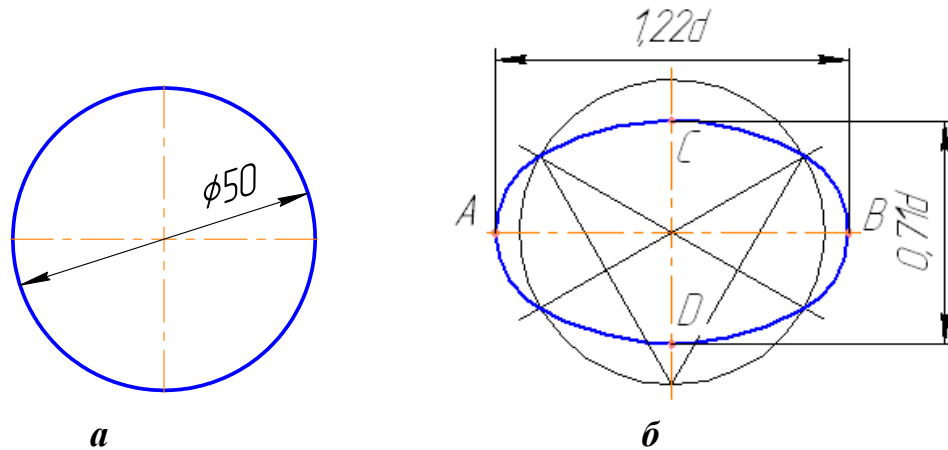
Побудова ізометричної проекції кола

Ізометричними проекціями кіл, розташованих у площинах проекцій або в площинах, паралельних їм, є еліпси з однаковим співвідношенням осей. Великі осі цих еліпсів дорівнюють $1,22d$, а малі – $0,71d$.

Велика вісь еліпса завжди перпендикулярна до тієї аксонометричної осі, якої нема в площині кола, а мала - збігається з цією віссю або паралельна їй.

Способи побудови еліпса:

1. Побудова еліпса через коло без розрахунку осей (рис.2.57)



a – коло; *б* – ізометрична проекція кола (еліпс)

Рис. 2.57 – Побудова ізометричної проекції кола -еліпс.

2. Побудова еліпса через два кола за розрахунками осей (рис.2.58)

Велика вісь $AB = 1,22d = 1,22 \cdot 50 = 61$; $AB \perp CD$

Мала вісь $CD = 0,71d = 0,71 \cdot 50 = 35,5$;

де d - діаметр кола.

Будуються кола за розмірами великої та малої осей та вписують еліпс. .

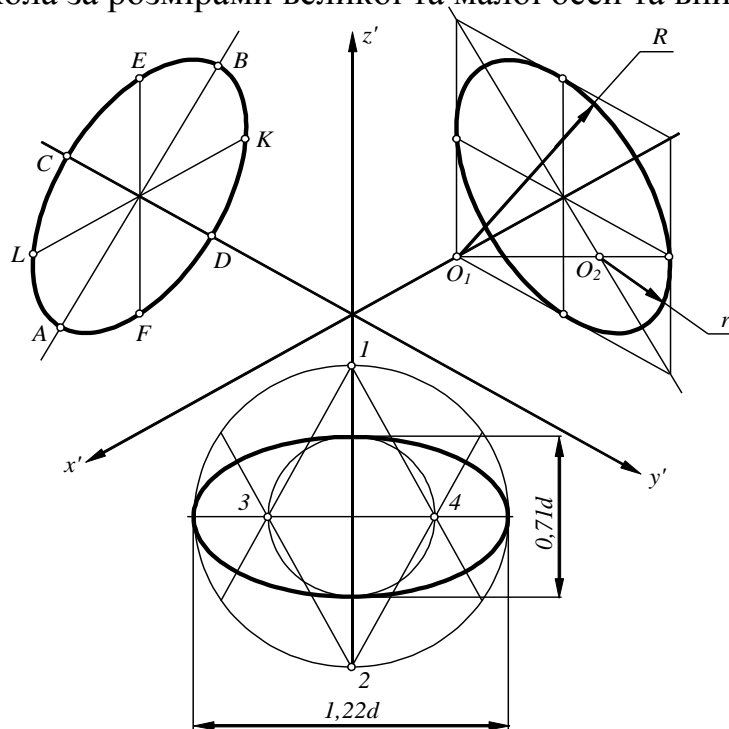


Рис. 2.58

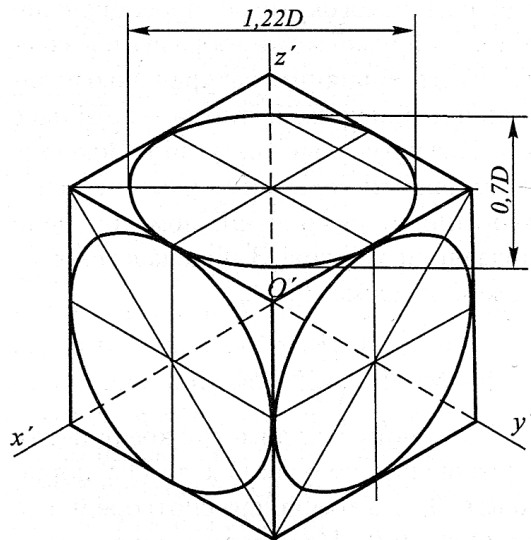
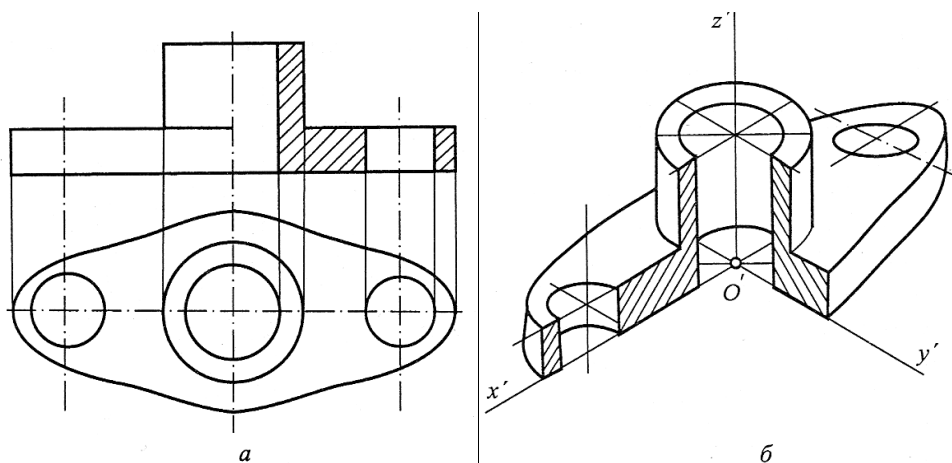


Рис.2.59 - Ізометричні проєкції кола (еліпси) в площинах Π_1 , Π_2 , Π_3 .

Побудова деталі в прямокутній ізометрії (рис.2.60)



a – вид спереду, вид зверху деталі; b – аксонометрія деталі в Π_3

Рис.2.60

2.16.2 Прямокутна диметрія

Прямокутна диметрія (ПД) - аксонометрична проєкція з рівними показниками спотворення по 2-м осям.

Вісь $O'z'$ розташована вертикально, вісь $O'x'$ нахилена під кутом $7^\circ 10'$, а вісь $O'y'$ - під кутом $41^\circ 25'$ до горизонтального напрямку (рис.2.61).

Коефіцієнти спотворення:

по осях x^I і z^I дорівнює **0,94 (1)**;

по осі y^I - **0,47 (0,5)**.

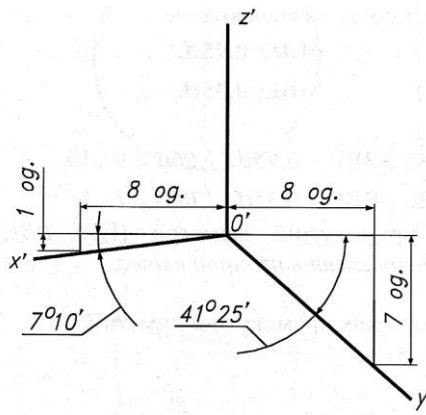


Рис. 2.61

Побудова п'ятикутника в прямокутній диметрії (рис.2.62)

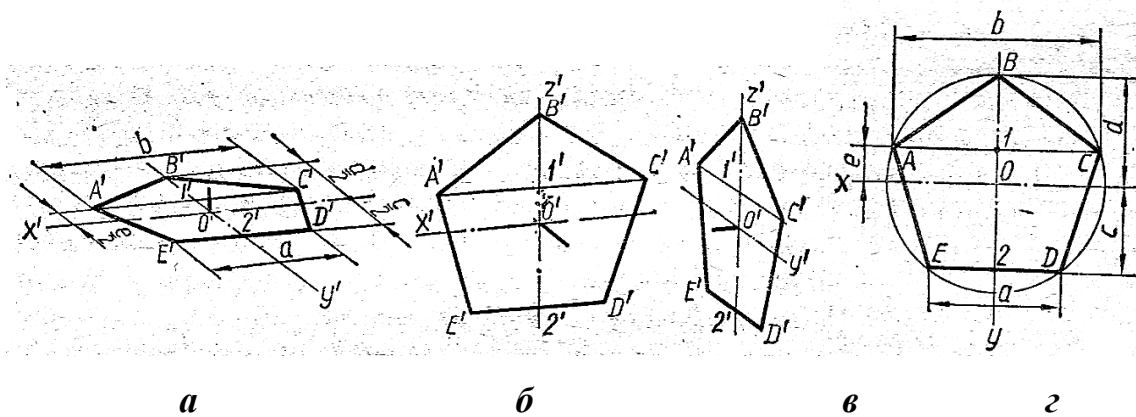


Рис. 2.62

Побудова еліпсів у прямокутній диметрії (рис.2.63)

Велика вісь $AB = 1,06d$;

Мала вісь $CD = 0,35d$ (в площині Π_1, Π_3);

$CD = 0,95d$ (в площині Π_2).

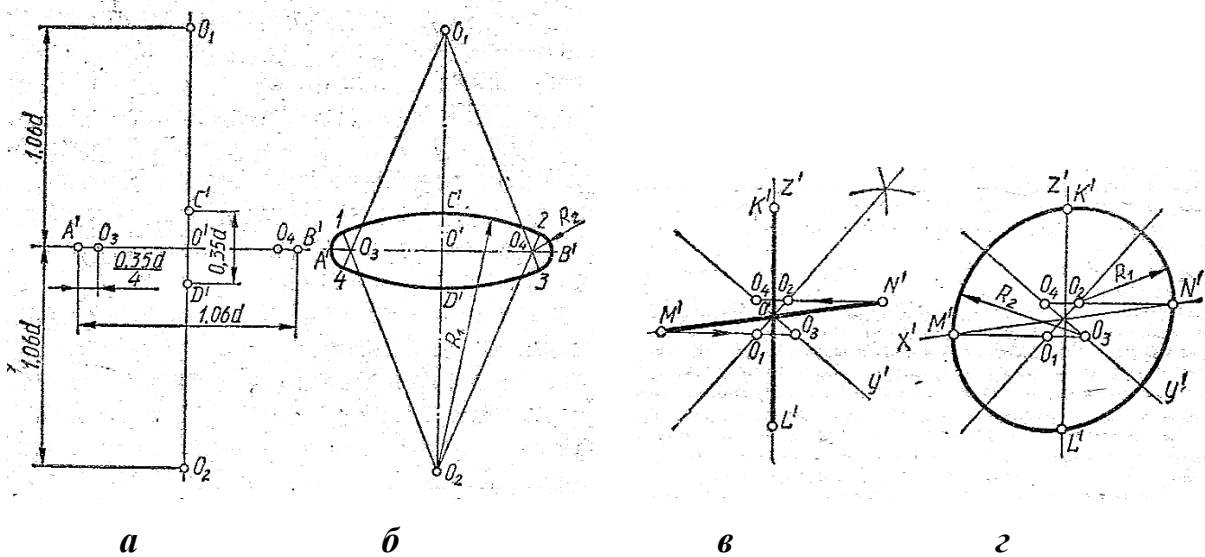


Рис.2.63 а, б – етапи побудови еліпса в площині Π_1 , в, г – в площині Π_2 .

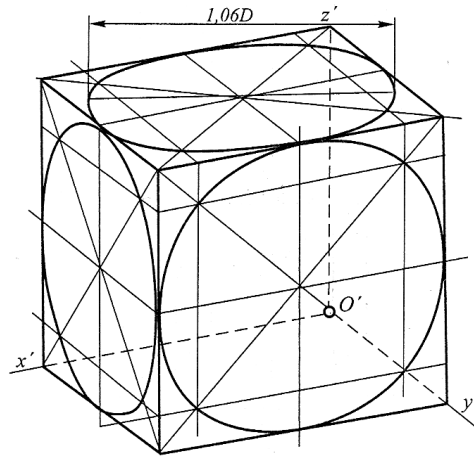


Рис. 2.64 Проекції кола (еліпси) в площинах Π_1, Π_2, Π_3 в прямокутній диметрії.

Побудова деталі в прямокутній симетрії (рис.2.65)

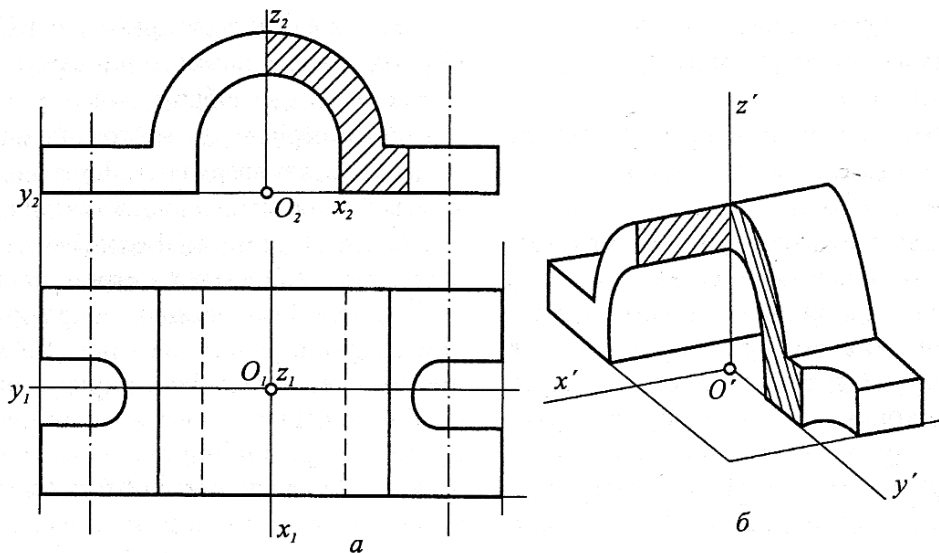


Рис.2.65 *a* – вид спереду, вид зверху деталі; *б* – аксонометрія деталі в Π_3

2.16.3 Фронтальна диметрія

Фронтальна диметрія (ФД) характеризується вертикальним розташуванням осі $O'z'$ і горизонтальним - осі $O'x'$. Вісь $O'y'$ нахилена до горизонтального напрямку під кутом 45° . **Коефіцієнти спотворення** по осях $O'x'$ і $O'z'$ дорівнюють, приблизно **1**, а по осі $O'y'$ - **0,5** (рис. 2.66).

Велика вісь $AB = 1,06d$; (в площині Π_1, Π_3);

Мала вісь $CD = 0,35d$ (в площині Π_1, Π_3).

В площині Π_2 будується коло.

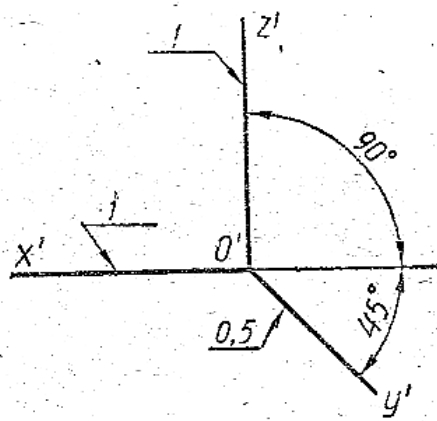


Рис. 2.66

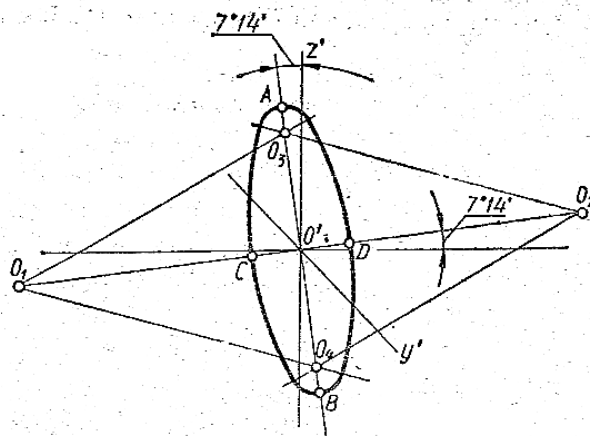


Рис. 2.67 – Побудова еліпса в площині П3

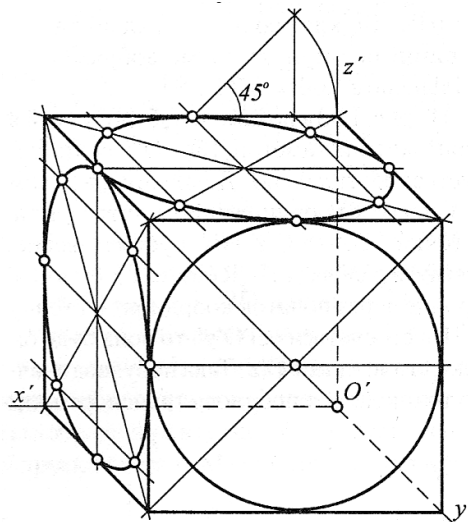


Рис. 2.67 - Проекції кола (еліпси) в площинах П1, П2, П3 у фронтальній диметрії

Побудова деталі у фронтальній диметрії (рис.2.35)

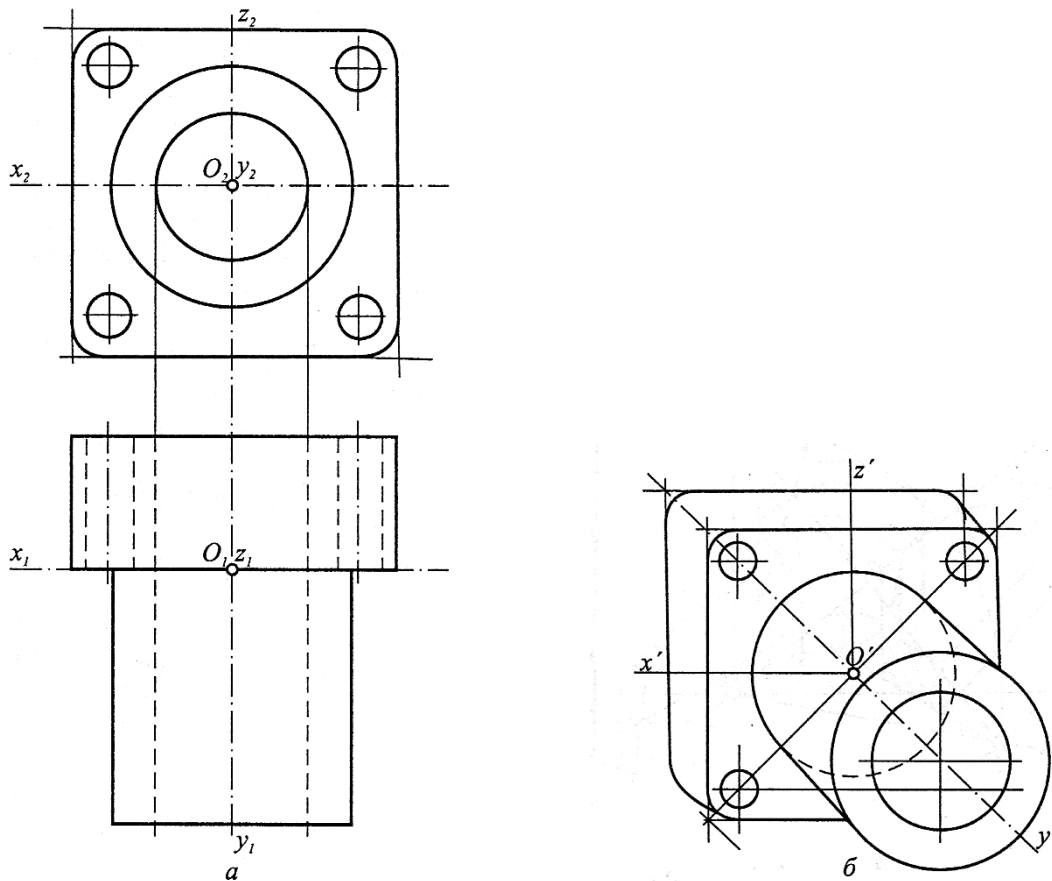


Рис.2.35 *a* – вид спереду, вид зверху деталі; *б* – аксонометрія деталі у ФД

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Ванін В.В. Оформлення конструкторської документації / В.В. Ванін. – К. : Каравела, 2003. – 157 с.
2. ЕСКД: Общие правила выполнения чертежей. – М.: Издательство стандартов, 1981. – 237 с.
3. Інженерна графіка / В.В. Ванін, В.В. Перевертун, Т.М. Надкернична, Г.Г. Васюк – К. : ВНУ, 2009. - 400 с.
4. Ловейкін В.С. Інженерна та комп'ютерна графіка : Навчальний посібник для студентів спеціальностей 6.091900 – Механізація сільського господарства, 6.091900 – Енергетика сільськогосподарського виробництва / В.С. Ловейкін, С.П. Приходько. – Ніжин, 2007. – 71 с.
5. Михайленко В.Є. Інженерна та комп'ютерна графіка : підручник / В.Є. Михайленко, В.В. Ванін, С.М. Ковальов ; за ред. В.Є.Михайленка. – К. : Каравела, 2012. – 368 с.
6. Обозначение шероховатости поверхностей : ГОСТ 2.309-68. - Введён 01.01.1975 г. с изменениями №1, 2, 3, утверждёнными в июне 1980 г., августе 1984 г., декабре 2003 г. – М. : Издательство стандартов, 2003.– 7с.
7. Система конструкторської документації. Терміни та визначення основних понять : ДСТУ 3321:2003. - Чинний від 2004-10-01. – К. : Держстандарт України, 2003. – 50 с.
8. Солтис І.В. Креслення. Програма, навчальні завдання та методичні вказівки для студентів–заочників вищих навчальних закладів І-ІІ рівнів акредитації із спеціальності 5.091902 «Механізація сільського господарства» / І.В. Солтис, П.У. Сайчук, З.І. Трофімова. – Ніжин : Аспект, 2000. – 136 с.
9. Хаскин А.М. Черчение / А.М. Хаскин. – К. : Вища школа, 1985. – 447 с.

ДЛЯ НОТАТОК

ДЛЯ НОТАТОК

Навчальне видання

Федорина Тетяна Петрівна

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання контрольної роботи №1

з дисципліни

«НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ

ТА КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА»

Підписано до друку
Гарнітура Modern
Замовлення №

Формат 60x84/16
Обл.-вид. арк. 2,51
Ум. друк. арк. 4,24

Папір офсетний
Тираж 50 прим.



Ніжинський державний університет
імені Миколи Гоголя.

м. Ніжин, вул. Воздвиженська, 3/4
(04631)7-19-72

E-mail: vidavn_ndu@mail.ru

www.ndu.edu.ua

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ДК № 2137 від 29.03.05 р.